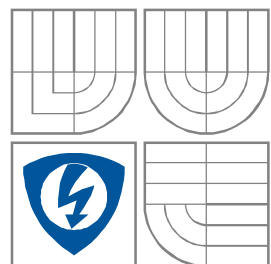




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNologiÍ  
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

# STUDIUM VLIVŮ FREKVENČNÍCH NESTABILIT OSCILÁTORŮ V DRUŽICOVÝCH KOMUNIKAČNÍCH SYSTÉMECH

STUDIES OF INFLUENCES OF OSCILLATORS FREQUENCY INSTABILITIES IN SATELLITE  
COMMUNICATION SYSTEMS

DIZERTAČNÍ PRÁCE  
DISSERTATION THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Ing. Ondřej Baran

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. Miroslav Kasal, CSc.

## Abstrakt

Dizertační práce se zabývá studiem vlivu současného působení aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu na přenos užitečného signálu prostřednictvím úzkopásmových družicových komunikačních systémů. Zatímco aditivní tepelný šum ovlivňuje užitečný signál pouze na přijímací straně komunikačního systému, multiplikativní fázový šum je produkován ve všech oscilátorech systému. Je zkoumáno, jak se redukce šířky pásma filtru přijímače projeví na vlivu jednotlivých typů šumů. Práce je obsahově rozčleněna do čtyř samostatných celků. První část (kapitoly 4 a 5) řeší způsoby modelování obou typů šumů. Ve druhé části (kapitola 6) je na jednoduchém příkladě proveden prvotní rozbor vlivu fázového šumu. Jsou zde také diskutována základní modulační schémata používaná v družicové komunikaci (kapitola 7). Třetí část (kapitola 8) je věnována modelování obecného digitálního systému s M-PSK modulací přímo na hlavní nosnou vlnu. Poslední celek (kapitola 9) popisuje modelování digitálního systému s BPSK modulací na pomocnou subnosnou vlnu, s následnou SSB modulací na hlavní nosnou vlnu. Ze získaných výsledků simulací jsou vyvozeny obecné závěry.

## Klíčová slova

Aditivní tepelný šum, AWGN, multiplikativní fázový šum, Allanovy variance, modulace M-PSK, modulace SSB, subnosná vlna, chybovost přenosu BER, šumová šířka pásma, pásmová propust, dolní propust, FIR, analytický signál, komplexní obálka, Ansoft Designer, Matlab.

## Abstract

The dissertation thesis deals with a study of an influence of a simultaneous incidence of an additive thermal noise and a multiplicative phase noise on the useful signal transmission in narrowband satellite communication systems. While the additive thermal noise affects the useful signal only on the receiver side of the communication system, the multiplicative phase noise is produced in all system oscillators. One investigates how the receiver filter bandwidth reduction takes effect on the influence of individual noise types. The thesis is divided into four units. The first one (chapters 4 and 5) solves the ways of modeling of both noise types. In the second part (chapter 6), on the simple example, the primary analysis of the phase noise influence is made. Basic modulation schemes used in the satellite communication are also discussed (chapter 7). Third part (chapter 8) is devoted to the modeling of a general digital system with a M-PSK modulation made directly on the main carrier wave. The last part (chapter 9) describes the modeling of a digital system with a BPSK modulation on the auxiliary subcarrier wave followed by an SSB modulation on the main carrier wave. General conclusions are deduced from obtained simulation results.

## Keywords

Additive thermal noise, AWGN, multiplicative phase noise, Allan variance, M-PSK modulation, SSB modulation, subcarrier wave, BER, noise bandwidth, band-pass filter, low-pass filter, FIR, analytic signal, complex envelope, Ansoft Designer, Matlab.

---

## Bibliografická citace

BARAN, O. *Studium vlivů frekvenčních nestabilit oscilátorů v družicových komunikačních systémech*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2011. 155 s. Vedoucí dizertační práce prof. Ing. Miroslav Kasal, CSc.

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou dizertační práci na téma Studium vlivů frekvenčních nestabilit oscilátorů v družicových komunikačních systémech jsem vypracoval samostatně pod vedením školitele a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené dizertační práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této dizertační práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 14. ledna 2011

---

*autor práce*

## Poděkování

Poděkování patří vedoucímu dizertační práce profesoru Miroslavu Kasalovi za cenné rady a všeobecnou pomoc při vytváření mé práce. Dále bych rád poděkoval své rodině a přítelkyni za podporu, kterou mi věnovali během celého studia.

## Obsah

|                                                                                                 |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1 Úvod</b>                                                                                   | <b>9</b>  |
| <b>2 Rozbor současného stavu</b>                                                                | <b>11</b> |
| <b>3 Cíle dizertace</b>                                                                         | <b>19</b> |
| <b>4 Modelování užitečného signálu s fázovým šumem</b>                                          | <b>21</b> |
| 4.1 <i>Proces generování fázovým šumem znehodnoceného signálu</i>                               | 21        |
| 4.2 <i>Zpracování šumem znehodnoceného signálu</i>                                              | 24        |
| 4.3 <i>Komplexní model signálu oscilátoru znehodnoceného fázovým šumem</i>                      | 26        |
| 4.4 <i>Zjednodušený model komunikačního systému</i>                                             | 27        |
| 4.5 <i>Závěr</i>                                                                                | 28        |
| <b>5 Aditivní tepelný šum systému</b>                                                           | <b>29</b> |
| 5.1 <i>Šumový činitel a šumová teplota</i>                                                      | 30        |
| 5.2 <i>Přijímací část systému z pohledu aditivního tepelného šumu</i>                           | 30        |
| 5.3 <i>Závěr</i>                                                                                | 31        |
| <b>6 Výchozí řešení modelu komunikačního systému v prostředí Ansoft Designer</b>                | <b>33</b> |
| 6.1 <i>Obecný vzhled modelovaného systému</i>                                                   | 33        |
| 6.2 <i>Teoretické odvození modelu</i>                                                           | 34        |
| 6.2.1 <i>Definice výchozích signálů a parametrů modelu</i>                                      | 34        |
| 6.2.2 <i>Ideální systém</i>                                                                     | 38        |
| 6.2.3 <i>Systém pouze s aditivním Gaussovským šumem přenosového kanálu</i>                      | 39        |
| 6.2.4 <i>Systém pouze s multiplikativním fázovým šumem oscilátorů modulátoru a demodulátoru</i> | 42        |
| 6.2.5 <i>Systém při současném působení obou typů šumů</i>                                       | 45        |
| 6.2.6 <i>Poznámka k filtraci</i>                                                                | 47        |
| 6.3 <i>Nastavení systémového simulátoru Ansoft Designer</i>                                     | 47        |
| 6.4 <i>Výsledky simulací a jejich porovnání s teoretickými výpočty</i>                          | 49        |
| 6.4.1 <i>Konkrétní nastavení parametrů systémového modelu</i>                                   | 49        |
| 6.4.2 <i>Výsledky simulací</i>                                                                  | 51        |
| 6.4.3 <i>Poznámka k průběhům fázového šumu ze simulátoru Ansoft Designer</i>                    | 54        |
| 6.5 <i>Závěr</i>                                                                                | 55        |
| <b>7 Modulační schémata pro přenos družicové telemetrie</b>                                     | <b>56</b> |
| 7.1 <i>Modulační schéma NRZ/BPSK</i>                                                            | 57        |
| 7.2 <i>Modulační schéma NRZ/BPSK/DSB-RC</i>                                                     | 58        |
| 7.3 <i>Modulační schéma NRZ/BPSK/SSB-RC</i>                                                     | 59        |
| <b>8 Model M-PSK komunikačního systému</b>                                                      | <b>61</b> |
| 8.1 <i>Obecný popis BPSK systému</i>                                                            | 61        |
| 8.2 <i>Popis modelu M-PSK systému a jeho teoretické odvození</i>                                | 62        |
| 8.2.1 <i>Vstupní signály a parametry modelu</i>                                                 | 63        |
| 8.2.2 <i>Odvození ideálního M-PSK systému</i>                                                   | 69        |

|           |                                                                                     |            |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 8.2.3     | Odvození M-PSK systému s AWGN                                                       | 71         |
| 8.2.4     | Odvození M-PSK systému s PN                                                         | 73         |
| 8.2.5     | Odvození M-PSK systému se současným působením AWGN a PN                             | 79         |
| 8.2.6     | Filtry s malou strmostí přenosové charakteristiky                                   | 81         |
| 8.2.7     | Vliv RRC filtru přijímače – bod 5                                                   | 81         |
| 8.3       | Výsledky simulací BPSK systému                                                      | 82         |
| 8.3.1     | Výchozí parametry modelu BPSK systému                                               | 82         |
| 8.3.2     | Charakteristiky šumových výkonů v jednotlivých bodech BPSK systému                  | 85         |
| 8.3.3     | Porovnání výsledků simulací šumových výkonů s teoretickými výpočty                  | 88         |
| 8.3.4     | Simulace chybovosti přenosu BER v BPSK systému                                      | 88         |
| 8.4       | Výsledky simulací pro QPSK a 8-PSK systémy                                          | 92         |
| 8.4.1     | Výchozí parametry modelu QPSK a 8-PSK systémů                                       | 92         |
| 8.4.2     | Výsledné charakteristiky šumových výkonů v jednotlivých bodech QPSK a 8-PSK systémů | 93         |
| 8.4.3     | Simulace chybovosti přenosu BER v QPSK a 8-PSK systémech                            | 93         |
| 8.5       | Porovnání výsledků pro různé nastavení modelu                                       | 97         |
| 8.6       | Závěr                                                                               | 100        |
| <b>9</b>  | <b>Model komunikačního BPSK/SSB systému na subnosné vlně</b>                        | <b>103</b> |
| 9.1       | Obecný popis BPSK/SSB systému                                                       | 103        |
| 9.2       | Popis modelu BPSK/SSB-RC systému a jeho teoretické odvození                         | 104        |
| 9.2.1     | Vstupní signály a parametry modelu                                                  | 105        |
| 9.2.2     | Odvození ideálního BPSK/SSB systému                                                 | 108        |
| 9.2.3     | Odvození BPSK/SSB systému s AWGN                                                    | 112        |
| 9.2.4     | Odvození BPSK/SSB systému s PN                                                      | 114        |
| 9.2.5     | Odvození BPSK/SSB systému se současným působením AWGN a PN                          | 120        |
| 9.2.6     | Filtry s malou strmostí přenosové charakteristiky                                   | 123        |
| 9.2.7     | Vliv RRC filtru přijímače – bod 6                                                   | 124        |
| 9.3       | Výsledky simulací pro BPSK/SSB-RC systém                                            | 125        |
| 9.3.1     | Výchozí parametry modelu BPSK/SSB systému                                           | 125        |
| 9.3.2     | Výsledné charakteristiky šumových výkonů v jednotlivých bodech systému              | 127        |
| 9.3.3     | Porovnání výsledků simulací šumových výkonů s teoretickými výpočty                  | 131        |
| 9.3.4     | Porovnání šumových výkonů pro různé hodnoty potlačení hlavní nosné vlny             | 131        |
| 9.3.5     | Simulace chybovosti přenosu BER                                                     | 135        |
| 9.4       | Porovnání výsledků pro další nastavení modelu                                       | 136        |
| 9.4.1     | Srovnání chybovosti přenosu BER pro různou šířku pásma $B_{pp}$                     | 137        |
| 9.4.2     | Srovnání chybovosti přenosu BER pro různé bitové rychlosti $f_b$                    | 137        |
| 9.4.3     | Srovnání chybovosti přenosu BER pro různé frekvence subnosné vlny $f_V$             | 138        |
| 9.4.4     | Srovnání výkonů šumů pro různé frekvence subnosné vlny $f_V$                        | 139        |
| 9.5       | Závěr                                                                               | 140        |
| <b>10</b> | <b>Závěry</b>                                                                       | <b>142</b> |
|           | <b>Literatura</b>                                                                   | <b>144</b> |
|           | <b>Seznam zkratk a symbolů</b>                                                      | <b>147</b> |
|           | <b>Seznam příloh</b>                                                                | <b>149</b> |



## 1 Úvod

Trendem dnešní doby je neustálé rozšiřování možností především v oblasti bezdrátových komunikačních systémů. Rostou požadavky na přenosové rychlosti, s čímž souvisí zvětšování šířky pásma vysokofrekvenčních přenosových kanálů a přesun těchto systémů do vyšších frekvenčních pásem. Komunikující objekty se mohou vzájemně pohybovat vysokými rychlostmi, z čehož vyplývá uplatnění vlivu Dopplerova posunu frekvence. Zvětšují se komunikační vzdálenosti, což má význam především v oblasti kosmických komunikací. Skutečnosti vyplývající z těchto požadavků velkou měrou ztěžují návrh moderních komunikačních zařízení. Návrh systémů musí být ovšem proveden také s ohledem na šумы, které jsou v reálném světě vždy přítomny a které velmi výrazně ovlivňují přenos užitečných informací.

Dá se říci, že součástí téměř všech bloků dnešních komunikačních řetězců (a to kabelových i bezdrátových) jsou zdroje signálů – oscilátory. Ty mohou sloužit ke generování harmonických nosných signálů pro modulování a frekvenční transpozice v analogových částech komunikačního systému. Oscilátory s pravoúhlým výstupním signálem se využívají pro taktování digitálních částí systémů zpracovávajících užitečná data, případně řídících celý systém. Za elektrický oscilátor je považován autonomní blok většinou s jediným výstupním portem, ze kterého je odebírán užitečný generovaný signál [1]. Na tento signál jsou pak kladeny určité požadavky. Jedná se o velikost amplitudy kmitů oscilátoru, která musí mít požadovanou a s časem neměnnou hodnotu. Dále je rozhodující frekvence výstupního signálu. Zde se uvažuje její přesnost, tedy odchylka od předpokládané nominální hodnoty frekvence, a její časová stálost neboli stabilita. Se stabilitou je také spojena fáze signálu, která je v relaci s jeho frekvencí. V praxi ovšem není možné dosáhnout časově absolutně konstantní amplitudy ani frekvence generovaného signálu. Tyto veličiny jsou vždy více či méně znehodnoceny šumem. Velikost amplitudy je ovlivněna aditivním amplitudovým šumem a frekvence, případně fáze, jsou degradovány multiplikativním fázovým šumem. Oscilátor je obecně tvořen zpětnovazebním systémem. Ten umožňuje automatickou regulaci amplitudy výstupních kmitů, a v porovnání s velikostí multiplikativního fázového šumu je možné aditivní amplitudový šum oscilátoru zanedbat [1]. V dalším textu je tedy předpokládána pouze přítomnost multiplikativního fázového šumu zdroje signálu.

Studium vlastností fázových šumů je možné rozdělit do dvou částí podle délky měřicího intervalu. Pro pozorovací časy kratší než 1 sekunda se vyšetřuje krátkodobá frekvenční stabilita oscilátoru ve frekvenční oblasti a mluví se přímo o fázovém šumu. V časové oblasti se zkoumá dlouhodobá frekvenční stabilita pro měřicí časy delší než 1 sekunda. Měření fázového šumu [2] je možné provádět pomocí moderních spektrálních analyzátorů. Jejich nevýhodou je ovšem schopnost postihu krátkých měřicích intervalů maximálně do nízkých jednotek sekund, což odpovídá ofsetové frekvenci maximálně desetiny hertze od nosné. Spektrální analyzátory se tedy hodí spíše pro vyhodnocování krátkodobé frekvenční stability. Pro určování dlouhodobé stability se využívá statistického zpracování časových průběhů frekvenčních nebo časových odchylek pomocí Allanových variancí. Dlouhé měřicí intervaly umožňují větší

přiblížení k nosné. Měřicí systémy pro vyhodnocování dlouhodobé stability nejsou běžně komerčně rozšířeny a jsou vyvíjeny spíše experimentálně pro konkrétní použití.

I přesto, že se problematika fázových šumů a stability oscilátorů řeší již několik desetiletí, je stále nutné se jí zabývat a snažit se jejím studiem lépe postihnout vlivy fázových šumů a možnosti jejich potlačení. Znalosti vlivů těchto šumů pak umožní vyvinout komunikační systémy s lepšími parametry a většími možnostmi. Ty jsou právě díky limitujícím šumovým faktorům v dnešní době dosažitelné s velkou složitostí systému anebo nejsou dosažitelné vůbec.

Dizertační práce je zaměřena na oblast úzkopásmových družicových komunikačních systémů, kde se vliv fázových šumů projevuje mnohem větší měrou, než je tomu u terestrických spojů. Pomocí moderních technologií je možné zkonstruovat velice kvalitní přijímací část systému, u které je velikost vlastních tepelných šumů téměř na fyzikálně dosažitelném minimu. Přijímací anténa pozemního systému je navíc nasměrována do studené oblohy, což výrazně snižuje velikost aditivního tepelného šumu komunikačního kanálu. Celkový aditivní tepelný šum přijímací části systému je tedy omezen na takovou úroveň, že již nemusí být dominantním šumem. Na kvalitě přenosu užitečného signálu se pak může nezanedbatelnou měrou projevovat vliv multiplikativního fázového šumu oscilátorů systému. Pro přenos užitečné informace se využívá pomalých přenosových rychlostí. Nosná vlna, případně pomocná subnosná vlna, je modulována fázovým klíčováním PSK, které umožňuje dosáhnout nejlepších hodnot chybovostí BER při současných nejmenších energetických nárocích. Je zkoumán vliv současného působení multiplikativních fázových šumů oscilátorů systému a aditivního tepelného šumu přijímače na přenášený užitečný signál. Kapitola 2 se zabývá studiem současného stavu problematiky stability frekvenčních zdrojů, možnostmi jejího vyjádření a způsoby jejího měření. V kapitole 3 jsou shrnuty cíle dizertační práce. Kapitola 4 popisuje způsob modelování fázového šumu a prezentuje proceduru pro generování fázovým šumem degradovaného harmonického signálu. Kapitola 5 řeší modelování aditivního tepelného šumu přijímací části systému. V kapitole 6 je uvedeno řešení modelu jednoduchého komunikačního systému v prostředí Ansoft Designer, které poskytuje výchozí poznatky pro vytváření dalších modelů. Kapitola 7 přehledně shrnuje modulační schémata používaná v úzkopásmové družicové komunikaci. Kapitoly 8 a 9 postupně popisují způsoby modelování systému M-PSK na hlavní nosné vlně a systému BPSK na subnosné vlně. Jsou zde uvedeny výsledky simulací a vyvozené závěry.

## 2 Rozbor současného stavu

### Fázový šum

V oblasti vysokofrekvenčních komunikací se vyskytují převážně zdroje harmonických signálů. Jedná se buď o oscilátory generující přímo požadovanou výstupní frekvenci a nebo jsou to oscilátory sloužící jako základ pro frekvenční syntezátory. Ve všech případech je jejich výstupní signál znehodnocen šumem a může být matematicky zapsán jako [1], [2]

$$u(t) = A \cdot \sin(2\pi f_0 t + \psi(t)). \quad (2.1)$$

Jak je uvedeno v předchozí kapitole a dále v [1], je možné aditivní amplitudový šum oscilátoru zanedbat a amplitudu  $A$  považovat za konstantní v čase  $t$ . Nominální frekvence kmitů oscilátoru je  $f_0$ . Složka časově proměnné fáze  $\psi(t)$  zde představuje přítomnost multiplikativního fázového šumu. V případě malých změn fáze  $\psi(t)$  je možné na vztah (2.1) pohlížet jako na úzkopásmovou fázovou modulaci, kde fázové fluktuace  $\psi(t)$  reprezentují modulační signál a  $f_0$  je nosná frekvence.

Měření frekvenční stability oscilátorů se provádí pomocí srovnávací metody, kdy je frekvence měřeného oscilátoru porovnávána s frekvencí referenčního zdroje. Aby byla zaručena přesnost měření, referenční zdroj musím mít alespoň řádově větší stabilitu, než jakou má měřený oscilátor. Nominální frekvence reference je rovna nominální frekvenci měřeného zdroje  $f_0$ . Z porovnání mezi měřeným signálem a referencí je možné získat dvě veličiny používané při vyhodnocování stability. Jednou je relativní změna frekvence  $y(t)$ , pro kterou lze odvodit vztah [2]

$$y(t) = \frac{f(t) - f_0}{f_0} = \frac{1}{2\pi f_0} \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}, \quad (2.2)$$

kde  $f(t)$  je časově proměnná frekvence měřeného zdroje signálu. Protože je fáze rovna časovému integrálu frekvence, je možné odvodit fázové fluktuace  $\psi(t)$  a časové fluktuace  $x(t)$ , mezi nimiž platí relace  $\psi(t) = 2\pi f_0 \cdot x(t)$  [2].

Pro přehlednost je dále vhodné zabývat se zvlášť krátkodobou stabilitou ve frekvenční oblasti a zvlášť dlouhodobou stabilitou v časové oblasti.

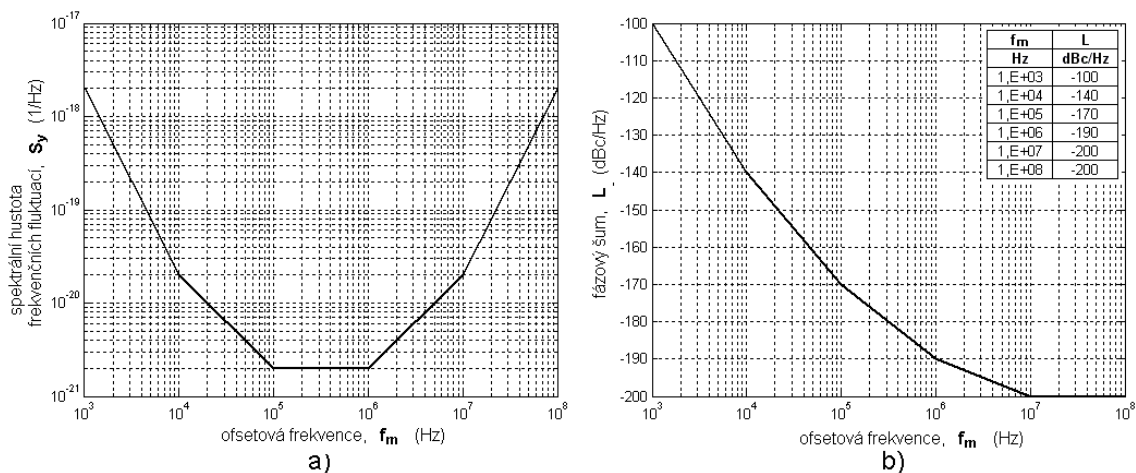
### Vyjádření stability ve frekvenční oblasti

Základním stavebním kamenem popisu stability ve frekvenční oblasti je jednostranná výkonová spektrální hustota frekvenčních fluktuací  $S_y(f_m)$  [2]. Ta se váže na relativní změny frekvence  $y(t)$  z (2.2) a lze ji vyjádřit jako

$$S_y(f_m) = h(\alpha) f_m^\alpha. \quad (2.3)$$

$f_m$  představuje ofsetovou frekvenci, tedy absolutní frekvenční odchylku od nosné  $f_0$ ,  $\alpha$  udává mocninu ofsetové frekvence a  $h(\alpha)$  je převodní charakteristika odpovídající

mocnině  $\alpha$ . Ze zápisu vztahu (2.3) je zřejmé, že se jedná o mocninovou funkci. Mocniny  $\alpha$  jsou celá čísla obvykle z intervalu  $\langle -2, 2 \rangle$ . Charakterizují vlastnosti jednotlivých šumových příspěvků a udávají tedy asymptotický sklon  $S_y(f_m)$ . Na Obr. 2.1 a) je znázorněn průběh zachycující pět základních charakterů šumů podle (2.3).



**Obr. 2.1.** a) Asymptotický průběh spektrální hustoty frekvenčních fluktuací  $S_y(f_m)$ .  
b) Asymptotický průběh fázového šumu  $L(f_m)$ .

Naopak nejběžnější veličinou používanou pro hodnocení stability oscilátorů ve frekvenční oblasti je fázový šum  $L(f_m)$  vyjádřený jako jedno postranní pásmo jednostranné výkonové spektrální hustoty fázových fluktuací  $S_\psi(f_m)$ .  $L(f_m)$  je dán poměrem výkonu šumu měřeného v pásmu o šířce 1 Hz ku výkonu užitečného signálu [1], [3]. Pomocí (2.3) je možné fázový šum  $L(f_m)$  vyjádřit jako

$$L(f_m) = 10 \cdot \log \left[ \frac{1}{2} S_\psi(f_m) \right] = 10 \cdot \log \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{f_0}{f_m} \right)^2 S_y(f_m) \right]. \quad (2.4)$$

Obdobně jako v (2.3) je pro  $S_\psi(f_m)$  případně  $L(f_m)$  možné odvodit asymptotický průběh  $S_\psi(f_m) = h(\beta) f_m^\beta$ . Mocnina  $\beta$  udává sklon asymptotického průběhu  $S_\psi(f_m)$  případně  $L(f_m)$ .  $h(\beta)$  je převodní charakteristika úměrná charakteru šumu tedy mocnině  $\beta$  [2]. Známý frekvenční průběh fázového šumu  $L(f_m)$  je zobrazen na Obr. 2.1 b) a odpovídá průběhu z Obr. 2.1 a). Mezi mocninami  $\alpha$  a  $\beta$  platí vztah  $\alpha = \beta + 2$  [2].

Pět základních šumových charakterů popsaných mocninami  $\alpha$  a  $\beta$  je shrnuto v Tab. 2.1. (Pro porovnání jsou také uvedeny mocniny  $\mu$  asymptotických průběhů Allanových variancí, které budou zmíněny dále.) Jedná se především o bílý (white) a blikavý (flicker) šum [4], které jsou v podstatě zpracovány pomocí fázové, případně frekvenční modulace a nesou proto označení PM, případně FM [3], [5]. Nejblíže nosné frekvenci leží FM šum náhodné změny (random walk FM noise), jehož asymptotický sklon odpovídá mocnině  $\beta = -4$ . Tento šum vyplývá především z fyzického okolí oscilátoru a je tedy ovlivňován například mechanickým chvěním nebo změnami teploty [6]. Mocnině  $\beta = -3$  přísluší blikavý FM šum (flicker FM noise). Ten může být přisuzován samotnému mechanismu kmitání aktivního oscilátoru, komponentům tvořícím tento oscilátor nebo částečně jeho okolnímu prostředí [6]. Bílý FM šum (white FM noise) náleží mocnině  $\beta = -2$  a bývá tvořen v pasivních rezonátorech oscilátorů [6]. Blikavý PM šum (flicker PM noise),  $\beta = -1$ , je generován v okolních elektronických blocích bezprostředně připojených k oscilátoru (zesilovače, frekvenční násobičky) [6].

Bílý PM šum (white PM noise) má plochý průběh  $L(f_m)$  se sklonem  $\beta = 0$ . Jedná se o širokopásmový šum, který nemá praktický žádnou souvislost s mechanizmy rezonance, a je produkován především v zesilovacích stupních [6].

**Tab. 2.1.** Shrnutí mocnin  $\alpha$ ,  $\beta$  a  $\mu$  odpovídajících jednotlivým charakterům šumů

| typ šumu             | mocnina asymptotického průběhu |               |                    |                        |
|----------------------|--------------------------------|---------------|--------------------|------------------------|
|                      | $S_y(f_m)$                     | $S_\psi(f_m)$ | $\sigma_y^2(\tau)$ | $Mod \sigma_y^2(\tau)$ |
|                      | $\alpha$                       | $\beta$       | $\mu$              | $\mu$                  |
| bílý PM šum          | 2                              | 0             | $\approx -2$       | -3                     |
| blikavý PM šum       | 1                              | -1            | -2                 | -2                     |
| bílý FM šum          | 0                              | -2            | -1                 | -1                     |
| blikavý FM šum       | -1                             | -3            | 0                  | 0                      |
| FM šum náhodné změny | -2                             | -4            | 1                  | 1                      |

Postupem času bylo vytvořeno několik modelů popisujících fázové šumy oscilátorů [1], [7]. Nejprve se vycházelo z empirických znalostí chování oscilátorů [1], dále vznikly lineární stacionární [3], cyklostacionární [5] a nelineární [8] modely.

Nejjednodušší model předpokládá *ideální oscilátor* tvořený pouze ideálním bezšumovým aktivním prvkem a paralelním rezonančním obvodem. Jeho ztrátová vodivost představuje jediný zdroj tepelného šumu [1], [9], který se promítne do průběhu fázového šumu jako bílý FM šum. Velikost šumu je nepřímo úměrná činiteli jakosti paralelního rezonančního obvodu a úrovni užitečného signálu [1].

Empirický *Leesonův model* [1] je navíc schopen postihnout blikavý šum aktivního prvku modelovaného jeho šumovým činitelem  $F$ . Pro fázový šum platí stejné úměrnosti jako u ideálního oscilátoru, ale navíc přibyla přímá úměrnost na šumovém činiteli  $F$ . Ten je spolu s mezní frekvencí blikavého šumu [9] zjišťován empiricky.

*Lineární časově invariantní model* LTI [3] dochází ke stejným závěrům jako předchozí Leesonův model. Využívá ale jiného přístupu, kdy záporná efektivní paralelní vodivost slouží k popisu aktivního prvku oscilátoru. Lineární transformace blikavého šumu a následné tvarování rezonanční křivkou paralelního rezonančního obvodu vytváří fázový šum v oblasti nominální frekvence oscilátoru.

*Lineární časově proměnný model* LTV [5] využívá pro popis šumů procesů, u kterých lze nalézt jejich vlastní periodu opakování. Předpokládá se jejich cyklostacionarita. Zkreslení výstupního signálu oscilátoru se odvíjí od času dodávky energie udržující konstantní amplitudu oscilací. Citlivost oscilátoru na tento okamžik je popsána impulsní citlivostní funkcí (ISF), přičemž z hlediska fázových šumů je nejcitlivější okamžik průchodu nulou. Citlivostní funkci je možno rozložit ve Fourierovou řadu a její komponenty jsou pak použity k váhování proudové spektrální hustoty šumu do podoby fázové spektrální hustoty šumu. Ta je fázovou modulací převedena do okolí nominální frekvence oscilátoru [5].

Komplexní nelineární *Demirův model* [8] je možné použít k popisu různých typů oscilátorů (řízených i řídících), kdy se řeší nelineární diferenciální rovnice pomocí vytvořené numerické metody. Stavový prostor je rozložen do dvou částí a zvlášť se vyhodnocuje jak fázová, tak orbitální odchylka.

Výše zmíněné modely slouží spíše pro popis a optimalizaci fázových šumů samotných frekvenčních zdrojů (oscilátorů, frekvenčních syntezátorů). Hodnocení je

zaměřeno na krátkodobou stabilitu ve frekvenční oblasti a hodí se tedy více pro návrh samotného oscilátoru, než pro studium vlivů šumů na celý systém. Zlepšování a optimalizace oscilátoru z hlediska jeho fázového šumu pak vyplývají především z podstaty kmitání daného typu oscilátoru a jeho elektrické konstrukce, což spadá spíše do oblasti mikroelektroniky (například vývoj stabilních nízkošumových aktivních prvků). Charakteristika pomocí mocninných funkcí je však velmi výhodná a je využívána jak pro popis v časové oblasti, tak pro vzájemné konverze mezi frekvenční a časovou oblastí.

### Vyjádření stability v časové oblasti

V časové oblasti se stabilita zdrojů signálů vyhodnocuje na základě statistického zpracování časových závislostí frekvenčních fluktuací  $y(t)$  nebo časových fluktuací  $x(t)$  (2.2) [2]. Standardní rozptyl případně standardní směrodatná odchylka nejsou vhodné pro řešení stability, neboť jsou divergentní pro blikavý šum [2]. Proto bylo vyvinuto několik speciálních typů rozptylů. Z nich nejpoužívanější jsou dvou-vzorkové Allanovy variance  $\sigma_y^2(\tau)$  [2], [10] využívající prvních diferencí  $y(t)$  případně druhých diferencí  $x(t)$ . Časový průběh časových fluktuací  $x(t)$  je nejprve vzorkován se základní vzorkovací periodou  $\tau_0$ . Výslednou hodnotu průměrovacího času  $\tau$  je možné vyjádřit jako

$$\tau = m \cdot \tau_0, \quad (2.5)$$

kde průměrovací faktor  $m$  nabývá celých kladných čísel. Graf s logaritmickým měřítkem obou os slouží k zobrazení závislosti  $\sigma_y^2(\tau)$ . V něm je opět možné nalézt asymptotické části, které odpovídají jednotlivým charakterům šumů. Tuto asymptotickou závislost lze tedy vyjádřit pomocí mocninné funkce

$$\sigma_y^2(\tau) = h(\mu) \tau^\mu, \quad (2.6)$$

kde  $\mu$  udává sklon asymptoty a  $h(\mu)$  je převodní charakteristika úměrná mocnině  $\mu$ . Mezi mocninami  $\alpha$  a  $\beta$  ve frekvenční oblasti a mocninou  $\mu$  v časové oblasti lze najít vztah [2]

$$\mu = -\alpha - 1 = -\beta - 3. \quad (2.7)$$

Tab. 2.1 uvedená výše shrnuje hodnoty mocniny  $\mu$  pro všechny základních typy fázových šumů a dává je do souvislosti s mocninami  $\alpha$  a  $\beta$  podle (2.7).

Obyčejné Allanovy variance [2] představují nejjednodušší formu vyhodnocení frekvenční stability v časové oblasti, která je zároveň nejméně náročná na výpočetní výkon. Pro její stanovení ze souboru hodnot časových fluktuací  $x(t)$  platí

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2} (x_{i+2} - 2x_{i+1} + x_i)^2, \quad (2.8)$$

kde  $N$  určuje celkový počet vzorků v souboru hodnot vybraných z  $x(t)$  pro dané  $\tau$  podle (2.5). Pro danou hodnotu  $\tau$  se používají jen určité následující vzorky, nejsou tedy vybrány všechny možné kombinace [2]. Rozptyl hodnot  $\sigma_y^2(\tau)$  pro velké průměrovací časy  $\tau$  vykazuje zmenšený interval důvěryhodnosti statistického určení.

Pro zvětšení efektivního počtu stupňů volnosti byly zavedeny Allanovy variance s překryvem vzorků [2]. V tomto případě jsou pro dané  $\tau$  počítány všechny kombinace vzorků ze souboru hodnot  $x(t)$  podle

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2m)\tau^2} \sum_{i=1}^{N-2m} (x_{i+2m} - 2x_{i+m} + x_i)^2, \quad (2.9)$$

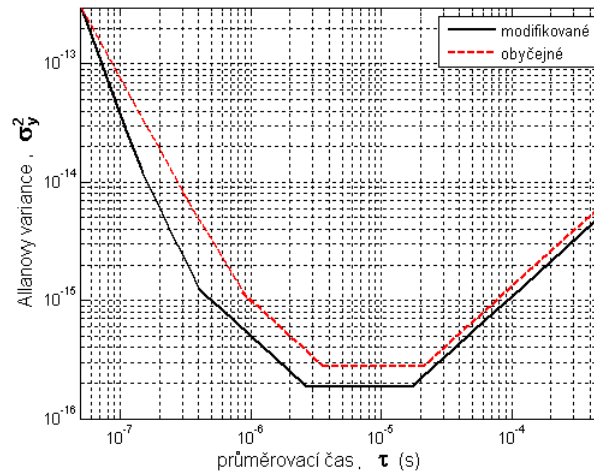
kde  $m$  je průměrovací faktor použitý pro výpočet  $\tau$  podle (2.5). Tento postup způsobí větší vyhlazení konečného průběhu  $\sigma_y^2(\tau)$ , ale zapříčiní nárůst potřebného výpočetního výkonu.

Obyčejné Allanovy variance (viz Tab. 2.1, sloupec  $\sigma_y^2(\tau)$ ) ani Allanovy variance s překryvem vzorků neumožňují odlišit bílý PM a blikavý PM šum. Z tohoto důvodu byly zavedeny modifikované Allanovy variance [2]

$$Mod \sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2m^2\tau^2(N-3m+1)} \sum_{j=1}^{N-3m+1} \left\{ \sum_{i=j}^{j+m-1} (x_{i+2m} - 2x_{i+m} + x_i) \right\}^2. \quad (2.10)$$

Ty navíc využívají průměrování určitého počtu vzorků daného průměrovacím faktorem  $m$ . Výpočetní náročnost je srovnatelná s náročností určování Allanových variancí s překryvem vzorků. Výhodou je rozlišitelnost bílého PM a blikavého PM šumu (viz Tab. 2.1).

Asymptotický průběh obyčejných a modifikovaných Allanových variancí je zachycen na Obr. 2.2. Grafické závislosti jsou odvozeny pro modelové případy zobrazené na Obr. 2.1. Při nastavení průměrovacího faktoru na  $m = 1$  jsou si všechny uvedené typy Allanových variancí rovny.



**Obr. 2.2.** Porovnání průběhů obyčejných a modifikovaných Allanových variancí.

Mezi další způsoby statistického zpracování patří tří-vzorkové Hadamardovy variance [2], které využívají třetích diferencí časového průběhu časových odchylek  $x(t)$ . Jsou schopny zachytit i frekvenční drifts a divergentní šумы odpovídající sklonu  $\alpha = -4$ . Opět existuje verze s překryvem vzorků a modifikovaná verze pro zvýšení intervalu důvěryhodnosti. Pro postihnutí velmi dlouhých průměrovacích časů byly definovány totální variance [2]. Odstraňují symetrii dat  $x(t)$ , kvůli které docházelo k chybám při vyhodnocování Allanových variancí. Statistické zpracování pomocí dvou-vzorkových variancí Thêol [2], které jsou podobné Allanovým variancím, poskytuje lepší věrohodnost výsledků a možnost postihnout maximální délky průměrovacího intervalu při zkrácení potřebné délky vstupního souboru dat  $x(t)$  na 75 %.

Statistické zpracování v časové oblasti pomocí variancí se jeví jako velmi výhodné. Především umožňuje pokrýt velmi dlouhé časové intervaly, a tedy dokáže určit dlouhodobou stabilitu vyšetřovaného systému. Při vhodně zvolené základní vzorkovací periodě je možné pokrýt i oblast krátkodobé frekvenční stability. Nevýhodou je ovšem nárůst objemu dat.

### Převody mezi frekvenční a časovou oblastí

Průběh stability oscilátoru může být zadán nebo změřen buď ve frekvenční, nebo v časové oblasti. Vyjádření v jedné či oné doméně mají své klady a zápory (viz předchozí odstavce) a je proto někdy výhodné provést převod mezi těmito oblastmi a potlačit tak nevýhody předešlého zobrazení. Pro obyčejné a modifikované Allanovy variance existují převodní vztahy mezi časovou a frekvenční oblastí podle [2], [11]

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^{f_h} S_y(f_m) \cdot |H(f_m)|^2 df_m, \quad (2.11)$$

kde  $|H(f_m)|^2$  představuje převodní charakteristiku vzorkovací funkce. Obecně je horní mez integrálu (2.11) plus nekonečno, ale prakticky je rovna horní mezní frekvenci  $f_h$  měřicího systému. Protože je průběh  $S_y(f_m)$  asymptoticky rozdělen do pěti oblastí (platí pro tento případ, viz Tab. 2.1, obecně je počet oblastí roven počtu typů šumů), je možné výpočet integrálu (2.11) také rozdělit a integrovat jednotlivé šumové příspěvky zvlášť podle [2]

$$\sigma_y^2(\tau) = h_{-2} \cdot A \cdot \tau + h_{-1} \cdot B + h_0 \cdot C \cdot \tau^{-1} + h_1 \cdot D \cdot \tau^{-2} + h_2 \cdot E \cdot \tau^{-2}. \quad (2.12)$$

Výsledek je pak dán jejich součtem. Členy  $h_n$  udávají úrovně jednotlivých šumů ve frekvenční oblasti a konstanty  $A, B, C, D$  a  $E$  vyplývají z výpočtu integrálu (2.11). Tyto konstanty jsou pro oba směry přepočtu pro obyčejné i modifikované Allanovy variance uvedeny v [2], [12] a [13]. Přepočet z frekvenční do časové oblasti je jednoznačně dán vztahem (2.11), ale převod není jedna k jedné (několik prvků z definičního oboru určuje právě jednu funkční hodnotu). Při opačném převodu  $\sigma_y^2(\tau)$  z časové oblasti do tvaru  $S_y(f_m)$  do frekvenční oblasti tedy vznikají nejednoznačnosti, které způsobí, že pro jeden průběh  $\sigma_y^2(\tau)$  je možné najít dva různé spektrální průběhy  $S_y(f_m)$ . Tyto nejednoznačnosti jsou řešeny v [14] a [15], kde jsou také uvedeny podmínky a omezení těchto převodů.

### Měření frekvenční stability oscilátorů

Ve frekvenční oblasti se pro měření fázového šumu  $L(f_m)$  nejčastěji využívá moderních spektrálních analyzátorů.

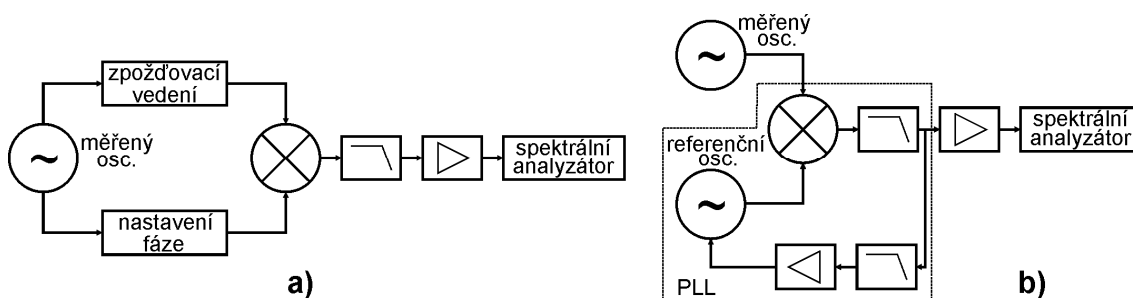
*Přímé měření* [16], [20] přímo zjišťuje šumový výkon na dané ofsetové frekvenci. Je zde několik omezení a podmínek [19]. Drift měřeného oscilátoru musí být menší než rozmítací čas spektrálního analyzátoru a navíc šumové pozadí jeho lokálního oscilátoru musí být mnohem menší, než je šum měřeného oscilátoru. Další metody měření ve frekvenční oblasti rozšiřují použití spektrálního analyzátoru o pomocné obvody, díky kterým lze dosáhnout lepších výsledků (především zvětšení dynamiky měření a zvětšení frekvenčního rozsahu).

*Frekvenční diskriminátor* tvořený zpožďovacím vedením [17], [20] fázově posouvá měřený signál. Ten je směřován přímo s měřeným signálem a výsledek, který je úměrný



změnám frekvence, se po úpravách v dolní propusti a zesilovači zobrazuje na spektrálním analyzátoru (viz Obr. 2.3 a)).

*Kvadrurní měření* (Obr. 2.3 b)) [17], [19], případně *kvadrurní měření s korelací* [17], [20] využívá smyčky fázového závěsu, která udržuje měřený signál v kvadratuře s externí referencí. Nevýhodou je nutnost jednoho, případně dvou dalších oscilátorů. Jejich šumové parametry musejí být minimálně řádově lepší, než je šum samotného měřeného oscilátoru. Výhodou je zvětšení dynamického rozsahu a možnost měření na nízkých ofsetových frekvencích. Měřením ve frekvenční oblasti nelze postihnout extrémně nízké ofsetové frekvence, tedy frekvence velmi blízko nosné (v současné době do jednotek hertzů od nosné). Tímto způsobem pak není možné vyjádřit dlouhodobou frekvenční stabilitu zdroje signálu.



**Obr. 2.3.** Měření fázového šumu ve frekvenční oblasti a) frekvenční diskriminátor, b) kvadrurní měření.

V časové oblasti se měří Allanovy variance udávající dlouhodobou stabilitu oscilátoru. Ve skutečnosti jsou v časové oblasti měřeny frekvenční, fázové nebo časové odchylky, pomocí kterých jsou pak Allanovy variance vyjádřeny.

Nejjednodušší je přímé *měření časových intervalů pomocí čítače* (Time-interval counter method) [17], [20]. Čítačem je měřen časový rozdíl dvou oscilátorů, referenčního a testovaného, jejichž nominální frekvence jsou velmi blízké. Výsledkem je maximální akumulovaná fázová chyba. Zde ovšem může dojít k překročení jednoho cyklu a čítač načítá periodicky od počátku. Potlačení tohoto nedostatku lze dosáhnout podělením obou signálů stejným faktorem, čímž se rozšíří časový interval, než dojde k překročení fázového cyklu. Výhodou je přímý výstup fázové chyby a pokrytí širokého rozsahu frekvencí. Za nevýhodu lze označit malé rozlišení a nemožnost měření velmi krátkých časových úseků.

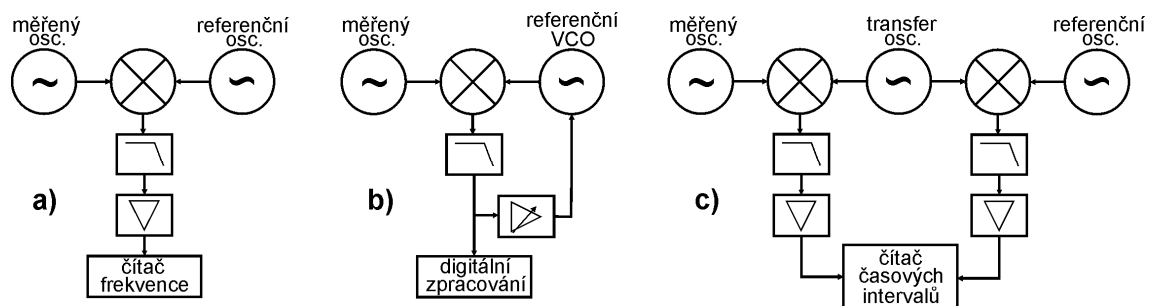
*Měření periody signálu pomocí čítače* [17] umožňuje charakterizovat stabilitu zdrojů signálu i s malou nominální frekvencí. Výsledkem je celková akumulovaná fáze. Hlavním požadavkem je, aby byl čítač schopen neustálého měření bez přerušení (dead time). Opatření spočívá v použití dvou čítačů (chronograph) [17]. Nastane-li u jednoho čítače přerušení cyklu čítání a zpracovávání dat, funkci přebírá čítač druhý.

Pomocí *záznějové metody* (Heterodyne method) [17] je možné vyšetřovat velmi stabilní oscilátory, kdy je třeba měřit velmi malé hodnoty frekvenčních, případně časových fluktuací (viz Obr. 2.4 a)). Záznějový signál vzniká směřováním signálu měřeného oscilátoru s referenčním signálem (normálem), které mají velmi blízké nominální frekvence. Frekvence zázněje je pak nízká (rozdíl frekvencí měřeného a referenčního zdroje), vhodná pro měření pomocí čítače periody. Rozlišovací schopnost této měřicí metody je úměrná záznějovému faktoru [16] (heterodyne factor), který je dán podílem

referenční a záznejové frekvence. Je možné měření i velmi krátkých časových intervalů. Nevýhodou je nutnost přesného referenčního zdroje, metoda je tedy určena pouze pro určitou nominální frekvenci. Změna frekvence vyžaduje jiný referenční zdroj signálu. Formát výstupních dat není vhodný pro přímý výpočet Allanových variancí, je nutné předzpracování.

*Metoda volně zavěšené smyčky fázového závěsu* (Loose phase-locked loop method) [16] využívá napětím řízený referenční oscilátor, jehož signál je směřován se signálem měřeného zdroje (viz Obr. 2.4 b)). Signály na vstupech směšovače jsou v kvadratuře, což odpovídá nulové střední hodnotě napětí na jeho výstupu (nulová frekvence záznejje). Okamžité napěťové fluktuace jsou úměrné fázovým fluktuacím, které jsou pak snímány a zpracovány vhodným systémem (A/D převod, výpočet Allanových variancí). Systém vyžaduje přesné nastavení filtru smyčky, kvalitní směšovač, nízkošumový zesilovač a nízkošumový řízený referenční oscilátor.

*Metoda měření časových odchylek pomocí dvojího směšování* (Dual mixer time difference method) [16], [17] je v dnešní době považována za nejpreciznější, umožňující měření a srovnávání velmi stabilních zdrojů signálů se stejnými nominálními frekvencemi. Pomocí čítače časových intervalů je měřena relativní fáze záznejových signálů vznikajících ve dvojici směšovačů. Ty jsou řízeny běžnou referencí (transfer oscilátorem) s určitou ofsetovou frekvencí vůči dvojici oscilátorů, jednoho přesného referenčního (srovnávacího normálu) a druhého měřeného, jak je blokově zobrazeno na Obr. 2.4 c). Běžnou referencí je myšlen oscilátor případně syntezátor, který nemusí být nutně extrémně přesný, koherentní ani nízkošumový, neboť jeho vliv se vyruší prostřednictvím měřicího procesu. Dalšími výhodami jsou vysoké rozlišení, nízký šumový práh celého systému a výstupem jsou přímo měřené fázové fluktuace. Je možné pouze měření signálů se stejnou frekvencí jakou má referenční oscilátor. Nevýhodou je také složitost systému.



**Obr. 2.4.** Měření frekvenční stability v časové oblasti pomocí a) záznejové metody, b) volně zavěšené PLL, c) metody dvojího směšování (DMTD).

Popsané metody ukazují způsob získání frekvenčních, fázových, případně časových fluktuací, které, ještě před samotným uplatněním při výpočtu Allanových variancí, musejí být vhodně předzpracovány (A/D převod – vzorkování a kvantování) pro následné digitální zpracování a vyhodnocení. Obecně lze říci, že v časové rovině je možné postihnout i oblast krátkodobé stability měřeného zdroje signálu. Záleží v podstatě na vzorkovací frekvenci systému, tedy jak krátký okamžik je možné rozlišit a zpracovat bez systémových režijních zpoždění.

Důležitým krokem každého měření jak v časové, tak ve frekvenční oblasti je také kalibrace měřicího systému [18]. Je třeba zhodnotit a vyrovnat šумы samotné měřicí soustavy tak, aby se jejich vliv neprojevil ve výsledku měření.

### 3 Cíle dizertace

Problematika fázových šumů a frekvenční stability zdrojů signálů v komunikačních systémech je zkoumána již poměrně dlouhou dobu. I přes to se v této oblasti nachází mnoho nejasností, které zatím nebyly úplně vyřešeny. Jedna z nich se naskytá v oblasti družicových komunikačních systémů, kde má úroveň šumů rozhodující vliv na vlastnosti rádiového komunikačního spoje. V zásadě rozlišujeme dva druhy šumů. Prvním z nich je AWGN, tedy aditivní, bílý, gaussovský šum, jenž je charakteristický pro přijímací stranu systému. Druhým je multiplikativní, především fázový šum, který vzniká v oscilátorech celého komunikačního řetězce. Při dálkovém, extraterestrickém spojení se řeší výkonová nedostatečnost užitečného signálu zužováním šířky pásma přenosového kanálu. Tím se eliminuje především šum prvního druhu – AWGN a je otázkou, při jaké šířce pásma začne převládat v daném systému šum fázový. Cíle dizertační práce by se tedy daly formulovat následovně:

- Na základě studia vlastností fázových šumů, možností jejich vyjádření a přepočtů ve frekvenční a časové oblasti vytvořit model užitečného signálu degradovaného aditivním i multiplikativním šumem.

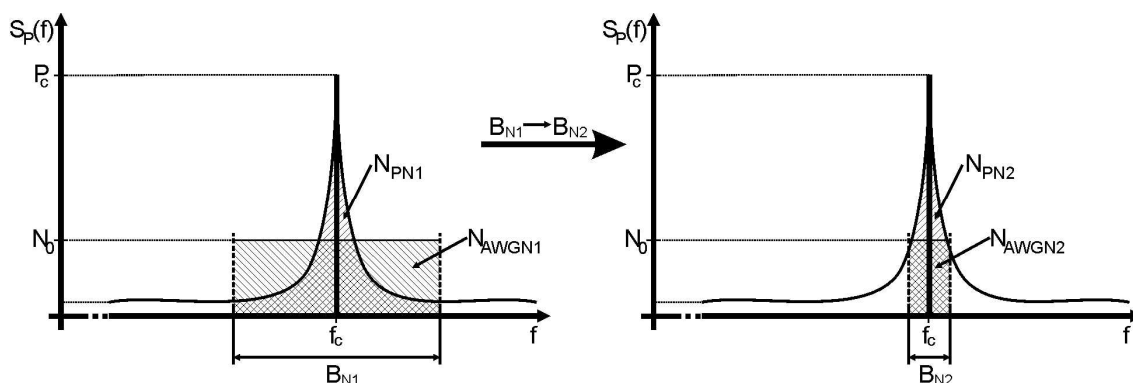
V prvé řadě půjde o vytvoření modelu signálu oscilátoru znehodnoceného fázovým šumem, který by měl být schopen pokrýt všechny základní typy fázového šumu (viz Obr. 2.1 b) a Tab. 2.1). S jeho pomocí pak bude možné dostatečně přesně modelovat signály jednotlivých oscilátorů v celém komunikačním řetězci (viz dále, kapitola 4).

Následně bude nutné vyhodnotit vliv aditivního tepelného šumu na přijímací straně komunikačního řetězce a tento šum vhodným způsobem aplikovat na přenášený užitečný signál (tuto problematiku řeší kapitola 5).

Ve výsledku vznikne celkový model užitečného signálu, který bude degradován oběma typy šumů.

- S použitím výše zmíněného modelu zkoumat vliv redukce šířky pásma na změny  $SNR$  při přítomnosti obou typů šumů. Výzkum bude zaměřen především do oblasti družicových komunikačních systémů, kde se pro přenos užitečných signálů nejčastěji využívá fázové klíčování nosné vlny.

Půjde tedy o vytvoření modelu celého komunikačního řetězce s PSK, ve kterém budou zakomponovány výše zmíněné modely šumů. Cílem bude kvantifikovat hypotézu, že při postupně klesající šířce pásma začne převládat fázový šum, jak je zjednodušeně naznačeno na Obr. 3.1.



**Obr. 3.1.** Předpokládaný vliv redukce šířky pásma přenosového kanálu na výkonovou úroveň aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu.

Při zmenšování šířky pásma dochází ke snižování výkonu aditivního tepelného šumu a zároveň k přibližování do okolí nosného kmitočtu, kde ovšem stoupá úroveň postranních pásem multiplikativního fázového šumu. Při zmenšení šířky pásma se předpokládá srovnání vlivů obou typů šumů. Další zmenšení šířky pásma (např. až na  $B_{N2}$ ) by podle předpokladů mělo vést k převýšení vlivu fázového šumu nad šumem tepelným (viz Obr. 3.1).

- Rozšířit výše zmíněný model i na případy, kdy je právě z důvodů potlačení fázových šumů použito fázové klíčování subnosné vlny. Půjde o vyšetřování vlivů redukce šířky pásma (podobně jako v předchozím bodě) a velikosti frekvenčního offsetu subnosné vlny na parametry systému.

## 4 Modelování užitečného signálu s fázovým šumem

Pro vytvoření simulačního modelu fázovým šumem degradovaného signálu oscilátoru je výhodné odvození jeho podílu ve výsledném signálu pomocí komplexního sinusového signálu [21]. Pro jednoduchost se předpokládá jednotková velikost amplitudy tohoto signálu. Komplexní sinusoidu lze popsat podle

$$u(t) = 1 \cdot e^{j(2\pi f_0 t + \psi(t))} = 1 \cdot e^{j(2\pi f_0 t)} \cdot e^{j(\psi(t))}, \quad (4.1)$$

kde v souladu se značením v kapitole 2  $f_0$  je nominální frekvence oscilátoru a  $\psi(t)$  představuje časově proměnné fázové fluktuace úměrné fázovému šumu. Za předpokladu malé změny  $\psi(t)$  lze (4.1) pomocí zjednodušení a matematických úprav uspořádat do tvaru (pro malé  $\psi(t)$  je možné psát  $\cos(\psi(t)) \cong 1$  a  $\sin(\psi(t)) \cong \psi(t)$ )

$$u(t) \cong [\cos(2\pi f_0 t) - \psi(t)\sin(2\pi f_0 t)] + j[\sin(2\pi f_0 t) + \psi(t)\cos(2\pi f_0 t)]. \quad (4.2)$$

Vztah (2.1) z kapitoly 2 odpovídá imaginární části (4.2). Je zřejmé, že fázové fluktuace  $\psi(t)$  vyjadřující fázový šum násobí užitečný signál, jedná se tedy o multiplikativní formu šumu. Tento postup bude využit dále při sestavení simulačního modelu a bude-li v této kapitole použito označení zašuměný signál, je tím myšleno signál degradovaný fázovým šumem.

### 4.1 Proces generování fázovým šumem znehodnoceného signálu

Simulační procedura je vyvinuta v prostředí Matlab. Nejprve je vygenerován ideální referenční signál v podobě komplexní sinusoidy. Odpovídá v podstatě vztahu (4.1), kdy jsou fázové fluktuace  $\psi(t)$  nulové. Tento signál je charakterizován svou nominální frekvencí  $f_0$ . Dále je třeba zvolit vzorkovací frekvenci systému  $f_{sam}$ , neboť se jedná o diskrétní vyjádření signálů.

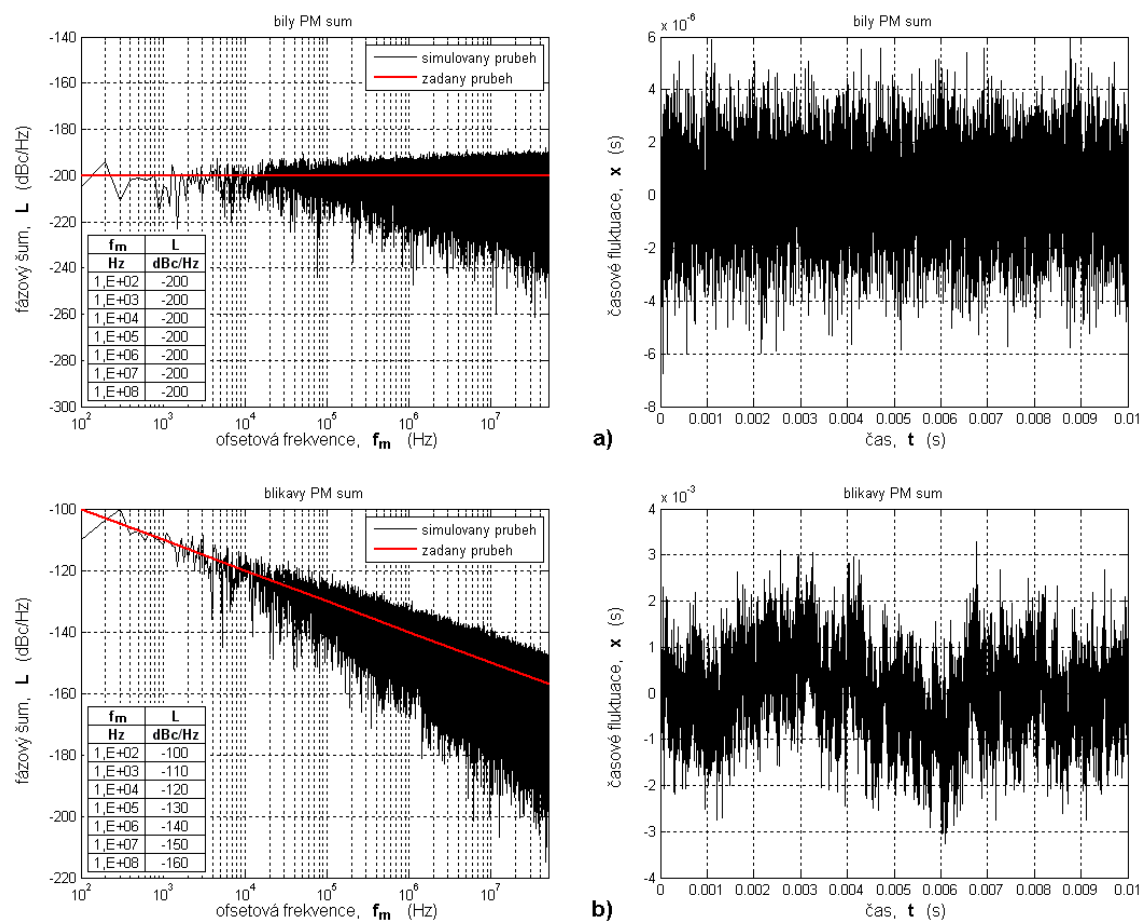
Základem pro vytvoření zašuměného signálu je znalost průběhu fázového šumu  $L(f_m)$  ve frekvenční oblasti [21]. Ten vyplývá z požadavku zadání pro simulaci daných charakterů šumů (viz Tab. 2.1), případně z měření fázového šumu ve frekvenční oblasti. Průběh je určen význačnými body tvořícími výsledný asymptotický průběh fázového šumu (například podle Obr. 2.1 b)). Hodnoty šumových výkonů příslušejí daným ofsetovým frekvencím.

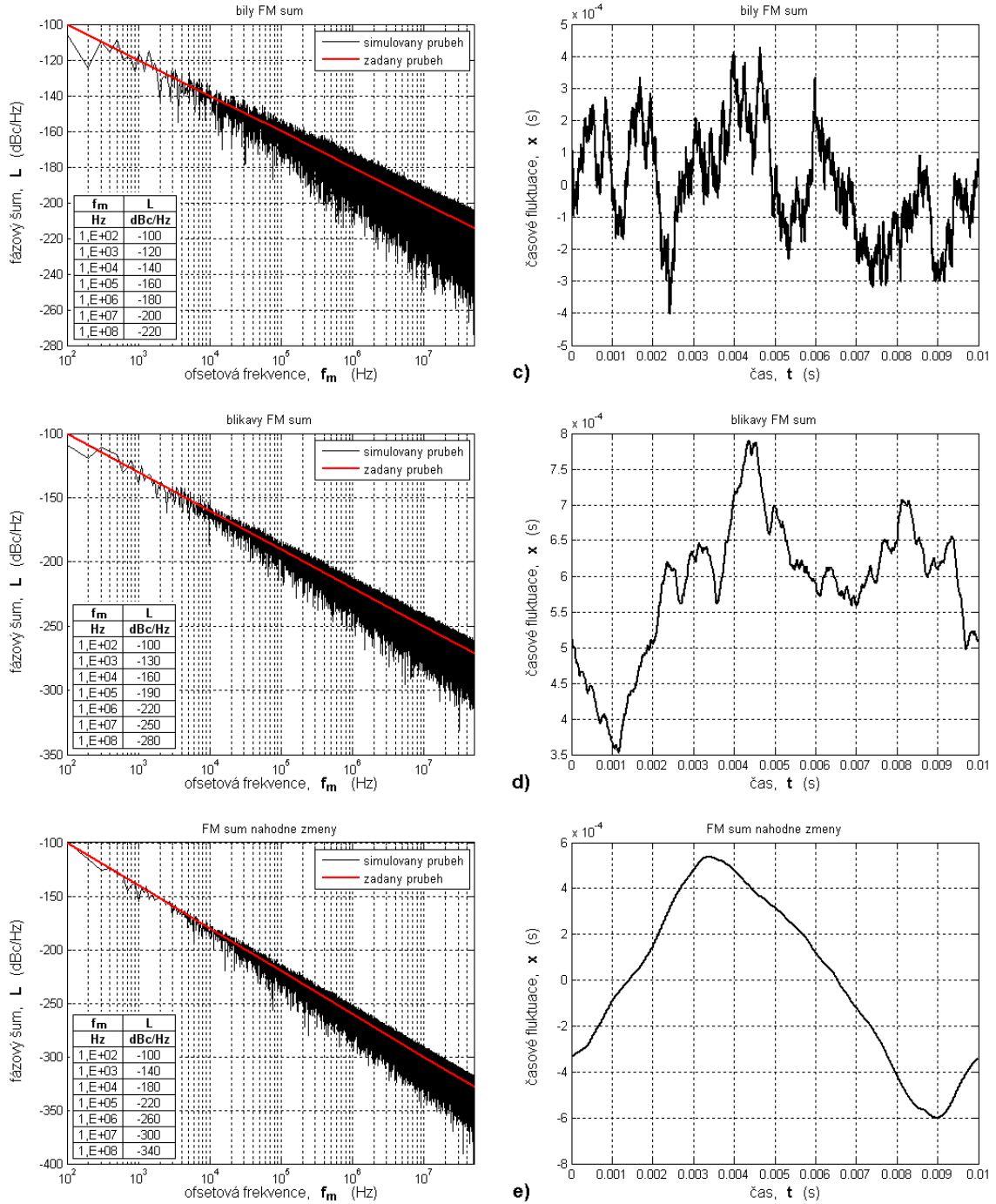
Asymptotický průběh je mezi zadanými body interpolován lineární funkcí tak, aby byly získány vzorky s konstantním frekvenčním rozestupem. Počet vzorků interpolovaného fázového šumu musí být přesně určen. Ve frekvenční oblasti přímo odpovídá poloviční délce signálu, který má být vytvořen. Vyplývá to jednak ze skutečnosti, že fázový šum je vyjádřením jednoho postranního pásma jednostranné spektrální hustoty fázových fluktuací (2.4), a dále z použití rychlé inverzní Fourierovy transformace IFFT pro přechod z frekvenční do časové oblasti.

Šum představuje stochastický proces s určitým rozdělením pravděpodobnosti. Pro znáhodnění je vygenerován komplexní vektor aditivního bílého Gaussovského šumu (AWGN) s jednotkovým výkonem, který je vzorek po vzorku vynásoben s interpolovaným průběhem zadaného fázového šumu. Pro kompletní popis ve frekvenční oblasti je vytvořena komplexně sdružená replika  $L(f_m)$  pro získání druhého postranního pásma [21].

Pomocí IFFT je upravený průběh fázového šumu  $L(f_m)$  převeden do časové oblasti, kde je získána časová závislost fázových fluktuací  $\psi(t)$ . V tomto okamžiku jsou k dispozici obě komponenty pro vytvoření výsledného zašuměného signálu podle vztahu (4.1). Je-li potřeba sinusového, případně kosinusového signálu, je možné vzít pouze reálnou, případně pouze imaginární složku výsledku (4.1).

Průběhy na Obr. 4.1 ukazují výsledky simulací pro jednotlivé charakteristiky šumů (viz Tab. 2.1). Ve frekvenční oblasti (znázorněno vlevo) jsou zachyceny průběhy fázového šumu definovaného pomocí několika význačných bodů (dány tabulkou u každého grafu) a dále průběhy simulovaného fázového šumu. Jím po převedení do časové oblasti odpovídají časové průběhy časových fluktuací  $x(t)$  jednotlivých typů šumů (znázorněno vpravo), které jsou úměrné fázovým fluktuacím podle vztahu (2.2). Pro simulace byly použity následující parametry nominální frekvence oscilátoru  $f_0 = 10$  MHz a vzorkovací frekvence  $f_{sam} = 100$  MHz.





**Obr. 4.1.** Časové průběhy časových fluktuací  $x(t)$  odpovídající jednotlivým charakterům šumů z Tab. 1.1 definovaným pomocí fázového šumu  $L(f_m)$  ve frekvenční oblasti,  
 a) bílý PM šum, b) blikavý PM šum, c) bílý FM šum,  
 d) blikavý FM šum, e) FM šum náhodné změny.

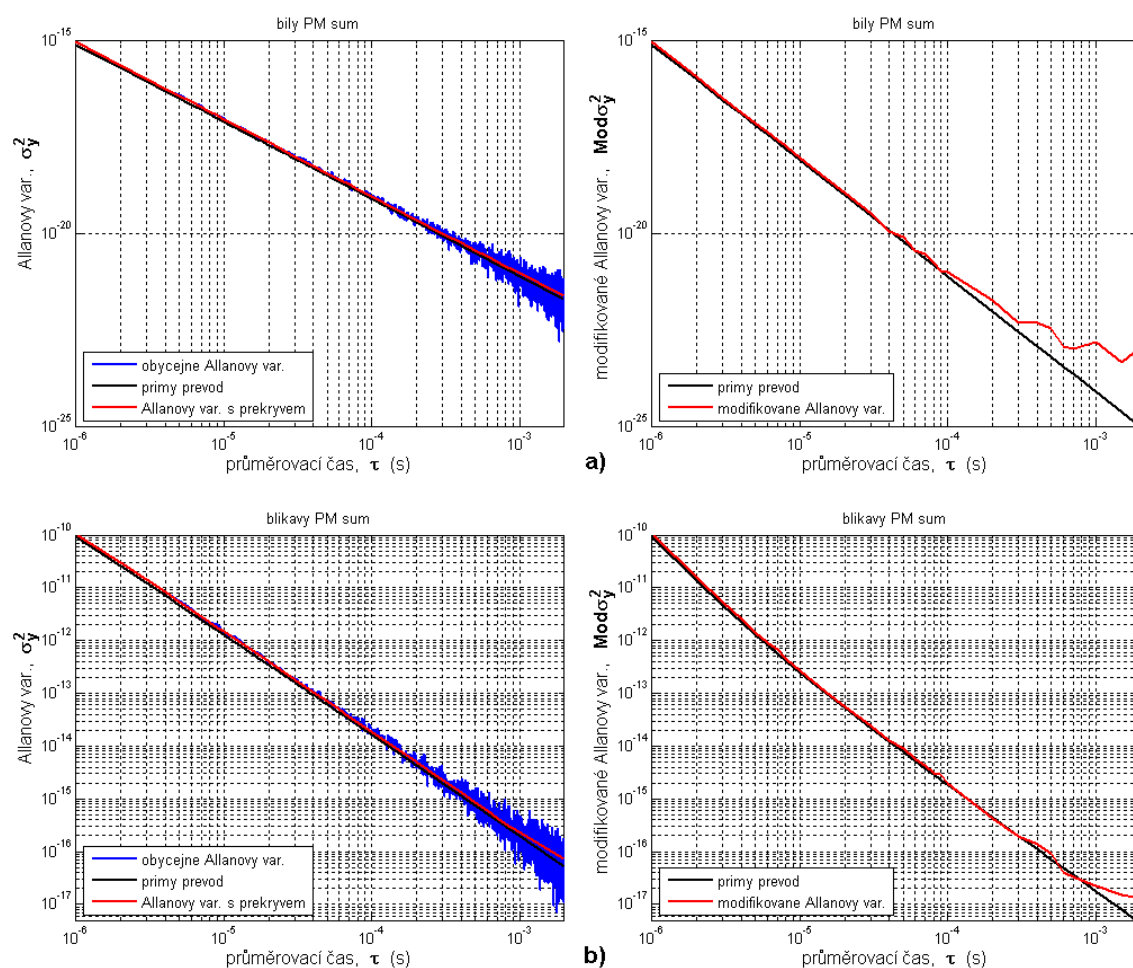
Protože se tento signál využívá pro vyhodnocování dlouhodobé frekvenční stability, je nutné jeho generování v dlouhých časových intervalech. Zde nastává problém s velikostí operační paměti výpočetní stanice, která nestačí pro pokrytí velkého množství vzorků dlouhého signálu. Z tohoto důvodu je generování rozděleno do částí. Vždy je vytvořen zašuměný signál maximální možné zpracovatelné délky a tato procedura se opakuje tolikrát, dokud není dosaženo požadované délky signálu. Toto opakování postupu ovšem vnáší do generovaného signálu nespojitosti v místech

spojování dílčích úseků, což se velmi negativně projevuje dále při vyhodnocování frekvenční stability. Tento problém je vyřešen vhodným fázovým posunutím následujícího připojovaného úseku tak, aby byl přechod plynulý bez fázových skoků.

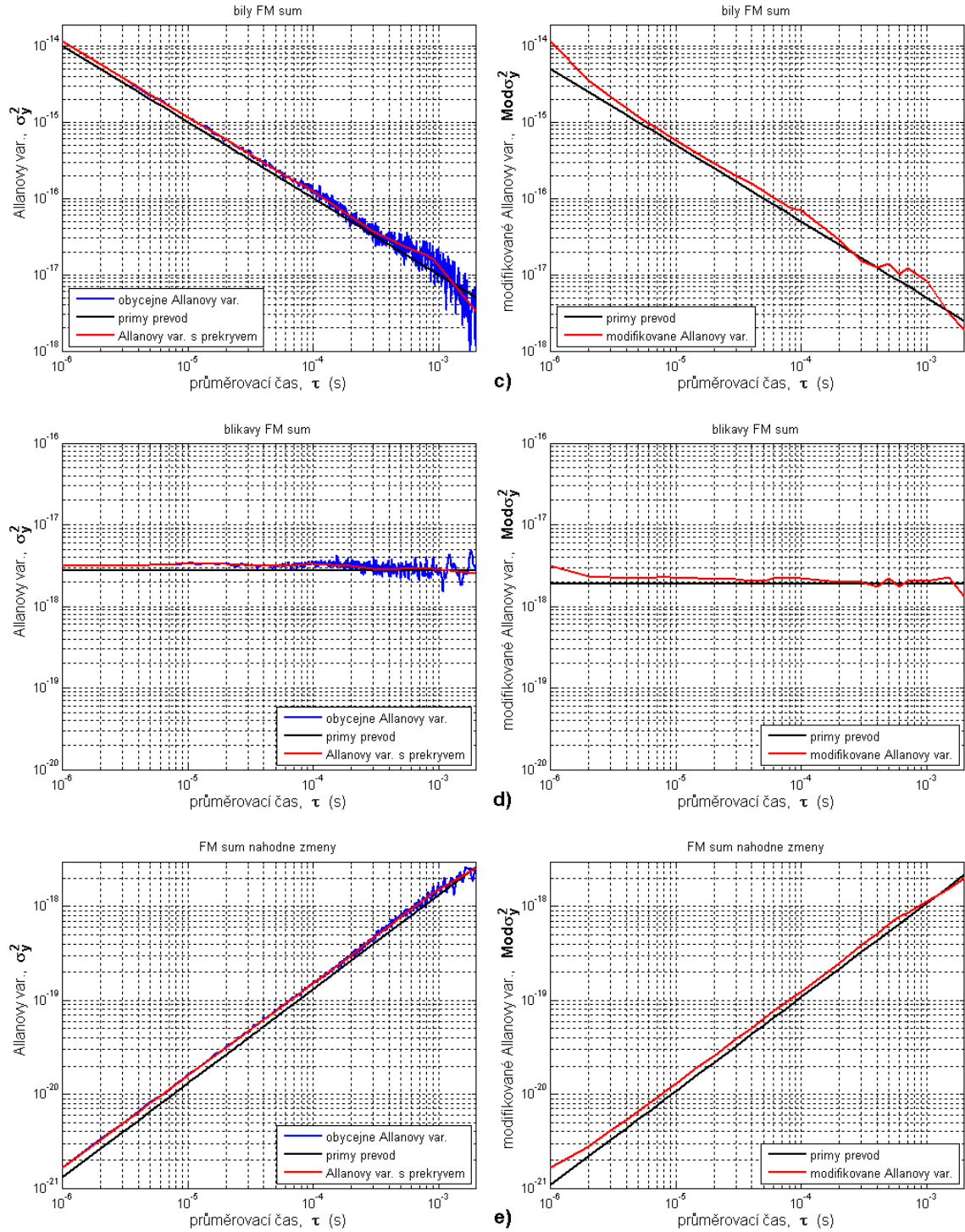
## 4.2 Zpracování šumem znehodnoceného signálu

Výše popsaná procedura vytváří v časové oblasti fázovým šumem degradovaný signál oscilátoru. Pro výpočet Allanových variancí (2.8) až (2.10) je třeba určit časové fluktuace měřeného signálu vztažené vůči referenci. Srovnávání se provádí na základě průchodů těchto signálů nulou. Tento postup je poměrně jednoduše realizovatelný (jak softwarově v simulacích, tak hardwarově v reálném měření) a právě okamžiky průchodu signálu nulou vypovídají o fázových šumech největší měrou [1]. Tam, kde díky vzorkování není nalezen přesný průchod signálu nulou, je použita lineární interpolace mezi dvěma sousedními vzorky, z nichž jeden je kladný a druhý záporný. Časové okamžiky průchodu nulou referenčního a zašuměného signálu jsou od sebe odečteny a určují přímo časové fluktuace  $x(t)$  vztažené k vyhodnocovanému zašuměnému signálu [22].

Pomocí uvedeného postupu byly provedeny samostatné simulace pro dílčí charakteristiky šumů (uvedeny v Tab. 2.1), které byly zadány ve frekvenční oblasti tak, jak to odpovídá levým průběhům na Obr. 4.1.







**Obr. 4.2.** Vypočtené průběhy obyčejných Allanových variancí a Allanových variancí s překryvem vzorků (vlevo) a modifikovaných Allanových variancí (vpravo) pro  
 a) bílý PM šum, b) blikavý PM šum, c) bílý FM šum,  
 d) blikavý FM šum, e) FM šum náhodné změny.

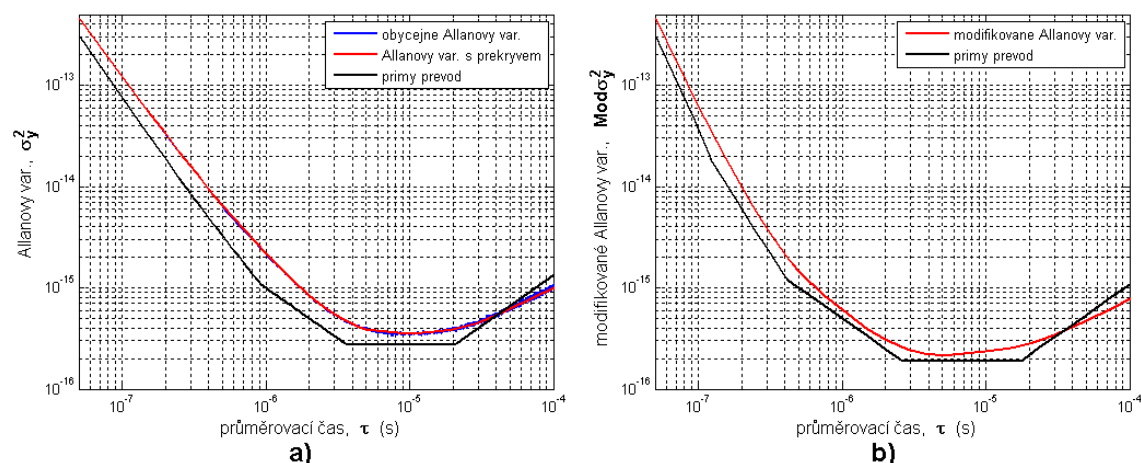
Časové fluktuace  $x(t)$  (viz Obr. 4.1 průběhy vpravo) byly využity pro výpočty obyčejných Allanových variancí a Allanových variancí s překryvem vzorků (viz Obr. 4.2 vlevo) a také pro výpočty modifikovaných Allanových variancí (viz Obr. 4.2 vpravo). Všechny závislosti jsou doplněny o odpovídající průběhy vypočtené pomocí

přímého převodu z frekvenční do časové oblasti. Horní mezní frekvence systému ve (2.11) je rovna polovině vzorkovací frekvence  $f_h = 50$  MHz.

Jak již bylo zmíněno v kapitole 2, obyčejné Allanovy variance nejsou schopny rozlišit mezi bílým PM a blikavým PM šumem. To je viditelně znázorněno na levých průbězích Obr. 4.2 a) a b), kdy je v obou případech asymptotický sklon  $\mu \approx -2$  a  $\mu = -2$ . Z tohoto důvodu byly pro simulované průběhy vypočteny také modifikované Allanovy variance. Zde se potvrdilo, že umožňují rozlišení mezi bílým PM a blikavým PM šumem (viz Obr. 4.2 a) a b) průběhy vpravo). Asymptotické sklony pro tyto možnosti jsou  $\mu = -3$  a  $\mu = -2$ . Všechny průběhy na Obr. 4.2 dále ukazují dobrou shodu mezi výpočty pomocí přímého převodu a mezi výpočty ze simulovaných signálů. Allanovy variance s překryvem vzorků mají pro větší průměrovací časy  $\tau$  mnohem hladší průběh a vykazují tak lepší interval důvěryhodnosti než obyčejné Allanovy variance. Toto zlepšení je ovšem zapláceno mnohem vyššími nároky na výkon výpočetní stanice.

### 4.3 Komplexní model signálu oscilátoru znehodnoceného fázovým šumem

Pro ověření funkčnosti modelu signálu oscilátoru degradovaného fázovým šumem s více šumovými charakterystikami byl v časové oblasti nasimulován signál, jehož šumové vlastnosti odpovídají asymptotickému průběhu fázového šumu  $L(f_m)$  zobrazenému na Obr. 2.1 b) [23]. Je zde zachyceno všech pět základních charakterů šumů, které jsou shrnuty v Tab. 2.1. Tento zašuměný signál byl zpracován do podoby časových fluktuací  $x(t)$ , které byly dále statisticky vyhodnoceny pomocí Allanových variancí. Výsledky jsou zobrazeny na Obr. 4.3 při  $f_0 = 10$  MHz a  $f_{sam} = 100$  MHz.



**Obr. 4.3.** Vyhodnocení stability signálu oscilátoru s průběhem fázového šumu podle Obr. 2.1 b) pomocí a) obyčejných Allanových variancí a Allanových variancí s překryvem, b) modifikovaných Allanových variancí.

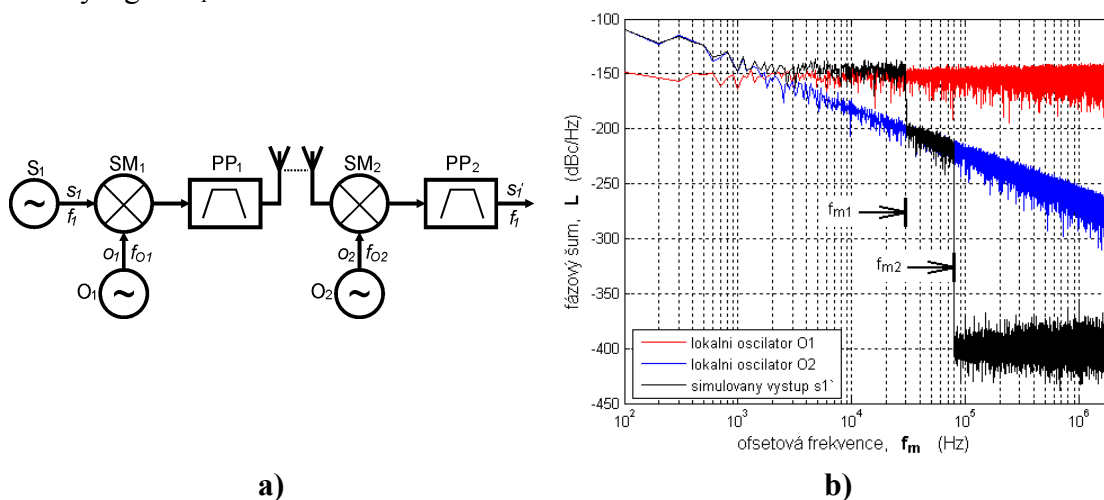
Podle teoretických poznatků (viz kapitola 2) byl očekáván takový průběh Allanových variancí, který by se blížil asymptotickému průběhu z Obr. 2.2. Jak je vidět ze znázornění na Obr. 4.3, výpočty ze simulací se velmi dobře shodují s výsledky získanými pomocí přímého převodu (2.12). Opět se potvrdila schopnost modifikovaných Allanových variancí rozlišit bílý PM a blikavý PM šum, které odpovídají malým průměrovacím časům  $\tau$ . Průběh  $Mod\sigma_y^2(\tau)$  pro malé  $\tau$  má větší

strmost odpovídající asymptotě (viz Obr. 4.3 b)), než jak je to u obyčejných Allanových variancí (viz Obr. 4.3 a)). V obou případech dochází k odchylkám pro dlouhé průměrovací časy  $\tau$ . Tento jev je způsoben klesající délkou souboru vzorků  $x(t)$ , které mohou být využity pro výpočet Allanových variancí. Odchytky dále vyplývají ze samotného algoritmu generování fázovým šumem degradovaného signálu. Ten je v časové oblasti složen ze stejně dlouhých úseků, což vnáší do simulovaného signálu určité periodicity, které zapříčiňují pokles průběhu Allanových variancí proti výsledkům získaným přímým převodem. V tomto místě se nachází jedna z možností vylepšení algoritmu. Odstranění nedostatků spojených s odchýlením průběhu Allanových variancí a možnost postihnouti mnohem delších průměrovacích časů  $\tau$ , které lépe charakterizují dlouhodobou stabilitu oscilátoru.

#### 4.4 Zjednodušený model komunikačního systému

V předchozích odstavcích popsaný model imaginárního oscilátoru, jehož výstupní signál je znehodnocen definovaným průběhem fázového šumu, je využit jako lokální oscilátor jednoduchého komunikačního řetězce, jak je znázorněno na Obr. 4.4 a). Tento základní případ se snaží ilustrovat možnosti vyšetřování vlivu fázového šumu a frekvenční stability signálových zdrojů na parametry komunikačního řetězce [24].

Všechny bloky tohoto řetězce jsou považovány za ideální, až na zmíněné lokální oscilátory. Ve vysílači je obsažen lokální oscilátor  $O_1$ , pomocí kterého se ve směšovači  $SM_1$  provádí směšování užitečného signálu  $s_I$  do vysokofrekvenčního pásma. Pásmová propust  $PP_1$  vybírá ze dvou vysměšovaných harmonických komponent vyšší pásmo. Signál se pak přenáší ideálním bezztrátovým a bezšumovým kanálem. Na přijímací straně je signál frekvenčně přeložen směšovačem  $SM_2$  dolů do základního pásma pomocí lokálního oscilátoru  $O_2$  přijímače. Pásmová propust  $PP_2$  potlačuje nežádoucí produkty směšování a vybírá pouze pásmo užitečného signálu. Zde se odebírá výstupní užitečný signál  $s_I'$ .



**Obr. 4.4.** Zjednodušený model komunikačního systému, a) jeho blokové schéma, b) vliv fázových šumů jednotlivých oscilátorů na výstupní signál.

Užitečný signál  $s_I$  má frekvenci 100 kHz a jeho šumové pozadí je 150 dB pod úrovní užitečného signálu. Oba oscilátory  $O_1$  a  $O_2$  mají stejnou nominální frekvenci  $f_{O1} = f_{O2} = 10$  MHz, ale jsou znehodnoceny různým průběhem fázového šumu. Signál

oscilátoru  $O_1$  je zašuměn bílým PM šumem s plochým spektrálním průběhem o úrovni  $-150$  dBc/Hz. Oscilátor  $O_2$  je znehodnocen FM šumem náhodné změny s asymptotickým sklonem  $-40$  dB/dekádu začínajícím na ofsetové frekvenci  $100$  Hz s úrovní  $-100$  dBc/Hz (viz Obr. 4.4 b)). Pásmové propusti mají ideální obdélníkový tvar přenosové charakteristiky, šířka pásma  $PP_1$  je  $\pm 30$  kHz okolo  $f_{o1}+f_l$  a šířka pásma  $PP_2$  je  $\pm 80$  kHz okolo  $f_l$ . Vzorkovací frekvence pro diskrétní zpracování  $f_{sam} = 100$  MHz.

Obr. 4.4 b) ukazuje průběhy fázového šumu obou lokálních oscilátorů  $O_1$  a  $O_2$  a spektrální průběh jednoho postranního pásma signálu  $s_1'$ . Ten je závislý jak na průběhu fázového šumu obou lokálních oscilátorů, tak na šířce pásma obou pásmových propustí. V blízkosti nosné až do horní mezní frekvence  $f_{m1}$  pásmové propusti  $PP_1$  je výsledný šum roven vektorovému součtu fázových šumů obou lokálních oscilátorů. V pásmu mezi horní mezní frekvencí  $f_{m1}$   $PP_1$  a horní mezní frekvencí  $f_{m2}$   $PP_2$  výsledný šum odpovídá pouze fázovému šumu lokálního oscilátoru  $O_2$ .

## 4.5 Závěr

Tato kapitola prezentuje simulační proceduru, pomocí níž je možné v časové oblasti získat časový průběh fázových fluktuací, který slouží k degradaci harmonického signálu (např. harmonické nosné vlny). Vstupními parametry jsou výkony SSB fázového šumu zadane na příslušných ofsetových frekvencích. Uvedený model umožňuje generování libovolného průběhu fázového šumu. Je velmi vhodný pro simulování fázových fluktuací reálných oscilátorů, jejichž fázový šum je možné získat měřením ve frekvenční oblasti. Ověření správnosti generovaných fázových fluktuací je provedeno v časové oblasti na základě vyhodnocení Allanových variancí. Nakonec byl vytvořen jednoduchý model komunikačního systému demonstrující vliv filtrace na fázový šum.

## 5 Aditivní tepelný šum systému

V této kapitole budou uvedeny základní vlastnosti aditivního tepelného šumu, které budou využity pro zakomponování tepelného šumu do komplexního modelu družicového komunikačního řetězce. Parametry jak tepelného šumu, tak i výše popsaného fázového šumu jsou zásadní pro funkci celého modelu i pro jeho vyhodnocování.

Jak již bylo zmíněno v úvodu této práce, aditivní tepelný šum vyvstává pouze na přijímací straně komunikačního řetězce. Přispívá k němu jak tepelný šum komunikačního kanálu, tak tepelný šum samotné přijímací aparatury. Šumové parametry komunikačního kanálu jsou dány jeho okolními podmínkami a nemohou být tudíž ovlivněny. Pouze vhodný výběr komponent přijímací aparatury umožňuje dosáhnout co nejmenšího vlivu aditivního tepelného šumu celé přijímací soustavy.

Tepelný šum patří mezi nejrozšířenější formu šumu vyskytující se ve všech elektronických obvodech a systémech. Tepelný šum je produkován v odporových částech, které jsou vždy přítomny ve všech elektronických obvodech. Komponenty s odporovým charakterem o určité teplotě produkují na svých vývodech určité napěťové fluktuace, které jsou způsobeny náhodným pohybem volných elektronů. Elektrony jsou uvedeny do pohybu tepelnou energií úměrnou teplotě odporového materiálu. Tepelný šum má Gaussovské rozložení amplitud napěťových fluktuací. Pro střední kvadrát šumového napětí platí vztah [25], [26]

$$\overline{v_n^2} = 4kT_0B_NR, \quad (5.1)$$

kde  $k$  je Boltzmanova konstanta,  $R$  je hodnota reálného odporu o termodynamické teplotě  $T_0$ .  $B_N$  představuje šumovou šířku pásma [26]. Šumová výkonová spektrální hustota popisuje šumový výkon soustředěný v jednotkové šumové šířce pásma  $B_N$ . Výkonová spektrální hustota tepelného šumu má plochý průběh odpovídající vztahu [26]

$$N_0 = kT_0. \quad (5.2)$$

V časové oblasti je aditivní tepelný šum (označen  $n(t)$ ) jednoduše přičten k užitečnému signálu, jak je možné demonstrovat na příkladu harmonického signálu vzniklého doplněním vztahu (2.1) za předpokladu časově konstantní počáteční fáze  $\varphi_0$

$$s(t) = A \cdot \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) + n(t). \quad (5.3)$$

Harmonický signál je charakterizován svou amplitudou  $A$  a okamžitou frekvencí  $f_0$ . Tyto parametry jsou nezávislé na časové proměnné. Pouze časově proměnný parametr  $n(t)$  vnáší do užitečného signálu aditivní tepelný šum. Ten bývá nejčastěji modelován jako tzv. aditivní bílý Gaussovský šum (AWGN).

## 5.1 Šumový činitel a šumová teplota

Každý blok přijímací části komunikačního řetězce obsahuje prvky s odporovým charakterem produkující tepelný šum. Existují dva způsoby kvantifikace vlivu termálního šumu daného prvku. Jedná se o šumový činitel nebo šumovou teplotu.

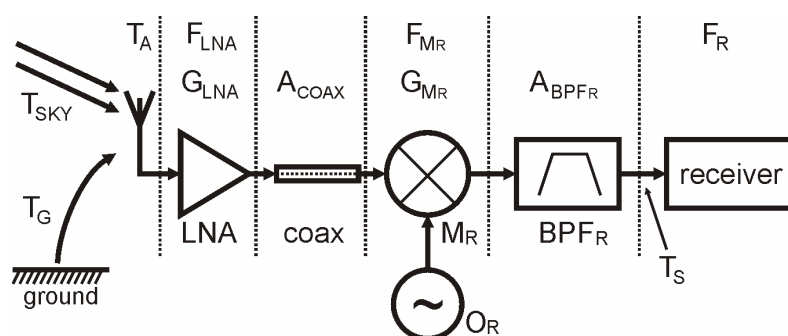
Šumový činitel  $F$  vyjadřuje, jak určitý prvek zhoršuje poměr signálu k šumu SNR. Šumový činitel se charakterizuje pro určitou frekvenci a je dán poměrem vstupního  $SNR$  k výstupnímu  $SNR$  [26]. Šumovou teplotu daného prvku lze vyjádřit pomocí šumového činitele podle vztahu

$$T = T_0(F - 1), \quad (5.4)$$

kde  $T_0$  je skutečná termodynamická teplota prvku produkujícího termální šum [26], [27]. S pomocí šumové teploty je možné modelovat určitý blok systému degradovaný šumem jako blok ideální, bez šumu, který je doplněn o rezistor s ekvivalentní šumovou teplotou  $T$ . Ve výsledku toto spojení ideálního prvku a rezistoru produkuje na svém výstupu stejný šumový výkon, jako původní šumící blok [27].

## 5.2 Přijímací část systému z pohledu aditivního tepelného šumu

Z důvodu uplatnění aditivního tepelného šumu pouze v přijímací části komunikačního systému, byl proveden podrobný rozbor pouze bloků přijímacího řetězce, jehož blokové znázornění je na Obr. 5.1 [24]. Na přijímací straně je nejčastěji umístěna anténa bezprostředně následovaná nízkošumovým předzesilovačem LNA. Následně je signál přiveden prostřednictvím vedení (nejčastěji koaxiálního kabelu) do směšovače  $M_R$ , kde je signál přiveden z vysokofrekvenčního do mezifrekvenčního pásma. Po filtraci v mezifrekvenčním filtru  $BPF_R$  typu pásmová propust signál následuje do přijímače, kde je finálně zpracován do základního pásma.



Obr. 5.1. Blokový diagram přijímací části systému.

Všechny bloky přijímacího řetězce jsou zdroji aditivního tepelného šumu, které je možné charakterizovat jejich šumovým činitelem  $F$  nebo jejich ekvivalentní šumovou teplotou  $T$  (šumové veličiny jednotlivých bloků jsou uvedeny přímo v Obr. 5.1). Pro vyjádření vlivu aditivního tepelného šumu celého přijímacího řetězce je zavede veličina systémové šumové teploty  $T_S$  [24]

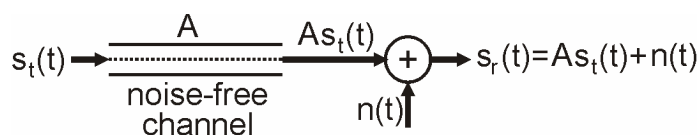
$$T_S = \frac{G_{LNA} G_{MR}}{A_{COAX} A_{BPF}} [T_A + T_0 (F_{LNA} - 1)] + \frac{G_{MR}}{A_{COAX} A_{BPF}} T_0 (A_{COAX} - 1) + \frac{G_{MR}}{A_{BPF}} T_0 (F_{MR} - 1) + \frac{T_0 (A_{BPF} - 1)}{A_{BPF}} + T_0 (F_R - 1). \quad (5.5)$$

Podle Friisova vztahu pro celkový šum kaskády bloků [26], [27] byl vyjádřen šumový činitel subsystému LNA-COAX-M<sub>R</sub>-BPF<sub>R</sub>-receiver vztažený k anténnímu konektoru. Celkový šumový činitel je přepočítán na celkovou šumovou teplotu (5.4) a k výsledku je následně připočtena šumová teplota antény. Tento dílčí výsledek je podělen celkovým útlumem subsystému LNA-COAX-M<sub>R</sub>-BPF<sub>R</sub>-receiver a získá se systémová šumová teplota  $T_S$  (5.5). Šumový činitel pasivních prvků je přímo roven jejich výkonovému útlumu [27].

Jak je zobrazeno na Obr. 5.1, systémová šumová teplota  $T_S$  je vztažena ke vstupnímu konektoru přijímače. Vyjadřuje potřebný přírůstek teploty vnitřní konduktance generátoru (vztažené vůči referenční termodynamické teplotě  $T_0$ ) za účelem dosažení stejného šumového výkonu na výstupu přijímače jako při nahrazení všech reálných šumících bloků jejich bezšumovými náhradami.

V oblasti družicových komunikací, kdy se přijímají signály z družic a vesmírných sond, je anténa namířena do studené oblohy s jasovou teplotou  $T_{SKY}$ . Celková šumová teplota antény  $T_A$  je pak dána součtem jasové teploty  $T_{SKY}$  a příspěvku šumové teploty Země, která je závislá na elevačním úhlu antény [27].

Systémová šumová teplota vyjadřuje množství šumu na vstupu přijímače. Přesně v tomto místě je možné celkový vypočítaný šum přidat k užitečnému přenášenému signálu. Obr. 5.2 ukazuje způsob modelování přenosového kanálu ovlivněného aditivním tepelným šumem.



**Obr. 5.2.** Šumový model přijímací části komunikačního systému.

$$s_r(t) = A \cdot s_t(t) + n(t) \quad (5.6)$$

Rovnice (5.6) popisuje způsob přidání aditivního tepelného šumu k užitečnému signálu.  $s_t(s)$  představuje vysílaný užitečný signál. Činitel  $A$  vyjadřuje útlum bezšumového kanálu.  $n(t)$  je celkový šum přepočítaný do místa jeho přidání (viz Obr. 5.2). Výsledný přijatý signál degradovaný aditivním tepelným šumem je označen  $s_r(t)$ .

### 5.3 Závěr

Moderní technologie umožňují sestavit velice kvalitní přijímací aparaturu, jejíž úroveň vlastních tepelných šumů je téměř na fyzikálně dosažitelném minimu. V oblasti družicových komunikačních systémů je přijímací anténa pozemního systému nasměrována do studené oblohy, což výrazně snižuje velikost aditivního tepelného šumu komunikačního kanálu. Výsledný aditivní tepelný šum přijímače je tedy eliminován na takovou úroveň, že již nemusí být dominantním šumem ovlivňujícím

přenos užitečného signálu. Může se začít projevovat vliv multiplikativních fázových šumů oscilátorů systému (viz kapitola 4).



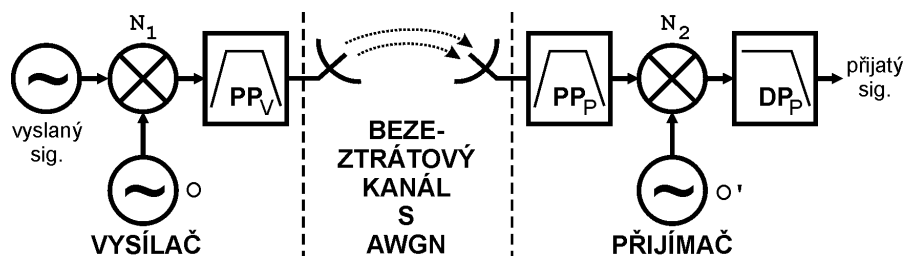
## 6 Výchozí řešení modelu komunikačního systému v prostředí Ansoft Designer

Hlavním cílem práce je prozkoumání vlivu současného působení aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu v daném komunikačním řetězci. Pro základní pochopení problému je zvolen zjednodušený model komunikačního systému, který byl podroben simulacím v systémovém simulátoru programu Ansoft Designer. Zavedená zjednodušení nezpůsobují ztrátu obecnosti získaných postupů a výsledků. Ty pak mohou být podle aktuálních požadavků aplikovány na případech složitějšího systému.

Z hlediska rušivého signálu je řešení rozděleno do několika částí. Nejprve je zkoumán ideální systém. Následně se ověřuje samostatný vliv aditivního Gaussovského šumu přenosového kanálu a dále samostatný vliv multiplikativního fázového šumu oscilátorů modulátoru a demodulátoru. V konečné fázi jsou zahrnuty oba druhy šumu. Zkoumanými parametry jsou odstupy signálu od šumu a výkony šumů ve vybraných bodech systému.

### 6.1 Obecný vzhled modelovaného systému

Obecně lze říci, že každý komunikační systém se téměř vždy skládá z vysílače, přijímače a přenosového kanálu zajišťujícího jejich propojení. Podle této koncepce bylo sestaveno blokové zapojení přenosového systému, které je vyobrazeno na Obr. 6.1.



Obr. 6.1. Blokové zapojení jednoduchého přenosového systému.

I přes to, že jsou vysílač i přijímač velice komplexní subsystémy, zde jsou uvažovány pouze jejich nejnutnější komponenty a jsou předpokládána určitá zjednodušení. Všechna omezení budou popsána následně, vždy na příslušném místě.

Vysílaným užitečným signálem je harmonický signál, který je v DSB-SC modulátoru namodulován na vysokofrekvenční harmonickou nosnou vlnu. Jako modulátor zde figuruje analogová násobička  $N_1$ , na jejímž výstupu je již signál v přeneseném pásmu. Následující pásmová propust vysílače  $PP_V$  má za úkol potlačení nežádoucích produktů vznikajících při násobení. Pro přenos užitečných informací k přijímači slouží bezetrátový komunikační kanál, který je degradován aditivním tepelným šumem. Pásmová propust na vstupu přijímače  $PP_P$  zamezuje příjmu signálů mimo pásmo užitečné signálu. K demodulaci a přenosu signálu zpět do základního

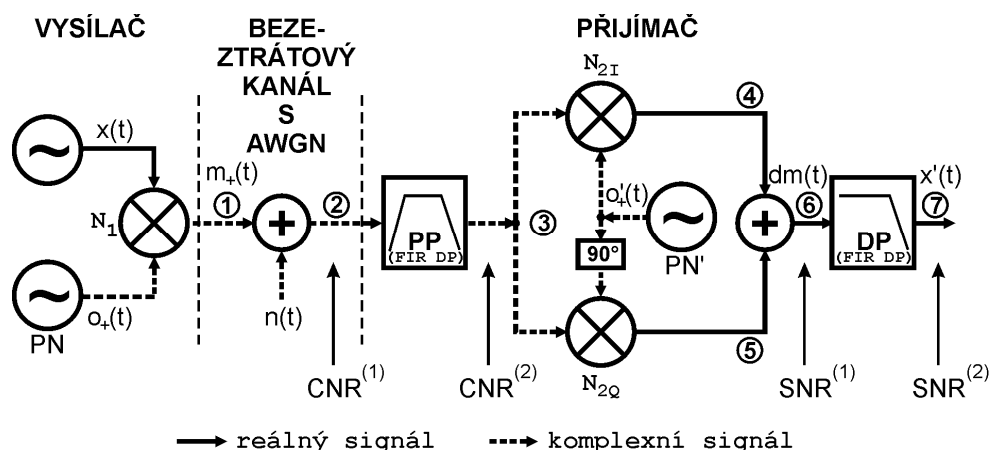
pásma slouží analogová násobička  $N_2$ . Dolní propust  $DP_P$  na výstupu opět slouží k potlačení nežádoucích složek po násobení a k omezení pásma finálního přijatého signálu. U obou oscilátorů v systému se předpokládá degradace jejich signálu fázovým šumem.

## 6.2 Teoretické odvození modelu

Následující kapitoly mají za úkol nastínit teoretický postup při řešení modelovaného systému. Získané výsledky budou dále použity jako referenční pro porovnání se simulačními výstupy.

### 6.2.1 Definice výchozích signálů a parametrů modelu

Jako simulační prostředek bylo zvoleno systémové prostředí Ansoft Designer. To pro správnost modelování vyžaduje určité specifické změny proti základnímu blokovému zapojení z Obr. 6.1. Výsledný vzhled modelu je na Obr. 6.2 [30].



Obr. 6.2. Model jednoduchého systému podle Obr. 6.1 sestavený v prostředí Ansoft Designer.

Hlavním předpokladem modelování je správná diskretizace použitých signálů. Za tímto účelem je zavedena vzorkovací frekvence systému s označením  $f_{sam}$ . V celém systému pak musí být dodržena podmínka vzorkovacího teorému [28]. Zde je možné zvolit dva přístupy. První z nich předpokládá, že lze přímo vzorkovat i signály v přeneseném pásmu. Střední frekvence pásmového signálu (podle Obr. 6.2) je rovna okamžité frekvenci  $f_o$  nosné vlny produkované v oscilátoru modulátoru, pro jejíž časový signál platí rovnice

$$o(t) = O \cdot \cos(\omega_o t + \Phi_o + \psi(t)), \quad (6.1)$$

kde  $O$  je amplituda nosné vlny,  $\omega_o$  je okamžitá úhlová frekvence ( $\omega_o = 2\pi f_o$ ),  $\Phi_o$  je počáteční fáze a výraz  $\psi(t)$  poukazuje na přítomnost fázových fluktuací. Signál  $o(t)$  je reálný, a aby byl splněn vzorkovací teorém, musí platit následující podmínka  $f_{sam} \geq 2 \cdot f_o$ .  $f_o$  v reálných systémech může dosahovat řádově desítek MHz. To pro správné vzorkování vede k vysokým vzorkovacím frekvencím  $f_{sam}$ , což v simulátoru znamená vytvoření obrovského množství vzorků, které musí být zpracovány. Tento postup je velmi náročný na velikost operační paměti a výkon výpočetní stanice. Problémy se ještě více prohloubí, je-li zapotřebí postihnout statistické vlastnosti šumů prodloužením trvání doby simulace. Vyskytnul-li by se požadavek na další směšování

do vyšších frekvenčních pásem ( $f_o$  pak dosahuje řádů gigahertzů), problém se vzorkováním by byl na běžných výpočetních stanicích neřešitelný. Z tohoto důvodu je výhodné zvolit druhý přístup, kdy jsou pásmové signály v přeneseném pásmu vzorkovány jako signály v základním pásmu. Signály v přeneseném pásmu lze vyjádřit jako analytické signály s jednostranným spektrem [29], [31]. Reálný signál  $o(t)$  s dvoustranným spektrem (6.1) je zapsán jako komplexní analytický signál  $o_+(t)$  s jednostranným spektrem podle rovnice

$$o_+(t) = O \cdot e^{j\psi(t)} \cdot e^{j\Phi_o} \cdot e^{j\omega_o t} \quad (6.2)$$

Reálná část analytického signálu  $o_+(t)$  (6.2) přímo odpovídá reálnému signálu  $o(t)$  ze vztahu (6.1). Z rovnice (6.2) je možné vyjádřit komplexní obálku [29]

$$\tilde{o}(t) = O \cdot e^{j\psi(t)} \cdot e^{j\Phi_o}, \quad (6.3)$$

kteřá v podstatě představuje signál v základním pásmu, který je již možné vzorkovat s podstatně nižší vzorkovací frekvencí. Poslední část výrazu v rovnici (6.2) odpovídá komplexní sinusoidě, která způsobuje posunutí komplexní obálky ze základního pásma do pásma přeneseného do okolí frekvence  $f_o$ , ze signálu v základním pásmu tak vznikne pásmový signál.

Na přijímací straně je signál převeden v kvadrurním demodulátoru z přeneseného pásma zpět do základního pásma. K frekvenční transpozici se využívá signálu  $o'_+(t)$  lokálního oscilátoru demodulátoru. Kvadrurní demodulátor se skládá z přímé větve I a kvadrurní větve Q. V obou větvích dochází k násobení přijatého signálu se signálem lokálního oscilátoru demodulátoru. Pro signál oscilátoru v přímé větvi vyjádřený jako analytický signál platí

$$o'_{+I}(t) = o'_+(t) = O' \cdot e^{j\psi'(t)} \cdot e^{j\Phi'_o} \cdot e^{-j\omega'_o t} \quad (6.4)$$

Analytický signál oscilátoru pro násobení v kvadrurní větvi je fázově posunut o  $90^\circ$  a má tvar

$$o'_{+Q}(t) = o'_+(t) \cdot e^{j\pi/2} = O' \cdot e^{j\psi'(t)} \cdot e^{j\Phi'_o} \cdot e^{j\pi/2} \cdot e^{-j\omega'_o t}, \quad (6.5)$$

kde  $O'$  představuje amplitudu signálu oscilátoru demodulátoru,  $\omega'_o$  je jeho okamžitá úhlová frekvence a  $\Phi'_o$  je jeho počáteční fáze. Parametr  $\psi'(t)$  reprezentuje fázové fluktuace oscilátoru demodulátoru. Fázové fluktuace oscilátorů modulátoru a demodulátoru jsou vyjádřeny v časové oblasti a odpovídají fázovému šumu, který je popisován ve frekvenční oblasti.

Předpokládá se, že počáteční fáze a okamžité frekvence signálů oscilátorů modulátoru a demodulátoru jsou totožné, platí následující rovnosti  $\Phi_o = \Phi'_o$  a  $\omega_o = \omega'_o$  (viz vztahy (6.2), (6.3), (6.4) a (6.5). Ideální synchronizace mezi přijímačem a vysílačem není dosaženo z důvodu přítomnosti různých časových fluktuací u signálů obou oscilátorů ( $\psi_o(t) \neq \psi'_o(t)$ ). Pro zjednodušení odvození jsou v dalším textu uvažovány nulové hodnoty počátečních fází signálů obou oscilátorů ( $\Phi_o = \Phi'_o = 0$  rad).

Jako užitečný modulační signál je pro snadné vyjadřování a výpočty použit ideální harmonický signál  $x(t)$ , který je v časové oblasti vyjádřen rovnicí

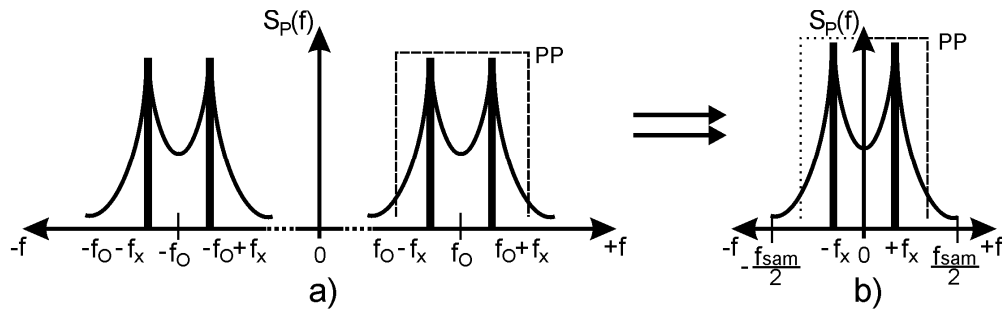
$$x(t) = A \cdot \cos(2\pi f_x t) = A \cdot \cos(\omega_x t) = \frac{A}{2} (e^{j\omega_x t} + e^{-j\omega_x t}), \quad (6.6)$$

kde  $A$  označuje amplitudu modulačního signálu,  $f_x$  je okamžitá frekvence harmonického signálu ( $\omega_x = 2\pi f_x$ ). Platí podmínka vzorkovacího teorému [28]

$$f_{sam} \geq 2 \cdot f_x. \quad (6.7)$$

Vzorkovací frekvence daná vztahem (6.7) platí jak pro reálné signály v základním pásmu, tak pro analytické signály v celém modelu.

Jelikož se při modelování pracuje s diskrétními signály, je zpracovávané frekvenční pásmo omezeno intervalem  $\langle -f_{sam}/2, f_{sam}/2 \rangle$ . Navíc využití komplexních obálek pro modelování pásmových signálů umožňuje další zjednodušení modelovaného systému. Pásmové propusti (viz Obr. 6.3 a)) lze modelovat pomocí dolních propustí (viz Obr. 6.3 b)).



**Obr. 6.3.** Modelování pásmové propusti a) v klasickém pojetí při přímém vzorkování pásmového signálu v okolí  $f_0$ , b) při použití komplexní obálky v okolí nulového kmitočtu.

Aby nedocházelo k nejasnostem, bude i přesto, že jsou fyzicky modelovány jen dolní propusti, v Obr. 6.2 a v dalším textu použito označení pásmové propusti.

U pásmové propusti vysílače  $PP_V$  (viz Obr. 6.1) lze předpokládat šířku pásma rovnou celému simulovanému frekvenčnímu pásmu  $\langle -f_{sam}/2, f_{sam}/2 \rangle$ . Při násobení v komplexní analogové násobičce tak nemůže dojít ke vzniku nežádoucích harmonických složek,  $PP_V$  lze tedy v modelu (viz Obr. 6.2) vypustit. Filtry na přijímací straně nemohou být zanedbány, neboť ovlivňují množství tepelného šumu, který jimi prochází.

Pásmové signály jsou v simulátoru Ansoft Designer modelovány pomocí analytických signálů. Z tohoto důvodu jsou tyto používány také pro teoretické výpočty. Analytické signály jsou v celém dalším textu označeny pomocí symbolu  $+$  v dolním indexu.

Pro následující teoretické odvození modelovaného systému, je vhodné zavést určitá zjednodušení. Bude vždy předpokládáno, že fázové fluktuace  $\psi(t)$  a  $\psi'(t)$  mají natolik malé hodnoty, že je možné psát

$$e^{j\psi(t)} = \cos(\psi(t)) + j \cdot \sin(\psi(t)) \cong 1 + j \cdot \psi(t). \quad (6.8)$$

Kosinus malého argumentu je přibližně roven jedné, sinus malého argumentu přibližně odpovídá přímo samotnému argumentu.

## Modelování aditivního tepelného šumu

Aditivní tepelný šum je tvořen tepelným šumem všech bloků na přijímací straně komunikačního řetězce (jak tepelným šumem komunikačního kanálu, tak tepelným šumem samotného přijímače případně jeho částí). Vliv aditivního tepelného šumu může být přepočítán do kteréhokoliv bodu přijímací části (viz kapitola 5). V této kapitole se předpokládá, že je celkový vliv aditivního tepelného šumu přepočítán na vstup antény přijímače. Tímto způsobem je tedy možné vyjádřit aditivní tepelný šum celé přijímací soustavy jako aditivní tepelný šum přenosového kanálu.

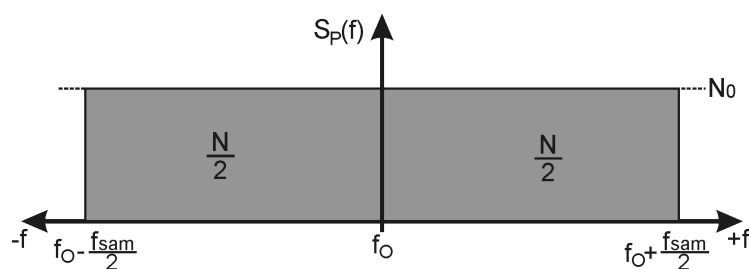
Přenosový kanál je modelován součtovým blokem, který vzorek po vzorku sčítá modulovaný signál  $m_+(t)$  se šumovým signálem  $n(t)$ . Ten má normální Gaussovské rozložení amplitud s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma_{AWGN}^2$ , který je přímo roven výkonu  $N$  aditivního tepelného šumu. Kanál, který je modelován tímto způsobem je označován jako AWGN kanál. Jelikož se v modelu systému pracuje s komplexními signály, musí být i signál tepelného šumu generován jako komplexní

$$n(t) = n_I(t) + j \cdot n_Q(t). \quad (6.9)$$

Výkon šumu  $N$  je dán součtem výkonů reálné a imaginární složky. Obě tyto části jsou reprezentovány nezávislými nekorelovanými náhodnými procesy. Signál  $n(t)$  je generován v základním pásmu a je vzorkován frekvencí  $f_{sam}$ . Po té, co je šum transponován do přeneseného pásma do okolí nosné frekvence  $f_O$ , je možné vyjádřit výkonovou spektrální hustotu tepelného šumu jako

$$N_0 = \frac{N}{f_{sam}} = \frac{\sigma_{AWGN}^2}{f_{sam}}. \quad (6.10)$$

Zápis pomocí analytických signálů umožňuje  $N_0$  zobrazit v jednostranném spektru, což je demonstrováno na Obr. 6.4.



Obr. 6.4. Odvození výkonové spektrální hustoty tepelného šumu.

## Modelování multiplikativního fázového šumu

Nosné vlny jsou generovány v modelech oscilátorů, které umožňují simulovat chování fázového šumu. Fázový šum s jednostranným spektrem (SSB) ve frekvenční oblasti je ekvivalentním vyjádřením pro fázové fluktuace definované v časové oblasti (viz kapitola 2). Ansoft Designer není schopen postihnout libovolný průběh fázového šumu tak, jak je uvedeno v kapitole 4. Je zde použito modelování fázového šumu  $L(f_m)$  podle Leesonova vztahu [5]

$$L(f_m) = 10 \cdot \log \left\{ \left( 1 + \frac{f_c}{f_m} + \frac{f_{LO}^2}{(2q_{load}f_m)^2} + \frac{f_c f_{LO}^2}{(2q_{load})^2 f_m^3} \right) \frac{FkT_0}{2P_{LO}} \right\}, \quad (6.11)$$

kde  $f_m$  je ofsetová frekvence od nosné frekvence  $f_{LO}$ ,  $f_c$  označuje mezní frekvenci, od které se začíná uplatňovat blikavý FM šum (viz Tab. 2.1).  $q_{load}$  je činitel kvality zatíženého rezonančního obvodu oscilátoru,  $P_{LO}$  je výkon oscilátoru a  $F$  vyjadřuje šumové číslo aktivního prvku oscilátoru ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ , obvykle  $T_0 = 290 \text{ K}$ ).

Pomocí Leesonova vztahu je možné SSB průběh fázového šumu rozdělit na čtyři části (viz (6.11)). Každá část označuje určitý typ fázového šumu a je charakterizována mocninou  $\beta$  rozkladu průběhu  $L(f_m)$  v mocninnou řadu (viz Tab. 2.1).

V následujících podkapitolách je proveden teoretický rozbor řešení uvedeného modelu. Pro všechny případy jsou vyjádřeny výkony šumů a poměry  $CNR$  a  $SNR$  ( $CNR$  výkon nosné k šumu před demodulací,  $SNR$  výkon signálu k šumu po demodulaci) ve zvolených bodech modelovaného systému (viz Obr. 6.2).

### 6.2.2 Ideální systém

Odvození chování ideálního systému poslouží pro výpočty výkonů užitečného, šumu nedegradovaného signálu. Získané hodnoty budou sloužit jako referenční pro stanovení odstupů signálu od šumu v jednotlivých měřicích bodech systému (viz Obr. 6.2). V tomto případě se předpokládají signály obou oscilátorů (zdroje nosných pro modulaci a demodulaci) za ideální bez fázových fluktuací,  $\psi(t) = 0$  a  $\psi'(t) = 0$ . Přenosový kanál je taktéž ideální bezetrátový a bezšumový,  $n(t) = 0$ .

Oba filtry slouží pro výběr pouze požadovaného produktu po násobení (součtové nebo rozdílové složky ve spektru). Šířka pásma pásmové propusti PP by měla být alespoň dvojnásobná vůči frekvenci modulačního signálu  $f_x$ . Šířka pásma dolní propusti DP by měla být větší nebo rovna modulační frekvenci. Ve všech simulačních případech se předpokládá, že filtry neovlivňují užitečný přenášený signál, tedy představují pro něj blok s jednotkovým přenosem.

#### • bod 2 a bod 3

Modulovaný signál  $m_+(t)$  vznikne násobením užitečného modulačního signálu  $x(t)$  a nosného signálu  $o_+(t)$  (viz vztahy (6.6) a (6.2), kde  $\Phi_O = 0 \text{ rad}$ )

$$m_+(t) = x(t) \cdot o_+(t) = \frac{AO}{2} \left( e^{j(\omega_O + \omega_x)t} + e^{j(\omega_O - \omega_x)t} \right). \quad (6.12)$$

V bodech 2 a 3 (Obr. 6.2) podle (6.12) jsou výkony užitečného signálu dány rovnicí

$$P_{(2)} = P_{(3)} = P\{m_+(t)\} = \frac{(AO)^2}{2}. \quad (6.13)$$

#### • bod 6 a bod 7

Po průchodu ideálním kanálem a filtrem PP se přijatý signál dělí na dvě části, které jsou zvlášť zpracovány větvemi kvadraturního demodulátoru. Ve větvi I dochází k násobení s obnovenou nosnou vlnou demodulátoru  $o'_+(t)$  (6.4) ( $\Phi'_O = 0 \text{ rad}$ ). Ve větvi Q se násobí s o  $90^\circ$  posunutou replikou nosné vlny modulátoru  $o'_{+Q}(t)$  (6.5)

( $\Phi'_O = 0$  rad). Výsledek  $dm_+(t)$  je dán jejich součtem a po filtraci v DP představuje demodulovaný signál  $x'(t)$  v základním pásmu. Pro demodulaci do základního pásma se předpokládá, že jsou si frekvence signálů obou oscilátorů rovny ( $\omega_O = \omega_O'$ ), násobením v přímé větvi I vzniká (v *bodě 4* podle Obr. 6.2)

$$\begin{aligned} m_+(t) \cdot o'_{+I}(t) &= \frac{AO}{2} (e^{j(\omega_O + \omega_x)t} + e^{j(\omega_O - \omega_x)t}) \cdot O' \cdot e^{-j\omega_O't} = \\ &= \frac{AOO'}{2} (e^{j\omega_x t} + e^{-j\omega_x t}) = AOO' \cos(\omega_x t). \end{aligned} \quad (6.14)$$

Násobením v kvadrurní větvi Q (v *bodě 5* podle Obr. 6.2) se získá

$$\begin{aligned} m_+(t) \cdot o'_{+Q}(t) &= \frac{AO}{2} (e^{j(\omega_O + \omega_x)t} + e^{j(\omega_O - \omega_x)t}) \cdot O' \cdot e^{j\pi/2} \cdot e^{-j\omega_O't} = \\ &= \frac{AOO'}{2} \cdot e^{j\pi/2} (e^{j\omega_x t} + e^{-j\omega_x t}) = jAOO' \cos(\omega_x t). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Výsledný demodulovaný signál má komplexní tvar

$$\begin{aligned} dm_+(t) &= m_+(t) \cdot o'_{+I}(t) + m_+(t) \cdot o'_{+Q}(t) = \\ &= AOO' \cos(\omega_x t) \cdot (1 + j). \end{aligned} \quad (6.16)$$

Prostředí Ansoft Designer při použití komplexních násobiček zpracovávajících signály o stejných frekvencích na svých vstupech generuje pouze reálnou část výsledku. Imaginární část signálu (6.16) je tedy potlačena. Výsledný demodulovaný signál  $dm(t)$  v *bodě 6* a výstupní signál  $x'(t)$  za DP v základním pásmu v *bodě 7* mají tvar

$$dm(t) = \text{Re}\{dm_+(t)\} = x'(t) = AOO' \cos(\omega_x t). \quad (6.17)$$

Výkon signálu (6.16) je dvojnásobný proti výkonu signálu podle (6.17).

V *bodě 6* a v *bodě 7* podle (6.17) jsou výkony užitečného signálu dány rovnicí

$$P_{(6)} = P\{dm(t)\} = P_{(7)} = P\{x'(t)\} = \frac{(AOO')^2}{2}. \quad (6.18)$$

### 6.2.3 Systém pouze s aditivním Gaussovským šumem přenosového kanálu

V této podkapitole bude odvozeno použití modelu bezztrátového přenosového kanálu s aditivním bílým Gaussovským šumem (AWGN), kterým je modelován tepelný šum přijímací části řetězce. Zde je již také třeba věnovat pozornost filtrům, které ovlivňují množství šumu, které filtrem projde spolu s užitečným signálem. Fázové fluktuace oscilátorů modulátoru a demodulátoru jsou prozatím zanedbány,  $\psi(t) = 0$ ,  $\psi'(t) = 0$ .

Hlavním parametrem bloku modelujícího kanál s AWGN je odstup signálu od šumu. Podle výkonu užitečného signálu měřeného na vstupu tohoto bloku bude na jeho výstupu užitečný signál s přidaným šumem generovaným s takovým výkonem, aby byla splněna podmínka zadaného odstup signálu od šumu. (V prostředí Ansoft Designer je tento parametr označen jako SNR, v textu bude ale použito označení  $CNR^{(1)}$ , neboť se v podstatě hodnotí odstup výkonu nosné od výkonu šumu, toto označení je v souladu s Obr. 6.2).

• **bod 2**

Degradace modulovaného užitečného signálu ze vztahu (6.12) aditivním šumem (6.9) je provedena pouze jejich sečtením  $m_+(t) + n(t)$ . Je-li znám výkon užitečného signálu  $P_{(2)}$  a odstup  $CNR^{(1)}_{AWGN}$  v *bodě 2*, je zde možné určit výkon šumu  $N_{AWGN(2)}$

$$N_{AWGN(2)} = \frac{P_{(2)}}{CNR^{(1)}_{AWGN}} = N = P\{n(t)\}. \quad (6.19)$$

Ten je přímo roven výkonu generovaného aditivního šumu  $N$  v bloku AWGN kanálu. Pro další použití je výhodné vypočítat hodnotu výkonové spektrální hustoty aditivního šumu  $N_0$ . Dosazením do vztahu (6.10) se získá

$$N_0 = \frac{N_{AWGN(2)}}{f_{sam}}. \quad (6.20)$$

• **bod 3**

Šum  $n(t)$  lze po průchodu pásmovou propustí PP označit jako  $n_{PP}(t)$ . V *bodě 3* je tedy možné pro signál v časové oblasti psát  $m_+(t) + n_{PP}(t)$ .

Pásmová propust PP je definována svou šumovou šířkou pásma  $B_{NPP}$  [26]. Pro výkon šumu  $N_{AWGN(3)}$  po průchodu PP platí [27]

$$N_{AWGN(3)} = N_0 \cdot B_{NPP}. \quad (6.21)$$

Odtud je pak možné vyjádřit odstup  $CNR^{(2)}_{AWGN}$  v *bodě 3*

$$CNR^{(2)}_{AWGN} = \frac{P_{(3)}}{N_{AWGN(3)}}. \quad (6.22)$$

• **bod 6**

Nyní je nutné odvodit vliv šumu za kvadrurním demodulátorem. V rovnicích (6.14) a (6.15) popisujících jeho činnost přibude člen  $n_{PP}(t)$  (6.9). Po úpravách těchto rovnic a jejich sečtení vzniká komplexní demodulovaný signál  $dm_+(t)$

$$\begin{aligned} dm_+(t) &= [m_+(t) + n_{PP}(t)] \cdot o'_{+I}(t) + [m_+(t) + n_{PP}(t)] \cdot o'_{+Q}(t) = \\ &= [(n_{PPI}(t) - n_{PPQ}(t)) + j \cdot (n_{PPI}(t) + n_{PPQ}(t))] \cdot O' \cdot e^{-j\omega_0 t} + \\ &\quad + AOO' \cos(\omega_x t) (1 + j). \end{aligned} \quad (6.23)$$

V porovnání s výrazem (6.16) je zde navíc člen obsahující součin aditivního šumu a signálu oscilátoru demodulátoru, který představuje celkový šum obsažený v demodulovaném signálu. Program Ansoft Designer opět bere pouze reálnou část signálu (6.23) ( $\omega_O = \omega_O'$ ), tudíž pro signál v *bodě 6* platí

$$\begin{aligned} dm(t) &= \text{Re}\{dm_+(t)\} = \\ &= (n_{PPI}(t) - n_{PPQ}(t)) \cdot o'_+(t) + AOO' \cos(\omega_x t). \end{aligned} \quad (6.24)$$

Z poslední rovnice je patrné, že se vlivem kvadrurního zpracování v demodulátoru do reálné části demodulovaného signálu dostaly jak reálná, tak i imaginární část filtrovaného aditivního šumu  $n_{PP}(t)$ .



Odečtením rovnic (6.17) a (6.24) se získá samotný aditivní šum, jehož výkon je

$$\begin{aligned} N_{AWGN(6)} &= P\{[n_{PPI}(t) - n_{PPQ}(t)] \cdot o'_+(t)\} = \\ &= (P\{n_{PPI}(t)\} + P\{n_{PPQ}(t)\}) \cdot P\{o'_+(t)\} = \\ &= P\{n_{PP}(t)\} \cdot O' = N_{AWGN(3)} \cdot O'. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Odstup signálu od šumu  $SNR^{(1)}_{AWGN}$  po demodulaci v *bodě 6* je pak vyjádřen

$$SNR^{(1)}_{AWGN} = \frac{P_{(6)}}{N_{AWGN(6)}}. \quad (6.26)$$

• **bod 7**

Pro stanovení odstupů signálu od šumu na výstupu systému v *bodě 7* je třeba uvažovat účinek dolní propusti DP. Zde se předpokládá, že DP neovlivní užitečný signál, ale změni pouze výkonovou úroveň šumu. Průchodem  $n_{PP}(t)$  dolní propustí vzniká aditivní šum  $n_{DP}(t)$ . Zakomponováním této skutečnosti do rovnice (6.24) se získá

$$x'(t) = (n_{DPI}(t) - n_{DPQ}(t)) \cdot o'_+(t) + AOO' \cos(\omega_x t). \quad (6.27)$$

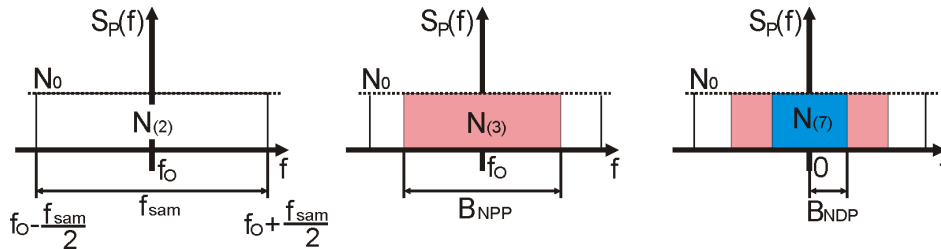
Opět, odečtením rovnice (6.17) od (6.27) lze obdržet samotný aditivní šum, pro jehož výkon platí

$$\begin{aligned} N_{AWGN(7)} &= P\{[n_{DPI}(t) - n_{DPQ}(t)] \cdot o'_+(t)\} = \\ &= P\{n_{DP}(t)\} \cdot O'. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Nyní zbývá určit, jak se dolní propust projeví na velikosti výkonu aditivního šumu  $P\{n_{DP}(t)\}$ . Při řešení tohoto problému se vychází z určitých zjednodušení ilustrovaných na Obr. 6.5. Výkonovou spektrální hustotu šumu  $N_0$  v *bodě 2* (6.20) lze využít i při stanovení výkonu šumu  $N_{AWGN(7)}$  po filtraci dolní propustí, kterou lze také charakterizovat pomocí šumové šířky pásma  $B_{NDP}$  [27]. Pro  $P\{n_{DP}(t)\}$  pak platí

$$P\{n_{DP}(t)\} = 2 \cdot N_0 \cdot B_{NDP}. \quad (6.29)$$

Konstanta 2 označuje, že po přenesení do základního pásma, je třeba vzít jak kladnou, tak zápornou frekvenční komponentu v zobrazení dvoustranného spektra.



**Obr. 6.5.** Princip stanovení výkonu aditivního šumu po kvadraturní demodulaci a filtraci.

Odstup signálu od šumu  $SNR^{(2)}_{AWGN}$  po demodulaci v *bodě 7* je pak vyjádřen jako

$$SNR_{AWGN}^{(2)} = \frac{P_{(7)}}{N_{AWGN(7)}}. \quad (6.30)$$

#### 6.2.4 Systém pouze s multiplikativním fázovým šumem oscilátorů modulátoru a demodulátoru

Tato podkapitola řeší pouze přítomnost fázového šumu obou oscilátorů obsažených v systému podle Obr. 6.2. Přenosový kanál je uvažován jako ideální bezztrátový a bezšumový ( $n(t) = 0$ ).

##### • bod 1 a bod 2

Vlivem fázových fluktuací  $\psi(t)$  dojde ke změně tvaru modulovaného signálu, vztah (6.12) přejde do podoby

$$m_+(t) = x(t) \cdot o_+(t) = \frac{AO}{2} \left( e^{j((\omega_o + \omega_x)t + \psi(t))} + e^{j((\omega_o - \omega_x)t + \psi(t))} \right). \quad (6.31)$$

Za předpokladu platnosti zjednodušení (6.8) lze (6.31) po matematických úpravách uvést do podoby

$$\begin{aligned} m_+(t) &= \frac{AO}{2} e^{j\psi(t)} \left( e^{j(\omega_o + \omega_x)t} + e^{j(\omega_o - \omega_x)t} \right) = \\ &= (1 + j\psi(t)) \frac{AO}{2} \left( e^{j(\omega_o + \omega_x)t} + e^{j(\omega_o - \omega_x)t} \right). \end{aligned} \quad (6.32)$$

Odečtením rovnic (6.32) a (6.12) je získán samotný multiplikativní šum po modulaci v bodě 1 a v bodě 2 (ideální kanál představuje v tomto případě blok s jednotkovým přenosem). Výkon multiplikativního šumu  $N_{PN(1)}$ ,  $N_{PN(2)}$  je roven

$$\begin{aligned} N_{PN(1)} = N_{PN(2)} &= P \left\{ \psi(t) \frac{AO}{2} \left( e^{j(\omega_o + \omega_x)t} + e^{j(\omega_o - \omega_x)t} \right) \right\} = \\ &= P \{ \psi(t) \} \frac{(AO)^2}{2}. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Výkon fázových fluktuací  $P\{\psi(t)\}$  je možné určit ve frekvenční oblasti jako plochu pod oběma postranními pásmy spektrální výkonové hustoty fázového šumu numerickou integrací  $L(f_m)$  viz (6.11), [5].

Pro výkon fázových fluktuací  $P\{\psi(t)\}$  samotného oscilátoru lze definovat vztah

$$P\{\psi(t)\} = 2 \cdot \int_{f_1}^{f_2} L(f_m) df_m, \quad (6.34)$$

kde  $f_1$  a  $f_2$  představují ofsetové frekvence, v jejichž mezích se integruje. Fázový šum  $L(f_m)$  vyjadřuje výkon pouze jednoho postranního pásma, konstanta 2 tedy upravuje výsledek na celkový výkon fázových fluktuací. Dolní mez  $f_1$  nesmí zahrnout samotnou základní frekvenci oscilátoru  $f_{LO}$ . Pro  $f_1$  lze definovat vztah  $f_1 = \Delta f$ , kde  $\Delta f$  je minimální ofsetová frekvence. V případě, že je potřeba vyjádřit výkon šumu v bodě 1 a v bodě 2, je horní integrační mez rovna polovině vzorkovací frekvence,  $f_2 = f_{sam}/2$  (viz Obr. 6.6 a)).

Pro případ fázových fluktuací modulovaného signálu je postup výpočtu naznačen na Obr. 6.6 b). Výkon obou postranních pásem fázového šumu z Obr. 6.6 a) je modulací rovnoměrně rozdělen do okolí dvou modulačních komponent (jedné součtové  $f_o + f_x$  a

druhé rozdílové  $f_O - f_x$ ). Výkon šumu každé komponenty je dán integrací podle tečkovaných červených čar v Obr. 6.6 b). Celkový výkon je dán součtem výkonů obou komponent, odpovídá celkovému výkonu vypočtenému integrací podle tlusté černé čáry v Obr. 6.6 b) a je totožný s výkonem fázových fluktuací samotného oscilátoru podle (6.34).

Odstup výkonu nosné od výkonu fázového šumu  $CNR_{PN}^{(1)}$  v bodě 1 a v bodě 2 je po dosazení z rovnic (6.13) a (6.33)

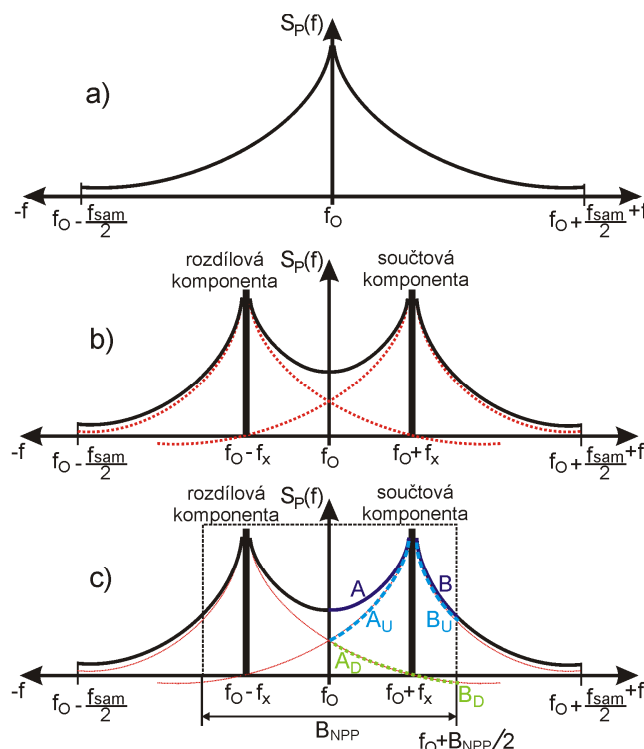
$$CNR_{PN}^{(1)} = \frac{P_{(2)}}{N_{PN(2)}} = \frac{1}{P\{\psi(t)\}}. \quad (6.35)$$

• **bod 3**

Po průchodu pásmovou propustí PP se průběh fázových fluktuací změní z  $\psi(t)$  na  $\psi_{PP}(t)$ , nahrazení je aplikováno také ve vztahu (6.32). Výkon samotného filtrovaného fázového šumu lze pak vypočítat pomocí následující rovnice

$$N_{PN(3)} = P\{\psi_{PP}(t)\} \frac{(AO)^2}{2}. \quad (6.36)$$

Nyní vyvstává otázka, jak se pásmová filtrace projeví na výkonu modulovaného fázového šumu  $P\{\psi_{PP}(t)\}$ . Pro zjednodušení situace se předpokládá, že řád filtru je vysoký a přenosová charakteristika filtru má velmi strmý přechod z propustného do nepropustného pásma. Za těchto podmínek je možné využít koncept šumové šířky pásma také při řešení vlivu fázového šumu. Tedy, pásmová propust má šumovou šířku pásma  $B_{NPP}$ . Výpočet je proveden podle Obr. 6.6). Popis postupu je pro zjednodušení zaměřen jen na součtovou komponentu modulovaného signálu.



**Obr. 6.6.** Princip stanovení výkonu multiplikativního fázového šumu po pásmové filtraci.

Postranní pásma v okolí součtové komponenty lze rozdělit na horní část (označenou fialovou křivkou a písmenem B) a dolní část (označenou fialovou křivkou a písmenem A). Vyjádřeno ve frekvenční oblasti, dolní část A vznikne součtem příslušných bodů průběhu  $A_U$  odpovídajícímu dolnímu postrannímu pásmu součtové komponenty (modrá čárkovaná křivka) a průběhu  $A_D$  odpovídajícímu hornímu postrannímu pásmu rozdílové komponenty (zelená tečkovaná křivka). Horní část B je dána součtem příslušných bodů průběhu  $B_U$  odpovídajícímu hornímu postrannímu pásmu součtové komponenty (modrá čárkovaná křivka) a průběhu  $B_D$  odpovídajícímu hornímu postrannímu pásmu rozdílové komponenty (zelená tečkovaná křivka).

Výkon dané části je opět dán numerickou integrací upraveného vztahu (6.34)

$$P\{PN_{PP\_part}\} = \frac{1}{2} \cdot \int_{f_1}^{f_2} L(f_m) df_m, \quad (6.37)$$

kde dolní index *part* se nahradí příslušnou částí, pro kterou je třeba stanovit integrační meze. Konstanta  $\frac{1}{2}$  vyplývá z faktu, že po vzniku dvou modulačních komponent, se výkon rovnoměrně rozdělí mezi horní a dolní komponentu. To stejné platí také pro výkon fázového šumu v jednom postranním pásmu. Pro výkon fázového šumu součtové komponenty platí

$$\begin{aligned} P\{PN_{PP+}\} &= P\{PN_{PP-}\} = \\ &= P\{PN_{PP\_B_U}\} + P\{PN_{PP\_B_D}\} + P\{PN_{PP\_A_U}\} + P\{PN_{PP\_A_D}\} = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int_{\Delta f}^{B_{NPP}/2 - f_x} L(f_m) df_m + \int_{2 \cdot f_x}^{B_{NPP}/2 + f_x} L(f_m) df_m + \int_{\Delta f}^{f_x} L(f_m) df_m + \int_{f_x}^{2 \cdot f_x - \Delta f} L(f_m) df_m \right]. \end{aligned} \quad (6.38)$$

Výkony postranních pásem fázového šumu součtové  $PN_{PP+}$  a rozdílové  $PN_{PP-}$  komponenty jsou totožné, celkový výkon filtrovaných fázových fluktuací je tedy dvojnásobný vůči výkonu vypočtenému podle (6.38)

$$P\{\psi_{PP}(t)\} = P\{PN_{PP+}\} + P\{PN_{PP-}\} = 2 \cdot P\{PN_{PP+}\}. \quad (6.39)$$

Integrační meze pro výpočet výkonů jednotlivých částí jsou patrné z rovnice (6.38).

#### • bod 6

Při kvadrurní demodulaci se uplatňují také fázové fluktuace oscilátoru demodulátoru  $\psi'(t)$ . Za předpokladu demodulace do základního pásma jsou nosné frekvence oscilátorů modulátoru a demodulátoru totožné ( $\omega_O = \omega_O'$ ) a v časové oblasti lze demodulovaný komplexní analytický signál  $dm_+(t)$  popsat rovnicí

$$\begin{aligned} dm_+(t) &= \frac{AOO'}{2} \left( e^{j((\omega_O + \omega_x - \omega_O')t + \psi_{PP}(t) + \psi'(t))} + e^{j((\omega_O - \omega_x - \omega_O')t + \psi_{PP}(t) + \psi'(t))} \right) + \\ &+ \frac{AOO'}{2} e^{j\pi/2} \left( e^{j((\omega_O + \omega_x - \omega_O')t + \psi_{PP}(t) + \psi'(t))} + e^{j((\omega_O - \omega_x - \omega_O')t + \psi_{PP}(t) + \psi'(t))} \right) = \\ &= AOO' \cos(\omega_x t) \{ (1 - [\psi_{PP}(t) + \psi'(t)]) + j(1 + [\psi_{PP}(t) + \psi'(t)]) \}. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Uplatněním zjednodušení podle (6.8) a vybráním pouze reálné složky (6.40) lze získat konečný vztah pro demodulovaný signál v *bodě 6* stejně tak, jak to provádí aplikace Ansoft Designer

$$dm(t) = \operatorname{Re}\{dm_+(t)\} = (1 - [\psi_{PP}(t) + \psi'(t)]) \cdot AOO' \cos(\omega_x t) . \quad (6.41)$$

Po odečtení rovnic (6.41) a (6.17) se obdrží pouze šum úměrný součtu fázového šumu oscilátoru modulátoru, který prošel systémem, a fázového šumu oscilátoru demodulátoru beze změny. Výkon tohoto šumu je

$$\begin{aligned} N_{PN(6)} &= P\{[\psi_{PP}(t) + \psi'(t)] \cdot AOO' \cos(\omega_x t)\} = \\ &= [P\{\psi_{PP}(t)\} + P\{\psi'(t)\}] \frac{(AOO')^2}{2} . \end{aligned} \quad (6.42)$$

Pro stanovení odstupů  $SNR_{PN}^{(1)}$  po demodulaci lze využít vztah (6.26) a dosadit do něj odpovídající výsledky z (6.18) a (6.42).

• **bod 7**

Aplikace dolní propusti DP se svou šumovou šířkou pásma  $B_{NDP}$  na výstupu systému opět ovlivní úroveň šumu a tedy i odstup signálu od šumu  $SNR_{PN}^{(2)}$  v *bodě 7*. Časové průběhy fázových fluktuací se změni  $\psi_{PP}(t) \rightarrow \psi_{DP}(t)$  a  $\psi'(t) \rightarrow \psi'_{DP}(t)$ . Úprava vztahu (6.41) vede na

$$x'(t) = (1 - [\psi_{DP}(t) + \psi'_{DP}(t)]) \cdot AOO' \cos(\omega_x t) . \quad (6.43)$$

Pro výpočet výkonu fázového šumu po filtraci v DP lze použít stejný postup jako v případě modulovaného signálu (viz výše). Výpočet je proveden dvakrát, jednou pro transformovaný šum  $\psi_{PP}(t)$  oscilátoru modulátoru a po druhé pro šum oscilátoru demodulátoru  $\psi'(t)$ . Celkový výkon fázového šumu ve výstupním signálu je dán vztahem

$$N_{PN(7)} = [P\{\psi_{DP}(t)\} + P\{\psi'_{DP}(t)\}] \frac{(AOO')^2}{2} . \quad (6.44)$$

Odstup signálu od šumu  $SNR_{PN}^{(2)}$  lze určit podle vztahu (6.30) správným dosazením z (6.18) a (6.44).

### 6.2.5 Systém při současném působení obou typů šumů

V nejobecnější variantě jednoduchého systému podle Obr. 6.2 se počítá se zakomponováním obou typů šumů, tedy jak multiplikativního fázového šumu oscilátoru modulátoru, tak i aditivního tepelného šumu přenosového kanálu simulovaného prostřednictvím AWGN. Výsledky v následujících odstavcích jsou dány kombinací přístupů z předchozích dvou podkapitol.

• **bod 1**

Výkon šumu  $N_{(1)}$  před přenosovým kanálem je totožný s vyjádřením (6.33), zde se uplatňuje pouze fázový šum oscilátoru modulátoru,  $N_{(1)} = N_{PN(1)}$ .

• **bod 2**

Šumy degradovaný užitečný modulovaný signál v *bodě 2* je dán rovnicí

$$n(t) + m_+(t) = n(t) + (1 + j\psi(t)) \frac{AO}{2} (e^{j(\omega_O + \omega_x)t} + e^{j(\omega_O - \omega_x)t}). \quad (6.45)$$

Odečtením rovnice (6.12) od poslední rovnice (6.45) se získá časový průběh samotného šumu, pro jehož výkon  $N_{(2)}$  platí

$$\begin{aligned} N_{(2)} &= P \left\{ n(t) + j \cdot \psi(t) \frac{AO}{2} (e^{j(\omega_O + \omega_x)t} + e^{j(\omega_O - \omega_x)t}) \right\} = \\ &= P\{n(t)\} + P\{\psi(t)\} \frac{(AO)^2}{2}. \end{aligned} \quad (6.46)$$

• **bod 3**

Vložení pásmové propusti PP do cesty signálu ovlivní výkonové úrovně obou typů šumů,  $n(t) \rightarrow n_{PP}(t)$ , a  $\psi(t) \rightarrow \psi_{PP}(t)$ . Pro výpočty výkonů platí stejný postup jako v předchozích případech, kdy se uplatní šumová šířka pásma  $B_{NPP}$  pásmové propusti PP. Za předpokladu, že pásmová propust PP neovlivní samotný užitečný signál, lze výkon šumu  $N_{(3)}$  vyjádřit

$$N_{(3)} = P\{n_{PP}(t)\} + P\{\psi_{PP}(t)\} \frac{(AO)^2}{2}. \quad (6.47)$$

• **bod 6**

Pro vyjádření signálu po průchodu kvadraturním demodulátorem lze využít vztahů (6.23) a (6.37) a vzájemným porovnáním lze obdržet komplexní analytický signál  $dm_+(t)$ . Předpokládá se opět rovnost frekvencí oscilátorů modulátoru a demodulátoru ( $\omega_O = \omega_O'$ ). Reálná část signálu  $dm_+(t)$  je rovna

$$\begin{aligned} dm(t) &= \text{Re}\{dm_+(t)\} = \\ &= n_{PPI}(t)O'[\cos(\omega_O't) + \sin(\omega_O't) + \psi'(t)(\cos(\omega_O't) - \sin(\omega_O't))] - \\ &- n_{PPQ}(t)O'[\cos(\omega_O't) - \sin(\omega_O't) + \psi'(t)(\cos(\omega_O't) + \sin(\omega_O't))] + \\ &+ [1 - (\psi_{PP}(t) + \psi'(t))]AOO' \cos(\omega_x t). \end{aligned} \quad (6.48)$$

Pro výkon samotného šumu v *bodě 6* pak platí

$$\begin{aligned} N_{(6)} &= O'^2 P\{n_{PP}(t)\} + O'^2 P\{n_{PP}(t)\} P\{\psi'(t)\} + \\ &+ [P\{\psi_{PP}(t)\} + P\{\psi'(t)\}] \frac{(AOO')^2}{2}. \end{aligned} \quad (6.49)$$

• **bod 7**

Dolní propust na výstupu systému neovlivňuje užitečný signál, ale změni celkový výkon šumu. V rovnici (6.48) lze provést nahrazení následujících proměnných  $n_{PP}(t) \rightarrow n_{DP}(t)$ ,  $\psi_{PP}(t) \rightarrow \psi_{DP}(t)$  a  $\psi'(t) \rightarrow \psi'_{DP}(t)$ . Pro výkon šumu na výstupu systému v *bodě 7* tedy platí

$$N_{(7)} = O'^2 P\{n_{DP}(t)\} + O'^2 P\{n_{DP}(t)\} P\{\psi'_{DP}(t)\} + \\ + [P\{\psi_{DP}(t)\} + P\{\psi'_{DP}(t)\}] \frac{(AOO')^2}{2} . \quad (6.50)$$

### 6.2.6 Poznámka k filtraci

Ve výpočtech je uvažováno, že šířka pásma pásmových propustí PP je minimálně poloviční než je šířka pásma dolní propusti DP (u šumových šířek pásma platí obdobně  $B_{NDP} < B_{NPP}/2$ ). V opačném případě a za předpokladu použití filtrů vysokých řádů, je signál v pásmu nad  $B_{NPP}/2$  již natolik potlačen, že může být při výpočtu vlivu DP zanedbán.

Při odvození vlivu filtrace v PP i DP na výkon fázového šumu se počítalo s předpokladem použití filtrů vysokých řádů. Ty zajišťují strmý přechod přenosové charakteristiky filtru z propustného do nepropustného pásma. V nepropustném pásmu jsou již postranní pásma fázového šumu natolik potlačena, že jejich výkon může být zanedbán. Proto horní meze integrálů (6.37) a (6.38) (částí  $B_U$  a  $B_D$  v Obr. 6.6) byly totožné s hranicí šumové šířky pásma (případně navýšené o hodnotu modulačního kmitočtu). Je-li ale řád filtru nízký, přenosová charakteristika filtru nemá požadovanou strmost a koncepci šumové šířky pásma pro filtraci fázového šumu není možné použít. V tomto případě je nutné provést řádnou filtraci fázového šumu s pomocí skutečné přenosové charakteristiky filtru (násobení průběhu fázového šumu se správně posunutou charakteristikou filtru ve frekvenční oblasti). Integrál (6.38) zůstává v platnosti, ale u částí  $B_U$  a  $B_D$  je třeba horní mez integrálu  $f_2$  změnit na polovinu vzorkovací frekvence  $f_{sam}/2$  (okraj pásma vymezený simulací). Obdobný postup je nutné zvolit u filtrace dolní propusti po kvadraturní demodulaci.

## 6.3 Nastavení systémového simulátoru Ansoft Designer

Systém z Obr. 6.2 je možné modelovat v různých simulačních prostředích. Každé z nich má své specifické parametry a vlastnosti, které musí být nastaveny a dodrženy tak, aby získané výsledky odpovídaly realitě a předpokladům. Stejně tak je tomu i v případě systémového simulátoru Ansoft Designer. Následující odstavce shrnují základní vlastnosti, se kterými je nutno při simulacích počítat.

Pro možnost správného porovnání výsledků teoretických odvození s výsledky simulací je důležité pochopit rozdíly ve vyjádření výkonu reálného signálu v základním pásmu a odpovídajícímu komplexnímu analytickému signálu. V prostředí Ansoft Designer jsou u zdrojů signálů nastavovány výkony, v teoretických výpočtech se pracuje s amplitudami jednotlivých signálů. Jako příklad je uvažován ideální signál oscilátoru demodulátoru  $o'(t)$  při  $\psi'(t) = 0$ . Tento signál je nejprve vyjádřen jako signál v základním pásmu s nastaveným výkonem  $P\{o'(t)\} W$ . Za předpokladu zátěže o velikosti  $1 \Omega$  je jeho amplituda odvozena podle

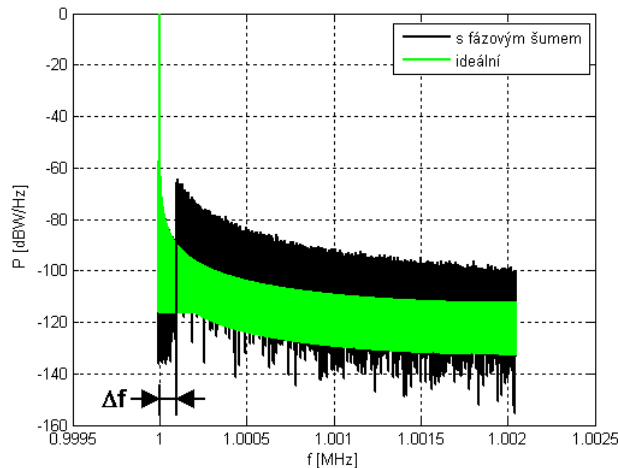
$$\begin{aligned}
 o'(t) &= O' \cdot \cos(\omega_o' t) \Rightarrow P\{o'(t)\} = \left(\frac{O'}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{O'^2}{2} \\
 &\Rightarrow O' = \sqrt{2} \cdot \sqrt{P\{o'(t)\}}.
 \end{aligned} \tag{6.51}$$

Je-li signál oscilátoru demodulátoru vyjádřen jako analytický signál v přeneseném pásmu, platí při nastaveném výkonu  $P\{o'_+(t)\}$  W na zátěži  $1 \Omega$  pro jeho amplitudu

$$\begin{aligned}
 o'_+(t) &= O' \cdot e^{-j\omega_o' t} = O' [\cos(\omega_o' t) - j \sin(\omega_o' t)] \\
 &\Rightarrow P\{o'_+(t)\} = O'^2 \left[ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \right] = O'^2 \Rightarrow O' = \sqrt{P\{o'_+(t)\}}.
 \end{aligned} \tag{6.52}$$

Namísto vyjádření výkonu analytického signálu je možné vypočítat výkon pouze z jeho komplexní obálky. Výkon normované komplexní sinusoidy je vždy jednotkový. Z výsledků (6.51) a (6.52) vyplývá, že pro zachování konstantního výkonu v obou případech musí být amplituda reálného signálu v základním pásmu  $\sqrt{2}$  krát větší, než je amplituda odpovídajícího komplexního analytického signálu.

Při vytváření fázového šumu oscilátoru podle Leesonova vztahu (6.11) má simulátor omezení v podobě nejnižší generované ofsetové frekvence, která je 100 Hz od nosné. Pro tento případ byl v teoretických výpočtech zaveden parametr  $\Delta f$ . Tento fakt musí být brán v potaz při teoretických výpočtech pro správné porovnání s výsledky simulací. Frekvenční prostor mezi samotnou nosnou a frekvencí 100 Hz je tvořen parazitními postranními pásmy vzniklými nedokonalým vzorkováním. Tyto skutečnosti jsou demonstrovány na Obr. 6.7, kde je vyobrazen detail horního postranního pásma pro signál oscilátoru modulátoru s fázovým šumem a bez něj.



**Obr. 6.7.** Srovnání horního postranního pásma signálu oscilátoru modulátoru s fázovým šumem a signálu ideálního.

Jak pásmové filtry PP tak i dolní propust DP jsou v simulátoru realizovány pomocí FIR filtrů typu dolní propust. Přijatý pásmový signál (*bod 2* v Obr. 6.2) je vyjádřen jako analytický signál, jehož komplexní obálka představuje signál v základním pásmu. Z tohoto důvodu je místo pásmové propusti možno použít dolní propust. Blok FIR filtru je schopen zpracovávat jen reálné signály (imaginární část je potlačena). Protože je přijatý signál komplexní, je nutné před filtrací komplexní signál rozdělit na dvě části – reálnou a imaginární. Filtrace je provedena samostatně pro každou část a



díleč výsledky jsou pak opět sloučeny v jeden komplexní signál (*bod 3*). Demodulovaný signál (*bod 6*) je již pouze reálný, tudíž výše zmíněný postup pro dolní propust DP není potřebný.

V modelu kvadraturního demodulátoru jsou fyzicky použity dva oscilátory (oproti Obr. 6.2), jejichž výstupní signály jsou vzájemně fázově posunuty o  $90^\circ$ . Použití posouváče fáze realizovaného zpožďovacím blokem není vhodné. Tento blok umožňuje zpoždit signál pouze o zadaný celistvý násobek počtu vzorků. Ten ovšem nemusí přesně odpovídat požadovanému fázovému posuvu  $90^\circ$  (závisí to na vzorkovací frekvenci  $f_{sam}$ ) a ve výsledcích pak vznikají odchylky proti předpokladům.

Pro vytvoření šumů se využívá metody generace náhodných čísel. Ta vyžaduje výchozí nastavení v podobě parametru *seed*, který definuje jedinečnost generovaného časového průběhu šumu (jiná hodnota *seed* odpovídá jinému časovému průběhu šumu). Každý blok umožňující generaci šumu tedy musí mít definovanou jinou hodnotu parametru *seed*, aby vytvořené šumy byly nezávislé a nekorelované. Výjimka je u kvadraturního demodulátoru, kde signál obou použitých oscilátorů musí být degradován stejným fázovým šumem (protože se v podstatě jedná o jeden oscilátor s fázově posunutými výstupními signály).

## 6.4 Výsledky simulací a jejich porovnání s teoretickými výpočty

Základní model komunikačního systému podle Obr. 6.2, byl vytvořen ve dvou paralelních větvích. Jedna představuje ideální referenční systém bez jakýchkoliv šumů. Signál ve druhé větvi bude postupně degradován nejprve aditivním šumem, pak multiplikativním fázovým šumem a nakonec oběma typy šumu najednou. Toto uspořádání umožňuje ve vybraných bodech systému měření *CNR* a *SNR*, které jsou vztaheny právě vůči referenční větvi. Výsledky simulací jsou porovnány s teoretickými výpočty pomocí Matlabu (naprogramováno podle odvození v kapitole 6.2). Hodnoty vstupních parametrů modelu byly nastaveny tak, aby získané výsledky dostatečně jasně a přehledně dokládaly řešení problému.

### 6.4.1 Konkrétní nastavení parametrů systémového modelu

Základní parametry, které musí být nastaveny v modelech zdrojů signálů, jsou přehledně shrnuty v Tab. 6.1.

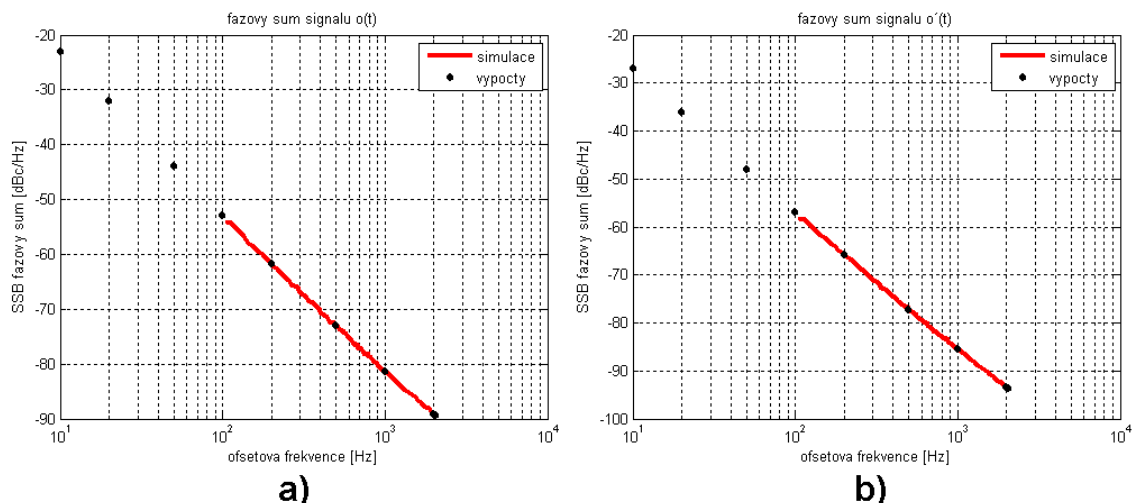
**Tab. 6.1.** Nastavení parametrů modelů zdrojů signálů.

| název veličiny                               | hodnota    | jednotka |
|----------------------------------------------|------------|----------|
| <b>modulační signál <math>x(t)</math></b>    |            |          |
| amplituda $A$                                | $\sqrt{2}$ | V        |
| výkon *                                      | 1          | W        |
| frekvence $f_x$                              | 150        | Hz       |
| <b>nosná modulátoru <math>o(t)</math></b>    |            |          |
| amplituda $O$                                | 1          | V        |
| výkon *                                      | 1          | W        |
| frekvence $f_o$                              | 1          | MHz      |
| výkon fázových flukt. $P\{\psi(t)\}$ *       | -32,678    | dBW      |
| <b>nosná demodulátoru <math>o'(t)</math></b> |            |          |
| amplituda $O'$                               | 1          | V        |
| výkon *                                      | 1          | W        |
| frekvence $f'_o$                             | 1          | MHz      |
| výkon fázových flukt. $P\{\psi'(t)\}$ *      | -36,735    | dBW      |

\* výkon je vyjádřen na impedanci  $1 \Omega$

Zvolená hodnota vzorkovací frekvence pro celou simulaci je  $f_{sam} = 4096$  Hz.

Průběhy jednoho postranního fázového šumu ve frekvenční oblasti jsou zobrazeny na Obr. 6.8 a) pro fázové fluktuace  $\psi(t)$  oscilátoru modulátoru a na Obr. 6.8 b) pro fázové fluktuace oscilátoru demodulátoru  $\psi'(t)$ . V obrázcích jsou zachyceny jak výsledky simulací, tak výpočtů podle rovnice (6.11).



**Obr. 6.8.** Průběhy fázového šumu pro a) oscilátor modulátoru, b) oscilátor demodulátoru.

Simulátor Ansoft Designer umožňuje přímé připojení komplexního AWGN kanálu. Hlavní parametr, který charakterizuje množství přidaného šumu, je poměr signálu k šumu  $SNR$ . Model AWGN kanálu změří výkon vstupujícího signálu a podle parametru  $SNR$  vygeneruje šum  $n(t)$  o výkonu  $N$  (vztahy (6.9) a (6.10)), který je na výstupu přičten ke vstupnímu signálu. V simulacích byl poměr signálu k šumu v přenosovém kanále nastaven na  $SNR = 27$  dB.

**Tab. 6.2.** Charakteristika FIR filtrů použitých v simulaci.

| označení<br>filtru      | šířka pásma<br>pro pokles<br>o 3 dB | šumová šířka<br>pásma<br>$B_{NPP}$ | šumová šířka<br>pásma<br>$B_{NPP}/2^*$ |
|-------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------|
|                         | Hz                                  | Hz                                 | Hz                                     |
| <b>pásmové propusti</b> |                                     |                                    |                                        |
| PP <sub>1</sub>         | 320                                 | 321,19                             | 160,59                                 |
| PP <sub>2</sub>         | 360                                 | 361,15                             | 180,57                                 |
| PP <sub>3</sub>         | 420                                 | 421,18                             | 210,59                                 |
| PP <sub>4</sub>         | 500                                 | 501,18                             | 250,59                                 |
| PP <sub>5</sub>         | 600                                 | 601,19                             | 300,59                                 |
| PP <sub>6</sub>         | 800                                 | 801,17                             | 400,58                                 |
| PP <sub>7</sub>         | 1000                                | 1001,20                            | 500,60                                 |
| PP <sub>8</sub>         | 1300                                | 1301,18                            | 650,58                                 |
| PP <sub>9</sub>         | 1500                                | 1501,17                            | 750,59                                 |
| PP <sub>10</sub>        | 1700                                | 1701,17                            | 850,58                                 |
| PP <sub>11</sub>        | 2000                                | 2001,20                            | 1000,60                                |
| <b>dolní propust</b>    |                                     |                                    |                                        |
|                         |                                     | $B_{NDP}$                          | $B_{NDP}$                              |
| DP <sub>1</sub>         | 160                                 | 160,59                             | 160,59                                 |

\* šumová šířka pásma ekvivalentního filtru typu dolní propust použitého pro simulaci pásmové propusti

V systémovém modelu mezi body 2 a 3 je pro filtraci vygenerována banka FIR filtrů typu dolní propust, kterými jsou modelovány pásmové propusti PP přijímače. Jednotlivé FIR filtry jsou charakterizovány vektorem svých koeficientů [28]. Výhodou

FIR filtrů je konstantní skupinové zpoždění a rychlejší zpracování v simulacích (proti IIR filtrům). Jejich nevýhodou je nutnost vysokého řádu filtru pro dosažení velké strmosti přenosové frekvenční charakteristiky. Použití ekvivalentního filtru typu dolní propust místo pásmové propusti vede k nutnosti zdvojnásobení vypočtených výkonů. Mezi *bod* 6 a 7 je přímo použit FIR filtr typu dolní propust. Řády všech filtrů systémového modelu byly nastaveny na hodnotu 1000. Šířky pásma filtrů jsou shrnuty v Tab. 6.2.

#### 6.4.2 Výsledky simulací

Následující odstavce shrnují výsledky simulací a porovnávají je s teoretickými předpoklady a výpočty. Hlavní pozornost je věnována zkoumání vlivu redukce šířky pásma použitých filtrů na chování šumu. Výsledky a porovnání jsou zobrazeny graficky, kde osa x představuje změnu šumové šířky pásma filtru a osa y reprezentuje výkon šumu (v dBW).

##### • *bod 2*

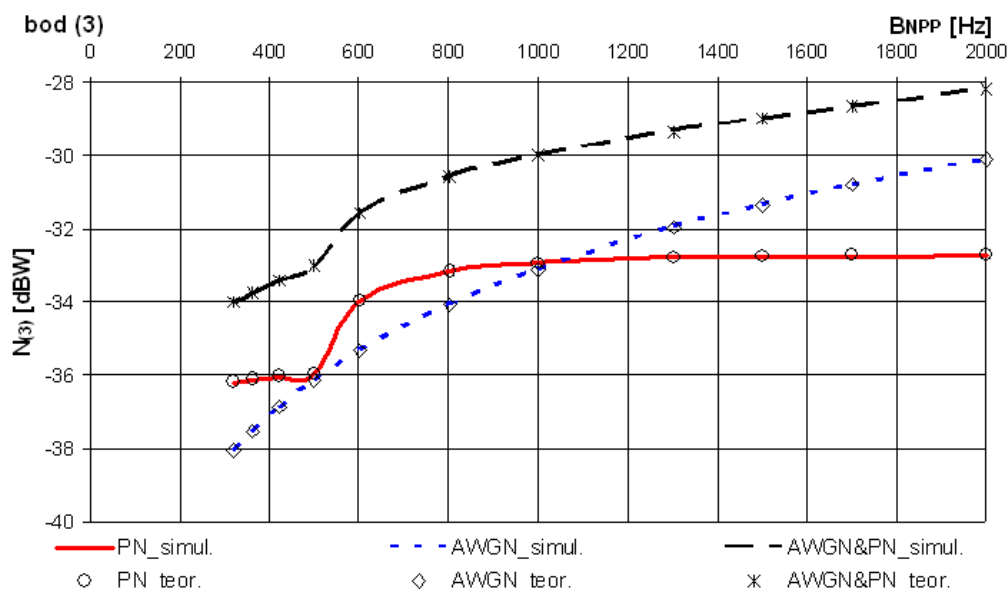
V tomto místě systému nejsou doposud použity žádné filtry, nevzniká tedy závislost výkonu šumu na šířce pásma filtru. Po dosazení potřebných hodnot z Tab. 6.2 do rovnice (6.19), (6.33) a (6.46) byly obdrženy teoretické hodnoty výkonů šumů. Tab. 6.3 shrnuje číselné výsledky získané jak výpočtem, tak i simulací.

**Tab. 6.3.** Srovnání vypočtených výkonů šumů s výsledky simulací v měřicím *bodě 2*.

| typ šumu   | jen AWGN      | jen PN      | AWGN & PN                          |
|------------|---------------|-------------|------------------------------------|
| výkon šumu | $N_{AWGN(2)}$ | $N_{PN(2)}$ | $N_{(2)}$                          |
| jednotka   | dBW           | dBW         | dBW                                |
| teorie     | -26,993       | -32,649     | -25,949                            |
| simulace   | -26,993       | -32,652     | -25,950                            |
| podmínky   | $\psi(t) = 0$ | $n(t) = 0$  | $\psi(t) \neq 0,$<br>$n(t) \neq 0$ |

##### • *bod 3*

První částí modelu přijímače je blok filtru typu pásmová propust PP, který se podílí na redukci výkonu šumu. Po dosazení vstupních hodnot z Tab. 6.1 a Tab. 6.2 do rovnic (6.21), (6.36) až (6.39) a (6.44) lze obdržet závislost výkonů jednotlivých typů šumu na změně šumové šířky pásma filtru PP (viz Obr. 6.9). Číselné výsledky pro příklad použití pásmového filtru PP<sub>1</sub> jsou shrnuty v Tab. 6.4.



**Obr. 6.9.** Vliv šumové šířky pásma filtru na velikost výkonu šumu v *bodě 3* – zpracování v přeneseném pásmu.

**Tab. 6.4.** Příklad srovnání vypočtených výkonů šumů s výsledky simulací v měřicím *bodě 3* pro pásmový filtr PP<sub>1</sub>.

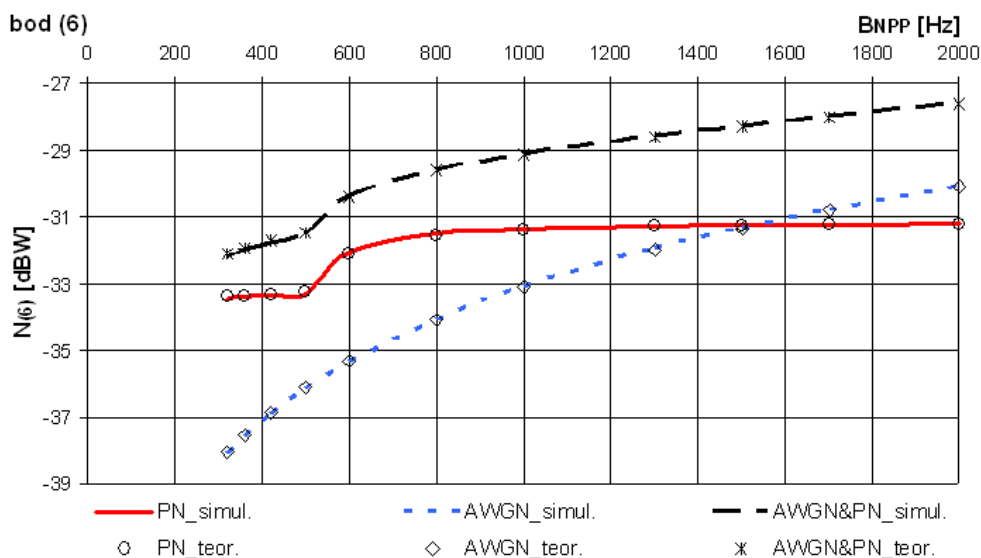
| typ šumu   | jen AWGN      | jen PN      | AWGN & PN                     |
|------------|---------------|-------------|-------------------------------|
| výkon šumu | $N_{AWGN(3)}$ | $N_{PN(3)}$ | $N_{(3)}$                     |
| jednotka   | dBW           | dBW         | dBW                           |
| teorie     | -38,049       | -36,180     | -34,004                       |
| simulace   | -38,056       | -36,217     | -34,033                       |
| podmínky   | $\psi(t) = 0$ | $n(t) = 0$  | $\psi(t) \neq 0, n(t) \neq 0$ |

• **bod 6**

Přijatý a filtrovaný signál v přeneseném pásmu je demodulován do základního pásma s pomocí oscilátoru, jehož signál je znehodnocen fázovým šumem (úměrným fázovým fluktuacím  $\psi'(t)$ ). S použitím rovnic (6.25), (6.42) a (6.49) (po dosazení z Tab. 6.2) jsou vypočítány výkony jednotlivých typů šumů v závislosti na šumové šířce pásma použitého pásmového filtru PP (viz Obr. 6.10). Číselné výsledky demonstrující příklad použití pásmového filtru PP<sub>1</sub> jsou shrnuty v Tab. 6.5.

**Tab. 6.5.** Příklad srovnání vypočtených výkonů šumů s výsledky simulací v měřicím *bodě 6* pro pásmový filtr PP<sub>1</sub> (PN označuje fázový šum).

| typ šumu   | jen AWGN                    | jen PN      | AWGN & PN                                      |
|------------|-----------------------------|-------------|------------------------------------------------|
| výkon šumu | $N_{AWGN(6)}$               | $N_{PN(6)}$ | $N_{(6)}$                                      |
| jednotka   | dBW                         | dBW         | dBW                                            |
| teorie     | -38,049                     | -33,394     | -32,115                                        |
| simulace   | -38,089                     | -33,480     | -32,213                                        |
| podmínky   | $\psi(t) = 0, \psi'(t) = 0$ | $n(t) = 0$  | $\psi(t) \neq 0, \psi'(t) \neq 0, n(t) \neq 0$ |

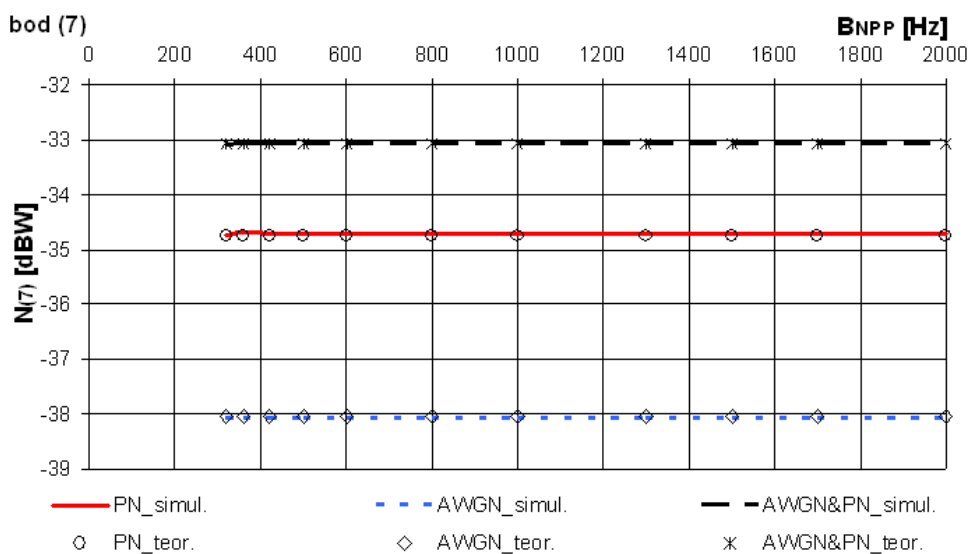


**Obr. 6.10.** Vliv šumové šířky pásma filtru na velikost výkonu šumu v *bodě 6* – zpracování v základním pásmu.

• **bod 7**

Finální demodulovaný signál v základním pásmu vzniká po filtraci v DP. Po dosazení vstupních hodnot do rovnic (6.28), (6.44) a (6.50) jsou získány teoretické hodnoty výkonů šumů v závislosti na šumové šířce pásma použitého pásmového filtru PP. Obr. 6.11 zobrazuje srovnání výsledků simulací a výpočtů.

Je-li šumová šířka pásma dolní propusti menší nebo rovna polovině šumové šířky pásma použité pásmové propusti, pak jsou výsledné křivky odpovídající šumovému výkonu konstantní. Tyto předpoklady se simulacemi potvrdily, jak je vidět v Obr. 6.11. Výkon šumu po filtraci v DP je dán převážně frekvenčním pásmem (šířkou pásma) omezeným dolní propustí a v podstatě nezáleží na šířce pásma pásmové propusti PP v přeneseném pásmu systému.



**Obr. 6.11.** Vliv šumové šířky pásma filtru na velikost výkonu šumu v *bodě 7* – finální demodulovaný signál v základním pásmu.

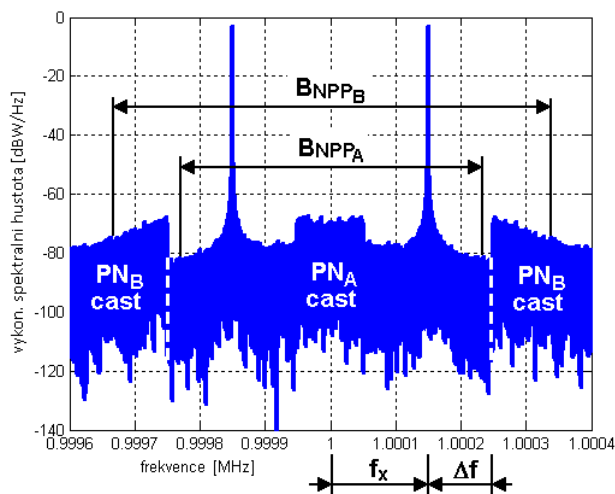
Podobně jako u předchozích částí systému, jsou na příkladu filtru PP<sub>1</sub> v Tab. 6.6 demonstrovány číselné hodnoty výkonů jednotlivých typů šumů.

**Tab. 6.6.** Příklad srovnání vypočtených výkonů šumů s výsledky simulací v měřicím bodě 7 pro použitý pásmový filtr PP<sub>1</sub>.

| typ šumu   | jen AWGN                         | jen PN           | AWGN & PN                                                |
|------------|----------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------|
| výkon šumu | $N_{AWGN(\gamma)}$               | $N_{PN(\gamma)}$ | $N_{(\gamma)}$                                           |
| jednotka   | dBW                              | dBW              | dBW                                                      |
| teorie     | -38,049                          | -34,739          | -33,076                                                  |
| simulace   | -38,095                          | -34,757          | -33,131                                                  |
| podmínky   | $\psi(t) = 0,$<br>$\psi'(t) = 0$ | $n(t) = 0$       | $\psi(t) \neq 0,$<br>$\psi'(t) \neq 0,$<br>$n(t) \neq 0$ |

#### 6.4.3 Poznámka k průběhům fázového šumu ze simulátoru Ansoft Designer

Na průbězích výkonů fázových šumů zachycených na Obr. 6.9 a Obr. 6.10 je zřetelný poměrně ostrý skok při zmenšující se šumové šířce pásma pásmové propusti PP. Ostrý propad výkonové úrovně končí na frekvenci přibližně 500 Hz. Tuto hodnotu lze vysvětlit následující úvahou [30]. Nejprve, omezení simulátoru Ansoft Designer při generaci fázového šumu je v minimální ofsetové frekvenci  $\Delta f = 100$  Hz. Dalším faktem je hodnota modulační frekvence  $f_x = 150$  Hz. Sečtením těchto dvou frekvencí (na jedné straně spektra modulovaného signálu) a vynásobením výsledku dvěma (dolní a horní část spektra modulačního signálu) je získána právě hodnota 500 Hz. Tato úvaha je graficky demonstrována na Obr. 6.12.



**Obr. 6.12.** Vysvětlení ostrého skoku v průběhu výkonu fázového šumu.

Je-li polovina šumové šířky pásma  $B_{NPP}/2$  pásmové propusti menší než je součet  $\Delta f + f_x$ , pak je výkon fázového šumu téměř konstantní (viz Obr. 6.12,  $B_{NPPA}$ , pouze šumová část PN<sub>A</sub> je zahrnuta). Ale po zvýšení  $B_{NPP}/2$  nad hodnotu součtu  $\Delta f + f_x$  (viz Obr. 6.12,  $B_{NPPB}$ ), výkon fázového šumu náhle vzroste, protože se začnou uplatňovat zbývající postranní pásma fázového šumu (viz Obr. 6.12, označeny jako části PN<sub>B</sub>). Teoreticky, pokud by Ansoft Designer neměl uvedené omezení, průběhy výkonů fázového šumu by neobsahovaly takto strmé přechody a pokles průběhu výkonu by byl velmi pozvolný.

## 6.5 Závěr

Ze získaných grafických výsledků je zřejmý vliv šířky pásma filtru na množství jak aditivního tepelného šumu, tak multiplikativního fázového šumu. V Obr. 6.9 a Obr. 6.10 je možné najít mezní šumovou šířku pásma, kdy je výkon aditivního šumu roven výkonu fázového šumu. Výkon aditivního šumu klesá lineárně s klesající šumovou šířkou pásma (průběhy v Obr. 6.9 a Obr. 6.10 nejsou lineární, neboť výkony na svislých osách jsou vyjádřeny v logaritmické míře). Naopak výkon fázového šumu klesá se zmenšující se šířkou pásma velmi pozvolna. Na Obr. 6.9 je pro přijatý signál v přeneseném pásmu mezní šumová šířka pásma při vyrovnaných výkonech obou šumů přibližně 1000 Hz. Po přenesení do základního pásma se tato mezní šumová šířka pásma ještě navýší na hodnotu přibližně 1500 Hz. Zmenšení šířky pásma pásmového filtru pod tyto mezní hodnoty způsobí významnou měrou zvýšení podílu výkonu fázového šumu v celkovém výstupním výkonu šumu.

Je-li frekvence užitečného modulačního signálu rovna  $f_x$ , pak hodnota poloviny šířky pásma pásmového filtru PP může být zvolena např.  $1,5 \cdot f_x$  (v tomto pásmu je již obsažen dostatek užitečného signálu). Podle obdržených výsledků simulací převyšuje v tomto pásmu vliv fázového šumu nad šumem aditivním. V základním pásmu po filtraci v dolní propusti je vliv fázového šumu dominantní. I když jsou výkony fázových šumů obou oscilátorů výrazně menší, než je výkon aditivního šumu kanálu, výsledné šumové výkony na výstupu simulovaného systému vykazují přesně opačný trend. Řešení vedoucí ke zlepšení šumových poměrů v daném systému leží v redukci fázových šumů použitých oscilátorů.

## 7 Modulační schémata pro přenos družicové telemetrie

Kapitola 6 poskytuje základní pohled na problematiku modelování komunikačního řetězce, ve kterém je přítomen multiplikativní fázový šum zdrojů nosných signálů. V dalších simulacích je vstupní harmonický signál nahrazen datovým signálem, vznikne tak model digitálního družicového systému. Poznatky získané v kapitole 6 jsou využity v modelování úzkopásmové digitální družicové komunikace pro přenos telemetrických dat pomalými přenosovými rychlostmi. Před započítím vytváření samotného modelu je nejprve nutné zvolit vhodné modulační schéma.

Tato kapitola podává přehled nejpoužívanějších modulačních schémat, řeší jejich výhody a nevýhody. U vybraných možností popisuje způsob a definuje předpoklady pro správné modelování a to s ohledem na zkoumání vlivu fázového šumu.

Užitečná data ve formě unipolárního NRZ signálu jsou vždy v základním pásmu nejprve vhodně zpracována. Až posléze dochází k samotnému modulačnímu procesu. V oblasti družicové komunikace bývá nečastěji k modulaci využíváno binárního fázového klíčování BPSK, a to z důvodu malých energetických nároků při dosažení velké odolnosti proti rušením a šumům. Modulace je prováděna buď přímo na hlavní vysokofrekvenční nosnou vlnu modulatoru. Vzniká BPSK signál, který je v praxi frekvenčně posazen do oblasti desítek MHz. Druhou možností je BPSK modulace na subnosnou vlnu, jejíž frekvence se v praxi pohybuje nejčastěji v řádu kilohertzů [32], [33]. BPSK signál na subnosné vlně je pak sekundárně modulován na hlavní vysokofrekvenční harmonickou nosnou vlnu. Jako hlavní modulace může být použita fázová modulace PM, amplitudová modulace s oběma postranními pásmy DSB, nebo amplitudová modulace s jedním postranním pásmem SSB. U amplitudových modulací lze ještě rozlišit, zda je hlavní nosná vlna částečně potlačena (RC), případně hlavní nosná vlna není přítomna vůbec (SC). Tab. 7.1 přehledně shrnuje popsání modulační schémata.

**Tab. 7.1.** Vybraná modulační schémata používaná v družicové komunikaci (doporučení CCSDS [32]).

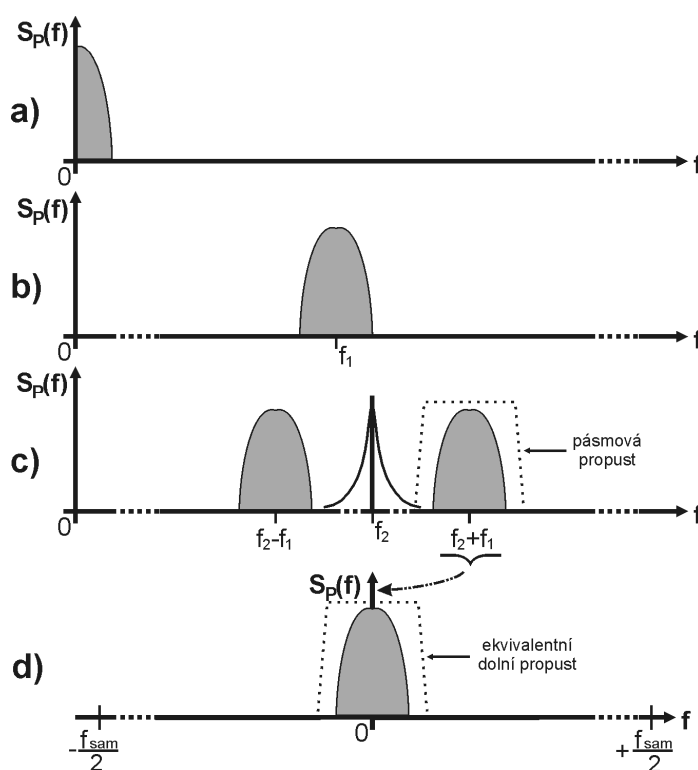
| označení schématu                                   | popis                                                                                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| NRZ/BPSK<br>bez subnosné                            | NRZ data jsou pomocí BPSK modulována přímo na vf. nosnou vlnu (viz kapitola 8)                                                                                                               |
| NRZ/BPSK/PM<br>pravoúhlá/harmonická<br>subnosná     | NRZ data jsou pomocí BPSK modulována na pravoúhlou/harmonickou subnosnou vlnu, která je fázově modulována na vf. nosnou vlnu                                                                 |
| NRZ/BPSK/DSB-SC<br>pravoúhlá/harmonická<br>subnosná | NRZ data jsou pomocí BPSK modulována na pravoúhlou/harmonickou subnosnou vlnu, ta je amplitudově modulována na vf. nosnou vlnu, která je úplně potlačena                                     |
| NRZ/BPSK/DSB-RC<br>pravoúhlá/harmonická<br>subnosná | NRZ data jsou pomocí BPSK modulována na pravoúhlou/harmonickou subnosnou vlnu, ta je amplitudově modulována na vf. nosnou vlnu, která je částečně potlačena                                  |
| NRZ/BPSK/SSB-SC<br>pravoúhlá/harmonická<br>subnosná | NRZ data jsou BPSK modulována na pravoúhlou/harmonickou subnosnou vlnu, ta je amplitudově modulována v jednom postranním pásmu na vf. nosnou vlnu, která je úplně potlačena (viz kapitola 9) |



Pomocná subnosná vlna může být jak harmonická, tak může být tvořena pravoúhlým signálem. Pravoúhlá subnosná vlna se vyznačuje potřebou větší zabrané šířky pásma, ale s jejím použitím se dosahuje větších účinností. U harmonické subnosné vlny je tomu právě naopak, má menší účinnost, ale potřebuje spektrálně užší přenosový kanál. To, která ze subnosných vlny je při modulaci využita, závisí na konkrétní aplikaci.

## 7.1 Modulační schéma NRZ/BPSK

Nejjednodušším modulačním schématem z hlediska modelování a uplatnění vlivu fázových šumů je přímá modulace BPSK na vysokofrekvenční nosnou vlnu. Za předpokladu další frekvenční translace modulovaného signálu do vyšších spektrálních pásem lze princip modelování toho modulačního schématu vysvětlit pomocí Obr. 7.1.



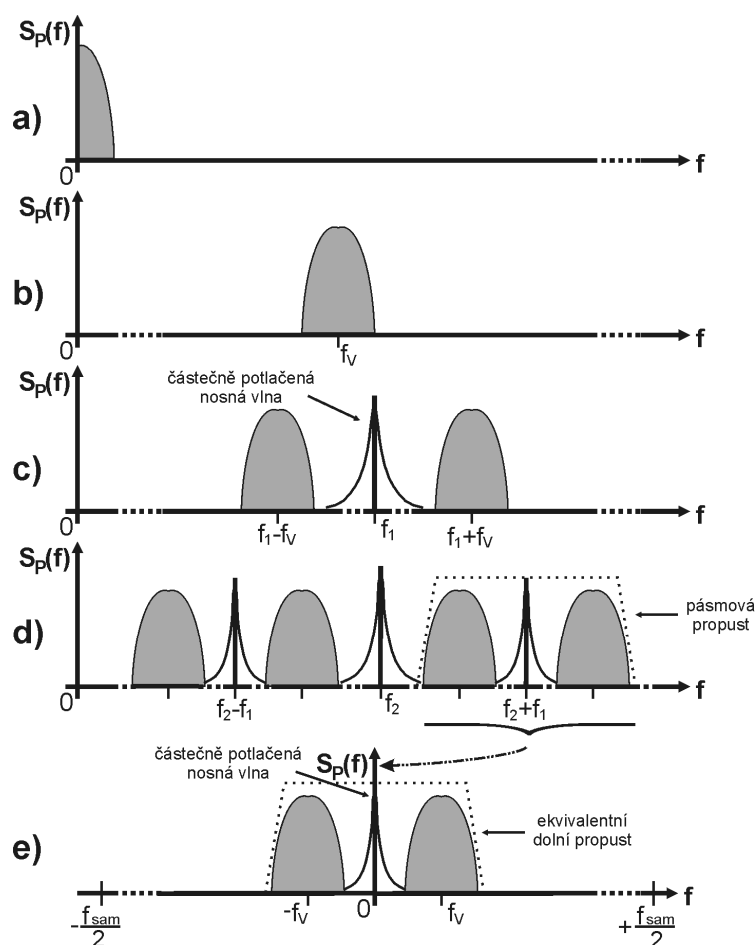
Obr. 7.1. Princip modelování přenosu signálu prostřednictvím modulačního schématu NRZ/BPSK.

Na Obr. 7.1 a) je modulační signál v základním pásmu (upravený datový NRZ signál), který je BPSK modulací přenesen do okolí nosné frekvence modulatoru  $f_1$  (Obr. 7.1 b)). BPSK modulovaný signál má ve spektru v podstatě tvar DBS-SC modulovaného signálu [34]. Jelikož je BPSK modulace realizována násobením, předpokládá se, že fázový šum nosné vlny se přenesne na modulovaný signál. Dalším krokem je směšování do vyšších frekvenčních pásem. Vzniká součtová a rozdílová složka BPSK modulovaného signálu v okolí frekvence  $f_2$  nosné vlny směšovače (Obr. 7.1 c)). Směšování je opět modelováno násobením a tudíž se předpokládá přenos fázového šumu nosné směšovače do pásma užitečného signálu. Obr. 7.1 d) ukazuje přenos pásmového signálu do základního pásma, kde je modelován pomocí analytických signálů a komplexních obálek v rámci pásma vymezeného vzorkování frekvencí modelu  $f_{sam}$ . Obr. 7.1 ukazuje příklad výběru součtové složky po směšování nahoru. Z principu modelování jsou rozdílová složka a

nežádoucí vyšší harmonické produkty potlačeny automaticky. Pásmová filtrace vybírá potřebné pásmo v okolí užitečného signálu.

## 7.2 Modulační schéma NRZ/BPSK/DSB-RC

Další možností je BPSK modulace pomocí harmonické subnosné vlny. Modulační schéma s úplně potlačenou nosnou vlnou (SC) lze považovat za speciální případ modulace s částečně potlačenou nosnou (RC). Jejich popis je tedy sloučen. Situaci graficky znázorňuje Obr. 7.2.



**Obr. 7.2.** Princip modelování přenosu signálu prostřednictvím modulačního schématu NRZ/BPSK/DSB-RC.

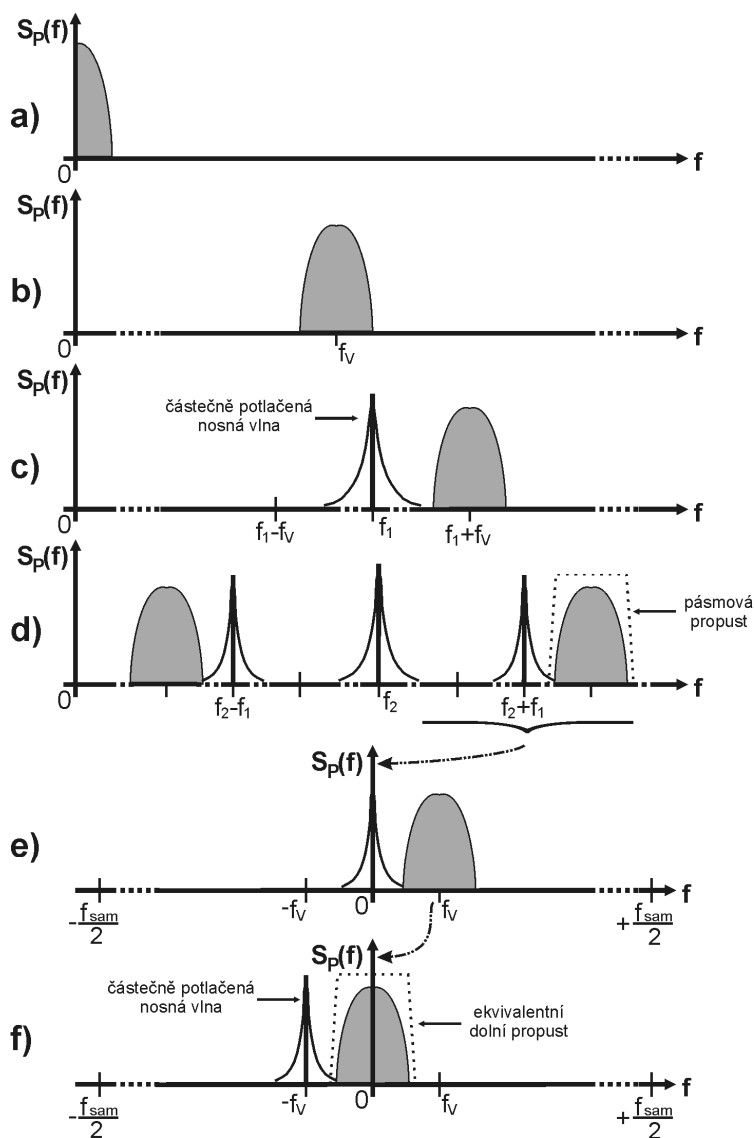
Signál v základním pásmu (Obr. 7.2 a)) je BPSK modulován na nízkofrekvenční subnosnou vlnu o frekvenci  $f_V$  (Obr. 7.2 b)). Následně dochází k DSB-RC modulaci na hlavní nosnou vlnu s frekvencí  $f_1$ . V užitečném pásmu jsou přítomna dvě postranní pásma a nosná vlna (její úroveň závisí na míře potlačení). Směšování signálu nahoru vytváří součtovou a rozdílovou složku. Při modelování pásmového signálu v základním pásmu se pak stačí zaměřit jen na jednu z těchto složek (součtovou viz Obr. 7.2 e)). Modulace na subnosnou vlnu, hlavní DSB modulace i směšování jsou modelovány komplexními analogovými násobičkami. Předpokládá se tedy, že fázový šum nosných vln se přímo uplatní v pásmu užitečného signálu. Residuální nosná vlna je také

degradována fázovým šumem a velikost jejího potlačení ovlivňuje množství fázového šumu v užitečném pásmu.

Bude-li hlavní nosná vlna úplně potlačena (schéma SC), budou výsledky působení fázového šumu velmi podobné jako v případě přímého modulačního schématu NRZ/BPSK. Se zvětšující se velikostí hlavní nosné vlny, bude růst také úroveň fázového šumu v užitečném pásmu. Zvětšování frekvence subnosné vlny sice omezí zásah fázového šumu hlavní nosné vlny do obou užitečných postranních pásem. Na druhou stranu ale bude zapotřebí zvětšit šířku pásma pásmového filtru, což bude mít za následek nárůst vlivu aditivního šumu.

### 7.3 Modulační schéma NRZ/BPSK/SSB-RC

Poslední vybranou modulační technikou je hlavní modulace v jednom postranním pásmu. Znázornění postupu modelování je na Obr. 7.3.



**Obr. 7.3.** Princip modelování přenosu signálu prostřednictvím modulačního schématu NRZ/BPSK/SSB-RC.

Opět je možné označit verzi s úplně potlačenou nosnou (SC) za speciální případ verze s částečně potlačenou nosnou vlnou (RC) a popis provést společně.

První dva kroky jsou totožné s předcházejícím popisem. BPSK modulovaný signál na subnosné vlně je situován v okolí frekvence  $f_V$ . SSB modulace vytvoří v okolí frekvence hlavní nosné vlny  $f_I$  pouze jedno postranní pásmo (horní USB viz Obr. 7.3 c), nebo dolní LSB). Po směšování nahoru vzniká ve spektru součtová a rozdílová složka. Zde je pozornost zaměřena na součtovou složku, viz Obr. 7.3 d). Způsob modelování pásmového signálu v základním pásmu je pak znázorněn na Obr. 7.3 e). Opět se předpokládá, že je fázový šum všech nosných vln promítnut na užitečný signál. Užitečné pásmo signálu je také ovlivněno fázovým šumem částečně potlačené nosné vlny, kde je míra ovlivnění dána velikostí jejího potlačení. Pro správné vyfiltrování užitečného pásma na straně přijímače, je signál zapotřebí přenést do spektrálního počátku, kde se na něj aplikuje ekvivalentní dolní propust (viz Obr. 7.3 f)).

Výhoda této modulační techniky spočívá v možnosti odsunutí užitečného signálu z dosahu postranních pásem fázového šumu hlavní nosné vlny s pomocí zavedení subnosné vlny. S rostoucí frekvencí subnosné vlny klesá míra ovlivnění fázovým šumem hlavní nosné vlny. Další výhodou je menší zabrané pásmo ve spektru a možnost použití užšího přijímacího filtru, což ve výsledku omezuje míru aditivního šumu. V amatérských podmínkách se toto modulační schéma uplatňuje při využití komerčních transceiverů, kde se přenos úzkopásmových datových signálů (telemetrie) realizuje v šířce pásma určené pro přenos hlasu.

Z výše popsaných tří modulačních schémat jsou, s ohledem na jejich vlastnosti, pro další modelování vybrány přímá BPSK modulace (schéma NRZ/BPSK, viz kapitola 8) a modulace v jednom postranním pásmu s využitím subnosné vlny (NRZ/BPSK/SSB-RC, viz kapitola 9). Pro zjednodušení a zpřehlednění bude v dalším textu u označení modulačního schématu vypuštěn způsob zpracování v základním pásmu – NRZ (ten je v obou případech totožný).

## 8 Model M-PSK komunikačního systému

Základní nejjednodušší varianta digitálního komunikačního systému využívá přímé BPSK modulace datové posloupnosti na hlavní vysokofrekvenční nosnou vlnu. Principiální odvození modulačního schématu je uvedeno na Obr. 7.1. Jeho velkou výhodou je snadné modelování pásmového signálu v základním pásmu s přímým využitím ekvivalentní dolní propusti modelující pásmovou propust. Aby se model ještě více přiblížil realitě z hlediska velikosti aplikovaných fázových šumů oscilátorů systému, je zahrnuto navíc směšování modulovaného signálu až do mikrovlnného pásma. S pomocí úpravy je nakonec vytvořen univerzální model pro přímou vícestavovou fázovou modulaci M-PSK datové posloupnosti na hlavní nosnou vlnu.

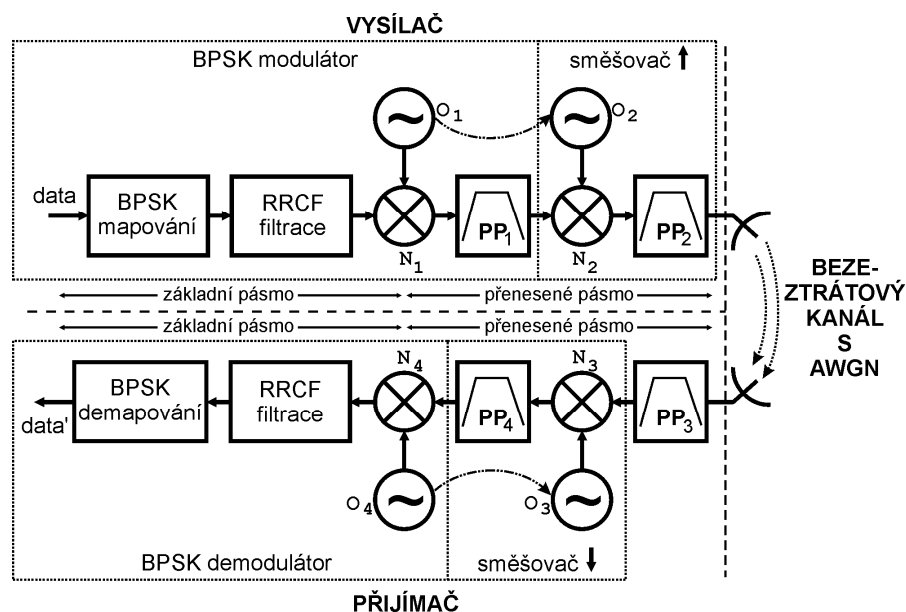
Pro vyhodnocení chování současného působení aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu je zaveden nový přístup. Ve významných bodech přijímací části systému jsou vyhodnocovány výkony příslušející jednotlivým typům šumů a výkony jejich kombinace v závislosti na šířce pásma filtru přijímače. Na jejich základě je pak možné stanovit, který z šumů a za jakých podmínek má převyšující vliv na parametry systému. Jako míra úspěšnosti přenosu digitální informace je určena chybovost přenosu BER. Díky obecnosti modelu lze vyšetřovat tyto vlastnosti jak u dvoustavového systému BPSK, tak i u vícestavových systémů QPSK a 8-PSK.

### 8.1 Obecný popis BPSK systému

Modelování a také samotný popis systému je rozdělen na tři části – vysílač, komunikační kanál a přijímač. Systém zahrnuje jen nejnútnejší funkční bloky, které úzce souvisí se zkoumanou problematikou šumů. Vzhled BPSK komunikačního systému je vyobrazen na Obr. 8.1.

Vstupní bitová posloupnost *data*, vytvářená v náhodném generátoru dat, představuje unipolární NRZ signál. Následuje blok BPSK (obecně M-PSK) mapování vstupních bitů na symboly, na jehož výstupu je přítomen bipolární signál, který má tvar pravoúhlých pulsů. Má tudíž teoreticky nekonečné spektrum, které je pro přenos kanálem nevýhodné. Za účelem omezení spektrálního rozsahu je použita dolní propust typu RRC, která specificky tvaruje jednotlivé přenášené symboly. Zde končí zpracování užitečného signálu v základním pásmu. Pro přenos do vysokofrekvenčního pásma je použita BPSK (obecně M-PSK) modulace a následné směšování nahoru v analogových násobičkách  $N_1$  a  $N_2$ . Nosné signály generované v oscilátorech  $O_1$  a  $O_2$  jsou degradovány fázovými šумы. Pásmové propusti  $PP_1$  a  $PP_2$  slouží pro potlačení nežádoucích vyšších harmonických produktů a složek vzniklých násobením.

Užitečný signál je přenášen bezztrátovým komunikačním kanálem, kde je znehodnocen aditivním tepelným šumem.

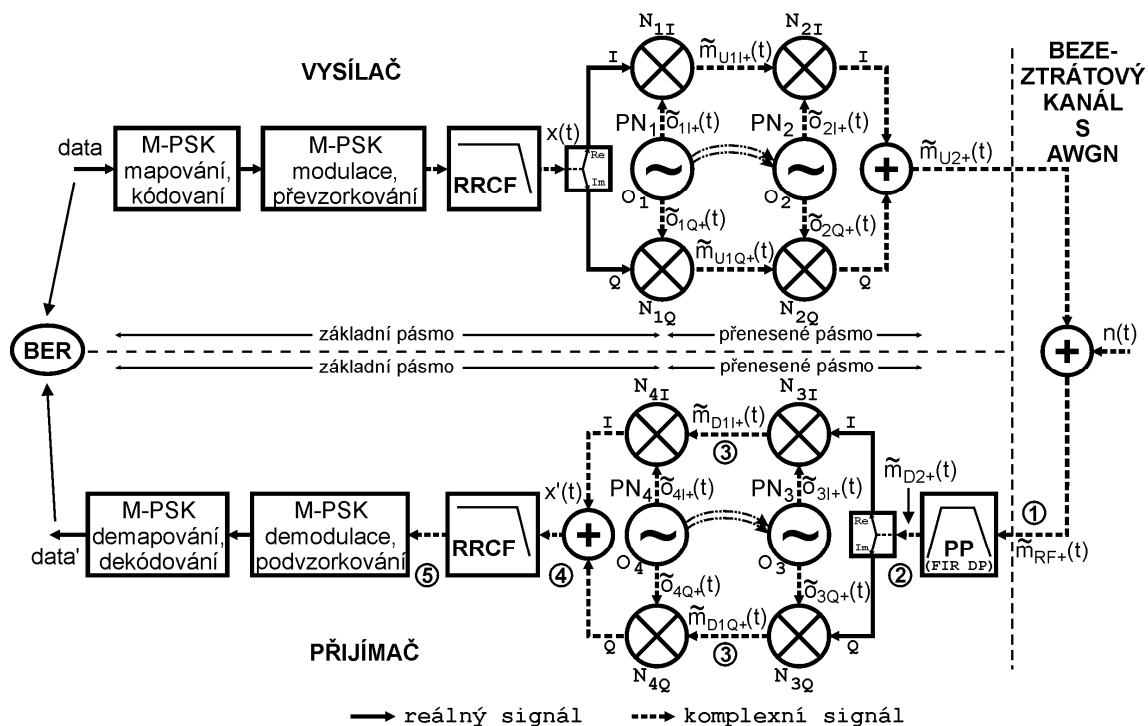


Obr. 8.1. Blokové zapojení BPSK systému.

Na přijímací straně je signál frekvenčně omezen v pásmové propusti  $PP_3$ . Následně dochází ke směšování dolů a k BPSK (obecně M-PSK) demodulaci do základního pásma násobením v analogových násobičkách  $N_3$  a  $N_4$ . Harmonické nosné vlny jsou vytvářeny v oscilátorech  $O_3$  a  $O_4$ , u kterých jsou opět přítomny fázové šумы. Pásmová propust  $PP_4$  slouží pro potlačení nežádoucích složek po směšování. V základním pásmu je signál filtrován dolní propustí typu RRC, za níž následuje blok BPSK (obecně M-PSK) demapování symbolů na jednotlivé přijaté bity. Zde je již přítomen přijatý datový signál *data*, u kterého se vyhodnocuje chybovost přenosu BER.

## 8.2 Popis modelu M-PSK systému a jeho teoretické odvození

Finální model byl kompletně naprogramován v prostředí Matlab. Během vytváření modelu se ukázalo, že je s pomocí několika úprav možné vytvořit univerzální model i pro systémy s vícecestavým fázovým klíčováním. Takto bude obecně možné zkoumat vliv fázových šumů oscilátorů i u vícecestavových modulací (kde se předpokládá vliv fázových šumů výrazně větší než u základní dvoustavové BPSK modulace). Finální verze M-PSK systému je pak vyobrazena na Obr. 8.2.



Obr. 8.2. Finální zapojení obecného modelu M-PSK systému.

### 8.2.1 Vstupní signály a parametry modelu

Před započítím simulace je zapotřebí definovat parametry vstupních signálů modelu (datového signálu  $data$  a nosných signálů oscilátorů vysílače  $o_{1+}(t)$ ,  $o_{2+}(t)$  a přijímače  $o_{3+}(t)$ ,  $o_{4+}(t)$ ). V celém systému je zadána vzorkovací frekvence  $f_{sam}$ . Datový signál  $data$  je generován bitovou rychlostí  $f_b$ . Signál  $data$  je v základním pásmu upraven do podoby  $x(t)$ . Ten je již vzorkován frekvencí  $f_{sam}$  a pak může být přenesen do vysokofrekvenčního pásma pomocí modulace a směšování (modelováno dvojím násobením).

Pásmové signály jsou modelovány pomocí analytických signálů a komplexních obálek v základním pásmu (viz kapitola 6 a [28], [29], [31]). Proto i pro vysokofrekvenční signály oscilátorů postačuje, aby byla splněna podmínka

$$f_{sam} \geq 2 \cdot (m \cdot f_b), \quad (8.1)$$

kde  $m$  je celočíselný násobící koeficient, ukazující kolik vyšších harmonických násobků odvozených od základní bitové rychlosti  $f_b$  bude v simulacích uvažováno (s rostoucím  $m$  bude výsledek simulací přesnější, za předpokladu, že by signál  $data$  byl harmonický, pak podle vzorkovacího teorému postačuje, aby parametr  $m$  byl jednotkový,  $m = 1$ ). Dodržení vztahu (8.1) zaručí, že signál v základním pásmu bude správně navzorkován. Samozřejmě platí, že pro zvýšení přesnosti výsledku simulace je lepší vyšší hodnota  $f_{sam}$ . Tu je ovšem vhodné udržet na únosné velikosti s ohledem na výkon a paměť výpočetní stanice.

Použití komplexních obálek při modelování pásmových signálů přináší zjednodušení v použití pásmových propustí, které jsou modelovány jako dolní propusti (u modelu v místě, kde se hovoří o pásmové propusti modelované dolní propusti, pro přehlednost zůstává zachováno označení PP). Další zjednodušení vede k redukci počtu filtrů použitých v modelu podle Obr. 8.2 proti Obr. 8.1. Vzorkovací frekvence  $f_{sam}$

vymezuje zpracovávané frekvenční pásmo intervalem  $\langle -f_{sam}/2, +f_{sam}/2 \rangle$ . Při násobení tedy nemohou vzniknout nežádoucí vyšší harmonické produkty. Šířky pásem propustí  $PP_1$ ,  $PP_2$  a  $PP_4$  lze ztotožnit s celým simulačním intervalem  $\langle -f_{sam}/2, +f_{sam}/2 \rangle$  (myšleno při modelování v základním pásmu) a tedy v modelu podle Obr. 8.2 je lze fyzicky vypustit.

Zvolená modulace je odlišena parametrem *Mary*. Počet různých stavů odpovídá číslu  $2^{Mary}$ . Tab. 8.1 shrnuje nastavení parametru *Mary* a počtů stavů pro nejpožívanější modulace s fázovým klíčováním.

**Tab. 8.1.** Definice základních parametrů modulací s fázovým klíčováním.

|             | BPSK | QPSK | 8-PSK |
|-------------|------|------|-------|
| <i>Mary</i> | 1    | 2    | 3     |
| $2^{Mary}$  | 2    | 4    | 8     |

### Zpracování vstupního datového signálu v základním pásmu

Jak již bylo uvedeno výše, je třeba vstupní datový signál vhodně upravit a převzorkovat tak, aby jej pak bylo možné transponovat do vysokofrekvenčních pásem.

Vstupní datová posloupnost *data* je generována v bloku náhodného binárního generátoru s bitovou rychlostí  $f_b$  (není v Obr. 8.2 zachyceno). Podle zvoleného typu fázové modulace (parametr *Mary*) jsou bity datové posloupnosti *data* mapovány na symboly. Jeden symbol je tvořen právě *Mary* bity. Symboly jsou následně kódovány a to buď pomocí přímého binárního kódu, nebo pomocí Grayova kódování [26]. Výhodou Grayova kódování je, že při přechodu mezi symboly dochází ke změně jen jednoho bitu v daném symbolu, což vede ke snížení chybovosti přenosu oproti klasickému přímému binárnímu kódování [26].

Zakódované symboly jsou v základním pásmu modulovány v M-PSK modulátoru. Jednotlivé symboly jsou takto usazeny na odpovídající místo do stavového prostoru (představují bod v ideálním konstelačním diagramu). Modulací je v podstatě každému symbolu (stavu) přiřazeno komplexní číslo, jehož reálná část odpovídá přímé složce I (In-phase) a jeho imaginární část odpovídá kvadrurní složce Q (Quadrature).

V případě dvoustavové BPSK modulace je situace jednoduchá a obě možnosti kódování dávají stejné výsledky. Jeden symbol je tvořen právě jedním bitem. Rozmístění stavů ve stavovém (konstelačním) diagramu je zachyceno na Obr. 8.3. V ideálním případě je tak BPSK modulovaný signál pouze reálným signálem. Kvadrurní složka je nulová. Tab. 8.2 shrnuje kódování bitů na symboly a následně jejich modulaci v základním pásmu.

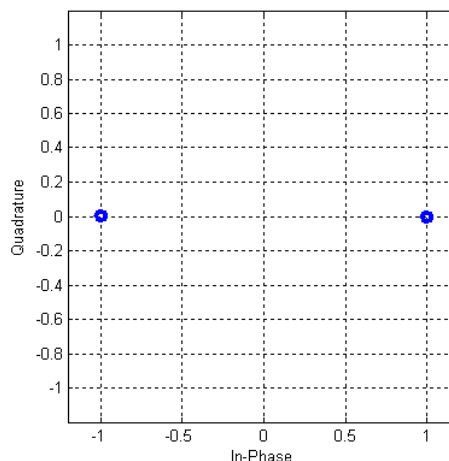
Čtyřstavová modulace QPSK již vykazuje rozdíly ve zvoleném způsobu kódování, které se projeví v chybovosti přenosu datového signálu. Každý symbol je tvořen právě dvěma bity. V ideálním QPSK konstelačním diagramu jsou umístěny čtyři body (viz Obr. 8.4). Modulovaný QPSK signál je již komplexní. Oba typy kódování a výsledky modulace všech bitových kombinací jsou uvedeny v Tab. 8.3.

U osmistavové modulace 8-PSK je situace podobná jako v předešlém případě. Každý symbol je tvořen právě třemi bity. V ideálním konstelačním diagramu 8-PSK je rozmístěno 8 bodů (viz Obr. 8.5). Modulovaný 8-PSK signál je také komplexní. Výsledky pro oba typy kódování a modulace v základním pásmu jsou shrnuty v Tab. 8.4.



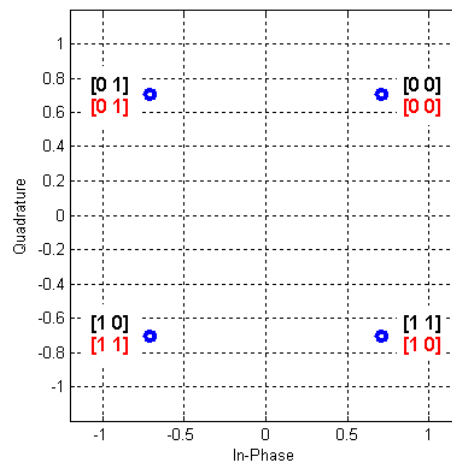
**Tab. 8.2.** Kódování a mapování symbolů u BPSK modulace.

| vstupní bity/<br>symboly | přímé binární<br>kódování | Grayovo<br>kódování | BPSK<br>mapování<br>[I,Q] |
|--------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| 0                        | 0                         | 0                   | [-1,0]                    |
| 1                        | 1                         | 1                   | [1,0]                     |


**Obr. 8.3.** Konstelační diagram BPSK modulace.

**Tab. 8.3.** Kódování a mapování symbolů u QPSK modulace.

| vstupní symboly | přímé binární<br>kódování | QPSK<br>mapování<br>[I,Q] | Grayovo<br>kódování | QPSK<br>mapování<br>[I,Q] |
|-----------------|---------------------------|---------------------------|---------------------|---------------------------|
| 00              | 0                         | $[\sqrt{2}, \sqrt{2}]$    | 0                   | $[\sqrt{2}, \sqrt{2}]$    |
| 01              | 1                         | $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$   | 1                   | $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$   |
| 10              | 2                         | $[\sqrt{2}, -\sqrt{2}]$   | 3                   | $[-\sqrt{2}, -\sqrt{2}]$  |
| 11              | 3                         | $[-\sqrt{2}, -\sqrt{2}]$  | 2                   | $[\sqrt{2}, -\sqrt{2}]$   |



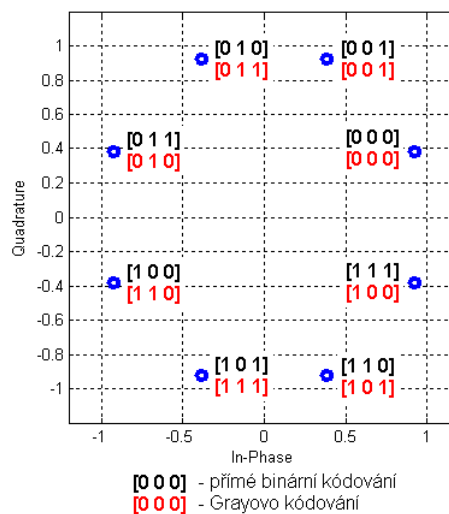
[0 0] - přímé binární kódování  
 [0 1] - Grayovo kódování

**Obr. 8.4.** Konstelační diagram QPSK modulace.

**Tab. 8.4.** Kódování a mapování symbolů u 8-PSK modulace.

| vstupní symboly | Přímé binární<br>kódování | 8-PSK<br>mapování<br>[I,Q] | Grayovo<br>kódování | 8-PSK<br>mapování<br>[I,Q] |
|-----------------|---------------------------|----------------------------|---------------------|----------------------------|
| 000             | 0                         | [a,b]                      | 0                   | [a,b]                      |
| 001             | 1                         | [b,a]                      | 1                   | [b,a]                      |
| 010             | 2                         | [-b,a]                     | 3                   | [-a,b]                     |
| 011             | 3                         | [-a,b]                     | 2                   | [-b,a]                     |
| 100             | 4                         | [-a,-b]                    | 6                   | [b,-a]                     |
| 101             | 5                         | [-b,-a]                    | 7                   | [a,-b]                     |
| 110             | 6                         | [b,-a]                     | 5                   | [-b,-a]                    |
| 111             | 7                         | [a,-b]                     | 4                   | [-a,-b]                    |

$$a = \cos(\pi/8), b = \sin(\pi/8)$$



[0 0 0] - přímé binární kódování  
 [0 0 1] - Grayovo kódování

**Obr. 8.5.** Konstelační diagram 8-PSK modulace.

Jak je zřetelné z předcházejících konstelačních diagramů, fázor otáčející se ve stavové rovině má počátek v počátku souřadného systému a jeho velikost je vždy jednotková.

Z předchozích odstavců je zřejmé, jaké úpravy v původním modelu pro dvoustavový BPSK systém musely být provedeny, aby jej bylo možné využít i pro vícestavové systémy. Model musí obsahovat dvě větve, kde jedna zpracovává informace přímé složky I a druhá zpracovává informace kvadraturní složky Q. Bližší popis následuje dále.

V závislosti na použité modulaci se mění symbolová rychlost  $f_s$  mapovaných bitů podle vztahu [26]

$$f_s = f_b \frac{1}{M_{ary}}. \quad (8.2)$$

Jednotlivé symboly v podstatě představují diskrétní hodnoty posazené do určitého časového rámce. Aby bylo možné s takovým signálem dále pracovat, je nutné jej nejprve vhodně převzorkovat a to vzhledem k zadané vzorovací frekvenci systému  $f_{sam}$ . Převzorkováním se pak myslí doplnění *OversampFactor* - 1 nul za každý namapovaný symbol. Parametr *OversampFactor* je dán vztahem

$$OversampFactor = M_{ary} \frac{f_{sam}}{f_b}. \quad (8.3)$$

Vzniklý signál má pravoúhlý charakter s teoreticky nekonečným spektrem. Pro omezení spektrální šířky modulovaného signálu je do obou výstupních větví modulátoru zařazen tvarovací filtr typu dolní propust. Jedná se o RRC filtr se specifickým průběhem impulsní charakteristiky [26]. Ta mimo spektrálního omezení zaručuje minimalizaci mezisymbolových interferencí (přeslechů). Nastavení filtru se odvíjí od symbolové rychlosti vstupního pravoúhlého signálu. Mezní frekvence  $f_{cut}$  pro pokles přenosové charakteristiky filtru o 3 dB je definována vztahem [35]

$$f_{cut} = \frac{f_b}{M_{ary}} = f_s. \quad (8.4)$$

Pro řád filtru  $N_{RRCF}$  pak platí následující rovnice

$$N_{RRCF} = konst. \cdot \frac{f_{sam}}{f_{cut}(1 + RollOff)}, \quad (8.5)$$

kde *RollOff* je činitel tvaru (roll-off factor) definující nárůst šířky pásma proti šířce pásma Nyquistova pravoúhlého filtru. Pro co nejpresnější vygenerování impulsní charakteristiky se doporučuje  $konst. \geq 5$  [35]. Aby se předešlo vzniku aliasingu, musí být splněna následující podmínka  $f_{sam} \geq 2 \cdot f_{cut}(1 + RollOff)$ . Výstupem RRC filtru je komplexní signál  $x(t)$ , jehož reálná část představuje přímou složku M-PSK mapovaného signálu a imaginární část představuje kvadraturní složku M-PSK mapovaného signálu v základním pásmu (viz Obr. 8.2).

Na tomto místě je vhodné provést výpočet výkonu užitečného modulačního signálu  $P\{x(t)\}$ , pro který platí

$$P\{x(t)\} = P\{x_I(t)\} + P\{x_Q(t)\} = \frac{1}{TIME} \left[ \int_0^{TIME} x_I^2(t) dt + \int_0^{TIME} x_Q^2(t) dt \right]. \quad (8.6)$$

Veličina  $TIME$  udává celkovou dobu simulovaného úseku signálu v sekundách. Velikost výkonu  $P\{x(t)\}$  bude následně použita pro stanovení parametrů modelu aditivního tepelného šumu.

### Zdroje nosných signálu ve vysílači a přijímači

Přímá i kvadrurní složka signálu  $x(t)$  jsou ze základního pásma přeneseny do vysokofrekvenčního pásma pomocí M-PSK modulace a směřování nahoru v komplexních analogových násobičkách  $N_1$  a  $N_2$ . Směřování je realizováno násobením vzorek po vzorku s komplexními obálkami jednotlivých nosných signálů. Jelikož se zpracovávají dvě složky vstupního signálu, které jsou v kvadratuře (přímá složka I a kvadrurní složka Q), je pro směřování zapotřebí vygenerovat vždy dvojici nosných signálů, které jsou také v kvadratuře. Pro časové vyjádření analytických signálů  $o_{1+}(t)$  a  $o_{2+}(t)$  nosných vln oscilátorů vysílače platí

$$o_{1I+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)} \cdot e^{j\omega_1 t}, \quad (8.7 a)$$

$$o_{1Q+}(t) = o_{1I+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)} \cdot e^{j\omega_1 t}, \quad (8.7 b)$$

$$o_{2I+}(t) = O_2 \cdot e^{j\Phi_2} \cdot e^{j\psi_2(t)} \cdot e^{j\omega_2 t}, \quad (8.8 a)$$

$$o_{2Q+}(t) = o_{2I+}(t) \cdot e^{j\pi/2} = O_2 \cdot e^{j\Phi_2} \cdot e^{j\psi_2(t)} \cdot e^{j\pi/2} \cdot e^{j\omega_2 t}. \quad (8.8 b)$$

Komplexní obálky těchto signálů jsou pak následující

$$\tilde{o}_{1I+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)}, \quad (8.9 a)$$

$$\tilde{o}_{1Q+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)}, \quad (8.9 b)$$

$$\tilde{o}_{2I+}(t) = O_2 \cdot e^{j\Phi_2} \cdot e^{j\psi_2(t)}, \quad (8.10 a)$$

$$\tilde{o}_{2Q+}(t) = O_2 \cdot e^{j\Phi_2} \cdot e^{j\psi_2(t)} \cdot e^{j\pi/2}. \quad (8.10 b)$$

$O_1$  a  $O_2$  jsou amplitudy,  $\Phi_1$  a  $\Phi_2$  jsou počáteční fáze nosných signálů.  $\psi_1(t)$  a  $\psi_2(t)$  odpovídají jejich fázovým fluktuacím v časové oblasti.

Na přijímací straně se provádí opačný postup. Signál je z přeneseného pásma transponován zpět do základního pásma prostřednictvím směřování dolů a M-PSK demodulace. Ty jsou opět realizovány analogovými násobičkami  $N_3$  a  $N_4$ , které vzorek po vzorku násobí signál na svém vstupu s komplexní obálkou příslušného nosného signálu oscilátoru  $O_3$  nebo  $O_4$ . Po vzoru vysílací strany, i zde se pro každé násobení musí vytvořit dvojice nosných signálů v kvadratuře (zvlášť pro větev I a zvlášť pro větev Q). Časové průběhy analytických signálů oscilátorů přijímače jsou popsány rovnicemi

$$o_{3I+}(t) = O_3 \cdot e^{j\Phi_3} \cdot e^{j\psi_3(t)} \cdot e^{-j\omega_3 t}, \quad (8.11 a)$$

$$o_{3Q+}(t) = o_{3I+}(t) = O_3 \cdot e^{j\Phi_3} \cdot e^{j\psi_3(t)} \cdot e^{-j\omega_3 t}, \quad (8.11 b)$$

$$o_{4I+}(t) = O_4 \cdot e^{j\Phi_4} \cdot e^{j\psi_4(t)} \cdot e^{-j\omega_4 t}, \quad (8.12 a)$$

$$o_{4Q+}(t) = o_{4I+}(t) \cdot e^{j\pi/2} = O_4 \cdot e^{j\Phi_4} \cdot e^{j\psi_4(t)} \cdot e^{j\pi/2} \cdot e^{-j\omega_4 t}. \quad (8.12 b)$$

Jim odpovídají následující komplexní obálky

$$\tilde{o}_{3I+}(t) = O_3 \cdot e^{j\Phi_3} \cdot e^{j\psi_3(t)}, \quad (8.13 \text{ a})$$

$$\tilde{o}_{3Q+}(t) = O_3 \cdot e^{j\Phi_3} \cdot e^{j\psi_3(t)}, \quad (8.13 \text{ b})$$

$$\tilde{o}_{4I+}(t) = O_4 \cdot e^{j\Phi_4} \cdot e^{j\psi_4(t)}, \quad (8.14 \text{ a})$$

$$\tilde{o}_{4Q+}(t) = O_4 \cdot e^{j\Phi_4} \cdot e^{j\psi_4(t)} \cdot e^{j\pi/2}. \quad (8.14 \text{ b})$$

$O_3$  a  $O_4$  jsou amplitudy,  $\Phi_3$  a  $\Phi_4$  jsou počáteční fáze nosných signálů přijímače.  $\psi_3(t)$  a  $\psi_4(t)$  odpovídají fázovým fluktuacím v časové oblasti. Při matematickém odvozování modelovaného systému jsou pro zjednodušení v dalších rovnicích považovány počáteční fáze všech nosných signálů za nulové ( $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_4 = 0$  rad).

Ve vztazích (8.7 b), (8.9 b) a (8.11 b), (8.13 b) na první pohled chybí člen  $e^{j\pi/2}$  vytvářející kvadrurní složku. Toto je provedeno záměrně, neboť signál v obou větvích je zpracováván zcela samostatně a vždy až po druhém násobení jsou obě složky sloučeny (po směřování nahoru ve vysílači a po M-PSK demodulaci v přijímači, viz Obr. 8.2). Pokud by člen  $e^{j\pi/2}$  byl přítomen v obou signálech  $o_{1Q+}(t)$ ,  $o_{2Q+}(t)$  a  $o_{3Q+}(t)$ ,  $o_{4Q+}(t)$ , jejich postupným použitím při násobení by ve skutečnosti došlo k otočení fáze o  $180^\circ$  a nikoliv jen o  $90^\circ$ . Vznikl by signál v protifázi nikoliv v kvadratuře, což by vedlo k nesprávnému odečítání signálů obou větví.

Jak ve vysílači, tak v přijímači se předpokládá, že je vždy přítomen jeden řídicí oscilátor s vysokou stabilitou (vždy ten s nižší frekvencí,  $O_1$  a  $O_4$ ), na který jsou navázány oscilátory další  $O_2$  a  $O_3$  (navázání je znázorněno čerchovanou křivkou spojující oba vysílací nebo přijímací oscilátory, viz Obr. 8.1 a Obr. 8.2). Fázový šum řídicích oscilátorů je modelován způsobem popsáným v kapitole 4. Vysokofrekvenční nosné signály jsou získávány násobením pomocí smyček fázových závěsů (PLL). Smyčky PLL nejsou detailně modelovány. Je postupováno podle následující úvahy [36], [37] pro vysílací část systému

$$L_2(f_m) = 20 \cdot \log \left( \frac{f_{O_2}}{f_{O_1}} \right) \cdot L_1(f_m) \quad (8.15)$$

a pro přijímací část systému

$$L_3(f_m) = 20 \cdot \log \left( \frac{f_{O_3}}{f_{O_4}} \right) \cdot L_4(f_m). \quad (8.16)$$

$L_1(f_m)$ ,  $L_2(f_m)$ ,  $L_3(f_m)$  a  $L_4(f_m)$  jsou jednostranné spektrální výkonové hustoty fázového šumu oscilátorů  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  a  $O_4$ . U fázového šumu odvozených nosných signálů tedy, zjednodušeně řečeno, hraje roli násobící koeficient smyčky fázového závěsu.

Navázání jednotlivých oscilátorů na oscilátor řídicí může být zrušeno a fázové fluktuace všech oscilátorů jsou pak modelovány zcela nezávisle podle popisu v kapitole 4.

### Modelování přenosového kanálu s AWGN

Působení aditivního tepelného šumu přijímací soustavy a komunikačního kanálu je stejným způsobem jako v kapitole 6 přepočítáno na vstup přijímací antény. Celková úroveň tepelného šumu je tedy vyjádřena šumem komunikačního kanálu. Tepelný šum má Gaussovské rozložení amplitud s nulovou střední hodnotou a rozptylem  $\sigma_{AWGN}^2$ . Komplexní šum je dán rovnicí (6.9) a v komunikačním kanále je vzorek po vzorku

přičítán k užitečnému signálu. Kanál modelovaný tímto způsobem je označován jako AWGN kanál. Pro výkon  $N$  šumu  $n(t)$  platí

$$N = P\{n_I(t)\} + P\{n_Q(t)\} = \frac{1}{TIME} \left[ \int_0^{TIME} n_I^2(t) dt + \int_0^{TIME} n_Q^2(t) dt \right] \quad (8.17)$$

a je přímo roven rozptylu  $\sigma_{AWGN}^2$ . Veličina  $TIME$  udává celkovou dobu simulovaného úseku signálu v sekundách.

Pro snadné vyjádření vlivu aditivního tepelného šumu kdekoli v přijímací části komunikačního řetězce, je výhodné zavedení výkonové spektrální hustoty šumu  $N_0$  (vztah (5.2), [26]). Šumová šířka pásma  $B_N$  v místě přidání aditivního tepelného šumu (viz Obr. 5.2) je rovna vzorkovací frekvenci  $f_{sam}$ . Situace je totožná se znázorněním na Obr. 6.4. Výkon šumu  $N$  v šumové šířce pásma  $B_N$  je dán součinem této šířky pásma  $B_N$  se spektrální výkonovou hustotou šumu  $N_0$ . Pro  $N_0$  pak lze odvodit následující vztah

$$N_0 = \frac{N}{B_N} = \frac{N}{f_{sam}}. \quad (8.18)$$

S jeho pomocí lze upravit vztah mezi odstupem  $C/N$  a  $E_b/N_0$  [27] do následujícího tvaru

$$\frac{C}{N} = \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{f_b}{f_{sam}}, \quad (8.19)$$

kde  $E_b/N_0$  odpovídá poměru energie připadající na jeden informační bit ku výkonové spektrální hustotě šumu.

Pro realizaci AWGN kanálu je využita standardní funkce prostředí Matlab. Jejimi vstupními parametry jsou časový průběh užitečného signálu, velikost odstupe užitečného signálu od aditivního šumu  $C/N$  a velikost výkonu vstupního užitečného signálu. Je-li znám výkon užitečného signálu  $P\{x(t)\}$  a výkony nosných vln modulátoru a směřovače přijímače, lze pro zadaný  $E_b/N_0$  podle (8.19) vypočítat příslušný odstup  $C/N$  aditivního tepelného šumu v komunikačním kanále.

Přímé zadávání poměru  $E_b/N_0$  pro vyjádření množství aditivního šumu v komunikačním kanále je velmi výhodné. Tato veličina je pak přímo využita při vyhodnocení závislosti chybovosti přenosu BER na  $E_b/N_0$ .

### 8.2.2 Odvození ideálního M-PSK systému

V této části bude provedeno teoretické řešení modelovaného systému za ideálních podmínek. Nejsou tedy přítomny žádné zdroje šumů ( $n = 0$ ,  $\psi_1 = 0$ ,  $\psi_2 = 0$ ,  $\psi_3 = 0$ ,  $\psi_4 = 0$ ). Přenosový kanál je považován za bezztrátový a bezšumový. Všechny oscilátory systému produkují ideální harmonické signály bez fázových fluktuací. Cílem je vyjádřit šumové výkony ve vybraných místech komunikačního systému (viz Obr. 8.2). Řešení ideálního systému bude sloužit jako referenční, vůči němuž budou vztahovány výsledky získané v dalších krocích.

Pro zkrácení zápisu a zpřehlednění výrazů je v dalších rovnicích použito následující označení pro součin amplitud příslušných oscilátorů systému –  $O_{1-2}$  označuje součin  $O_1 \cdot O_2$ ,  $O_{1-3}$  označuje součin  $O_1 \cdot O_2 \cdot O_3$ , atd. Signály v časové oblasti jsou při odvozování uváděny bez časově nezávislé proměnné  $t$  (např.:  $x$  namísto  $x(t)$ ,  $\psi_1$  namísto  $\psi_1(t)$ , atd.).

### • vysílač

Vstupní modulační signál  $x$  představuje M-PSK mapovaná data v základním pásmu a jeho odvození je uvedeno v kapitole 8.2.1. Tento signál je vždy považován za ideální, neboť při jeho vytvoření nejsou uvažovány žádné zdroje šumů. Signál  $x$  je obecně komplexní a podle Obr. 8.2 je rozdělen na dva reálné signály  $x_I$  a  $x_Q$ . Oba jsou pak zpracovány v samostatných větvích I a Q. Vliv nosné vlny M-PSK modulátoru je zahrnut prostřednictvím násobení s komplexními obálkami signálů oscilátoru  $O_1$ . S využitím vztahů (8.9) lze získat výsledky po modulaci

$$\tilde{m}_{U1I+} = x_I \cdot \tilde{o}_{1I+} = x_I \cdot O_1, \quad (8.20 \text{ a})$$

$$\tilde{m}_{U1Q+} = x_Q \cdot \tilde{o}_{1Q+} = x_Q \cdot O_1. \quad (8.20 \text{ b})$$

Nosné vlny popsané vztahy (8.10) slouží ke směšování nahoru do vysokofrekvenčního pásma. Pro tuto operaci lze v časové oblasti psát rovnice

$$\tilde{m}_{U2I+} = \tilde{m}_{U1I+} \cdot \tilde{o}_{2I+} = x_I \cdot O_{1-2}, \quad (8.21 \text{ a})$$

$$\tilde{m}_{U2Q+} = \tilde{m}_{U1Q+} \cdot \tilde{o}_{2Q+} = x_Q \cdot O_{1-2} \cdot e^{j\pi/2}. \quad (8.21 \text{ b})$$

Poslední rovnice popisují signály v kvadratuře, které mohou být sečteny v komplexní sčítačce. V tomto místě je signál připraven na vyslání kanálem směrem k přijímači. Jelikož je přenosový kanál ideální ( $n = 0$ ) je přijatý signál (*bod 1*) totožný s vyslaným signálem

$$\tilde{m}_{RF+} = \tilde{m}_{U2+} = \tilde{m}_{U2I+} + \tilde{m}_{U2Q+} = (x_I + j \cdot x_Q) \cdot O_{1-2} = x \cdot O_{1-2}. \quad (8.22)$$

### • přijímač – bod 1, bod 2

Prvním blokem přijímače je pásmová propust PP, u které se předpokládá, že neovlivňuje užitečný přijímaný signál  $\tilde{m}_{RF+}$ . Jelikož není přítomen žádný šum, pásmová propust PP se chová jako ideální blok s jednotkovým přenosem. Za pásmovou propustí (*bod 2*) je tedy přítomen nezměněný přijatý signál  $\tilde{m}_{D2+} = \tilde{m}_{RF+}$ . Pro výkony ideálního přijatého signálu v *bodě 1* a *bodě 2* platí

$$P_{(1)} = P\{\tilde{m}_{RF+}\} = P_{(2)} = P\{\tilde{m}_{D2+}\} = (O_{1-2})^2 \cdot P\{x\}. \quad (8.23)$$

### Přijímač – bod 3

Komplexní signál  $\tilde{m}_{D2+}$  je rozdělen na dva reálné signály. Reálnou část tvoří přímá složka modulovaných dat ve větvi I, imaginární část je dána kvadraturní složkou modulovaných dat ve větvi Q. Signály v obou větvích jsou podrobeny obdobným operacím. Nejprve dochází ke směšování dolů, s využitím vztahů (8.13) vzniká v *bodě 3* dvojice signálů

$$\tilde{m}_{D1I+} = \text{Re}\{\tilde{m}_{D2+}\} \cdot \tilde{o}_{3I+} = x_I \cdot O_{1-3}, \quad (8.24 \text{ a})$$

$$\tilde{m}_{D1Q+} = \text{Im}\{\tilde{m}_{D2+}\} \cdot \tilde{o}_{3Q+} = x_Q \cdot O_{1-3}. \quad (8.24 \text{ b})$$

Výkon signálu po směšování dolů je dán vztahem

$$P_{(3)} = P\{\tilde{m}_{D1I+}\} + P\{\tilde{m}_{D1Q+}\} = (O_{1-3})^2 \cdot P\{x\}. \quad (8.25)$$

#### • přijímač – bod 4

Následující operací je demodulace vysokofrekvenčního signálu zpět do základního pásma. Zde se promítne vliv nosné vlny demodulátoru. S pomocí vztahů (8.14) lze demodulaci (násobením) obdržet dvojici signálů

$$x'_I = \tilde{m}_{D1I+} \cdot \tilde{o}_{4I+} = x_I \cdot O_{1-4}, \quad (8.26 \text{ a})$$

$$x'_Q = \tilde{m}_{D1Q+} \cdot \tilde{o}_{4Q+} = x_Q \cdot O_{1-4} \cdot e^{j\pi/2}. \quad (8.26 \text{ b})$$

Jejich sečtením se získá výsledný přijatý signál  $x'$  v základním pásmu (bod 4). Výkon tohoto signálu je roven

$$P_{(4)} = P\{x'\} = (O_{1-4})^2 \cdot P\{x\}. \quad (8.27)$$

Signál  $x'$  je podroben filtraci v dolní propusti s impulsní charakteristikou typu RRC. Tento filtr je totožný s vysílacím filtrem RRC. Jejich společné použití vytváří na přijímací straně tzv. přizpůsobený filtr [26], [34], který zaručuje maximalizaci poměru  $S/N$  za přítomnosti aditivního šumu. Další výhodou užití RRC filtrů je minimalizace mezisymbolových interferencí, což vede ke zmenšení chybovosti přenosu BER.

Za účelem dosažení maximálního poměru  $S/N$  u přijatého signálu s aditivním šumem, je zapotřebí signál  $x'$  vzorkovat vždy v polovině symbolové periody. Po převzorkování je pak výsledný signál vzorkován frekvencí  $f_s$  (tedy hodnotou rovnou symbolové rychlosti). Tento proces je fyzicky realizován podvzorkováním s využitím výrazu *OversampFactor*, viz vztah (8.3).

Podvzorkovaný signál je veden do bloku M-PSK demapování (pracujícím opět v základním pásmu), který plní přesně opačnou funkci než blok M-PSK mapování (viz kapitola 8.2.1). V závislosti na použité modulaci (dáno parametrem *Mary*) se bodům ze stavového diagramu (přijaté symboly) přiřadí čísla (zpětný postup, viz Tab. 8.2, Tab. 8.3 nebo Tab. 8.4), kterým v závislosti na použitém kódování (přímé binární, Grayovo) odpovídají skupiny dekódovaných bitů. Vzniká přijatý signál *data'* proudící rychlostí  $f_b$ . Jelikož se doposud řeší ideální systém bez přítomnosti rušivých signálů, jsou výsledné stavové diagramy (v závislosti na *Mary*) totožné s vyobrazeními na Obr. 8.3, Obr. 8.4 a Obr. 8.5.

### 8.2.3 Odvození M-PSK systému s AWGN

Prvním typem šumu, kterému je modelovaný systém vystaven, je aditivní tepelný šum modelovaný jako AWGN v komunikačním kanálu. Oscilátory systému produkují ideální nosné signály bez fázových fluktuací ( $\psi_1 = 0$ ,  $\psi_2 = 0$ ,  $\psi_3 = 0$ ,  $\psi_4 = 0$ ). Výkon aditivního šumu je zadán prostřednictvím parametru  $E_b/N_0$  (viz poslední odstavec kapitoly 8.2.1). Z něj se podle vztahu (8.19) odvodí poměr  $C/N$  potřebný pro generaci šumu  $n$ . Ve vysílací části řetězce Obr. 8.2 není přítomen žádný zdroj tepelného šumu. Následující odstavce proto řeší pouze přijímací část systému, kde jsou počítány výkony aditivních šumů. Využívá se referenčních časových průběhů užitečných signálů odvozených v předcházejí podkapitole. Výkon samotného šumu v příslušném bodě systému se pak určí z časového průběhu šumu vzniklého odečtením referenčního signálu od zašuměného signálu podle obecné rovnice

$$N_{AWGN(xx)} = P\{\text{noised}_{AWGN(xx)} - \text{ideal}_{(xx)}\}, \quad (8.28)$$

kde dvojité xx v indexu označuje právě vyšetřovanou přijímací část řetězce (*bod 1 až bod 4*).

#### • přijímač – bod 1

V komunikačním kanále dochází k sečení šumu  $n$  a užitečného signálu  $\tilde{m}_{U2+}$ . Na přijímací anténu tedy dopadá signál

$$\tilde{m}_{RF+} = \tilde{m}_{U2+} + n. \quad (8.29)$$

Po odečtení ideálního signálu (8.22) od zašuměného signálu (8.29) zůstává samotný aditivní šum  $n$ , jehož výkon  $N_{AWGN(1)}$  lze vypočítat podle vztahu (8.17). Ke stejnému výsledku se dojde s pomocí vypočteného poměru  $C/N$  (8.19) a po dosazení výkonu užitečného signálu  $C$  (výkon  $C$  je roven výkonu modulovaného filtrovaného signálu  $P\{x\}$  upraveného o výkony signálů oscilátorů vysílače  $O_1$  a  $O_2$ )

$$N_{AWGN(1)} = P\{n\} = N = \frac{(O_{1-2})^2 \cdot P\{x\}}{C/N}. \quad (8.30)$$

#### • přijímač – bod 2

Na vstupu přijímače je připojena pásmová propust PP. Opět se předpokládá, že filtr žádným způsobem neovlivní užitečný signál. Pásmová propust ovšem omezí velikost výkonu průchozího aditivního šumu. Ten je po průchodu PP označen jako  $n_{pp}$ . Úpravou rovnice (8.29) lze získat

$$\tilde{m}_{D2+} = \tilde{m}_{U2+} + n_{pp}. \quad (8.31)$$

Na tomto místě je třeba stanovit výkon aditivního šumu po průchodu pásmovou propustí PP. Za tímto účelem se využije vztahu (8.18) pro odvození výkonové spektrální hustoty šumu  $N_0$  v AWGN kanálu. Ze známé šumové šířky pásma  $B_{NPP}$  pásmové propusti PP lze pro výkon aditivního šumu v *bodě 2* vyjádřit vztah [27]

$$N_{AWGN(2)} = P\{n_{pp}\} = N_0 \cdot B_{NPP}. \quad (8.32)$$

Odvození je totožné s případem uvedeným v kapitole 6.2.3 a je graficky vyobrazeno na Obr. 6.5.

#### • přijímač – bod 3

Směšování dolů je modelováno násobením s harmonickou nosnou vlnou ideálního oscilátoru  $O_3$ . S využitím rovnice (8.31) lze obdržet časový průběh signálu v *bodě 3*

$$\tilde{m}_{D1+} = \tilde{m}_{D2+} \cdot \tilde{o}_{3+} = n_{pp} \cdot O_3 + x \cdot O_{1-3}. \quad (8.33)$$

Z rovnice (8.32) se pak po upravení výkonem nosné vlny směšovače vyjádří výkon aditivního šumu v *bodě 3*



$$N_{AWGN(3)} = P\{n_{PP} \cdot O_3\} = N_{AWGN(2)} \cdot O_3^2. \quad (8.34)$$

• **přijímač – bod 4**

Demodulace transponuje přijatý signál zpět do základního pásma. Výsledek násobení s komplexní obálkou nosné demodulátoru dává vzniknout časovému průběhu

$$x' = \tilde{m}_{D1+} \cdot \tilde{o}_{4+} = n_{PP} \cdot O_{3-4} + x \cdot O_{1-3}. \quad (8.35)$$

Výkon aditivního šumu v *bodě 4* lze, obdobně jako v případě (8.34), vypočítat podle

$$N_{AWGN(4)} = N_{AWGN(2)} \cdot (O_{3-4})^2. \quad (8.36)$$

## 8.2.4 Odvození M-PSK systému s PN

V dalším kroku je modelovaný řetězec vystaven samostatnému vlivu fázového šumu všech oscilátorů systému. Musí se tedy počítat i s fázovým šumem obou oscilátorů ve vysílači. Přenosový kanál je v tomto případě považován za ideální, bezšumový ( $n = 0$ ).

• **vysílač**

Úpravou vztahů (8.20) lze získat modulovaný signál, který je již degradován fázovými fluktuacemi  $\psi_1$  nosné vlny oscilátoru  $O_1$

$$\tilde{m}_{U1I+} = x_I \cdot \tilde{o}_{1I+} = x_I \cdot O_1 \cdot e^{j\psi_1}, \quad (8.37 \text{ a})$$

$$\tilde{m}_{U1Q+} = x_Q \cdot \tilde{o}_{1Q+} = x_Q \cdot O_1 \cdot e^{j\psi_1}. \quad (8.37 \text{ b})$$

Doplněním vztahů (8.21) vzniknou signály po frekvenční transpozici nahoru do vysokofrekvenčního pásma

$$\tilde{m}_{U2I+} = \tilde{m}_{U1I+} \cdot \tilde{o}_{2I+} = x_I \cdot O_1 \cdot e^{j\psi_1} \cdot O_2 \cdot e^{j\psi_2}, \quad (8.38 \text{ a})$$

$$\tilde{m}_{U2Q+} = \tilde{m}_{U1Q+} \cdot \tilde{o}_{2Q+} = x_Q \cdot O_1 \cdot e^{j\psi_1} \cdot O_2 \cdot e^{j\psi_2} \cdot e^{j\pi/2}. \quad (8.38 \text{ b})$$

• **přijímač – bod 1**

Ideální přenosový kanál je možné nahradit blokem s jednotkovým přenosem a vyslaný signál je pak přímo totožný s přijatým signálem v *bodě 1*. Při odvození lze vyjít ze vztahu (8.22) a obdržet

$$\tilde{m}_{RF+} = \tilde{m}_{U2+} = [x_I + x_Q \cdot e^{j\pi/2}] \cdot O_1 \cdot e^{j\psi_1} \cdot O_2 \cdot e^{j\psi_2} = x \cdot O_{1-2} \cdot e^{j(\psi_1+\psi_2)}. \quad (8.39)$$

Výkon samotného multiplikativního šumu v příslušném bodě systému lze určit z obecné rovnice

$$N_{PN(xx)} = P\{\text{noised}_{PN(xx)} - \text{ideal}_{(xx)}\}, \quad (8.40)$$

kde dvojitě xx v indexu označuje vyšetřovanou část systému (*bod 1 až bod 4*). Signál  $\text{ideal}_{(xx)}(t)$  představuje referenci odvozenou v kapitole 8.2.2.

Multiplikativní šum v *bodě 1* vznikne po odečtení rovnice (8.22) od rovnice (8.39). Za předpokladu platnosti zjednodušení (6.8) i pro součet časových průběhů fázových fluktuací  $\psi_1$  a  $\psi_2$  je výkon multiplikativního šumu v *bodě 1* dán vztahem

$$N_{PN(1)} = P\{x \cdot O_{1-2} \cdot j(\psi_1 + \psi_2)\} = P\{x\} \cdot (O_{1-2})^2 \cdot [P\{\psi_1\} + P\{\psi_2\}]. \quad (8.41)$$

Fázové fluktuace signálů všech oscilátorů jsou nezávislé, nekorelované náhodné procesy. Výkon součtu fázových fluktuací pak může být přímo nahrazen součtem výkonů jednotlivých nezávislých fázových fluktuací [25].

Výkony fázových fluktuací lze určit dvěma způsoby. Je-li znám časový průběh fázových fluktuací, pak pro jejich výkon platí vztah (příklad pro  $\psi_1$ )

$$P\{\psi_1\} = \frac{1}{TIME} \int_0^{TIME} \psi_1 dt. \quad (8.42)$$

Veličina  $TIME$  udává celkovou dobu simulovaného úseku signálu v sekundách. Pokud se fázové fluktuace generují podle procedury popsané v kapitole 4, je výhodnější pro výpočet výkonu použít rovnici (příklad pro  $\psi_1$ )

$$P\{\psi_1(t)\} = 2 \cdot \int_{f_1}^{f_2} L_1(f_m) df_m. \quad (8.43)$$

Průběh jednostranné spektrální hustoty fázového šumu  $L_1(f_m)$  je zadán ve frekvenční oblasti. Integrační meze jsou následující  $f_1 = \Delta f$  a  $f_2 = f_{sam}/2$ . Fázový šum nezahrnuje samotnou frekvenci nosné vlny,  $f_1 \neq 0$ . Proto byla zavedena veličina  $\Delta f$ , která, stejně jako v kapitole 6, vyjadřuje nejmenší ofsetovou frekvenci plynoucí z parametrů simulace. Vztah (8.43) (případně (8.42)) platí stejně pro fázové fluktuace  $\psi_2$  oscilátoru směřovače ve vysílači.

## • přijímač – bod 2

U pásmové propusti PP na vstupu přijímače se opět předpokládá, že omezuje pouze množství výkonu fázových fluktuací, které jí procházejí do dalších obvodů. Užitečný signál není ovlivněn. Situace je složitější, než v případě aditivního šumu. Principiálně se vychází z řešení uvedeného v kapitole 6.

Tvar frekvenční přenosové charakteristiky pásmové propusti PP má vliv na zvolený postup řešení. Nejprve je uvažována velká strmost přechodu frekvenční charakteristiky filtru z propustného do nepropustného pásma. V tomto případě je možné použít veličinu šumová šířka pásma  $B_{NPP}$  i pro řešení problematiky fázového šumu. Opačný případ, je-li strmost filtru malá, bude komentován na konci kapitoly.

Fázové fluktuace obsažené v přijatém signálu  $\tilde{m}_{RF+}$  je možné po průchodu pásmovou propustí PP přeznačit podle následujícího schématu  $\psi_1 \rightarrow \psi_{1PP}$  a  $\psi_2 \rightarrow \psi_{2PP}$ . Vztah (8.39) přechází ve vztah

$$\tilde{m}_{D2+} = x \cdot O_{1-2} \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP})}. \quad (8.44)$$

Výkon multiplikativního šumu v *bodě 2* pak lze po dosazení (8.44) a (8.22) do (8.40) popsat rovnicí

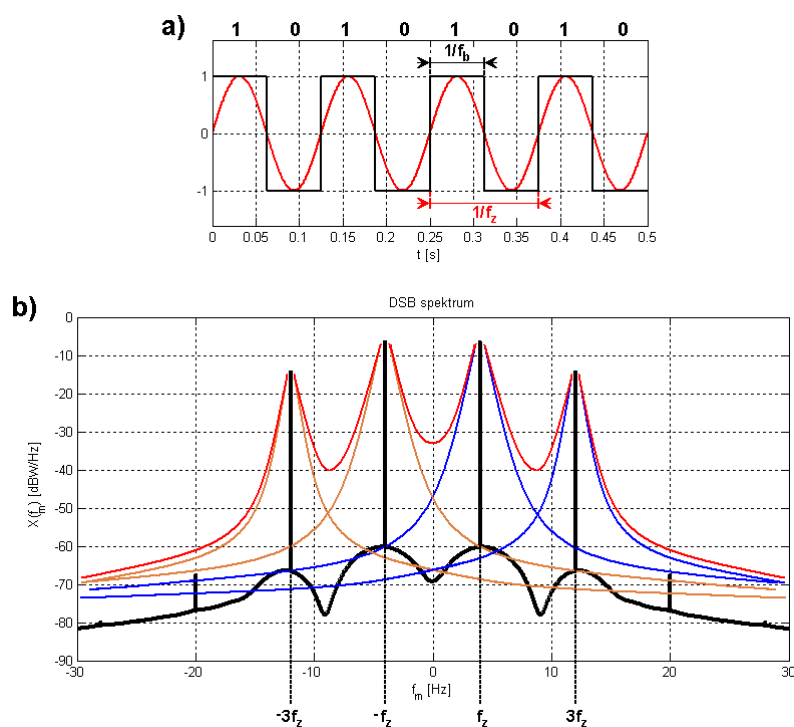
$$\begin{aligned} N_{PN(2)} &= P\{j \cdot x \cdot O_{1-2} \cdot (\psi_{1PP} + \psi_{2PP})\} = \\ &= P\{x\} \cdot (O_{1-2})^2 \cdot [P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\}], \end{aligned} \quad (8.45)$$

která v podstatě odpovídá rovnici (8.41) po provedení uvedených přeznačení.

Problémem nyní je vyjádření výkonů fázových fluktuací  $P\{\psi_{1PP}\}$  a  $P\{\psi_{2PP}\}$  po průchodu pásmovou propustí. Situace je ještě komplikovanější než v případě řešeném v kapitole 6, kde je jako užitečný signál použit samotný harmonický signál. Zde jako modulační signál slouží RRC filtrem tvarovaný obdélníkový signál  $x$ . Jelikož má vstupní datová posloupnost obecně náhodný charakter, nejsou ve spektru obsaženy pouze násobky základní frekvence (odvozené z přenosové rychlosti). Spektrum navíc obsahuje množství dalších harmonických komponent.

Následující odstavce pro zjednodušení popisují případ základního BPSK systému, kde podle vztahu (8.2) platí, že bitová rychlost je rovna rychlosti symbolové. Pro zachování obecnosti je ale namísto  $f_b$  použito označení  $f_s$ , aby postup bylo možné snadno aplikovat i pro vícecestavové M-PSK systémy.

Pro názornost bylo odvození výpočtu výkonů fázových fluktuací provedeno nejprve na základě periodické vstupní datové posloupnosti. Je-li symbolová rychlost rovna  $f_s$  (viz (8.2)), pak má podle Obr. 8.6 a) základní harmonická komponenta frekvenci  $f_z = f_s/2$  (u BPSK  $f_b = f_s$ ). Ve spektru (viz Obr. 8.6 b), černá tlustá křivka) jsou kromě základní složky dále přítomny vždy liché násobky základní frekvence ( $3f_z, 5f_z, \dots$ ). Na frekvencích rovných sudým násobkům základní frekvence ( $2f_z, 4f_z, \dots$ ) prochází spektrální průběh modulovaného signálu  $X(f_m)$  nulou (po vyjádření v logaritmické míře jsou to minima černého průběhu).



**Obr. 8.6.** a) časový průběh periodické datové posloupnosti, b) výkonové spektrum BPSK modulované periodické datové posloupnosti po průchodu RRC filtrem.

Obr. 8.6 b) také zobrazuje vliv fázových fluktuací. Uvažují se první dvě harmonické komponenty na lichých násobcích základní frekvence  $f_z$  ( $f_z$  a  $3f_z$ ). Modrými křivkami jsou vyznačeny dílčí průběhy fázových šumů v oblasti kladné části spektra. Oranžové křivky označují fázový šum v oblasti záporné části spektra. Červená křivka pak vyznačuje výsledné rozšíření spektra v okolí harmonických složek signálu  $x$  vlivem celkového fázového šumu. Jelikož je spektrum  $X(f_m)$  symetrické kolem počátku, lze

použit pouze kladnou část spektra (SSB zobrazení, viz Obr. 8.7 a)). Obr. 8.7 b) porovnává jednostranné spektrum  $L_{noise1}(f_m)$  samotného šumu  $noise_1(t)$  v bodě 1 na vstupu přijímače a jednostranné spektrum šumu  $noise_{1C}(t)$  vzniklého kombinací fázových fluktuací  $\psi_1(t)$  a  $\psi_2(t)$  po průchodu vysílací částí systému. Jedná se v podstatě o SSB průběh fázového šumu  $L_{noise1C}(f_m)$ , který je třeba upravit o výkonovou úroveň modulačního signálu  $P\{x\}$  a výkonovou úroveň ideálních signálů oscilátorů  $O_1$  a  $O_2$

$$\begin{aligned} L_{noise1C}(f_m) &= [abs(fft\{noise_{1C}(t)\})]^2 = \\ &= [abs(fft\{e^{j(\psi_1+\psi_2)}\})]^2 (O_{1-2})^2 \cdot P\{x\}. \end{aligned} \quad (8.46)$$

Vychází se ze vztahu (8.45), kde se výrazem  $(O_{1-2})^2 \cdot P\{x\}$  násobí výkon fázových fluktuací. Fázové fluktuace způsobí typické rozšíření pásem v okolí jednotlivých spektrálních komponent (liché násobky  $f_z$ ). Na Obr. 8.7 c) je znázorněno jednostranné spektrum multiplikativního šumu v bodě 2 po uplatnění vlivu pásmového filtru PP.

Obr. 8.8 popisuje stejný postup odvození jako Obr. 8.7, jen vstupní datová posloupnost je náhodná. Jak vyplývá z Obr. 8.8 a), ze spektra není možné jednoduše izolovat celočíselné násobky základní frekvence  $f_z$ . Z tohoto důvodu není možné jednoduše odvodit rozložení fázových šumů jednotlivých oscilátorů v okolí výsledného modulovaného a frekvenčně transponovaného signálu. Pro odvození výkonu fázových fluktuací po průchodu pásmovým filtrem byl navržen následující postup.

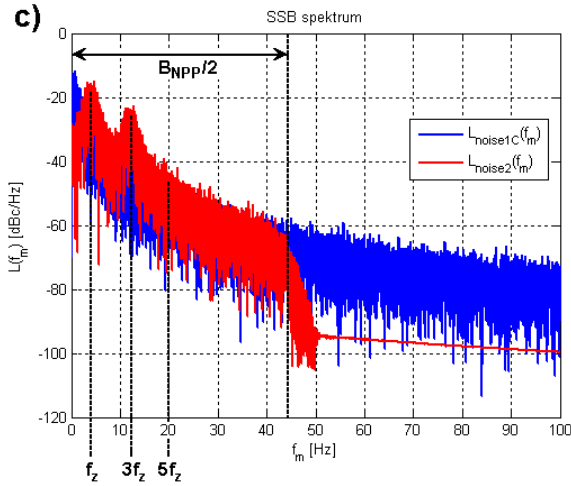
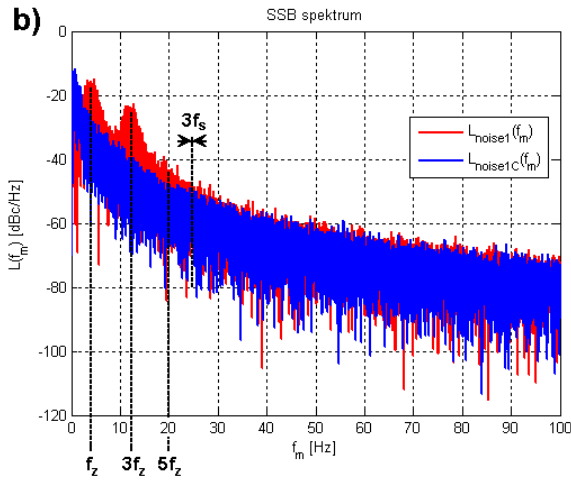
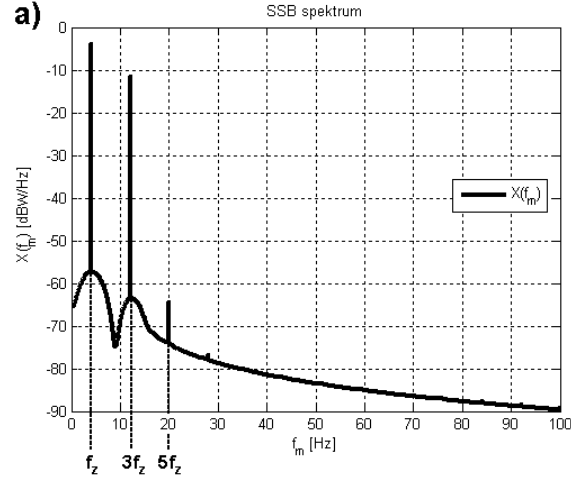
Experimentálně bylo ověřeno a z Obr. 8.7 a Obr. 8.8 je také zřejmé, že v intervalu  $\langle 3 \cdot f_s, f_{sam} \rangle$  jsou výkony obou šumů  $noise_1(t)$  a  $noise_{1C}(t)$  totožné (viz Obr. 8.7 b) a Obr. 8.8 b)). Tudíž i výkony těchto signálů ve frekvenčním intervalu  $\langle \Delta f, 3 \cdot f_s \rangle$  musí být shodné. Dále platí, že pro spolehlivou detekci užitečného signálu je zapotřebí, aby polovina šířky pásma pásmové propusti byla minimálně trojnásobná vůči symbolové rychlosti ( $B_{NPP}/2 \geq 3 \cdot f_s$ , experimentálně ověřeno). Za těchto podmínek lze pro vliv pásmové propusti využít parametru šumová šířka pásma  $B_{NPP}$  a přímo SSB frekvenční průběhy fázových šumů obou oscilátorů. Výkony fázových fluktuací po průchodu pásmovou propustí PP lze vypočítat podle

$$P\{\psi_{1PP}\} = 2 \cdot \int_{f_1}^{f_2} L_1(f_m) df_m, \quad (8.47)$$

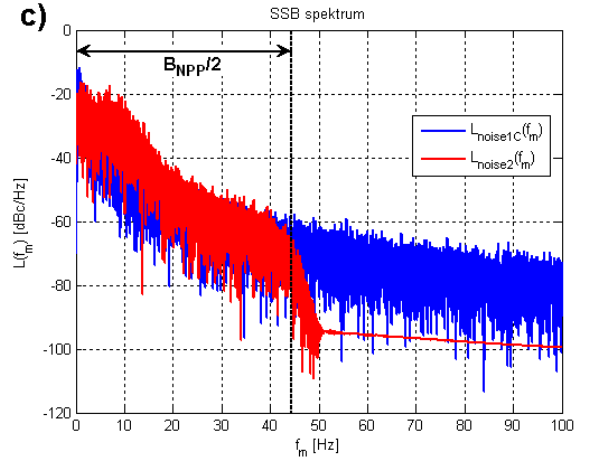
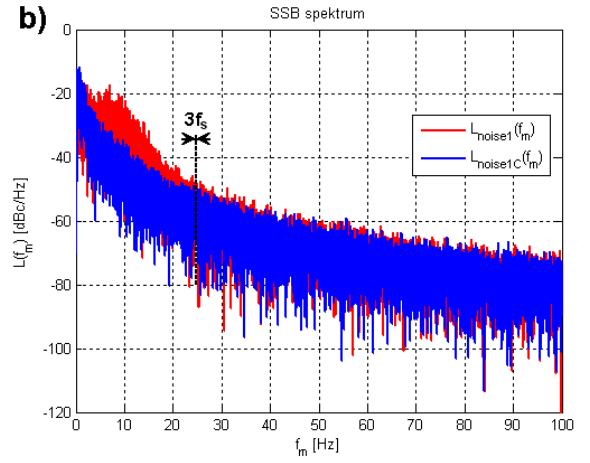
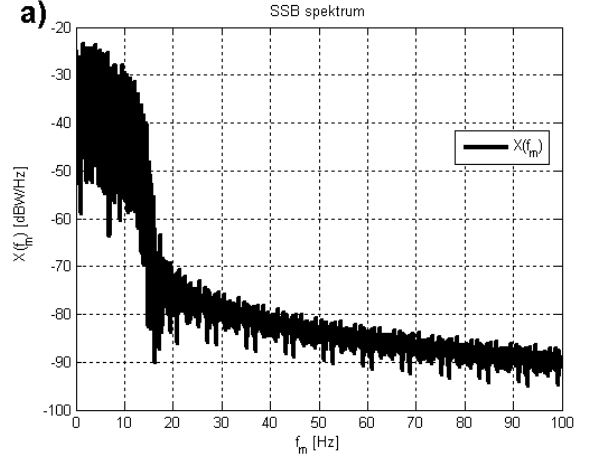
$$P\{\psi_{2PP}\} = 2 \cdot \int_{f_1}^{f_2} L_2(f_m) df_m, \quad (8.48)$$

kde pro integrační meze platí následující hodnoty,  $f_1 = \Delta f$ ,  $f_2 = B_{NPP}/2$ . Výsledky se pak dosadí do konečného vztahu (8.45).

Všechny frekvenční průběhy na Obr. 8.7 a Obr. 8.8 ukazují pouze detaily v okolí počátku (při modelování v základním pásmu). Plný rozsah frekvenční osy SSB zobrazení má meze 0 Hz až  $f_{sam}/2$  Hz.



**Obr. 8.7.** Princip uplatnění fázového šumu v BPSK modulovaném periodickém datovém signálu (u BPSK  $f_s = f_b$ ).



**Obr. 8.8.** Princip uplatnění fázového šumu v BPSK modulovaném náhodným datovým signálem (u BPSK  $f_s = f_b$ ).

### Přijímač – bod 3

Přijatý filtrovaný komplexní signál  $\tilde{m}_{D2+}$  je rozdělen na dvě reálné složky a každá z nich je pak zpracována samostatně. Po směřování dolů se uplatní vliv fázových fluktuací  $\psi_3$  oscilátoru  $O_3$ , vzniká dvojice signálů

$$\begin{aligned}\tilde{m}_{D1I+} &= \operatorname{Re}\{\tilde{m}_{D2I+}\} \cdot \tilde{o}_{3I+} = \\ &= \frac{O_{1-3}}{2} \cdot (x_I + j \cdot x_Q) \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3)} + \frac{O_{1-3}}{2} \cdot (x_I - j \cdot x_Q) \cdot e^{j(-\psi_{1PP} - \psi_{2PP} + \psi_3)},\end{aligned}\quad (8.49 \text{ a})$$

$$\begin{aligned}\tilde{m}_{D1Q+} &= \operatorname{Im}\{\tilde{m}_{D2Q+}\} \cdot \tilde{o}_{3Q+} = \\ &= \frac{O_{1-3}}{2} \cdot (x_Q - j \cdot x_I) \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3)} + \frac{O_{1-3}}{2} \cdot (x_Q + j \cdot x_I) \cdot e^{j(-\psi_{1PP} - \psi_{2PP} + \psi_3)}.\end{aligned}\quad (8.49 \text{ b})$$

Pro určení výkonu multiplikativního šumu v *bodě 3* je nutné sečíst signály přímé a kvadrurní větve, viz rovnice (8.49). U kvadrurní části je navíc nutné doplnit člen vytvářející kvadraturu

$$\tilde{m}_{D1+} = \tilde{m}_{D1I+} + \tilde{m}_{D1Q+} \cdot e^{j\pi/2} = x \cdot O_{1-3} \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3)}.\quad (8.50)$$

Multiplikativní šum se určí odečtením ideálního signálu (8.24) od (8.50). Za předpokladu platnosti zjednodušení (6.8) a to i pro součet časových průběhů fázových fluktuací, je výkon multiplikativního šumu v *bodě 3* dán vztahem

$$\begin{aligned}N_{PN(3)} &= P\{x \cdot O_{1-3} \cdot j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3)\} = \\ &= P\{x\} \cdot (O_{1-3})^2 \cdot [P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\}].\end{aligned}\quad (8.51)$$

První dva členy v hranaté závorce vztahu (8.51) se vypočítají podle rovnic (8.47) a (8.48). Výkon fázových fluktuací prvního oscilátoru přijímače  $P\{\psi_3\}$  lze získat po správné záměně veličin a dosazení do vztahu (8.43).

### • přijímač – bod 4

Po demodulaci do základního pásma se navíc přidá vliv fázových fluktuací  $\psi_4$  oscilátoru  $O_4$

$$\begin{aligned}x'_I &= \tilde{m}_{D1I+} \cdot \tilde{o}_{4I+} = \\ &= \frac{O_{1-4}}{2} \cdot (x_I + j \cdot x_Q) \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3 + \psi_4)} + \\ &+ \frac{O_{1-4}}{2} \cdot (x_I - j \cdot x_Q) \cdot e^{j(-\psi_{1PP} - \psi_{2PP} + \psi_3 + \psi_4)},\end{aligned}\quad (8.52 \text{ a})$$

$$\begin{aligned}x'_Q &= \tilde{m}_{D1Q+} \cdot \tilde{o}_{4Q+} = \\ &= j \cdot \frac{O_{1-4}}{2} \cdot (x_Q - j \cdot x_I) \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3 + \psi_4)} + \\ &+ j \cdot \frac{O_{1-4}}{2} \cdot (x_Q + j \cdot x_I) \cdot e^{j(-\psi_{1PP} - \psi_{2PP} + \psi_3 + \psi_4)}.\end{aligned}\quad (8.52 \text{ b})$$

Výsledný přijatý signál  $x'$  je dán součtem signálů popsaných předchozími rovnicemi

$$x' = x'_I + x'_Q = x \cdot O_{1-4} \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3 + \psi_4)} \quad (8.53)$$

Samotný multiplikativní šum vznikne po odečtení reference (8.26) od (8.53). Při platnosti (6.8) a to i pro součet průběhů fázových fluktuací, lze pro výkon šumu v *bodě 4* psát

$$\begin{aligned} N_{PN(4)} &= P\{x \cdot O_{1-4} \cdot j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3 + \psi_4)\} = \\ &= P\{x\} \cdot (O_{1-4})^2 \cdot [P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\}]. \end{aligned} \quad (8.54)$$

Výkony fázových fluktuací  $P\{\psi_{1PP}\}$  a  $P\{\psi_{2PP}\}$  po průchodu pásmovou propustí se určí dosazením do vztahů (8.47) a (8.48). Výkony fázových fluktuací oscilátorů přijímače  $P\{\psi_3\}$  a  $P\{\psi_4\}$  lze vypočítat správným dosazením do rovnice (8.43).

### 8.2.5 Odvození M-PSK systému se současným působením AWGN a PN

Nejsložitější řešenou variantou je model systému zahrnující současný vliv aditivního tepelného šumu komunikačního kanálu a multiplikativních fázových šumů všech oscilátorů systému. Finální vztahy jsou v podstatě dány kombinací odvození získaných v kapitolách 8.2.3 a 8.2.4.

#### • vysílač

Na straně vysílače je situace totožná s popisem v kapitole 8.2.4, není zde přítomen žádný zdroj aditivního tepelného šumu.

#### • přijímač – *bod 1*

Ke stanovení výkonů šumů ve vyznačených bodech systému (viz Obr. 8.2) slouží obecná rovnice

$$N_{(xx)} = P\{\text{noised}_{(xx)} - \text{ideal}_{(xx)}\}, \quad (8.55)$$

kde dvojité xx v indexu označuje právě vyšetřovanou část systému (*bod 1* až *bod 4*). Referenční signál  $\text{ideal}_{(xx)}$  byl odvozen v kapitole 8.2.2.

Přijatý signál  $\tilde{m}_{RF+}$  v *bodě 1* je již znehodnocen oběma typy šumů. Jeho časový průběh je popsán rovnicí

$$\tilde{m}_{RF+} = n + \tilde{m}_{U2+} = n + x \cdot O_{1-2} \cdot e^{j(\psi_1 + \psi_2)} \quad (8.56)$$

a vznikl přímým sečtením aditivního šumu  $n$  komunikačního kanálu (viz (6.9)) a vyslaného signálu  $\tilde{m}_{U2+}$  degradovaného fázovým šumem (viz (8.38)). Výkon samotného šumu v *bodě 1* je po dosazení do rovnice (8.55) dán výrazem

$$\begin{aligned} N_{(1)} &= P\{n + j \cdot x \cdot O_{1-2} \cdot (\psi_1 + \psi_2)\} = \\ &= P\{n\} + P\{x\} \cdot (O_{1-2})^2 \cdot [P\{\psi_1\} + P\{\psi_2\}]. \end{aligned} \quad (8.57)$$

Stále platí zjednodušující předpoklad (6.8). Pro výkon aditivního šumu  $P\{n\}$  platí rovnice (8.17). Výkony fázových fluktuací  $P\{\psi_1\}$  a  $P\{\psi_2\}$  lze vypočítat ze vztahu (8.43).

### • přijímač – bod 2

Pásmová propust PP na vstupu modelu přijímače omezuje velikosti výkonů obou typů průchozích šumů, užitečný signál je přenesen beze změny. Aditivní šum a fázové fluktuace lze po průchodu PP označit jako  $n \rightarrow n_{PP}$ ,  $\psi_1 \rightarrow \psi_{1PP}$  a  $\psi_2 \rightarrow \psi_{2PP}$ . Po přeznačení veličin v rovnici (8.56) platí pro časový průběh filtrovaného signálu vztah

$$\tilde{m}_{D2+} = n_{PP} + x \cdot O_{1-2} \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP})}. \quad (8.58)$$

Odečtením rovnic (8.22) a (8.58) vzniká samotný šum, jehož výkon je popsán vztahem (za předpokladu platnosti (6.8))

$$\begin{aligned} N_{(2)} &= P\{n_{PP} + j \cdot x \cdot O_{1-2} \cdot (\psi_{1PP} + \psi_{2PP})\} = \\ &= P\{n_{PP}\} + P\{x\} \cdot (O_{1-2})^2 \cdot [P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\}]. \end{aligned} \quad (8.59)$$

Výkon aditivního šumu  $P\{n_{PP}\}$  po filtraci lze určit z rovnice (8.32). Pro výpočet výkonů fázových fluktuací po průchodu pásmovou propustí PP  $P\{\psi_{1PP}\}$  a  $P\{\psi_{2PP}\}$  lze použít postup uvedený v kapitole 8.2.4. V konečném důsledku postačuje dosadit do rovnic (8.47) a (8.48).

Hodnoty výkonů šumů  $P\{n_{PP}\}$ ,  $P\{\psi_{1PP}\}$  a  $P\{\psi_{2PP}\}$  po průchodu pásmovou propustí PP se budou vyskytovat v odvozeních následujících v dalších odstavcích. Jejich popis a odkazy již nebudou dále opakovány.

### • přijímač – bod 3

Po frekvenční konverzi dolů na přijímací straně vzniká v *bodě 3* za přítomnosti fázových fluktuací  $\psi_3$  oscilátoru  $O_3$  signál

$$\tilde{m}_{D1+} = n_{PP} \cdot O_3 \cdot e^{j\psi_3} + x \cdot O_{1-3} \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3)}. \quad (8.60)$$

Pro výkon samotného šumu v *bodě 3* (po dosazení do rovnice (8.55)) platí

$$\begin{aligned} N_{(3)} &= P\{n_{PP} \cdot O_3 \cdot (1 + j \cdot \psi_3) + j \cdot x \cdot O_{1-3} (\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3)\} = \\ &= O_3^2 \cdot P\{n_{PP}\} + O_3^2 \cdot P\{n_{PP}\} \cdot P\{\psi_3\} + \\ &\quad + P\{x\} \cdot (O_{1-3})^2 \cdot [P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\}]. \end{aligned} \quad (8.61)$$

Výkon fázových fluktuací  $P\{\psi_3\}$  oscilátoru směšovače v přijímači se vypočítá podle rovnice (8.43).

### • přijímač – bod 4

Signál  $\tilde{m}_{D1+}$  je do základního pásma přenesen demodulací, kdy je navíc degradován fázovými fluktuacemi  $\psi_4$ . Časový průběh vzniklého signálu  $x'$  v *bodě 4* je popsán rovnicí

$$x' = n_{PP} \cdot O_{3-4} \cdot e^{j(\psi_3 + \psi_4)} + x \cdot O_{1-4} \cdot e^{j(\psi_{1PP} + \psi_{2PP} + \psi_3 + \psi_4)}. \quad (8.62)$$

Odečtením rovnice (8.26) od předcházející rovnice (8.62) vzniká samotný šum, pro jehož výkon platí



$$\begin{aligned}
 N_{(4)} &= P\{n_{PP} \cdot O_{3-4} \cdot [1 + j\psi_{34}] + j \cdot x \cdot O_{1-4}(\psi_{12PP} + \psi_{34})\} = \\
 &= (O_{3-4})^2 \cdot P\{n_{PP}\} + (O_{3-4})^2 \cdot P\{n_{PP}\} \cdot P\{\psi_{34}\} + \\
 &\quad + P\{x\} \cdot (O_{1-4})^2 \cdot [P\{\psi_{12PP}\} + P\{\psi_{34}\}],
 \end{aligned} \tag{8.63}$$

kde pro zkrácení zápisu bylo zavedeno následující označení

$$\begin{aligned}
 \psi_{12PP} &= \psi_{1PP} + \psi_{2PP} \Rightarrow P\{\psi_{12PP}\} = P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\}, \\
 \psi_{34} &= \psi_3 + \psi_4 \Rightarrow P\{\psi_{34}\} = P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\}.
 \end{aligned} \tag{8.64}$$

Výkony fázových fluktuací  $P\{\psi_3\}$  a  $P\{\psi_4\}$  oscilátoru směšovače a oscilátoru demodulátoru v přijímači se vypočítají podle rovnice (8.43).

## 8.2.6 Filtry s malou strmostí přenosové charakteristiky

Stejně jako v kapitole 6, i zde je třeba zmínit vliv strmosti pásmové propusti na řešení problematiky filtrace fázových fluktuací. Doposud byla u filtru PP předpokládána strmost přechodu z propustné oblasti do nepropustné oblasti tak vysoká, že pro jeho šumovou šířku platí přibližně  $B_{NPP} \cong B_{PP}$ , kde  $B_{PP}$  je šířka pásma pásmové propusti PP pro pokles přenosu o 3 dB. Není-li tato podmínka splněna, nelze pro výpočty vlivu fázových fluktuací použít zjednodušený postup uvedený v kapitolách 8.2.4 a 8.2.5. Čím je strmost filtru PP menší, tím větší odchylky vznikají při použití výše popsané procedury.

Je-li strmost filtru PP malá, je nutné provést filtraci přijatého signálu  $\tilde{m}_{RF+}$  skutečnou přenosovou charakteristikou filtru (násobení ve frekvenční oblasti). Poté lze na výsledné signály aplikovat integraci podle vztah (8.43). Přičemž integrace musí být provedena v celém frekvenčním rozsahu simulace, tzn.  $f_2 = f_{\text{sam}}/2$ . Tento postup se týká pouze výpočtu výkonů fázových fluktuací oscilátorů vysílače  $P\{\psi_{1PP}\}$  a  $P\{\psi_{2PP}\}$ , fázové fluktuace oscilátorů přijímače nejsou filtrací ovlivněny.

## 8.2.7 Vliv RRC filtru přijímače – bod 5

Na velikosti výkonů šumů se samozřejmě projeví přítomnost RRC filtru na přijímací straně komunikačního systému. Tento filtr slouží jako přizpůsobený filtr a zvyšuje tedy poměr  $S/N$  přijatého signálu v *bodě 5* při působení aditivního tepelného šumu. RRC filtr má specifický průběh přenosové charakteristiky [26]. Z ní je možné integrací získat parametr šumová šířka pásma a pomocí něj vypočítat velikost aditivního šumu  $N_{AWGN(5)}$ . U RRC filtru není ovšem přechod z propustného do nepropustného pásma dostatečně strmý [26] a tudíž nelze pro výpočet vlivu multiplikativního fázového šumu použít zjednodušený postup popsáný v kapitole 8.2.4. Pro získání správných výsledků je nutné následovat popis uvedený v kapitole 8.2.6. Tímto způsobem lze obdržet šumové výkony  $N_{PN(5)}$  a  $N_{(5)}$  za přítomnosti samotného fázového šumu a za přítomnosti obou typů šumu zároveň. Jelikož je šířka pásma RRC filtru velmi malá ve srovnání se šířkou pásma pásmové propusti PP přijímače, předpokládá se, že závislosti  $N_{AWGN(5)} = f(B_{NPP})$ ,  $N_{PN(5)} = f(B_{NPP})$  a  $N_{(5)} = f(B_{NPP})$  budou téměř konstantní.

### 8.3 Výsledky simulací BPSK systému

Následující podkapitoly shrnují výsledky simulací modelu, který byl podle Obr. 8.2 implementován v prostředí Matlab. Simulace byla spuštěna ve dvou krocích. Výsledkem prvního běhu jsou výkony šumů ve vybraných místech modelovaného systému. Za tímto účelem byl nastaven čas simulace  $TIME$  na hodnotu tisíc sekund. V druhém běhu je modelována chybovost přenosu BER. Zde je nutné čas simulace nastavit na co největší, aby byly dosaženy statisticky co nejpřesnější výsledky. Počet vygenerovaných vzorků, který je přímo úměrný délce simulace, je v tomto případě příliš vysoký a klade vysoké nároky především na paměť výpočetní stanice. Vstupní data pro druhý běh byla tudíž rozdělena na určité množství úseků, pro které byla výpočetní procedura cyklicky opakována. Délka jednoho úseku byla volena s ohledem na paměť výpočetní stanice.

#### 8.3.1 Výchozí parametry modelu BPSK systému

Všechny signály modelu jsou vzorkovány vzorkovací frekvencí  $f_{sam} = 4096$  Hz. Systém modeluje komunikaci nízkými přenosovými rychlostmi, proto byla jako vzorová zvolena přenosová rychlost  $f_b = 8$  bit/s, ta se přímo rovná rychlosti symbolové  $f_{SBPSK}$  (podle (8.2), pro parametr  $Mary_{BPSK} = 1$ ). Data jsou vytvářena v náhodném bitovém generátoru.

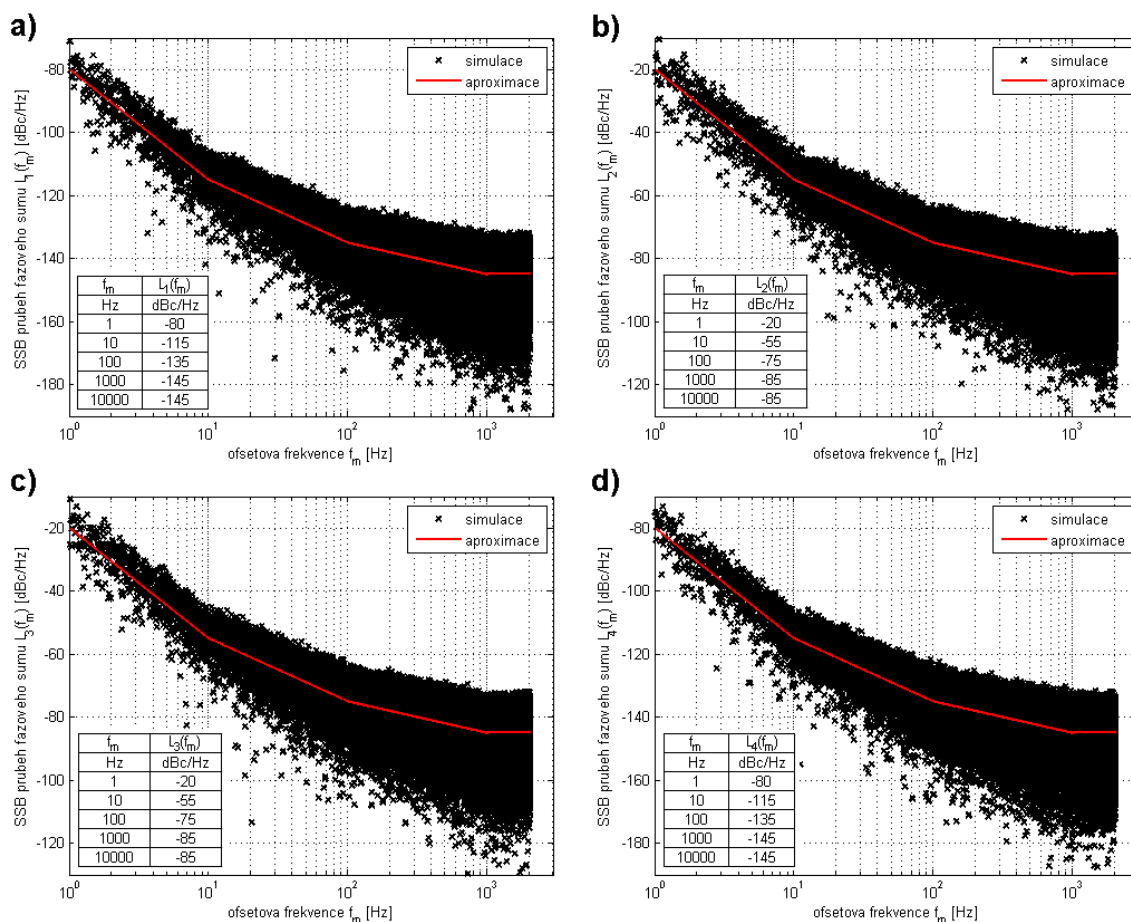
Vstupní parametry oscilátorů modulatoru a směšovače ve vysílači, a směšovače a demodulatoru v přijímači jsou shrnuty v Tab. 8.5. Každý oscilátor má kvadratický výstup, viz Obr. 8.2.

**Tab. 8.5.** Výchozí parametry všech oscilátorů modelu (dolní index xx je nahrazen číslem oscilátoru).

|                            |                     | hodnoty pro oscilátory: |                |                |                |          |
|----------------------------|---------------------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|----------|
| veličina                   | označení            | O <sub>1</sub>          | O <sub>2</sub> | O <sub>3</sub> | O <sub>4</sub> | jednotka |
| výstupní výkon *           | $P\{o_{xx}(t)\}$    | 1                       | 1              | 1              | 1              | W        |
| amplituda                  | $O_{xx}$            | 1                       | 1              | 1              | 1              | V        |
| frekvence                  | $f_{xx}$            | 0,01                    | 10             | 10             | 0,01           | GHz      |
| výkon fázových fluktuací * | $P\{\psi_{xx}(t)\}$ | -75,5                   | -15,7          | -15,4          | -75,2          | dBW      |

\* výkon je vyjádřen na impedanci 1  $\Omega$

Modelované frekvenční průběhy fázového šumu, které odpovídají časovým průběhům fázových fluktuací jednotlivých oscilátorů, jsou znázorněny na Obr. 8.9. Červená lomená čára ukazuje lineární aproximaci v log-log zobrazení mezi zadanými body (výkony fázových šumů na daných ofsetových frekvencích). Zadané body byly využity pro modelování fázového šumu podle procedury popsané v kapitole 4.



**Obr. 8.9.** SSB průběhy fázových šumů ve frekvenční oblasti pro signály oscilátorů  
a)  $o_1(t)$ , b)  $o_2(t)$ , c)  $o_3(t)$  a d)  $o_4(t)$ .

Dalším generovaným signálem je aditivní šum  $n(t)$  komunikačního kanálu. Výkon tohoto signálu se odvíjí od nastaveného odstupu  $E_b/N_0$  podle vztahu (8.19). Hodnoty  $E_b/N_0$  jsou pro výpočty výkonových úrovní šumu nastavovány obvykle v intervalu  $\langle 0, 35 \rangle$  dB s krokem 5 dB. Pro stanovení chybovostí BER je poměr  $E_b/N_0$  postupně vybírán z intervalu  $\langle 0, 10 \rangle$  dB s krokem 1 dB. Vyšší hodnoty  $E_b/N_0$  zde nemají smysl, neboť doby simulace pro správné vyhodnocení malé BER by byly neúměrně dlouhé (např. pro  $E_b/N_0 = 10$  dB je  $BER \approx 4 \cdot 10^{-6}$ , tzn. v každém miliónu přijatých bitů jsou přibližně 4 bity chybné, pro stanovení statisticky správných výsledků pro vyšší hodnoty  $E_b/N_0$  je tedy nutný obrovský počet vygenerovaných vstupních bitů).

Rozdílně zvolené parametry *seed* u všech výše zmíněných generovaných náhodných signálů zaručují jejich vzájemnou nezávislost.

RRC filtry přijímače a vysílače jsou totožné. Jejich kombinace ve výsledku zaručuje minimalizaci mezisymbolových přeslechů a zvýšení poměru  $S/N$  na přijímací straně pro aditivní šum. Mezní frekvence filtru  $f_{cut}$  pro pokles o 3 dB je dána vztahem (8.4)  $f_{cut} = f_b$ . Roll-off faktor filtru byl nastaven na hodnotu  $RollOff = 1$ . Řád filtru je podle vztahu (8.5) roven  $N_{RRCF} = 2048$ , jeli konstanta  $konst. = 8$ .

Přijímací pásmový filtr PP je simulován jako ekvivalentní FIR filtr typu dolní propust (princiálně se vychází z kapitoly 6.2). Pro možnost sledovat vliv šířky pásma na chování aditivního a multiplikativního šumu byla vygenerována banka 10 přijímacích FIR filtrů. Řád těchto filtrů je zvolen na hodnotu 1000. Tab. 8.6 shrnuje jak šířky pásma

pásmových filtrů a šířky pásma ekvivalentních FIR filtrů typu dolní propust pro pokles o 3 dB, tak šumové šířky pásma filtrů [27].

**Tab. 8.6.** Charakteristika FIR filtrů použitých v simulaci.

| označení<br>filtru | šířka pásma<br>pro pokles<br>o 3 dB | šumová šířka<br>pásma<br>$B_{NPP}$ | šířka pásma<br>pro pokles<br>o 3 dB * |
|--------------------|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|
|                    | Hz                                  | Hz                                 | Hz                                    |
| PP <sub>1</sub>    | 46                                  | 43,88                              | 23                                    |
| PP <sub>2</sub>    | 72                                  | 69,63                              | 36                                    |
| PP <sub>3</sub>    | 108                                 | 105,61                             | 54                                    |
| PP <sub>4</sub>    | 164                                 | 162,07                             | 82                                    |
| PP <sub>5</sub>    | 250                                 | 247,78                             | 125                                   |
| PP <sub>6</sub>    | 378                                 | 376,03                             | 189                                   |
| PP <sub>7</sub>    | 572                                 | 570,06                             | 286                                   |
| PP <sub>8</sub>    | 866                                 | 864,04                             | 433                                   |
| PP <sub>9</sub>    | 1312                                | 1309,96                            | 656                                   |
| PP <sub>10</sub>   | 1982                                | 1980,06                            | 991                                   |

\* šířka pásma pro pokles o 3 dB ekvivalentního FIR filtru typu dolní propust použitého pro simulaci pásmové propusti

Simulační algoritmus se skládá ze dvou vnořených cyklů *for* (viz Obr. 8.10). Ve vnitřním cyklu se řeší změna šířky pásma filtru, tedy přepíná se mezi vygenerovanými impulsními charakteristikami jednotlivých filtrů. Ve vnějším cyklu se pak počítá vliv aditivního tepelného šumu změnou parametru  $E_b/N_0$ . Tato dvojice vnořených cyklů se v programu opakuje dvakrát. Poprvé pro samotný vliv aditivního šumu (vliv AWGN) a podruhé pro současný vliv aditivního a multiplikativního šumu (vliv AWGN&PN). V případě vlivu samotného multiplikativního šumu (PN) je vnější cyklus vypuštěn a parametr  $E_b/N_0$  nastaven na fixní hodnotu 200 dB (toto představuje ideální bezšumový komunikační kanál).

```

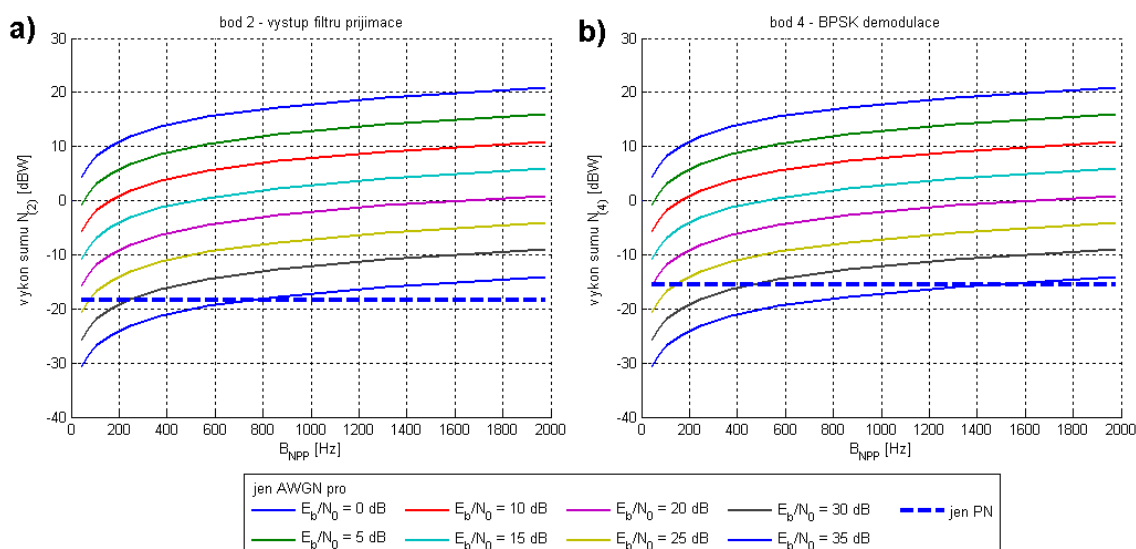
zadáni
vstupních parametrů
TIME % doba simulace
T = 900; % délka úseku
for i = 1 : TIME/T % počet opakování
    % pro výpočet šumových výkonů TIME = T = 900
    % pro vyhodnocení BER TIME >> T
    % vliv AWGN
    for % změna Eb/N0
        for % změna PP
            . % výpočet výkonů šum. signálů
            . % výpočet chybovosti BER
        end
    end
    % vliv PN
    Eb/N0 = 200;
    for % změna PP
        . % výpočet výkonů šum. signálů
        . % výpočet chybovosti BER
    end
    % vliv AWGN&PN
    for % změna Eb/N0
        for % změna PP
            . % výpočet výkonů šum. signálů
            . % výpočet chybovosti BER
        end
    end
end
end
    
```

**Obr. 8.10.** Zjednodušené znázornění simulačního algoritmu.

### 8.3.2 Charakteristiky šumových výkonů v jednotlivých bodech BPSK systému

Model z Obr. 8.2 byl podroben simulacím pro poměr  $E_b/N_0$  nastavovaný v intervalu  $<0, 35>$  dB s krokem 5 dB. Hlavními výstupy jsou výkony šumů získané ve významných bodech komunikačního systému. Měřicí body (čísla v kroužku podle Obr. 8.2) byly zvoleny tak, aby bylo možné vhodně posoudit vliv obou typů šumů na přenášený užitečný signál a to v závislosti na šířce pásma přijímacího filtru PP.

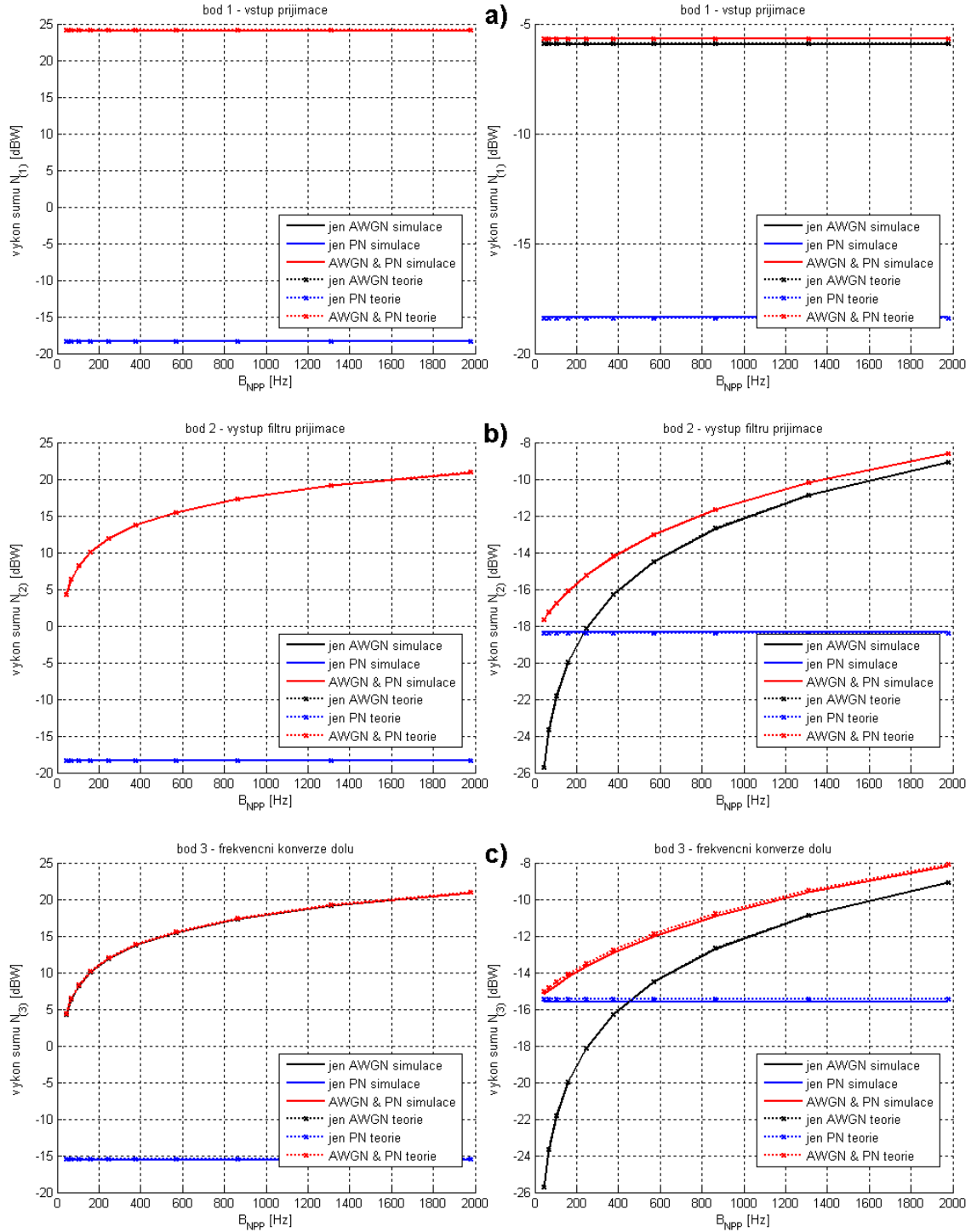
Jako nejvýznamnější měřicí body systému se jeví výstup přijímacího filtru PP (*bod 2*, vliv fázových fluktuací vysílače) a výstup demodulátoru v základním pásmu (*bod 4*, navíc vliv fázových fluktuací oscilátorů přijímače). Obr. 8.11 a) a Obr. 8.11 b) ukazují závislosti aditivních a multiplikativních šumových výkonů na šumové šířce pásma pásmové propusti PP. Simulace proběhla pro osm hodnot  $E_b/N_0$ , které jsou parametry jednotlivých křivek v Obr. 8.11.

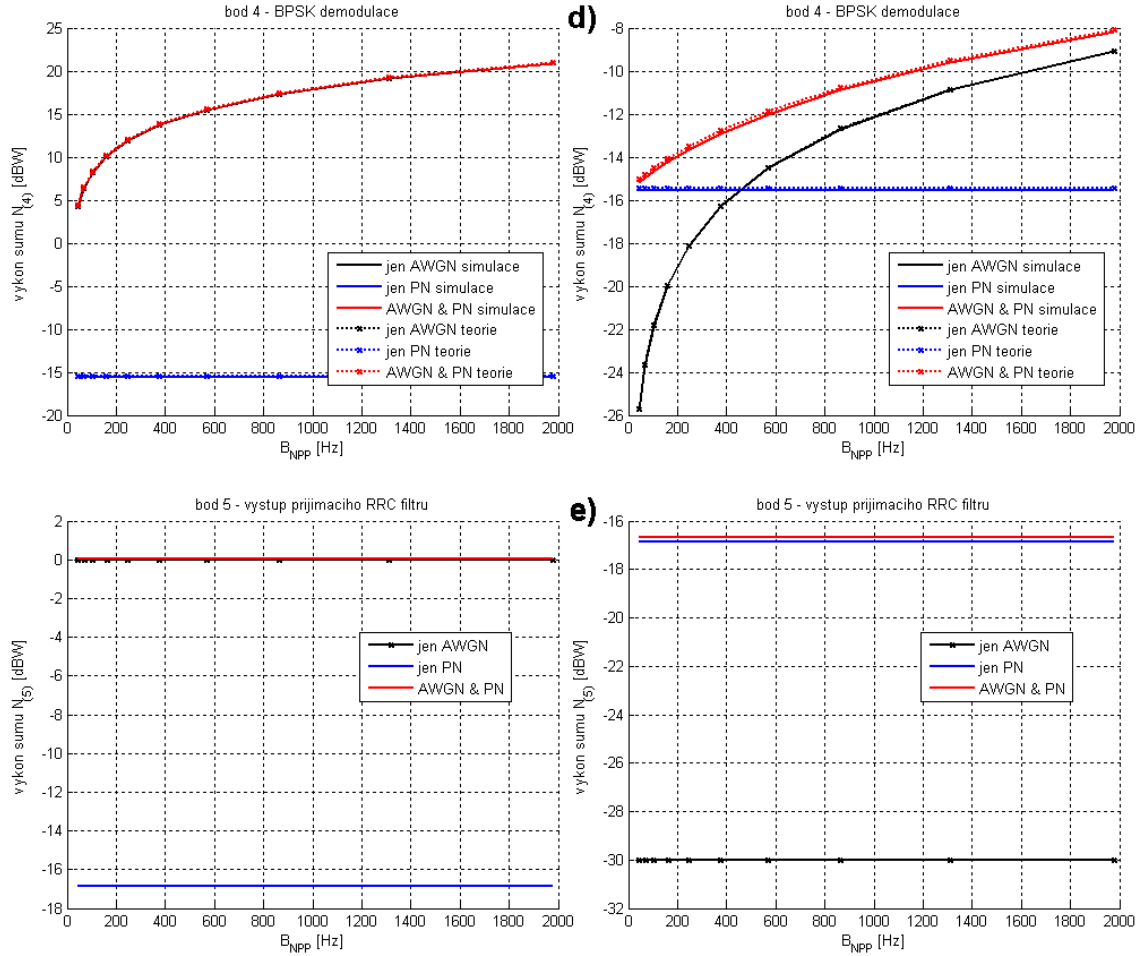


**Obr. 8.11.** Závislost výkonů šumů pro různé hodnoty parametru  $E_b/N_0$ ,  
a) v *bodě 2*, b) v *bodě 4*.

Úroveň fázového šumu není závislá na poměru  $E_b/N_0$ , proto je v Obr. 8.11 a) a Obr. 8.11 b) pouze jedna křivka odpovídající výkonu multiplikativního šumu (modrá tlustá čárkovaná křivka). Největší podíl fázového šumu (většina výkonu fázových fluktuací) je soustředěna v blízkosti frekvenční složky nosné vlny. Po násobení (modulaci, demodulaci a směšování) se fázový šum rozprostře na harmonické složky užitečného signálu (viz Obr. 8.8). Tzn. největší podíl fázového šumu (většina výkonu fázových fluktuací) je přenesena do oblasti propustného pásma pásmového filtru a tedy prochází na jeho výstup. Z tohoto důvodu jsou i průběhy výkonů multiplikativních šumů v Obr. 8.11 téměř konstantní (při zmenšování šířky pásma PP se ve skutečnosti průběh šumového výkonu fázových fluktuací velmi pozvolna snižuje, v Obr. 8.11 to z důvodu jeho rozlišení není zřetelné). Výkon aditivního šumu je přímo úměrný velikosti šumové šířky pásma PP a závisí také na poměru  $E_b/N_0$  (viz (8.18) a (8.19), průběhy na Obr. 8.11 nejsou lineární z důvodů vyjádření výkonů v logaritmickém měřítku). V Obr. 8.11 a) a Obr. 8.11 b) lze pak nalézt průsečíky křivek výkonů aditivních šumů (barevné křivky) a křivky multiplikativního šumového výkonu (modrá tlustá čárkovaná křivka). Tyto průsečíky pak představují meze šumové šířky pásma pásmového filtru PP, při které dochází k vyrovnání vlivu aditivního a multiplikativního šumu v daném místě systému.

Následující obrázky detailně ukazují průběhy šumů ve všech vyznačených bodech systému pro dva krajní případy poměru  $E_b/N_0$ ,  $E_b/N_0 = 0$  dB a  $E_b/N_0 = 30$  dB.





**Obr. 8.12.** Průběhy šumů v daných bodech systému a) *bod 1* b) *bod 2*, c) *bod 3*, d) *bod 4*, e) *bod 5*; vlevo pro  $E_b/N_0 = 0$  dB, vpravo pro  $E_b/N_0 = 30$  dB.

Pro malý poměr  $E_b/N_0 = 0$  dB (Obr. 8.12 vlevo) je zřejmý převyšující vliv aditivního tepelného šumu nad multiplikativním fázovým šumem ve všech vybraných bodech systému. Ani po filtraci v pásmovém filtru PP (*bod 2*, omezení vlivu aditivního šumu), ani po frekvenční transpozici do základního pásma (*bod 4*, nárůst vlivu multiplikativního šumu od oscilátorů přijímače) nedochází pro žádnou šumovou šířku pásma filtru PP k vyrovnání vlivu obou typů šumů (černá a modrá křivka se neprotínají). Po RRC filtraci na přijímací straně (*bod 5*) je vidět, že aditivní šum je vysoce dominantním a tudíž do průběhu výsledného šumového výkonu (červená křivka) přispívá nejvyšší měrou.

Pro vysoký poměr  $E_b/N_0 = 30$  dB (Obr. 8.12 vpravo) je na vstupu přijímače (*bod 1*) stále vidět výrazně převyšující vliv aditivního šumu (viz Obr. 8.12 a) vpravo). Po pásmové filtraci PP na vstupu přijímače (*bod 2*) je již zřejmé protnutí průběhů charakteristik výkonů aditivního a multiplikativního šumu (průsečík černé a modré křivky odpovídá šumové šířce filtru  $B_{NPP} = 237$  Hz), viz Obr. 8.12 b) vpravo. Frekvenční konverze dolů a demodulace do základního pásma (*bod 3* a *bod 4*) způsobuje zvýšení výkonové hladiny fázových fluktuací. Na Obr. 8.12 c) a d) vpravo se průsečík výkonových charakteristik šumů posouvá k šumové šířce pásma filtru  $B_{NPP} = 455$  Hz (vlivem malého výkonu  $P\{\psi_4(t)\}$  není rozdíl charakteristik v Obr. 8.12 c) a d) vpravo viditelný). Po filtraci v RRC filtru přijímače v *bodě 5* je v přijatém signálu vysoce dominantní multiplikativní fázový šum (modrá křivka), který také z větší části

tvoří celkový šumový výkon (červená křivka, (viz Obr. 8.12 e) vpravo) v přijatém signálu.

Z Obr. 8.12 d) vpravo vyplývá, že bude-li šumová šířka pásma použitého pásmového filtru  $B_{NPP} < 455$  Hz, pak bude mít multiplikativní fázový šum v *bodě 4* převládající vliv nad šumem aditivním.

Křivky na Obr. 8.12 e) vykazují téměř konstantní průběh v závislosti na šumové šířce pásma filtru PP. To je způsobeno malou ekvivalentní šumovou šířkou pásma přijímacího RRC filtru ( $B_{NRRCF} = 8,5$  Hz), která je vždy menší než šumová šířka pásma  $B_{NPP}$  přijímacího filtru PP (viz Tab. 8.6).

### 8.3.3 Porovnání výsledků simulací šumových výkonů s teoretickými výpočty

Parametry modelu uvedené v Tab. 8.4 byly dosazeny do odvozených vztahů pro výkony jednotlivých šumů (viz kapitola 8.2). Ze získaných hodnot lze porovnáním s výsledky simulací posoudit chyby teoretických odvození, u kterých jsou zavedeny určité zjednodušující předpoklady. Grafické porovnání teoretických a simulovaných hodnot je znázorněno na Obr. 8.12 (kromě *bodu 5*, viz Obr. 8.12 e), pro který teoretické odvození není provedeno). Porovnání číselných hodnot umožňuje Tab. 8.7 (na příkladě přijímacího filtru PP<sub>5</sub> se šířkou pásma  $B_{PP5} = 250$  Hz).

**Tab. 8.7.** Číselné porovnání výsledků simulací a teoretických odvození pro systém definovaný v kapitole 8.3.1  
(na příkladě přijímacího filtru PP<sub>5</sub>,  $B_{PP5} = 250$  Hz, pro  $E_b/N_0 = 30$  dB).

|                |     | <i>bod 1</i> |         | <i>bod 2</i> |         | <i>bod 3</i> |         | <i>bod 4</i> |         |
|----------------|-----|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|
|                |     | simul.       | teorie  | simul.       | teorie  | simul.       | teorie  | simul.       | teorie  |
| $N_{AWGN}$     | dBW | -5,922       | -5,918  | -18,139      | -18,119 | -18,139      | -18,119 | -18,139      | -18,119 |
| $N_{PN}$       | dBW | -18,364      | -18,380 | -18,367      | -18,382 | -15,583      | -15,437 | -15,581      | -15,437 |
| $N_{AWGN\&PN}$ | dBW | -5,683       | -5,678  | -15,253      | -15,238 | -13,676      | -13,521 | -13,674      | -13,521 |

### 8.3.4 Simulace chybovosti přenosu BER v BPSK systému

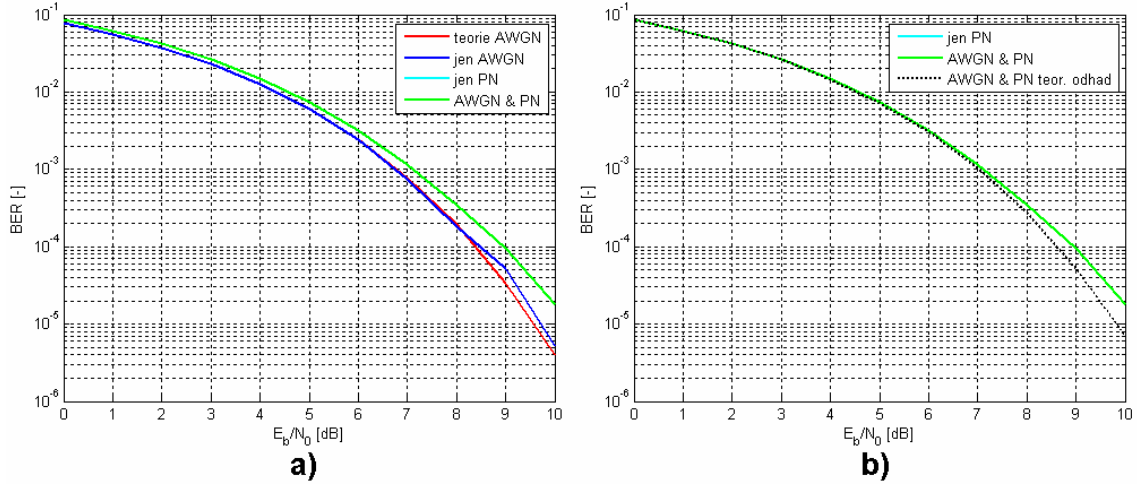
Bitová chybovost přenosu BER se obecně určí jako poměr počtu chybných bitů ku počtu všech vyslaných informačních bitů [28]

$$BER = \frac{\sum \text{chybné bity}}{\sum \text{všechny vyslané bity}}. \quad (8.65)$$

Tímto způsobem je vyhodnocována chybovost i v případě modelovaného M-PSK systému. Přijatá posloupnost bitů je odečtena od posloupnosti vyslané, je určena četnost nenulových hodnot, která je podělena celkovým počtem vygenerovaných bitů.

Pro vyhodnocení chybovosti přenosu BER u modelovaného BPSK systému byl parametr  $E_b/N_0$  postupně měněn v mezích  $<0, 10>$  dB s krokem 1 dB. Délce simulace  $TIME = 5 \cdot 10^4$  s odpovídá 395725 přenesených bitů rychlostí  $f_b = 8$  bit/s. Chybovost byla vyšetřována ve třech případech – při samostatném působení aditivního šumu, při samostatném působení multiplikativního šumu a za přítomnosti obou typů šumů zároveň. Výsledky simulace pro šířku pásma  $B_{PP2} = 72$  Hz přijímacího pásmového filtru PP<sub>2</sub> jsou zachyceny na Obr. 8.13.





**Obr. 8.13.** a) Výsledky simulace chybovosti přenosu BER v BPSK systému (pro  $f_b = 8$  bit/s a  $B_{PP2} = 72$  Hz), b) Porovnání simulovaného průběhu chybovosti BER při současném působení AWGN & PN s teoretickým odhadem podle vztahu (8.66).

Simulovaná chybovost pro samotné působení aditivního šumu (modrá křivka v Obr. 8.13) je ve velmi dobré shodě s teoretickým průběhem (červená křivka, odchylky pro  $E_b/N_0 > 7$  dB jsou způsobeny nedostatečným počtem vstupních bitů pro vyjádření odpovídající malé chybovosti). Pro nastavené parametry simulace (výkony fázových fluktuací a čas simulace *TIME*) nebyla u samotného působení multiplikativního fázového šumu pozorována žádná chybovost přenosu (tyrkysová křivka proto není zobrazena). Současné působení obou typů šumů (znázorněno zelenou křivkou) způsobuje nárůst chybovosti proti klasické chybovosti při působení samotného aditivního šumu (modrá křivka).

Chybovost přenosu při uvažování samotného aditivního šumu je nezávislá na  $B_{NPP}$ , neboť parametr  $B_{NPP}$  je již zakomponován do veličiny  $E_b/N_0$  (viz vztahy (8.18) a (8.19) při záměně  $B_N$  za  $B_{NPP}$ ). Jelikož má pásmová propust přijímače PP jen nepatrný vliv na průběh výkonu multiplikativního šumu (ten je téměř konstantní, viz Obr. 8.12, modrá křivka), lze tedy říci, že šumová šířka pásma  $B_{NPP}$  filtru nezpůsobí navýšení chybovosti ani při působení fázových fluktuací. Výsledky simulace chybovosti jsou pro všechny uvažované hodnoty  $B_{NPP}$  (z Tab. 8.6) velmi blízké a v Obr. 8.13 nerozlišitelné. Ten proto uvádí jen příklad pro  $B_{PP2} = 72$  Hz.

Pro odvození chybovosti BER v BPSK systému při současném působení aditivního a multiplikativního šumu lze použít přibližný teoretický vztah [38]

$$BER_{BPSK} = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \cdot \cos(J_{xRMS}) \right), \quad (8.66)$$

kde  $\operatorname{erfc}$  je komplementární chybová funkce [26]. Veličina  $J_{xRMS}$  reprezentuje naakumulovanou efektivní fázovou chybu všech oscilátorů v přijatém signálu  $x'(t)$ , její jednotkou je radián.

Velikost efektivní fázové chyby  $J_{RMS}$  je úměrná výkonu fázových fluktuací (z časové oblasti) případně výkonu fázového šumu (z frekvenční oblasti) [39]. Pro výpočet  $J_{RMS}$  lze přímo použít SSB frekvenční průběh fázového šumu  $L(f_m)$

$$J_{RMS} = \sqrt{2 \cdot \int_{f_1}^{f_2} L(f_m) df_m}, \quad (8.67)$$

kde pro meze integrálu platí  $f_1 = \Delta f$  a  $f_2 = f_{sam}/2$ .

Skutečná velikost naakumulované efektivní fázové chyby  $J_{xRMS}$  přijatého signálu je ovlivněna současným působením fázových fluktuací více oscilátorů a působením pásmové propusti přijímače. Teoretické odvození využívá část vztahu (8.53) a po jeho dosazení platí

$$J_{xRMS} = \sqrt{P\{\psi_{1PP}(t)\} + P\{\psi_{2PP}(t)\} + P\{\psi_3(t)\} + P\{\psi_4(t)\}}. \quad (8.68)$$

Pro výpočet výkonů fázových fluktuací jednotlivých oscilátorů přitom platí postup uvedený v kapitole 8.2.4.

Jsou-li již známy výsledky simulací, lze z grafu na Obr. 8.12 d) odečíst výkon multiplikativního šumu, označeno  $P_{PN}$ , za přítomnosti samotných fázových fluktuací (modrá křivka, pro libovolné  $B_{NPP}$ , neboť výkon v závislosti na  $B_{NPP}$  lze považovat za konstantní, viz výše). Získanou hodnotu je pak třeba upravit s ohledem na výkon užitečného signálu  $P\{x(t)\}$  a výkony signálů ideálních oscilátorů (viz vztah (8.53), výsledek pak odpovídá výrazu pod odmocninou ve vztahu (8.68)). Pro hodnotu efektivní fázové chyby pak platí

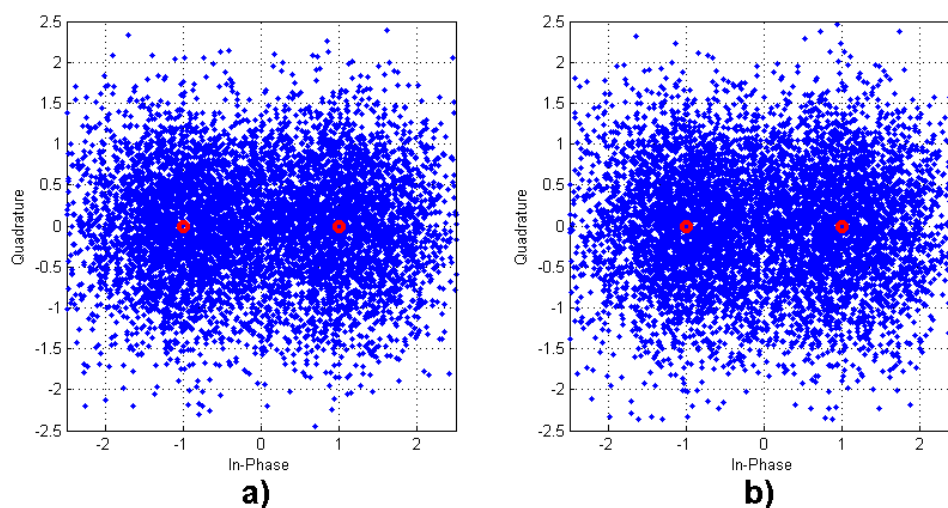
$$J_{xRMS} = \sqrt{\frac{P_{PN}}{P\{x(t)\} \cdot (O_{1-4})^2}}. \quad (8.69)$$

Na simulovaném příkladu lze ukázat:

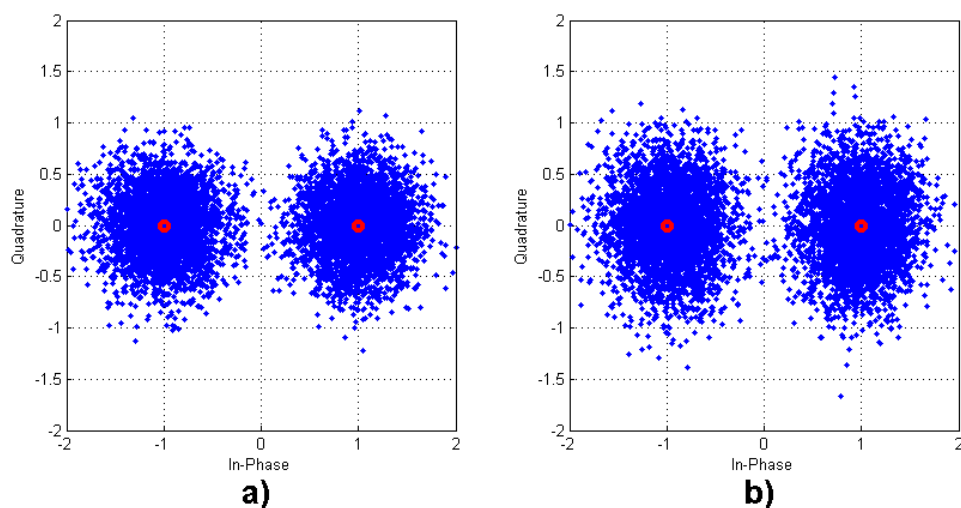
- z Obr. 8.12 d) je odečtena hodnota  $P_{PN} = -15,58$  dBW
- výkon užitečného signálu (ze simulace, odpovídá vztahu (8.6))  $P\{x(t)\} = -3,01$  dBW
- amplitudy signálů oscilátorů jsou jednotkové (viz Tab. 8.5)

Po dosazení do (8.69) vychází  $J_{xRMS} = 0,24$  rad (dosazení nesmí být provedeno v logaritmickém vyjádření). S využitím vztahu (8.66) lze pak získat závislost, která je zobrazena na Obr. 8.13 b) černou tečkovanou křivkou. Pro porovnání je také zobrazena simulovaná závislost chybovosti při současném působení aditivního a fázového šumu. Pro malé poměry  $E_b/N_0$  jsou oba průběhy totožné. S rostoucí hodnotou poměru  $E_b/N_0$  se obě křivky začínají odchylovat. Chyba je jednak způsobena nedostatečnou délkou simulace (pro podchycení malé chybovosti). Další odchylka je způsobena narůstajícím vlivem fázového šumu (tento trend u robustní modulační BPSK není tak zřejmý, jako tomu je u vícecestavových modulací, viz dále).

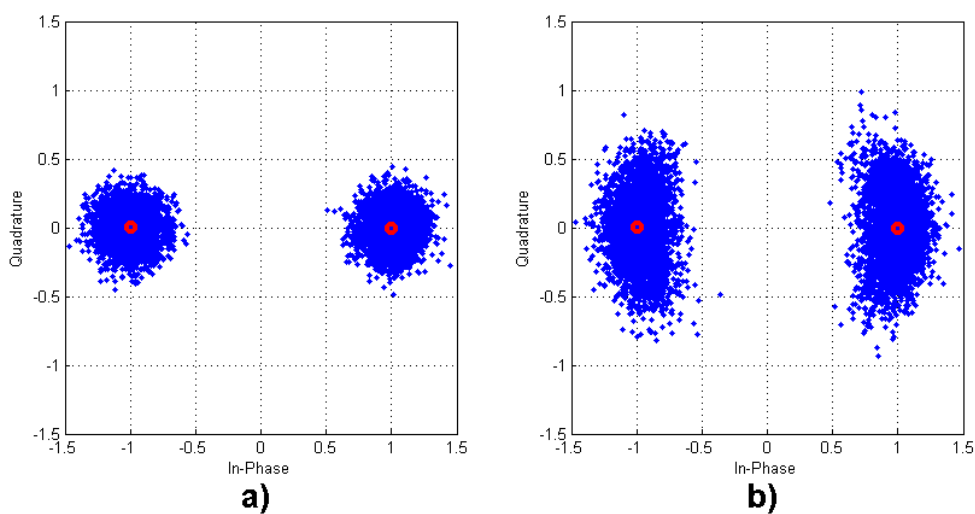
Chování fázového šumu lze také popsat podle konstelačních diagramů, které byly vygenerovány z přijatého v RRC filtru upraveného signálu, a to opět pro tři případy – samotný vliv aditivního šumu (jen AWGN), samotný vliv multiplikativního šumu (jen PN) a při jejich současném působení (AWGN & PN). Výsledky jsou zachyceny na následujících obrázcích, Obr. 8.14 pro  $E_b/N_0 = 0$  dB, Obr. 8.15 pro  $E_b/N_0 = 7$  dB a Obr. 8.16 pro  $E_b/N_0 = 15$  dB. Obr. 8.17 ukazuje pouze vliv samotného fázového šumu (ten je stejný pro všechna nastavení  $E_b/N_0$ , při daných výkonech fázových fluktuací oscilátorů). Červené kroužky v obrázcích označují polohu detekce ideálního symbolu.



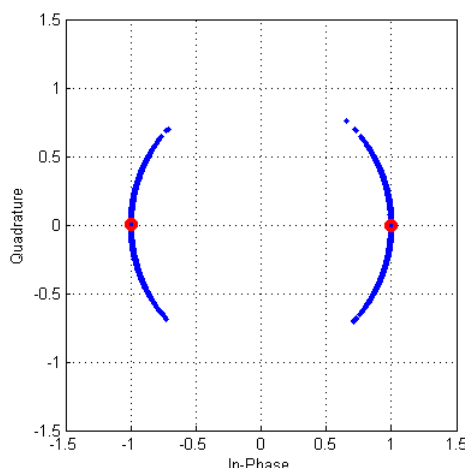
**Obr. 8.14.** Konstelační diagramy BPSK systému pro  $E_b/N_0 = 0$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.



**Obr. 8.15.** Konstelační diagramy BPSK systému pro  $E_b/N_0 = 7$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.



**Obr. 8.16.** Konstelační diagramy BPSK systému pro  $E_b/N_0 = 15$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.



**Obr. 8.17.** Konstelační diagram BPSK systému vyznačující působení samotného PN.

Aditivní šum způsobuje rozptýlení detekovaných symbolů v okolí ideální polohy symbolu. Rozptýlení detekovaných symbolů má Gaussovské rozdělení pravděpodobnosti (se střední hodnotou rovnou poloze ideálního symbolu a rozptylem rovným výkonu aditivního šumu podle (6.10)). Fázový šum změní fázi detekovaného symbolu vůči fázi ideálního symbolu, přičemž vzdálenost od počátku konstelačního diagramu zůstává konstantní (amplituda není ovlivněna). Z Obr. 8.14 b) až Obr. 8.16 b) je také zřejmé, že právě fázový šum je zodpovědný za změnu rozložení detekovaných symbolů oproti rozložení při působení samotného aditivního šumu. Tomu pak odpovídá zvýšení chybovosti.

## 8.4 Výsledky simulací pro QPSK a 8-PSK systémy

Následující odstavce popisují výsledky simulací QPSK a 8-PSK systémů. Základní nastavení i některé obdržené výsledky jsou pro oba systémy totožné, proto byl popis jejich řešení sloučen do jedné kapitoly.

### 8.4.1 Výchozí parametry modelu QPSK a 8-PSK systémů

Pro snadné porovnání s výsledky v kapitole 8.3 byla i v těchto případech nastavena vzorkovací frekvence  $f_{sam} = 4096$  Hz. Ze zadané přenosové rychlosti  $f_b = 8$  bit/s je pro QPSK parametr  $M_{aryQPSK} = 2$  a symbolová rychlost  $f_{sQPSK} = 4$  symboly/s. Pro 8-PSK je parametr  $M_{ary8-PSK} = 3$  a odpovídající symbolová rychlost  $f_{s8-PSK} = 2$  symboly/s (podle (8.2)).

Nastavení vstupních parametrů oscilátorů systému je totožné s hodnotami uvedenými v Tab. 8.4. Frekvenční průběhy fázových šumů jednotlivých oscilátorů jsou shodné s Obr. 8.9. Nastavení generátoru aditivního šumu  $n(t)$  je také stejné jako v kapitole 8.3.1. Výkon signálu  $P\{n(t)\}$  je odvozen z poměru  $E_b/N_0$ , kde energie připadající na jeden informační bit  $E_b$  je totožná jako v případě BPSK systému. Parametry pásmových filtrů systému odpovídají popisu v kapitole 8.3.1.

RRC filtry přijímače a vysílače jsou opět totožné. Parametry filtrů jsou závislé na symbolové rychlosti a tudíž se jejich nastavení liší od nastavení pro dvoustavový systém. Ze vztahu (8.4) pro mezní frekvenci filtru  $f_{cut}$  pro pokles o 3 dB platí  $f_{cut} = f_s$ .

Roll-off faktor filtru má hodnotu  $RollOff=1$ . Řád filtru pro QPSK je roven  $N_{RRCF-QPSK} = 4096$  a pro 8-PSK platí  $N_{RRCF-8-PSK} = 8196$ , viz (8.5), pro  $konst. = 8$ .

#### 8.4.2 Výsledné charakteristiky šumových výkonů v jednotlivých bodech QPSK a 8-PSK systémů

Jelikož jsou bitová rychlost  $f_b$  vstupní datové posloupnosti a výkon modulovaného signálu  $P\{x(t)\}$  v základním pásmu stejné jako v případě systému BPSK (kapitola 8.3), jsou i veškeré výsledné výkonové charakteristiky a odečtené mezní šumové šířky pásma filtru PP stejné jako v kapitole 8.3.2. Pro grafické závislosti výkonů šumů v daných bodech QPSK a 8-PSK systému lze tedy použít přímo Obr. 8.11 a Obr. 8.12.

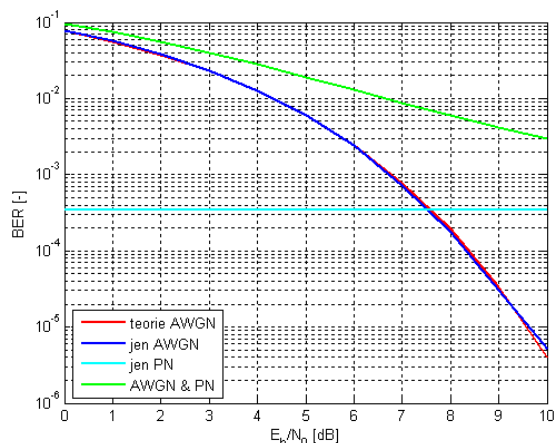
Ze vztahu (8.2) je možné odvodit, že rychlost změn symbolů u vícecestavových modulací je vždy menší, než u základní dvoustavové modulace BPSK. Při stejné bitové rychlosti je pak zabraná šířka pásma pro vícecestavový systém menší, než v případě systému dvoustavového a tudíž je možné zvolit užší filtr PP přijímače. Pro zkrácení simulačního času, byla pro modelování QPSK a 8-PSK systémů ponechána vygenerovaná banka filtrů podle Tab. 8.6. Vliv obou typů šumů je tedy možné popsat stejnými závěry jako v kapitole 8.3.2. Obecně tedy platí, že, při dalším snížení šířky pásma filtru přijímače, dojde ke zvýraznění vlivu multiplikativního šumu.

#### 8.4.3 Simulace chybovosti přenosu BER v QPSK a 8-PSK systémech

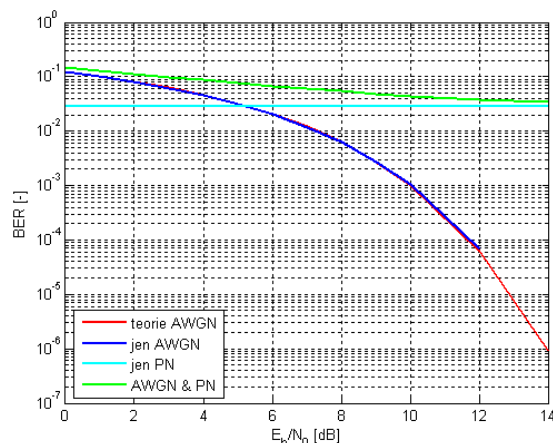
S rostoucím počtem stavů modulace se zmenšuje prostor, který je vymezen pro správné vyhodnocení přijatého symbolu. Šumové poměry jsou proto u vícecestavových modulací mnohem kritičtější než je tomu u základní dvoustavové modulace.

Pro vyhodnocení chybovosti přenosu BER u QPSK a 8-PSK systémů byl parametr  $E_b/N_0$  měněn v mezích  $<0, 10>$  dB a  $<0, 14>$  dB s krokem 1 dB. Za dobu simulace  $TIME \approx 5 \cdot 10^4$  s bylo rychlostí  $f_b = 8$  bit/s přeneseno systémem QPSK 395450 bitů a systémem 8-PSK 395175 bitů (počet přenesených bitů je beze zbytku dělitelný parametrem  $M_{ary}$ ). Pro výsledky simulací chybovosti v závislosti na šumové šířce pásma filtrů PP (Tab. 8.6) platí stejné závěry, jaké byly odvozeny v kapitole 8.3.3. Výsledky jsou vyobrazeny na příkladě šířky pásma přijímacího pásmového filtru PP<sub>2</sub>  $B_{PP2} = 72$  Hz. Bitová chybovost přenosu simulovaného QPSK systému je na Obr. 8.18 a 8-PSK systému na Obr. 8.19.

Simulované působení samotného aditivního šumu (modrá křivka v Obr. 8.18 a Obr. 8.19) se velmi dobře shoduje s teoretickým průběhem (červená křivka). Nastavené výkony fázových fluktuací jednotlivých oscilátorů jsou stejné jako v případě BPSK systému, ale u vícecestavových modulací je pozorována chybovost přenosu již při působení samotného multiplikativního fázového šumu (tyrkysová křivka). Současné působení obou typů šumů (zobrazeno zelenou křivkou) způsobuje nárůst chybovosti proti klasické chybovosti aditivního šumu (červená křivka). V oblasti malých odstupů  $E_b/N_0$  je výsledná chybovost způsobená především aditivním šumem. S rostoucím poměrem  $E_b/N_0$  roste podíl multiplikativního fázového šumu ve výsledné chybovosti. Pro vysoké odstupy  $E_b/N_0$  se výsledná chybovost asymptoticky blíží k chybovosti způsobené samotným multiplikativním fázovým šumem.

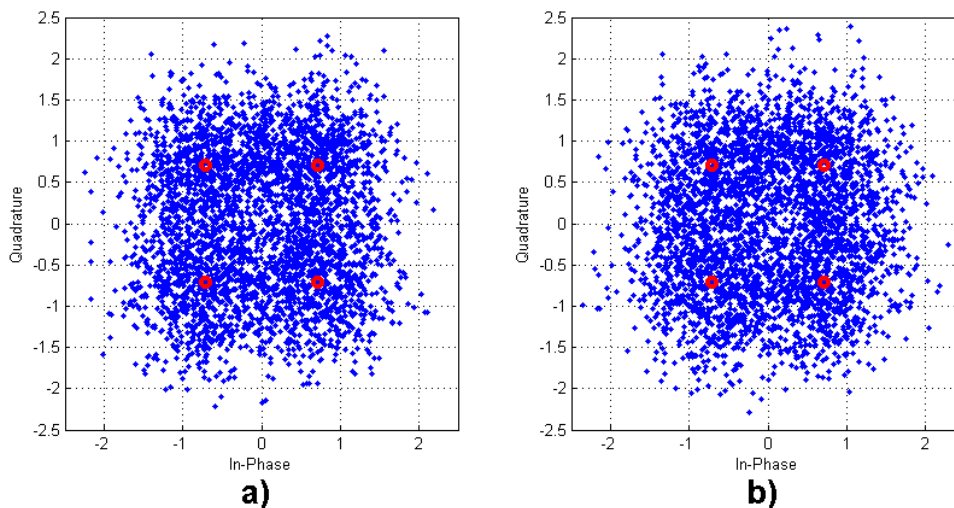


**Obr. 8.18.** Výsledky simulace chybovosti přenosu BER v QPSK systému (pro  $f_b = 8$  bit/s a  $B_{PP2} = 72$  Hz).

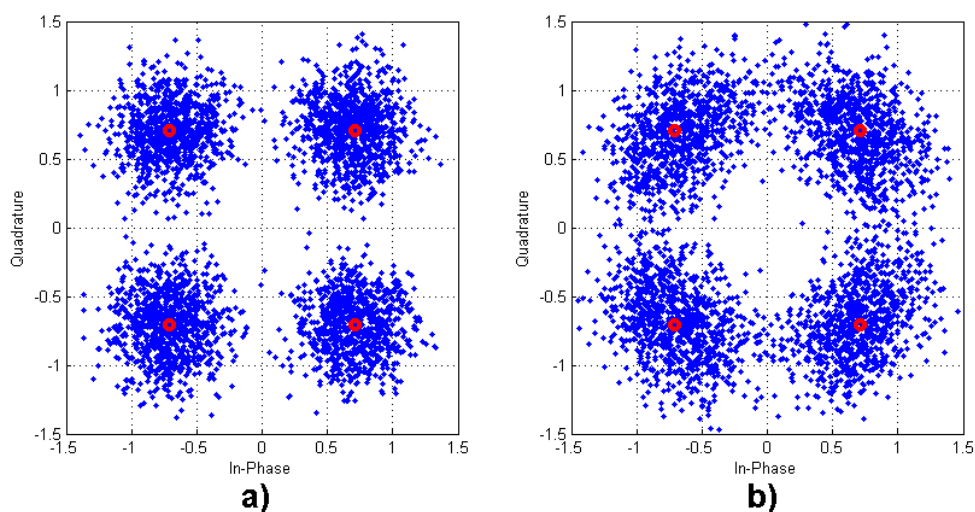


**Obr. 8.19.** Výsledky simulace chybovosti přenosu BER v 8-PSK systému (pro  $f_b = 8$  bit/s a  $B_{PP2} = 72$  Hz).

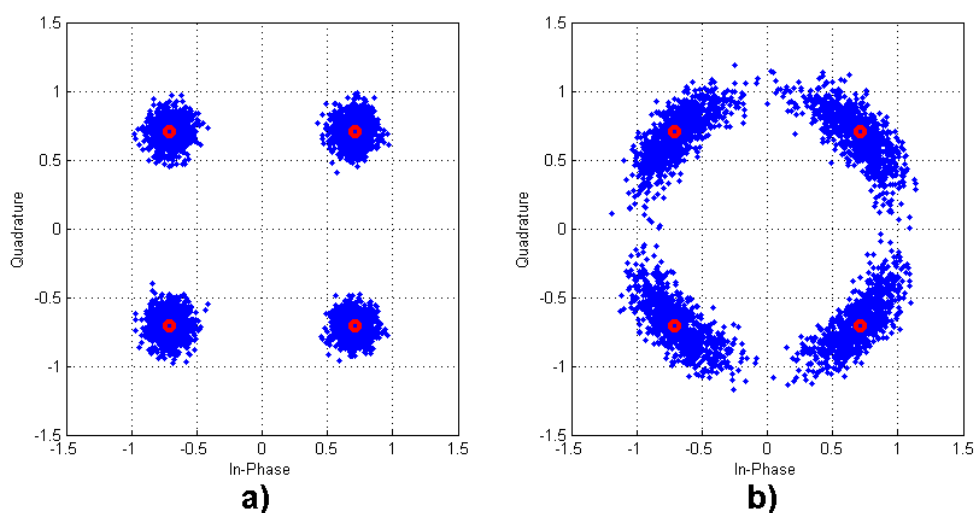
Obdobným způsobem jako v předchozí podkapitole u BPSK systému, i zde jsou pro názornost vlivu obou typů šumů zobrazeny konstelační diagramy. Konstelační diagramy QPSK systému s vlivem samotného aditivního šumu (jen AWGN) a se současným vlivem obou typů šumu (AWGN & PN) jsou pro  $E_b/N_0 = 0$  dB,  $E_b/N_0 = 7$  dB a  $E_b/N_0 = 15$  dB zobrazeny na Obr. 8.20, Obr. 8.21 a Obr. 8.22. Konstelační diagram pro působení samotného multiplikativního fázového šumu (jen PN) je na Obr. 8.23 (vliv samotného fázového šumu nezávisí na poměru  $E_b/N_0$ ). Červené kroužky v obrázcích ukazují umístění symbolů při ideální detekci.



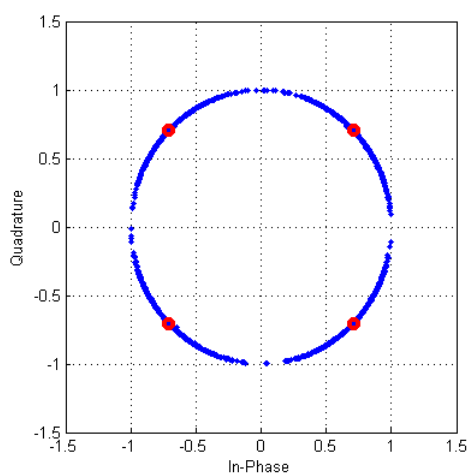
**Obr. 8.20.** Konstelační diagramy QPSK systému pro  $E_b/N_0 = 0$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.



**Obr. 8.21.** Konstelační diagramy QPSK systému pro  $E_b/N_0 = 7$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.



**Obr. 8.22.** Konstelační diagramy QPSK systému pro  $E_b/N_0 = 15$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.

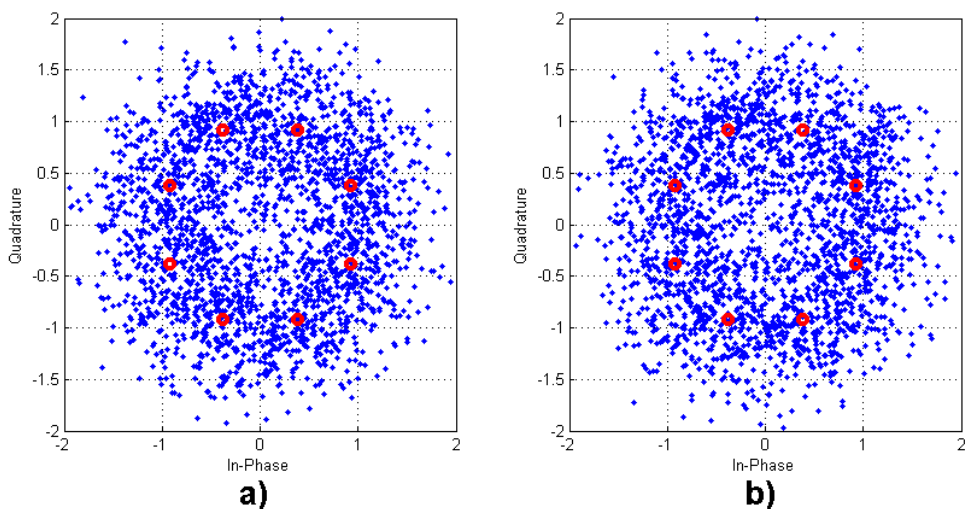


**Obr. 8.23.** Konstelační diagram QPSK systému vyznačující působení samotného PN.

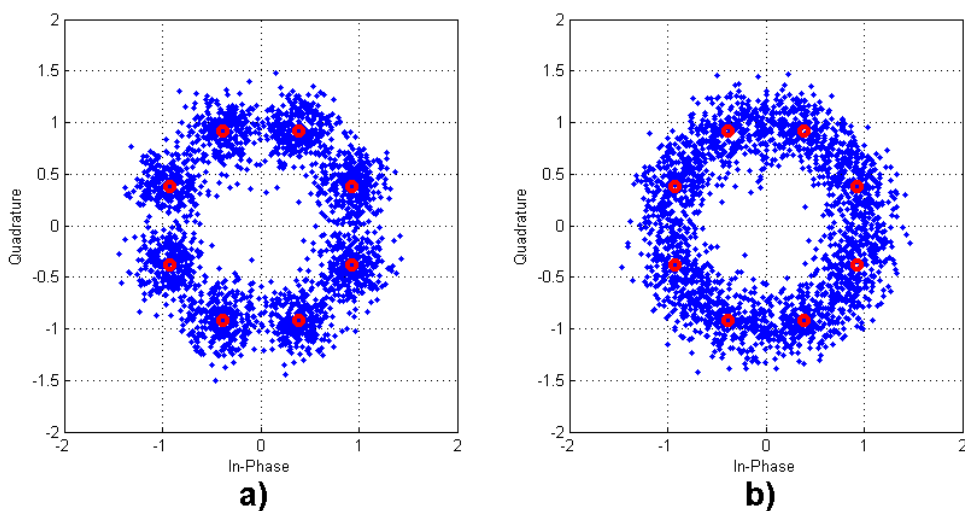
Konstelační diagramy 8-PSK systému degradovaného samotným aditivním šumem (jen AWGN) a se současným působením obou typů šumů (AWGN & PN) jsou pro



$E_b/N_0 = 0$  dB,  $E_b/N_0 = 7$  dB a  $E_b/N_0 = 15$  dB vyobrazeny na Obr. 8.24, Obr. 8.25 a Obr. 8.26. Konstelační diagram pro působení samotného multiplikativního fázového šumu (jen PN) je na Obr. 8.27 (působení samotného fázového šumu nezávisí na poměru  $E_b/N_0$ ). Červené kroužky v obrázcích ukazují ideální umístění symbolů.

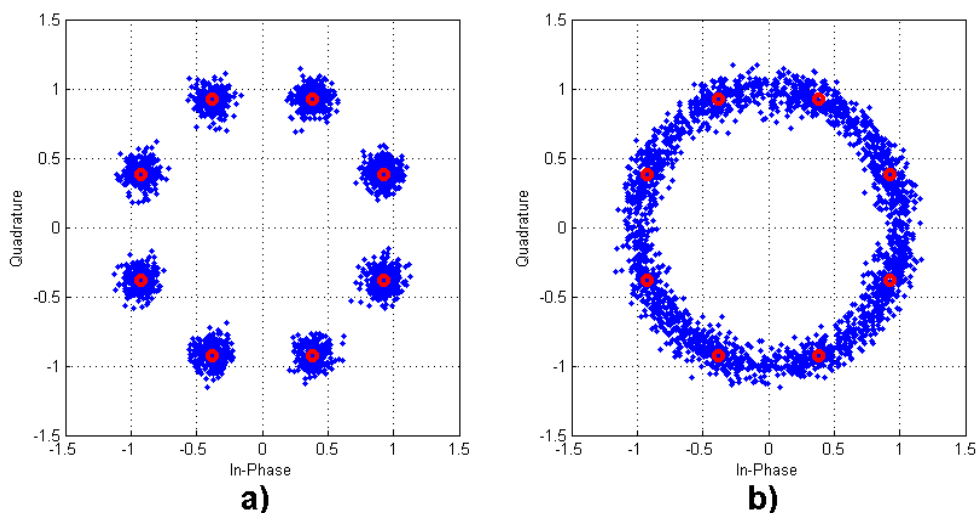


**Obr. 8.24.** Konstelační diagramy 8-PSK systému pro  $E_b/N_0 = 0$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.

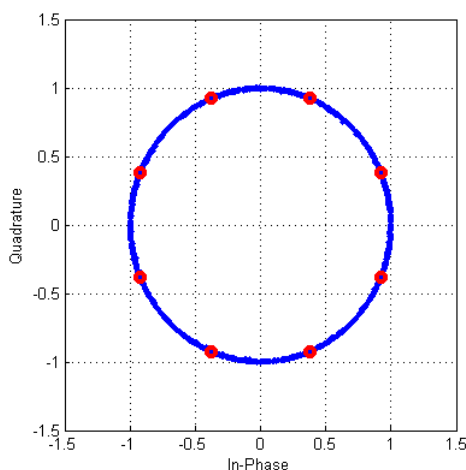


**Obr. 8.25.** Konstelační diagramy 8-PSK systému pro  $E_b/N_0 = 7$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.





**Obr. 8.26.** Konstelační diagramy 8-PSK systému pro  $E_b/N_0 = 15$  dB, a) jen AWGN, b) AWGN & PN.



**Obr. 8.27.** Konstelační diagram 8-PSK systému vyznačující působení samotného PN.

Z konstelačních diagramů je opět zřejmé, že působení fázového šumu mění rozložení detekovaných symbolů v okolí ideálních symbolových poloh. To je spojeno s nárůstem chybovosti oproti klasickému přístupu se samotným působením aditivního šumu.

### 8.5 Porovnání výsledků pro různé nastavení modelu

Pro hlubší posouzení vlivu fázových fluktuací oscilátorů v komunikačním systému na velikost chybovosti přenosu, byl model podroben dalším simulacím. V tomto případě byla provedena změna přenosové rychlosti vstupní datové posloupnosti a s ní související změna šířky pásma  $B_{PP}$  vstupního filtru modelu přijímače. Změny v nastaveních jsou shrnuty v Tab. 8.8.

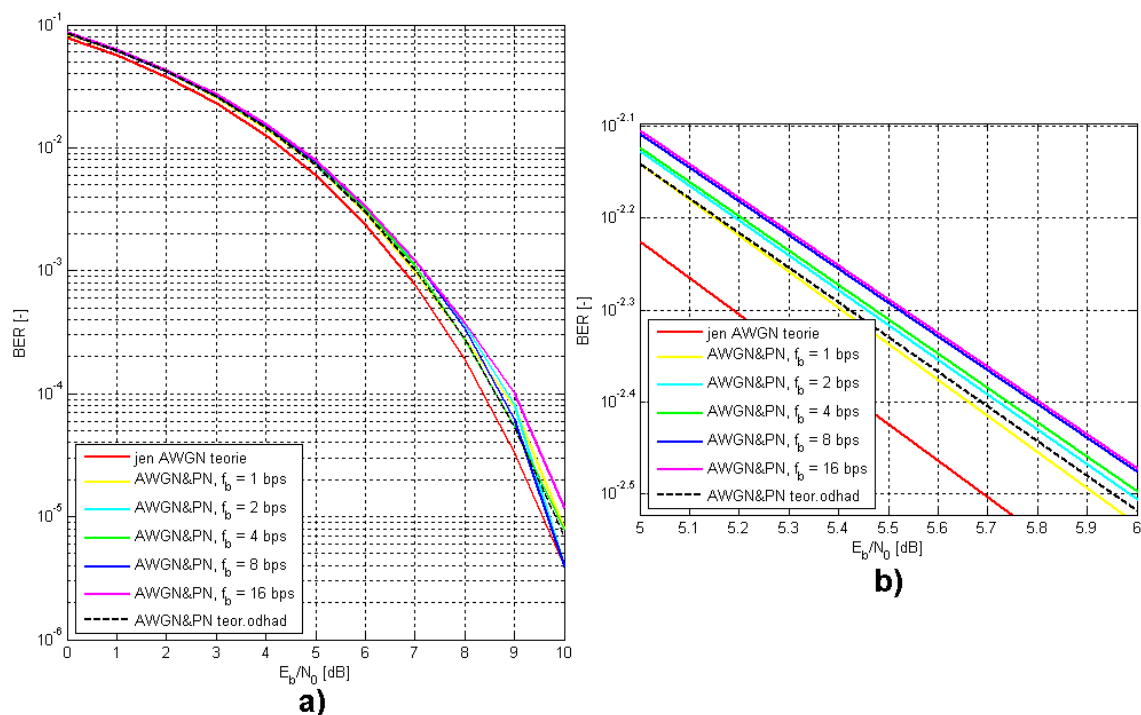
Aby byl užitečný signál v přijímači správně dekodován, je nutné pro velikost šířky pásma filtru dodržet podmínku  $B_{PP}/2 \geq 3 \cdot f_b$ . Správné porovnání chybovostí v závislosti na zvolené bitové rychlosti vyžaduje, aby systémem prošel přibližně stejný počet informačních bitů, ten byl zvolen na cca 255000. V závislosti na této hodnotě a  $f_b$  byla

navíc měněna veličina  $TIME$ , určující délku simulace a tedy i počet vygenerovaných bitů. S rostoucí  $f_b$  klesá velikost  $TIME$  při zachování celkového počtu přenesených bitů. Pro urychlení simulace byla vzorkovací frekvence modelu zmenšena na  $f_{sam} = 512$  Hz.

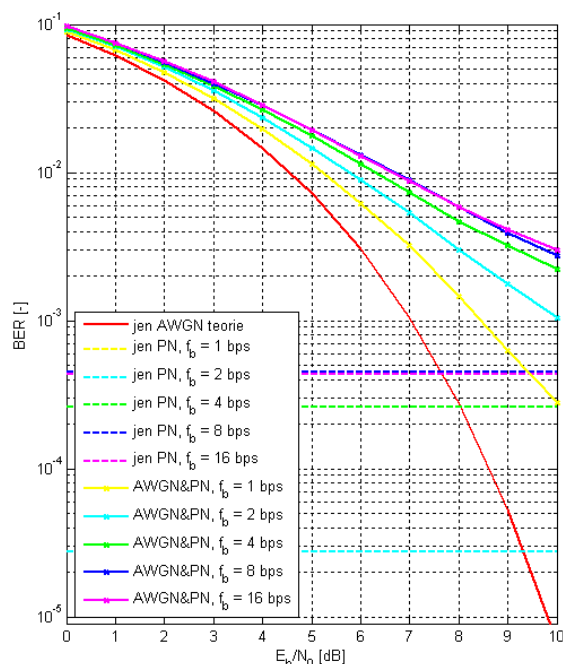
**Tab. 8.8.** Nastavení velikostí přenosových rychlostí a šířek pásma vstupního filtru modelu přijímače.

| bitová rychlost $f_b$ | šířka pásma $B_{pp}$ |
|-----------------------|----------------------|
| bit/s                 | Hz                   |
| 1                     | 8                    |
| 2                     | 16                   |
| 4                     | 30                   |
| 8                     | 64                   |
| 16                    | 128                  |

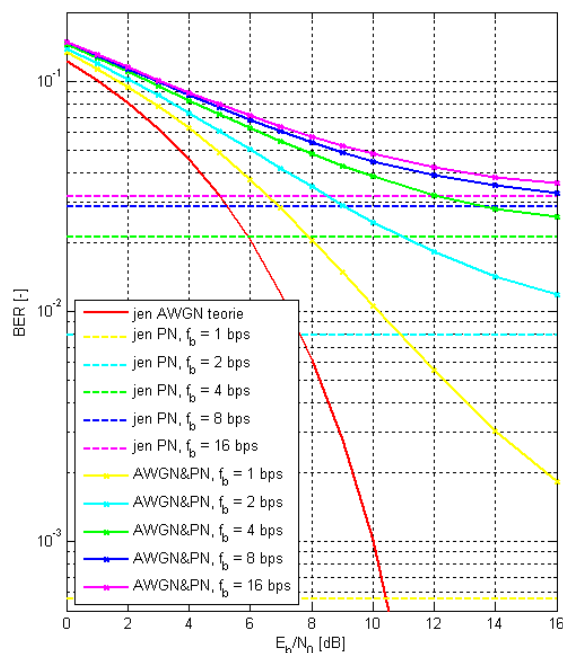
Předpokladem je, že při vyšší přenosové rychlosti a stejných výkonech fázových fluktuací všech oscilátorů systému je zapotřebí větší šířka pásma filtru přijímače, který tak propustí větší výkon multiplikativního šumu. Výsledkem pak je navýšení chybovosti přenosu, což vyplývá ze vztahu (8.66). Změna přenosové rychlosti vzhledem k výkonu aditivního šumu nemá na chybovost vliv. Vysvětlení vyplývá ze vztahu (8.19). Výsledky simulací jsou zobrazeny na Obr. 8.28, Obr. 8.29 a Obr. 8.30 pro BPSK, QPSK a 8-PSK.



**Obr. 8.28.** Výsledky simulace chybovosti přenosu BER v BPSK systému (pro  $f_b = 1, 2, 4, 8$  a  $16$  bit/s), a) celkový průběh, b) detailní zobrazení.



**Obr. 8.29.** Výsledky simulace chybovosti přenosu BER v QPSK systému (pro  $f_b = 1, 2, 4, 8$  a  $16$  bit/s).



**Obr. 8.30.** Výsledky simulace chybovosti přenosu BER v 8-PSK systému (pro  $f_b = 1, 2, 4, 8$  a  $16$  bit/s).

Simulace vícestavových systémů QPSK a 8-PSK ukazují, že pro vysoké poměry  $E_b/N_0$  se celková chybovost (AWGN&PN) asymptoticky blíží k chybovosti způsobené vlivem samotného multiplikativního šumu (jen PN). Grafické závislosti potvrzují předpoklad, že s rostoucí velikostí přenosové rychlosti také vzrůstá chybovost přenosu. Jak se dá vyčíst ze vztahů odvozených pro výkony při současném působení obou typů šumů (viz kapitola 8.2.5, např. vztah (8.63)), fázové fluktuace figurují výhradně v kvadrurní složce přijatého signálu. Zatímco aditivní šum ovlivňuje stejně přímou i kvadrurní složku. Zde právě pramení robustnost dvoustavové BPSK modulace, která je necitlivá na kvadrurní složku přijatého signálu. Při detekci symbolů se rozhoduje jen mezi polorovinami. To je hlavní důvod proč není nárůst chybovosti v Obr. 8.28 tak markantní jako v případě vícestavových modulací QPSK a 8-PSK (Obr. 8.29 a Obr. 8.30). Zde již při detekci hraje roli i kvadrurní složka, ve které se přenáší část užitečné informace. A ta je již fázovými fluktuacemi degradována.

Z asymptotických průběhů chybovostí vícestavových modulací na Obr. 8.29 a Obr. 8.30 by se dalo usuzovat, že podobné chování bude vykazovat i dvoustavová modulace BPSK. Tzn., že bude existovat hodnota chybovosti  $BER_{PNBPSK}$ , ke které se bude přibližovat průběh  $BER_{AWGN\&PNBPSK} = f(E_b/N_0)$ . Jelikož je modulace BPSK velice robustní, je pravděpodobnost chyby při samotném působení multiplikativního šumu velmi malá. Z toho vyplývá, že k asymptotickému přiblížení průběhů by mohlo dojít až při vysokém odstupu  $E_b/N_0$ , kdy chybovost dosahuje velmi malých hodnot (BER je v řádu  $10^{-20}$  a menší). Pro dokázání této skutečnosti by bylo zapotřebí neúměrně dlouhé doby simulace  $TIME$ , která by na použité výpočetní simulaci trvala v reálu několik měsíců. Byl proveden pokus, kdy čas simulace byl nastaven na hodnotu  $TIME = 200 \cdot 10^6$  s. Přenosovou rychlostí  $f_b = 8$  bit/s bylo přeneseno  $1,599 \cdot 10^9$  bitů a ani zde se výše uvedená skutečnost neprokázala. Simulace na použité výpočetní stanici trvala v reálu téměř 22 dní.

Vztah (8.66) vyjadřující chybovost BPSK systému za přítomnosti obou typů šumu popisuje závislost, která s rostoucím poměrem  $E_b/N_0$  monotónně klesá do  $-\infty$ . Na základě právě popsané úvahy existuje i u systému BPSK pravděpodobně asymptota určující chybovost při působení samotného fázového šumu. Z toho vyplývá, že vztah (8.66) je jen přibližný a použitelný pro nízké hodnoty poměru  $E_b/N_0$ .

Na Obr. 8.27 a) je pro  $E_b/N_0 > 8$  dB situace neodpovídá výše popsanému trendu a pro chybovosti lze vyčíst  $\text{BER}_{f_b=8\text{bps}} > \text{BER}_{f_b=16\text{bps}}$ . Chyba je opět dána nedostatečným počtem simulovaných datových bitů pro správné vyjádření takto malé chybovosti.

## 8.6 Závěr

Tato kapitola je věnována modelování vlivu šumů v obecném systému s přímou M-PSK modulací hlavní vysokofrekvenční nosné vlny. Z obdržených výsledků je patrný nezanedbatelný vliv fázového šumu v obecném M-PSK komunikačním systému. Získané závislosti velmi dobře odpovídají teoretickým předpokladům. Odchyłky jsou především způsobeny nedostatečnou délkou vstupní datové posloupnosti, která byla optimálně zvolena s ohledem na dobu simulace na výpočetní stanici.

Pro vyhodnocení současného vlivu aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu byl zvolen nový přístup. Ten je založen na přímém porovnání výkonů šumů ve významných bodech přijímací části řetězce, a to v závislosti na šířce pásma přijímacího filtru. Ta je zvolena tak, aby užitečný signál bylo možné po průchodu filtrem správně dekodovat. Simulacemi bylo zjištěno, že minimální šířka pásma pásmového filtru přijímače vzhledem k ovlivnění užitečného signálu by měla být větší než šestnásobek symbolové rychlosti ( $B_{PP}/2 \geq 3 \cdot f_b$ ). Filtr přijímače rozděluje problematiku fázových šumů na fázové šumy vysílače (procházející filtrem) a fázové šumy přijímače (užitečný signál degradují až po jeho průchodu filtrem). Ze simulací vyplývá, že téměř celý výkon samotného multiplikativního šumu je soustředěn v pásmu užitečného signálu, v pásmu propustnosti přijímacího filtru (obecně platí pro fázové šumy vysílače i přijímače). Multiplikativní šum oscilátorů vysílače tedy téměř celým výkonem prochází na výstup pásmového filtru přijímače (model předpokládá bezetrátový komunikační kanál). Z toho vyplývá, že se šumová šířka pásma filtru  $B_{NPP}$  na výkonu samotného multiplikativního šumu projevuje jen minimálně. Závislost  $N_{(x)PN} = f(B_{NPP})$  je téměř konstantní (viz Obr. 8.12), zatímco závislost výkonu samotného aditivního šumu  $N_{(x)AWGN} = f(B_{NPP})$  klesá lineárně s klesající šumovou šířkou pásma přijímacího filtru. Pro malé hodnoty poměru  $E_b/N_0$  (ovlivňuje aditivní šum) je ve všech bodech přijímače výrazně převyšující vliv aditivního tepelného šumu. S rostoucím poměrem  $E_b/N_0$  roste podíl multiplikativního šumu v celkovém šumu. Za těchto okolností lze nalézt průsečík závislostí šumových výkonů  $N_{(x)PN} = f(B_{NPP})$  a  $N_{(x)AWGN} = f(B_{NPP})$ , který stanovuje určitou mezní šumovou šířku pásma přijímacího filtru  $B_{NPP}$ . Zvolí-li se  $B_{NPP}$  menší než je mezní hodnota, v přijatém signálu bude převyšovat vliv multiplikativního šumu nad šumem aditivním. Tyto závěry platí bez ohledu na zvoleném počtu stavů modulace. Hlavní vliv mají výkony jednotlivých šumových zdrojů modelu a šířka pásma filtru přijímače.

Kvalita přijímací aparatury a stav přenosového kanálu v praxi udávají velikost výkonu aditivního šumu a dá se říci, že ten je pro daný systém konstantní. U úzkopásmových družicových systémů je možné docílit velmi malé úrovně výkonu aditivního šumu, který je díky vyspělým technologiím v podstatě nejmenší dosažitelný.

Snížující se šířka pásma filtru přijímače vede k nárůstu vlivu multiplikativního fázového šumu všech oscilátorů systému. Uvedená procedura kvantitativně popisuje výkonové poměry šumů ve významných bodech systému a umožňuje vymežit míru vlivu jednotlivých typů šumů. Závěrem je pak stanovení, že stabilita oscilátorů je natolik vysoká, že užitečný signál není fázovým šumem výrazně ovlivněn. Nebo naopak, že stabilita oscilátorů je nedostačující, a že pro zlepšení šumových parametrů systému je zapotřebí příslušné nestabilní zdroje nosných signálů modifikovat.

Uvedený matematický popis poskytuje velmi přesné výsledky výkonů šumů odpovídající výsledkům simulací (viz Tab. 8.4). Odchyłky jsou v řádu setin decibelu a jsou především způsobeny zjednodušujícími předpoklady při matematické implementaci filtrace, kdy je i pro fázové fluktuace využito veličiny šumová šířka pásma daného přijímacího filtru. Zpřesnění výpočtů je možné při použití skutečných přenosových charakteristik filtrů.

Ze získaných výsledků simulací se obecně jeví, že chybovost přenosu je téměř nezávislá na šířce pásma  $B_{PP}$  filtru přijímače. To vyplývá z průběhů výkonů multiplikativního šumu, které jsou v závislosti na  $B_{PP}$  téměř konstantní. Většina výkonu multiplikativního šumu je vždy soustředěna v pásmu propustnosti filtru a změna šířky pásma vede jen k nepatrné změně šumového výkonu, a tedy dojde k velmi malé změně chybovosti. Pro správné vyhodnocení rozdílů chybovostí způsobených velmi malými změnami šumových výkonů je zapotřebí velmi dlouhých dob simulace. Z doposud provedených simulací vyplynulo, že rozdíly chybovostí způsobené změnou šířky pásma se pohybují v jednotkách (maximálně nízkých desítkách) chybných symbolů při přenesení celkového počtu  $2 \cdot 10^5$  symbolů. Z toho se dá usoudit, že ve srovnání s chybovostí způsobenou aditivní šumem, tato malá změna chybovosti nemá prakticky žádný vliv.

Přestože jsou výsledné charakteristiky výkonů šumů totožné pro všechny tři zkoumané modulační techniky, vyhodnocované chybovosti přenosu jsou již odlišné. Obecně platící fakt o robustnosti dvoustavové BPSK modulace byl potvrzen i za přítomnosti fázových šumů oscilátorů systému. Fázové fluktuace jsou soustředěny v kvadrurní složce přijímaného signálu, na které je BPSK demodulátor necitlivý. Fázový šum způsobuje navýšení chybovosti přenosu proti klasickému případu se samotným aditivním tepelným šumem (viz Obr. 8.13). Výsledky simulací jsou v dobré shodě s teorií pro malé poměry  $E_b/N_0$ . S jejich růstem se ovšem předpokládá, že dojde k odklonu od teoretického průběhu a pro vysoký poměr  $E_b/N_0$  se chybovost asymptoticky přiblíží chybovosti způsobené samotným fázovým šumem. Tato skutečnost nebyla dokázána, neboť by vyžadovala neúměrně dlouhou dobu simulace, ale byla odvozena z chování vícecestavových modulací (viz dále). U BPSK systému se změna bitové rychlosti projeví na chybovosti přenosu BER jen minimálně. Souvisí to opět s robustností BPSK modulace a současně s malým vlivem filtrace na výkon multiplikativního šumu. Zvýšení bitové rychlosti způsobí nárůst chybovosti v jednotkách (maximálně nízkých desítkách) chybných symbolů v celkovém přeneseném počtu  $2 \cdot 10^5$  symbolů. To je opět z praktického hlediska zanedbatelné.

Jelikož je prezentovaný model obecně použitelný i pro vícecestavové fázové klíčování, byl také prozkoumán vliv fázového šumu na systémy QPSK a 8-PSK. Chybovost vlivem fázového šumu v obou případech výrazně narůstá. QPSK a 8-PSK demodulátory využívají i kvadrurní složku přijatého signálu, která je navíc znehodnocena fázovým šumem. U vícecestavových systémů je každému symbolu

vymezen menší prostor pro správnou detekci a tudíž jsou tyto systémy mnohem náchylnější na šum. I samotný fázový šum způsobuje nezanedbatelnou chybovost. Pro vyšší poměry  $E_b/N_0$  se pak výsledná chybovost (při působení obou typů šumů) asymptoticky přibližuje k chybovosti způsobené samotným fázovým šumem. Při zvýšení přenosové rychlosti u vícecestavových systémů dochází k výraznému nárůstu chybovosti (způsobeno degradací kvadraturní složky přijatého signálu), který již z praktického hlediska není zanedbatelný.

## 9 Model komunikačního BPSK/SSB systému na subnosné vlně

Druhým modelovaným případem, kterým se tato práce zabývá a který bývá velice často využit pro přenos družicové telemetrie, je BPSK systém pracující s pomocnou nízkofrekvenční subnosnou vlnou, přičemž jako hlavní je použita amplitudová modulace v jednom postranním pásmu. Jedná se tedy o modulační schéma BPSK/SSB. Principiální odvození tohoto případu je uvedeno na Obr. 7.3. Subnosná vlna do modelování vnáší určité komplikace a to především v otázkách filtrace. Pásmové signály jsou opět modelovány v základním pásmu, ale užití ekvivalentní dolní propusti modelující pásmovou propust musí předcházet posun užitečného signálu z oblasti subnosné vlny do oblasti spektrálního počátku. Směšování SSB modulovaného signálu nahoru do mikrovlnného pásma přibližuje vyvinutý model, z hlediska uplatnění fázových šumů, více k realitě. Vícestavový systém není možné realizovat klasickou SSB modulací při zachování obvyklých chybovostí [40] (srovnatelných s přímou modulací M-PSK, viz kapitola 8). Z tohoto důvodu je pozornost věnována pouze dvoustavové modulaci BPSK.

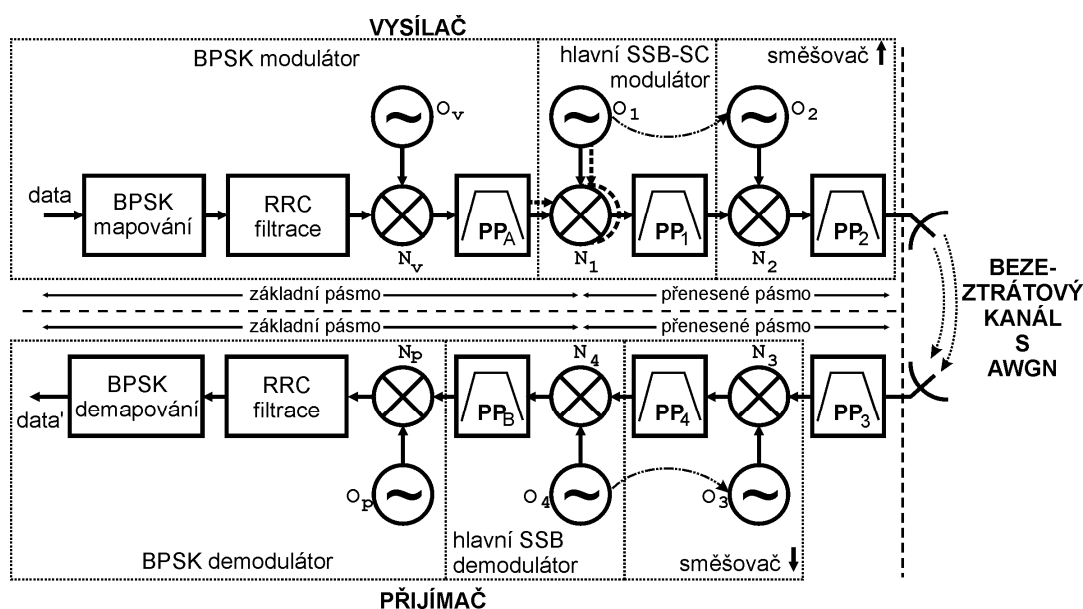
Pro vyhodnocení současného působení aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu je využit nový přístup, který byl zaveden v kapitole 6 a následně využit v kapitole 8. Ve významných bodech přijímací části systému jsou opět vyhodnocovány výkony šumů v závislosti na šířce pásma filtru přijímače. Cílem je stanovit, který z šumů má v systému za daných podmínek převládající vliv. Kvalita přenosu digitální informace je opět vyhodnocena chybovostí přenosu BER. Všechny tyto parametry jsou navíc zkoumány v závislosti na změně frekvence subnosné vlny a změně míry potlačení hlavní nosné vlny.

### 9.1 Obecný popis BPSK/SSB systému

Modelování a popis systému jsou opět rozděleny do tří oblastí. Ve vysílači je vygenerován užitečný signál, který je transformován do vysokofrekvenčního pásma. V této podobě je vhodný k přenosu komunikačním kanálem. Na přijímací straně je signál převeden zpět do základního pásma. Modelovaný systém opět zahrnuje jen nejnútnejší funkční bloky, které nezbytně souvisí se zkoumanou problematikou šumů. Vzhled BPSK/SSB komunikačního systému je vyobrazen na Obr. 9.1.

Vstupní bitová posloupnost *data* je vytvářena v náhodném generátoru dat. Datová posloupnost v unipolárním NRZ formátu je v bloku BPSK mapováním převedena na bipolární obdélníkový signál. Ten se vyznačuje teoreticky nekonečným spektrálním obsahem a nehodí se přímo k dalšímu zpracování a přenosu kanálem. K omezení širokého spektrálního rozsahu a k tvarování BPSK symbolů je použita dolní propust popsaná impulsní charakteristikou typu RRC. BPSK modulace tvarovaného vstupního signálu na nízkofrekvenční subnosnou vlnu vytvářena oscilátorem  $O_V$  (předpokládá se přítomnost fázového šumu) je zajištěna v analogové násobičce  $N_V$ . Pro omezení

nežádoucích produktů násobení slouží pásmový filtr  $PP_A$ . Zde končí zpracování užitečného signálu v základním pásmu. Přenos do vysokofrekvenčního pásma je zajištěn modulací BPSK signálu na hlavní nosnou (generovanou v  $O_1$ ) v analogové násobičce  $N_1$  (SSB-SC modulátor je v Obr. 9.1 naznačen jen symbolicky, bližší popis bude následovat dále). Finální vysokofrekvenční signál vhodný pro přenos kanálem je vytvořen po směšování nahoru v analogové násobičce  $N_2$ . Nosné signály generované v oscilátorech  $O_1$  a  $O_2$  jsou také degradovány fázovými šумы. Pásmové propusti  $PP_1$  a  $PP_2$  odstraňují nežádoucí harmonické složky po násobení (modulaci a směšování).



Obr. 9.1. Blokové zapojení BPSK/SSB-SC systému.

Přenos vysokofrekvenčního užitečného signálu je zajištěn v bezztrátovém komunikačním kanále s aditivním tepelným šumem.

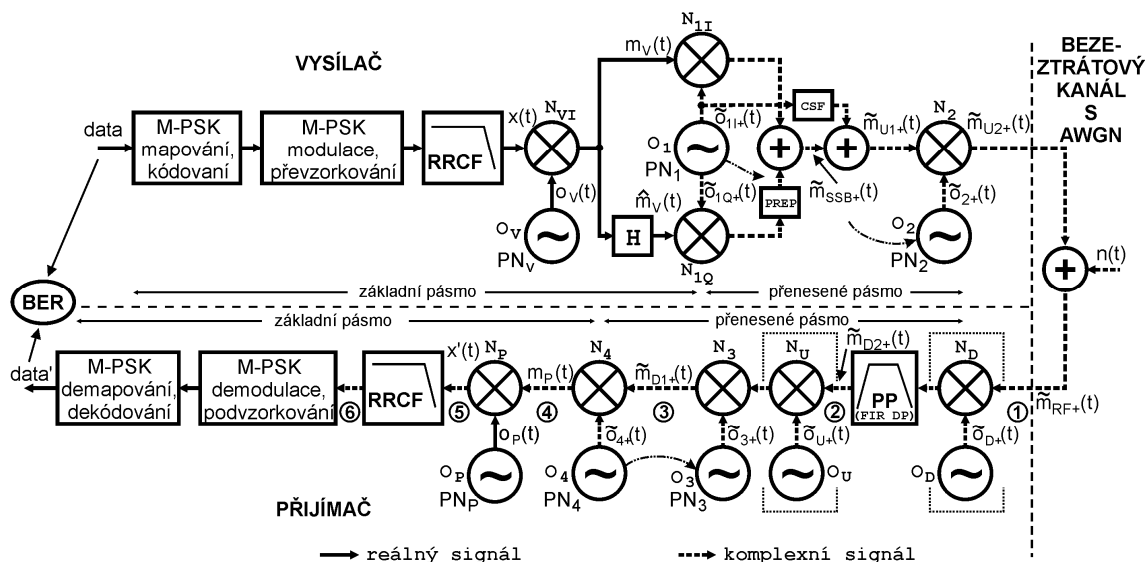
Pásmová propust  $PP_3$  omezuje vysokofrekvenční přijatý signál, který je následně frekvenčně přeložen dolů směšováním (násobením) v analogové násobičce  $N_3$ . Do základního pásma je signál demodulován v hlavním SSB demodulátoru (analogová násobička  $N_4$ ). Fázovým šumem degradované harmonické nosné vlny jsou vytvářeny v oscilátorech  $O_3$  a  $O_4$ . Pásmové propusti  $PP_4$  a  $PP_B$  plní obdobný účel jako předešlé, potlačují nežádoucí produkty po násobení. V násobičce  $N_p$  dochází k demodulaci BPSK modulovaného signálu. Výsledek je dále tvarován RRC filtrem a po BPSK demapování je k dispozici přijatý datový signál  $data'$  v NRZ tvaru, který je vhodný pro vyhodnocení chybovosti přenosu BER.

## 9.2 Popis modelu BPSK/SSB-RC systému a jeho teoretické odvození

Dvoustavový BPSK signál je reálný. Přímou tento BPSK signál (přímá složka) a Hilbertův obraz BPSK signálu (kvadrurní složka) jsou zkombinovány a tvoří tak výsledný SSB signál vhodný k přenosu. Vícestavové signály jsou již tvořeny přímou a kvadrurní složkou. Po provedení klasické SSB modulace dojde ke vzájemnému smísení složek a jejich Hilbertových obrazů, což při výsledném sečtení vede k deformaci užitečného signálu a ke ztrátě informace. SSB modulace tedy neumožňuje



klasickým způsobem realizovat vícestavový systém. Pozornost je proto věnována pouze dvoustavovému systému BPSK. Finální verze modelu BPSK/SSB systému je pak vyobrazena na Obr. 9.2. Systém s úplně potlačenou nosnou (SC) je považován za speciální případ systému s částečně potlačenou nosnou vlnou (RC). Vytvořený model umožňuje postihnout obě varianty.



Obr. 9.2. Finální zapojení modelu BPSK/SSB-RC systému.

V modelu podle Obr. 9.2 blok označený symbolem **H** představuje Hilbertův transformátor [26], zaručující širokopásmový posuv vstupního signálu o  $90^\circ$ . Blok označený **PREP** slouží k volbě příslušného postranního pásma u SSB modulace. Je-li  $PREP = 1$ , pak se jedná o SSB modulaci s horním postranním pásmem (tzv. USB). Je-li  $PREP = -1$ , signál je modulován SSB s dolním postranním pásmem (tzv. LSB). Parametr bloku **CSF** udává úroveň potlačení hlavní nosné vlny (bude přesně specifikováno v dalším textu).

Pro snadnou orientaci a možnost srovnání jsou odpovídající bloky a procházející signály označeny stejně na Obr. 8.1 a Obr. 8.2. Protože je část systému totožná se systémem uvedeným v kapitole 8, budou popsány jen rozdíly. U totožných částí bude odkázáno na příslušné místo v kapitole 8.

### 9.2.1 Vstupní signály a parametry modelu

Všechny signály v modelovaném systému jsou vzorkovány vzorkovací frekvencí  $f_{sam}$ . Náhodný datový signál  $data$  v základním pásmu je generován rychlostí  $f_b$  a je následně upraven do podoby  $x(t)$ , kdy je již vzorkován frekvencí  $f_{sam}$ . Na rozdíl od kapitoly 8, zde je navíc zavedena pomocná modulace subnosné vlny, která je provedena také na úrovni základního pásma. Frekvence harmonické subnosné vlny vysílače je označena jako  $f_V$ . Modulace na subnosnou vlnu je realizována násobením, tudíž ve spektru se objeví součtové a rozdílové složky odvozené od frekvencí obou vstupních signálů násobičky, pro součtovou složku pak platí  $f_V + m \cdot f_b$ . Z toho lze pro vzorkovací frekvenci odvodit vztah

$$f_{sam} \geq 2 \cdot (f_V + m \cdot f_b), \quad (9.1)$$

kde  $m$  je celočíselný násobící koeficient, ukazující kolik vyšších harmonických násobků odvozených od základní bitové rychlosti  $f_b$  bude uvažováno.

Pásmové signály jsou stejně jako v kapitole 8 přeneseny za pomoci analytických signálů a komplexních obálek do základního pásma. Proto i pro vzorkování vysokofrekvenčních signálů oscilátorů postačuje, aby byla splněna podmínka vyplývající ze vztahu (9.1).

Zavedení subnosné vlny přináší určité komplikace při modelování pásmové filtrace. Pásmový filtr musí být opět modelován jako FIR filtr typu dolní propust. Jelikož je spektrum užitečného signálu přesunuto ze spektrálního počátku do okolí subnosné frekvence, je nutné před filtrací v dolní propusti užitečné pásmo přenést do počátku. Po provedení filtrace je signál opět převeden do okolí frekvence subnosné vlny (vysvětlení viz dále).

Stejně jako v kapitole 8 lze některé pásmové filtry z Obr. 9.1 zanedbat. Jedná se o pásmové propusti  $PP_A$ ,  $PP_1$ ,  $PP_2$ ,  $PP_4$  a  $PP_B$ . Jejich šířku pásma lze vymežit intervalem  $\langle -f_{sam}/2, +f_{sam}/2 \rangle$  (myšleno při modelování v základním pásmu). V modelu podle Obr. 9.2 je tedy lze fyzicky vypustit (filtry v podstatě propustí celé simulované frekvenční pásmo). Jediný filtr, který zůstává zachován je pásmová propust  $PP$  na vstupu přijímače (viz Obr. 9.2,  $PP_3$  v Obr. 9.1). I když je filtr modelován jako ekvivalentní dolní propust, jeho označení  $PP$  je zachováno pro symbolické propojení s reálným systémem.

### Zpracování vstupního datového signálu v základním pásmu

Pro vytvoření modulačního signálu  $x(t)$  ze vstupní datové posloupnosti *data* v základním pásmu platí stejné podmínky jako v kapitole 8.2.1. Totožné je i nastavení tvarovacího RRC filtru. Jelikož je signál zpracován pomocí dvoustavové modulace BPSK, je parametr  $Mary = 1$ .

### Zdroje nosných signálů ve vysílači a přijímači

Pro pomocnou modulaci ve vysílači je oscilátorem  $O_V$  generován harmonický signál subnosné vlny. Výstup oscilátoru  $O_V$  je v časové oblasti popsán rovnicí

$$\begin{aligned} o_{VT}(t) &= O_V \cdot \cos(2\pi f_V t + \Phi_V + \psi_V(t)) = \frac{O_V}{2} \cdot (e^{j(2\pi f_V t + \Phi_V)} \cdot e^{j\psi_V} + e^{-j(2\pi f_V t + \Phi_V)} \cdot e^{-j\psi_V}) \\ &= \frac{O_V}{2} \cdot (A \cdot e^{j\psi_V} + B \cdot e^{-j\psi_V}), \end{aligned} \quad (9.2)$$

kde  $O_V$  je amplituda a  $\Phi_V$  je počáteční fáze subnosné vlny vysílače.  $\psi_V(t)$  jsou fázové fluktuace ovlivňující stabilitu subnosné vlny vysílače.

Pro SSB modulátor je zapotřebí vygenerovat dvojici nosných signálů, které jsou vzájemně v kvadratuře. Časové průběhy nosných signálů  $o_{I+}(t)$  modulátoru vyjádřených jako analytické signály s jednostranným spektrem jsou popsány rovnicemi

$$o_{1I+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)} \cdot e^{j\omega_1 t}, \quad (9.3 \text{ a})$$

$$o_{1Q+}(t) = o_{1I+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)} \cdot e^{j\pi/2} \cdot e^{j\omega_1 t}, \quad (9.3 \text{ b})$$

kde  $O_1$  je amplituda a  $\Phi_1$  je počáteční fáze nosné vlny hlavního SSB modulátoru. Jeho stabilitu ovlivňují fázové fluktuace  $\psi_1(t)$ . Komplexní obálky těchto analytických signálů jsou dány

$$\tilde{o}_{1I+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)}, \quad (9.4 \text{ a})$$

$$\tilde{o}_{1Q+}(t) = O_1 \cdot e^{j\Phi_1} \cdot e^{j\psi_1(t)} \cdot e^{j\pi/2}. \quad (9.4 \text{ b})$$

Analytický signál a komplexní obálka směšovače vysílače jsou popsány obdobně a pro jejich časové průběhy platí rovnice (8.8 a) a (8.10 a).

Na přijímací straně se pro směšování dolů využívá nosná vlna oscilátoru  $O_3$ , jejíž časový průběh a komplexní obálka jsou popsány rovnicemi (8.11 a) a (8.13 a). Nosný signál hlavního SSB demodulátoru je dán rovnicemi (8.12 a) a (8.14 a). U všech oscilátorů jsou signály degradovány fázovým šumem.

Na přijímací straně je také generována replika subnosné vlny pro BPSK demodulaci. Za tímto účelem byl přidán oscilátor, jehož výstup je v časové oblasti popsán rovnicí

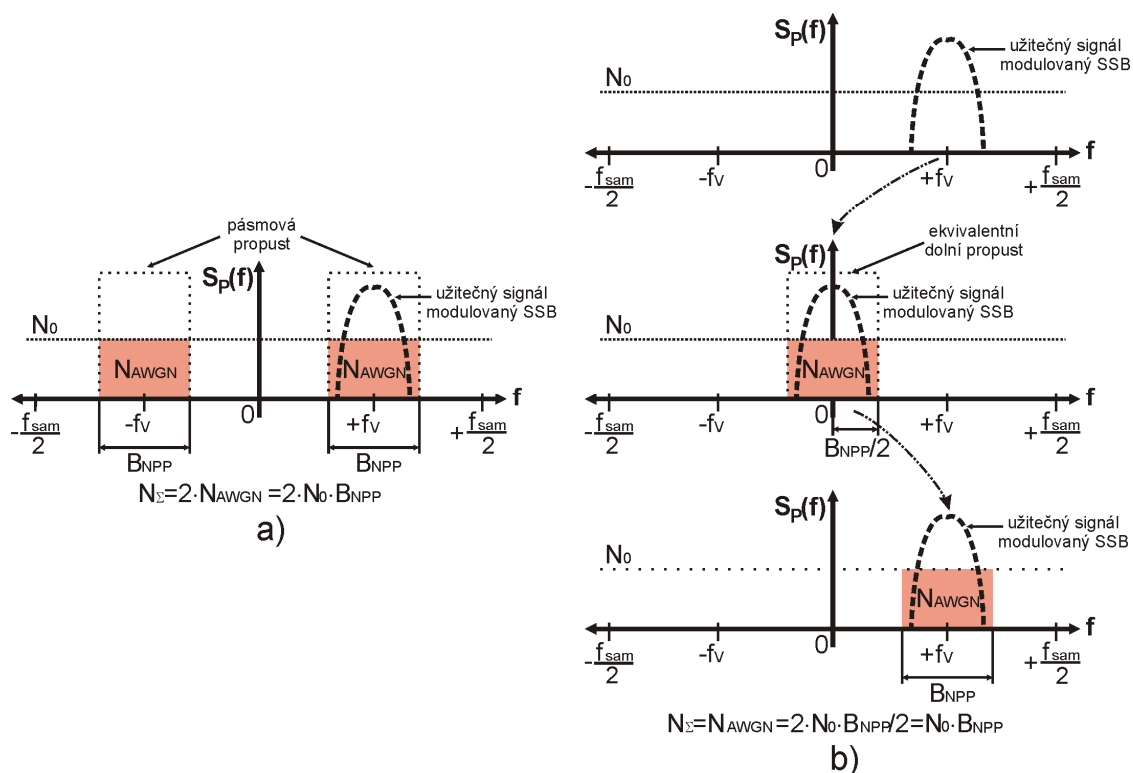
$$\begin{aligned} o_p(t) &= O_p \cdot \cos(2\pi f_p t + \Phi_p + \psi_p(t)) = \frac{O_p}{2} \cdot (e^{j(2\pi f_p t + \Phi_p)} \cdot e^{j\psi_p(t)} + e^{-j(2\pi f_p t + \Phi_p)} \cdot e^{-j\psi_p(t)}) = \\ &= \frac{O_p}{2} \cdot (C \cdot e^{j\psi_p(t)} + D \cdot e^{-j\psi_p(t)}), \end{aligned} \quad (9.5)$$

kde  $O_p$  je amplituda,  $\Phi_p$  je počáteční fáze a  $f_p$  je okamžitá frekvence subnosné vlny přijímače.  $\psi_p(t)$  jsou fázové fluktuace degradující stabilitu subnosné vlny přijímače. Vyjádření reálných subnosných vln v exponenciálním tvaru je zavedeno z důvodu jednoduššího odvozování a zápisu v dalších rovnicích. Při matematickém odvození modelu jsou pro zjednodušení uvažovány počáteční fáze všech nosných signálů za nulové ( $\Phi_V = \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_4 = \Phi_P = 0$  rad).

Oscilátory generující subnosné vlny v přijímači i ve vysílači jsou modelovány jako nezávislé (neslouží jako řídicí, ani nejsou řízeny jiným frekvenčním zdrojem). Ze zbylé dvojice oscilátorů ve vysílači a v přijímači je jeden modelován jako řídicí s vyšší stabilitou a druhý je řízený. Ve vysílači je za řídicí oscilátor považován oscilátor  $O_1$ , na přijímací straně je pak řídicím harmonickým zdrojem oscilátor  $O_4$ . Navázání řízeného oscilátoru na řídicí je naznačeno čerchovanou křivkou (viz Obr. 9.1 a Obr. 9.2). Způsob modelování fázového šumu řídicích oscilátorů je uveden v kapitole 8.2.1. Fázový šum nosných vln řízených oscilátorů je získán po dosazení do rovnic (8.15) a (8.16).

Je-li tento jednoduchý princip stanovení fázového šumu řízených oscilátorů nedostatečný, je možné navázání zrušit a modelovat všechny oscilátory samostatně, nezávisle (např. podle hodnot fázového šumu získaných měření, viz kapitola 4).

V přijímací části modelu na Obr. 9.2 se navíc vyskytují dvě násobičky  $N_D$  a  $N_U$ , s jejichž pomocí se přenášený signál frekvenčně transponuje do spektrálního počátku a pak zpět do okolí subnosné vlny. Důvodem této operace je filtrace přenášeného signálu ve vstupním filtru modelu přijímače. Situaci schématicky znázorňuje Obr. 9.3.



**Obr. 9.3.** Princip modelování filtrace v přijímači na příkladě horního postranního pásma (USB),  
 a) chybný přístup, modelování přijímacího filtru pásmovou propustí,  
 b) správný přístup, modelování přijímacího filtru ekvivalentní dolní propustí.

Pokud by signál byl ponechán v okolí frekvence subnosné vlny, pro filtraci by musela být použita pásmová propust. Jelikož se pásmové signály modelují v základním pásmu, pak by se propustné pásmo pásmové propusti vytvořilo jak v kladné části spektra, tak i symetricky v záporné části spektra. V případě přítomnosti aditivního šumu je pak jeho výkon po pásmové filtraci dvojnásobný (viz Obr. 9.3 a)).

Pro správné uplatnění filtrace je zapotřebí užitečný signál nejprve přenést z oblasti frekvence subnosné vlny  $f_v$  do spektrálního počátku (násobením v komplexní analogové násobičce  $N_D$  s ideální komplexní harmonickou vlnou o  $f_v$ ). Následně je provedena filtrace ekvivalentní dolní propustí. Výkon aditivního šumu po průchodu dolní propustí je již ve správné relaci, viz Obr. 9.3 b). Filtrovaný signál je pak přeložen zpět do okolí frekvence subnosné vlny (násobením v komplexní analogové násobičce  $N_U$  s ideální komplexní harmonickou vlnou o  $f_v$ ) a je dále zpracováván. Komplexní analytické signály nutné k popsáním frekvenčním transpozicím jsou dány rovnicemi

$$\tilde{o}_{D+}(t) = 1 \cdot e^{-j2\pi f_v t}, \quad (9.6 \text{ a})$$

$$\tilde{o}_{U+}(t) = 1 \cdot e^{j2\pi f_v t}. \quad (9.6 \text{ b})$$

Komplexní harmonické signály mají jednotkový výkon, tudíž výkonově neovlivní procházející užitečný signál. V teoretických výpočtech nejsou tyto signály zakomponovány. V úvahu se bere pouze jejich vliv na filtraci v přijímači.

## 9.2.2 Odvození ideálního BPSK/SSB systému

V ideálním systému nejsou přítomny žádné šumové zdroje. Přenosový kanál je uvažován jako ideální bezztrátový a bezšumový ( $n = 0$ ). Všechny oscilátory systému

generují ideální harmonické nosné vlny bez fázových fluktuací ( $\psi_V = 0$ ,  $\psi_1 = 0$ ,  $\psi_2 = 0$ ,  $\psi_3 = 0$ ,  $\psi_4 = 0$ ,  $\psi_P = 0$ ). Řešení ideálního systému poskytuje referenční signály a referenční hodnoty výkonů užitečných signálů. Ty budou dále sloužit ke stanovení výkonů samotných šumů ve vybraných bodech modelovaného systému (viz Obr. 9.2), jak bude popsáno v dalších odstavcích.

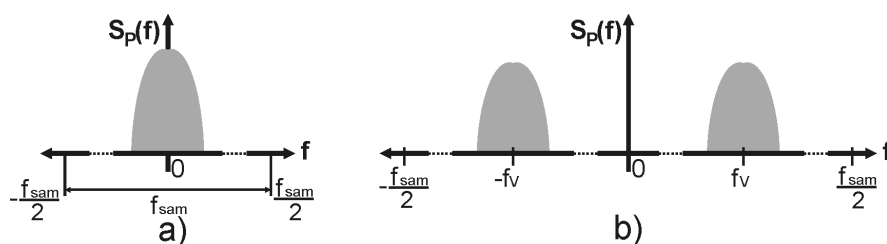
Stejně jako v kapitole 8, je z důvodu zkrácení zápisu výrazů v rovnicích použito následující označení pro součin amplitud příslušných oscilátorů systému  $O_{I-2}$  označuje součin  $O_1 \cdot O_2$ ,  $O_{I-3}$  označuje součin  $O_1 \cdot O_2 \cdot O_3$ ,  $O_{I-4VP}$  označuje součin  $O_1 \cdot O_2 \cdot O_3 \cdot O_4 \cdot O_V \cdot O_P$ , atd. Signály v časové oblasti jsou při odvozování uváděny bez časově nezávislé proměnné  $t$  (např.:  $x$  namísto  $x(t)$ ,  $\psi_V$  namísto  $\psi_V(t)$ , atd.).

### • vysílač

Modulační signál  $x$  byl definován v kapitole 8.2.1 a je vždy považován za ideální. Jelikož se pracuje s dvoustavovou modulací BPSK je parametr  $Mary = 1$  a signál  $x$  je reálný. Na tomto místě, stále v základním pásmu, dochází k modulaci na subnosnou vlnu  $o_V$ . Proces je v časové oblasti popsán rovnicí

$$m_V = x \cdot o_V = x \cdot \frac{O_V}{2} \cdot (A + B), \quad (9.7)$$

Rovnice (9.7) v podstatě popisuje přenos užitečného signálu  $x$  ze spektrálního počátku do okolí frekvence subnosné vlny  $f_V$ , jak to zjednodušeně naznačuje Obr. 9.4. Zde končí přímé zpracování signálu v základním pásmu.



**Obr. 9.4.** Princip modelování BPSK modulace subnosné vlny, a) užitečný modulační signál v základním pásmu, b) užitečný signál namodulovaný na subnosnou vlnu v základním pásmu.

Jak již bylo uvedeno výše, pro další úpravy užitečného signálu budou využity analytické signály a komplexní obálky, které umožňují modelování pásmových signálů v základním pásmu (a dovolí tak snížení nutné vzorkovací frekvence na hodnotu danou vztahem (9.1)).

SSB modulátor podle Obr. 9.2 má dva vstupy. Na první je přiváděn přímo BPSK modulovaný signál na subnosné vlně  $m_V$ . Na druhý vede tento signál v Hilbertově transformátoru fázově posunutý o  $90^\circ$  [34]. Je popsán rovnicí

$$\hat{m}_V = \hat{x} \cdot \hat{o}_V = \hat{x} \cdot \frac{O_V}{2 \cdot j} \cdot (A - B), \quad (9.8)$$

kde  $\hat{x}$  je Hilbertův obraz modulačního signálu  $x$  a  $\hat{o}_V$  je Hilbertův obraz subnosné vlny  $o_V$  [26]. V obou větvích dochází k DSB modulaci. Výsledky jsou pak s ohledem na parametr  $PREP$  sečteny. Jako výsledek je obdržen SSB modulovaný signál, který je v časové oblasti popsán rovnicí

$$\begin{aligned}
 \tilde{m}_{SSB+} &= \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot o_V \cdot O_1 + PREP \cdot \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}} \cdot \hat{o}_V \cdot O_1 \cdot e^{j\pi/2} = \\
 &= \frac{O_{1-V}}{2} \left[ \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot (x + PREP \cdot \hat{x}) + \frac{B}{\sqrt{2}} \cdot (x - PREP \cdot \hat{x}) \right] = \\
 &= \frac{O_{1-V}}{2} [A \cdot E + B \cdot F],
 \end{aligned} \tag{9.9}$$

kde označení  $E$  a  $F$  bylo zavedeno z důvodu zkrácení zápisu v dalším textu. Dělicí koeficient  $\sqrt{2}$  slouží pro normování výkonu výsledného SSB signálu tak, aby platilo

$$P\{x\} = P\{E + F\} \Leftrightarrow P\{x\} = P\{\hat{x}\}. \tag{9.10}$$

Tato úprava bude využita při modelování systému degradovaného aditivním šumem, viz dále.

Z rovnice (9.9) je zřejmé, že podle nastaveného parametru  $PREP$  je výsledný SSB modulovaný signál tvořen jen horním postranním pásmem USB ( $PREP = 1$ ) a nebo jen dolním postranním pásmem LSB ( $PREP = -1$ ).

Zakomponováním vlivu částečně potlačené hlavní nosné vlny se získá výsledný BPSK/SSB-RC signál. V časové oblasti pro něj platí rovnice

$$\tilde{m}_{U1+} = MC \cdot \tilde{o}_{1+} + \tilde{m}_{SSB+} = MC \cdot O_1 + \frac{O_{1-V}}{2} [A \cdot E + B \cdot F], \tag{9.11}$$

kde zavedený parametr  $MC$  má velikost z intervalu  $<0, 1>$  a stanovuje úroveň hlavní nosné vlny. Pro parametr  $MC$  lze psát

$$MC = 1 - CSF/100, \tag{9.12}$$

kde  $CSF$  označuje faktor potlačení nosné vlny (Carrier Suppression Factor) používaný v simulacích a vyjadřuje se procentuálně. Pro  $CSF = 0 \%$  je  $MC = 1$  a hlavní nosná není vůbec potlačena. Pro  $CSF = 100 \%$  je  $MC = 0$  a hlavní nosná vlna je plně potlačena, jedná se tedy o modulační schéma BPSK/SSB-SC.

Konečný vysokofrekvenční signál určený pro přenos kanálem vzniká směřováním nahoru, které je realizováno násobením signálů (9.11) s harmonickou nosnou vlnou popsanou komplexní obálkou (8.10 a). Po vynásobení je v časové oblasti získán následující signál

$$\tilde{m}_{U2+} = \tilde{m}_{U1+} \cdot \tilde{o}_{2I+} = \left[ MC + \frac{O_V}{2} \cdot (A \cdot E + B \cdot F) \right] \cdot O_{1-2}, \tag{9.13}$$

#### • přijímač – bod 1

Jelikož je v tomto případě přenosový kanál považován za ideální bezztrátový a bezšumový ( $n = 0$ ), vyslaný signál pak přímo odpovídá přijatému signálu v bodě 1

$$\tilde{m}_{RF+} = \tilde{m}_{U2+} = \left[ O_{1-2} \cdot MC + \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot (A \cdot E + B \cdot F) \right]. \tag{9.14}$$

Výkon přijatého signálu v bodě 1 lze vypočítat z rovnice

$$P_{(1)} = P\{\tilde{m}_{RF+}\} = (O_{1-2})^2 \cdot \left[ MC^2 + \left( \frac{O_V}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot P\{x\} \right], \quad (9.15)$$

kde bylo využito rovnosti (9.10), výkony komplexních harmonických signálů A a B popsaných rovnicemi (9.2) jsou jednotkové,  $P\{A\} = P\{B\} = 1$  W.

• **přijímač – bod 2**

Pásmová propust PP na vstupu modelu přijímače neovlivňuje užitečný signál, který je situovaný v okolí frekvence subnosné vlny (podle parametru *PREP* buď LSB nebo USB). V tomto ideálním případě se předpokládá, že dojde k úplnému odstranění hlavní nosné vlny, která již leží mimo propustné pásmo pásmového filtru. Pro signál v okolí subnosné frekvence platí, že pásmový filtr má charakter ideálního bloku s jednotkovým přenosem. Za pásmovou propustí (*bod 2*) je tedy přítomen signál

$$\tilde{m}_{D2+} = \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot (A \cdot E + B \cdot F), \quad (9.16)$$

pro jehož výkon platí

$$P_{(2)} = P\{\tilde{m}_{D2+}\} = \left( \frac{O_{1-2V}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot P\{x\}, \quad (9.17)$$

kde pro odvození bylo použito obdobné úvahy jako v (9.15). Odmocnina ze dvou ve jmenovateli v závorce vztahu (9.17) stanovuje efektivní hodnotu signálu harmonické subnosné vlny popsané rovnicí (9.2).

• **přijímač – bod 3**

Filtrovaný přijatý signál je nejprve směřován dolů, kdy s využitím vztahu (8.13 a) v *bodě 3* vzniká signál

$$\tilde{m}_{D1+} = \tilde{m}_{D2+} \cdot \tilde{o}_{3I+} = \frac{O_{1-3V}}{2} \cdot (A \cdot E + B \cdot F). \quad (9.18)$$

Pro určení výkonu užitečného přijatého signálu po směřování dolů platí

$$P_{(3)} = P\{\tilde{m}_{D1+}\} = \left( \frac{O_{1-3V}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot P\{x\}, \quad (9.19)$$

kde byl pro výpočet uplatněn vztah (9.10).

• **přijímač – bod 4**

Hlavní SSB demodulace je také realizována násobením. S využitím vztahu (8.14 a) je možno získat signál v základním pásmu

$$m_P = \tilde{m}_{D1+} \cdot \tilde{o}_{4I+} = \frac{O_{1-4V}}{2} \cdot (A \cdot E + B \cdot F), \quad (9.20)$$

jehož výkon v *bodě 4* se vypočítá podle rovnice (při opětovném uplatnění (9.10))

$$P_{(4)} = P\{m_P\} = \left( \frac{O_{1-4VP}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot P\{x\}. \quad (9.21)$$

• **přijímač – bod 5**

Posledním krokem je přenesení užitečného signálu z oblasti frekvence subnosné vlny do spektrálního počátku. Za tímto účelem je aplikováno násobení s harmonickou subnosnou vlnou danou rovnicí (9.5). Výsledkem je signál popsáný v časové oblasti rovnicí

$$x' = m_P \cdot o_P = \frac{O_{1-4VP}}{4} \cdot (A \cdot E + B \cdot F) \cdot (C + D). \quad (9.22)$$

Výkon užitečného signálu v *bodě 5* je dán vztahem

$$P_{(5)} = P\{x'\} = \left( \frac{O_{1-4VP}}{2} \right)^2 \cdot P\{x\}, \quad (9.23)$$

kde pro odvození vztahu byl využit postup uvedený v (9.10).

Pro správné přenesení signálu  $m_P$  do spektrálního počátku je nutné zvolit stejné frekvence subnosných vln vysílače a přijímače, pak platí  $f_V = f_P$ . Za těchto podmínek lze rovnici (9.22) přepsat do podoby

$$x' = \frac{1}{2} \cdot O_{1-4VP} \cdot [E + F] + \frac{1}{2} \cdot O_{1-4VP} \cdot [E \cdot e^{j \cdot 4\pi f_V t} + F \cdot e^{-j \cdot 4\pi f_V t}]. \quad (9.24)$$

Signál  $x'$  v základním pásmu je tvořen užitečnou složkou ve spektrálním počátku (sčítance  $E + F$ , viz (9.24)), a součtovou a rozdílovou složkou, které vyplývají z násobení harmonických signálů popsáných (9.2) a (9.5).

Získaný signál  $x'$  (9.24) je filtrován v dolní propusti s impulsní charakteristikou typu RRC. Parametry vysílačského a přijímačského RRC filtru jsou opět shodné. To zaručuje maximalizaci poměru  $S/N$  za přítomnosti aditivního šumu (tvoří tzv. přizpůsobený filtr) a minimalizaci mezisymbolových interferencí (omezení chybovosti přenosu BER). Druhý sčítanec v (9.24) popisuje součtovou a rozdílovou složku  $x'$ , které jsou RRC filtrace potlačeny. První sčítanec v rovnici (9.24) představuje užitečný signál v okolí spektrálního počátku. Tato složka RRC filtrem prochází

$$x'_{RRCF} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot O_{1-4VP} \cdot x \quad (9.25)$$

a je následně zpracována až do podoby obnovené datové posloupnosti *data'* (viz postup uvedený v kapitole 8.2.2, je-li parametr  $Mary = 1$ ).

### 9.2.3 Odvození BPSK/SSB systému s AWGN

Tato kapitola teoreticky řeší působení aditivního tepelného šumu, který je modelován jako AWGN v komunikačním kanále. Všechny zdroje harmonických signálů jsou považovány za absolutně stabilní bez fázových fluktuací ( $\psi_V = 0$ ,  $\psi_1 = 0$ ,  $\psi_2 = 0$ ,  $\psi_3 = 0$ ,  $\psi_4 = 0$ ,  $\psi_P = 0$ ).

Komunikační kanál s AWGN je modelován stejně jako v předchozím případě (viz kapitola 8.2.3). Výkon aditivního šumu je zadáván ve formě parametru  $E_b/N_0$ , který je



vztážen k výkonu užitečného signálu  $P\{x\}$  (viz (8.19)). Aby výsledky modelování byly snadno porovnatelné s výsledky řešení systému v kapitole 8, byl zaveden dělicí faktor  $\sqrt{2}$  ve vztahu (9.9).

Protože vysílač neobsahuje žádné zdroje aditivního šumu, je následující text věnován pouze přijímací části řetězce a to především výpočtům výkonů aditivních šumů pro jejichž stanovení lze definovat obecný vztah

$$N_{AWGN(xx)} = P\{\text{noised}_{AWGN(xx)} - \text{ideal}_{(xx)}\}, \quad (9.26)$$

kde dvojité  $xx$  v indexu označuje vyšetřovanou část systému (*bod 1 až bod 5*). Signál  $\text{ideal}_{(xx)}$  představuje referenci odvozenou v předchozí kapitole.

#### • přijímač – bod 1

Přijímací anténou je přijat signál

$$\tilde{m}_{RF+} = \tilde{m}_{U2+} + n, \quad (9.27)$$

který je dán součtem ideálního vyslaného signálu  $\tilde{m}_{U2+}$  a aditivního šumu  $n$  v komunikačním kanále.

Po zakomponování ideálního signálu (9.14) a zašuměného signálu (9.27) do rovnice (9.26) lze vypočítat výkon  $N_{AWGN(1)}$  samotného aditivního šumu  $n$

$$N_{AWGN(1)} = P\{n\} = N = \frac{(O_{1-2V}/\sqrt{2})^2 \cdot P\{x\}}{C/N}. \quad (9.28)$$

K výsledku lze dojít s pomocí vztahu (8.17). Nebo po výpočtu  $C/N$  z (8.19) je možné při znalosti výkonu užitečného signálu  $C$  ( $C = (O_{1-2V}/\sqrt{2})^2 \cdot P\{x\}$ , viz (8.6)), určit výkon aditivního šumu  $N$ . Tato část v podstatě slouží pro kontrolu správnosti simulace.

#### • přijímač – bod 2

Pásmová propust přijímače PP (modelována jako ekvivalentní dolní propust, viz kapitola 9.2.1 a Obr. 9.3) omezuje výkon procházejícího aditivního šumu. Opět se předpokládá, že pásmová propust PP neovlivňuje užitečný signál v okolí frekvence subnosné vlny a plně odstraňuje částečně potlačenou (v závislosti na parametru  $MC$ ) hlavní nosnou vlnu. Aditivní šum lze po průchodu PP označit jako  $n_{PP}$  a pro časový průběh v *bodě 2* platí

$$\tilde{m}_{D2+} = \tilde{m}_{U2+PP} + n_{PP}, \quad (9.29)$$

kde  $\tilde{m}_{U2+PP}$  odpovídá signálu (9.14) po průchodu pásmovou propustí PP ( $\tilde{m}_{U2+PP} = \tilde{m}_{U2+}$ , viz vztah (9.14) pro ideální signály).

Rozdílem (9.29) a (9.14) vzniká samotný šum  $n_{PP}$ . S pomocí vztahu (8.18) a ze znalosti šumové šířky pásma  $B_{NPP}$  [27] pásmové propusti PP lze stanovit výkon aditivního šumu v *bodě 2*

$$N_{AWGN(2)} = P\{n_{PP}\} = N_0 \cdot B_{NPP}. \quad (9.30)$$

Výsledky (8.32) a (9.30) budou totožné za předpokladu, že výkon aditivního šumu  $N$  a šumová šířka pásma  $B_{NPP}$  pásmové propusti přijímače ( $B_{NPP}/2$  u ekvivalentních dolních

propustí) budou také shodné. Vyplývá to také z porovnání spektrálních průběhů na Obr. 6.5 a Obr. 9.3 b).

### • přijímač – bod 3

Směšování dolů je reprezentováno násobením signálu  $\tilde{m}_{D2+}$  a ideální harmonické nosné  $\tilde{o}_{3+}$ . Vzniklý signál je popsán rovnicí

$$\tilde{m}_{D1+} = \tilde{m}_{D2+} \cdot \tilde{o}_{3+} = \left[ n_{PP} + \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot (A \cdot E + B \cdot F) \right] \cdot O_3. \quad (9.31)$$

Aplikací rovnice (9.26) po dosazení z (9.31) a (9.18) je možné vypočítat výkon aditivního šumu v bodě 3

$$N_{AWGN(3)} = P\{n_{PP}\} \cdot P\{\tilde{o}_{3+}\} = N_0 \cdot B_{NPP} \cdot O_3^2 = N_{AWGN(2)} \cdot O_3^2. \quad (9.32)$$

### • přijímač – bod 4

Výsledek hlavní SSB demodulace s využitím nosné  $\tilde{o}_{4+}$  vede na výraz

$$m_P = \tilde{m}_{D1+} \cdot \tilde{o}_{4+} = \left[ n_{PP} \cdot O_3 + \frac{O_{1-3V}}{2} \cdot (A \cdot E + B \cdot F) \right] \cdot O_4. \quad (9.33)$$

Výkon aditivního šumu v bodě 4 se získá po dosazení (9.33) a (9.20) do rovnice (9.26) a výsledek je dán vztahem

$$\begin{aligned} N_{AWGN(4)} &= P\{n_{PP}\} \cdot P\{\tilde{o}_{3+}\} \cdot P\{\tilde{o}_{4+}\} = N_0 \cdot B_{NPP} \cdot (O_{3-4})^2 = \\ &= N_{AWGN(2)} \cdot (O_{3-4})^2. \end{aligned} \quad (9.34)$$

### • přijímač – bod 5

Po pomocné demodulaci ze subnosné vlny s pomocí  $o_P$  vzniká výsledný přijatý signál, jenž je v časové oblasti popsán rovnicí

$$x' = m_P \cdot o_P = n_{PP} \cdot \frac{O_{3-4P}}{2} \cdot (C + D) + \frac{O_{1-4VP}}{4} \cdot (A \cdot E + B \cdot F) \cdot (C + D) \quad (9.35)$$

Dosazení (9.36) a (9.22) do (9.26) vede na výpočet výkonu aditivního šumu v bodě 5

$$\begin{aligned} N_{AWGN(5)} &= P\left\{ n_{PP} \frac{O_{3-4P}}{2} \cdot (C + D) \right\} = \\ &= P\{n_{PP}\} \cdot \left( \frac{O_{3-4P}}{\sqrt{2}} \right)^2 = N_{AWGN(2)} \cdot \left( \frac{O_{3-4P}}{\sqrt{2}} \right)^2. \end{aligned} \quad (9.36)$$

Při výpočtu je použito obdobného postupu jako u vztahu (9.23).

## 9.2.4 Odvození BPSK/SSB systému s PN

Dalším krokem je teoretické odvození vlivu fázových šumů všech oscilátorů v systému za podmínky, že přenosový kanál je uvažován jako bezšumový ( $n = 0$ ). Zde je již zapotřebí počítat i s fázovým šumem oscilátorů vysílače. Na rozdíl od kapitoly 8

přibyla navíc pomocná modulace na subnosnou vlnu, která je pro zobecnění situace také fázovým šumem degradována.

#### • vysílač

Úpravou vztahu (9.7) podle (9.2), je-li  $\psi_V \neq 0$ , lze získat na pomocné subnosné vlně BPSK namodulovaný užitečný signál v základním pásmu

$$m_V = x \cdot o_V = x \cdot \frac{O_V}{2} \cdot (A \cdot e^{j\psi_V} + B \cdot e^{-j\psi_V}). \quad (9.37)$$

Obdobně, jako v případě ideálního signálu, lze obdržet Hilbertův obraz BPSK namodulovaného signálu úpravou vztahu (9.8) podle (9.2)

$$\hat{m}_V = \hat{x} \cdot \hat{o}_V = \hat{x} \cdot \frac{O_V}{2 \cdot j} \cdot (A \cdot e^{j\psi_V} - B \cdot e^{-j\psi_V}). \quad (9.38)$$

Úpravou vztahu (9.11) vzniká fázovým šumem degradovaný SSB modulovaný signál s částečně potlačenou nosnou vlnou

$$\tilde{m}_{U1+} = MC \cdot O_1 \cdot e^{j\psi_1} + \frac{O_{1V}}{2} [A \cdot e^{j(\psi_1 + \psi_V)} \cdot E + B \cdot e^{j(\psi_1 - \psi_V)} \cdot F], \quad (9.39)$$

kde pro zjednodušení a zkrácení zápisu byly zavedeny veličiny  $E$  a  $F$ , podobně jako v (9.9).

Upravením rovnice (9.13) lze po doplnění fázových fluktuací oscilátorů vysílače obdržet výsledný signál přeměšovaný do vysokofrekvenčního pásma, který je vhodný k přenesení kanálem

$$\tilde{m}_{U2+} = MC \cdot O_{1-2} \cdot e^{j\psi_{12}} + \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot [(A \cdot e^{ja} \cdot E + B \cdot e^{jb} \cdot F)], \quad (9.40)$$

kde pro další zkrácení zápisu bylo zavedeno následující přeznačení

$$\begin{aligned} \psi_{12} &= \psi_1 + \psi_2, \\ a &= \psi_V + \psi_1 + \psi_2, \\ b &= -\psi_V + \psi_1 + \psi_2. \end{aligned} \quad (9.41)$$

#### • přijímač – bod 1

Ideální komunikační kanál představuje blok s jednotkovým přenosem a vyslaný signál je tedy totožný s přijatým signálem v *bodě 1*

$$\tilde{m}_{RF+} = \tilde{m}_{U2+}. \quad (9.42)$$

Pro výpočty výkonů multiplikativních šumů lze po vzoru (9.26) psát obecnou rovnici

$$N_{PN(xx)} = P\{\text{noised}_{PN(xx)} - \text{ideal}_{(xx)}\}, \quad (9.43)$$

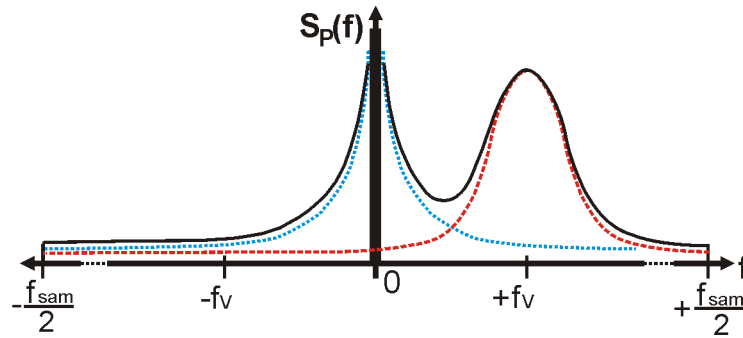
kde dvojitě  $xx$  v indexu označuje vyšetřovanou část systému (*bod 1 až bod 5*). Referenční signál  $\text{ideal}_{(xx)}$  lze získat v kapitole 9.2.2.

Multiplikativní šum v *bodě 1* vznikne po odečtení rovnic (9.43) a (9.14). Dosazením do (9.43) lze obdržet jeho výkon

$$\begin{aligned}
 N_{PN(1)} &= P\left\{j \cdot MC \cdot O_{1-2} \cdot \psi_{12} + j \cdot \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot [a \cdot A \cdot E + b \cdot B \cdot F]\right\} = \\
 &= (MC \cdot O_{1-2})^2 [P\{\psi_1\} + P\{\psi_2\}] + \\
 &\quad + P\left\{x\right\} \left(\frac{O_{1-2V}}{\sqrt{2}}\right)^2 [P\{\psi_V\} + P\{\psi_1\} + P\{\psi_2\}],
 \end{aligned} \tag{9.44}$$

kde pro  $a$ ,  $b$ ,  $\psi_{12}$  platí (9.41). Pro úpravu (9.44) do finální podoby bylo využito zjednodušující podmínky (6.8).

V rovnici (9.44) je zřetelně vidět rozdíl v přístupu mezi řešením systému s multiplikativním šumem a s aditivním šumem. V případě multiplikativního šumu se totiž projeví i postranní laloky fázového šumu částečně potlačené nosné vlny (potlačení závisí na parametru  $MC$ ). Vysvětlení podává Obr. 9.5 na příkladě horního postranního pásma USB. Fázové fluktuace  $\psi_1$  a  $\psi_2$  oscilátorů vysílače se projeví jak na užitečném signálu (v okolí frekvence subnosné  $f_V$ , navíc v kombinaci s fázovými fluktuacemi  $\psi_V$ , červená křivka), tak na samotné částečně potlačené nosné (při simulacích v okolí spektrálního počátku, modrá křivka). Výsledkem složení všech příspěvků je černá křivka.



**Obr. 9.5.** Působení fázového šumu v přijímaném signálu  $\tilde{m}_{RF+}$  u SSB systému se subnosnou vlnou a částečně potlačenou hlavní nosnou vlnou (zobrazeno USB, v základním pásmu jako při simulaci).

Pro výpočet výkonu multiplikativního šumu v *bodě 1* podle (9.44) je nutné stanovit výkony fázových fluktuací  $P\{\psi_V\}$ ,  $P\{\psi_1\}$  a  $P\{\psi_2\}$ . Za tímto účelem lze přímo použít integrálu v rovnici (8.43). Velikost příspěvku fázového šumu částečně potlačené hlavní nosné vlny závisí na velikosti parametru  $CSF$ , případně na  $MC$ .

#### • přijímač – bod 2

Fázové fluktuace obsažené v přijatém signálu  $\tilde{m}_{RF+}$  lze po průchodu pásmovou propustí PP přeznačit následujícím způsobem  $\psi_{12} \rightarrow \psi_{12CPP}$ ,  $a \rightarrow a_{PP}$  a  $b \rightarrow b_{PP}$ , a  $\psi_V \rightarrow \psi_{VPP}$ ,  $\psi_1 \rightarrow \psi_{1PP}$ ,  $\psi_2 \rightarrow \psi_{2PP}$ . Rovnici (9.40) pak lze přepsat do tvaru

$$\tilde{m}_{D2+} = \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot \left[ (A \cdot e^{ja_{PP}} \cdot E + B \cdot e^{jb_{PP}} \cdot F) \right], \tag{9.45}$$

kde pro zpřehlednění zápisu bylo zvoleno následující označení

$$\begin{aligned} a_{PP} &= \psi_{VPP} + \psi_{1PP} + \psi_{2PP}, \\ b_{PP} &= -\psi_{VPP} + \psi_{1PP} + \psi_{2PP}. \end{aligned} \quad (9.46)$$

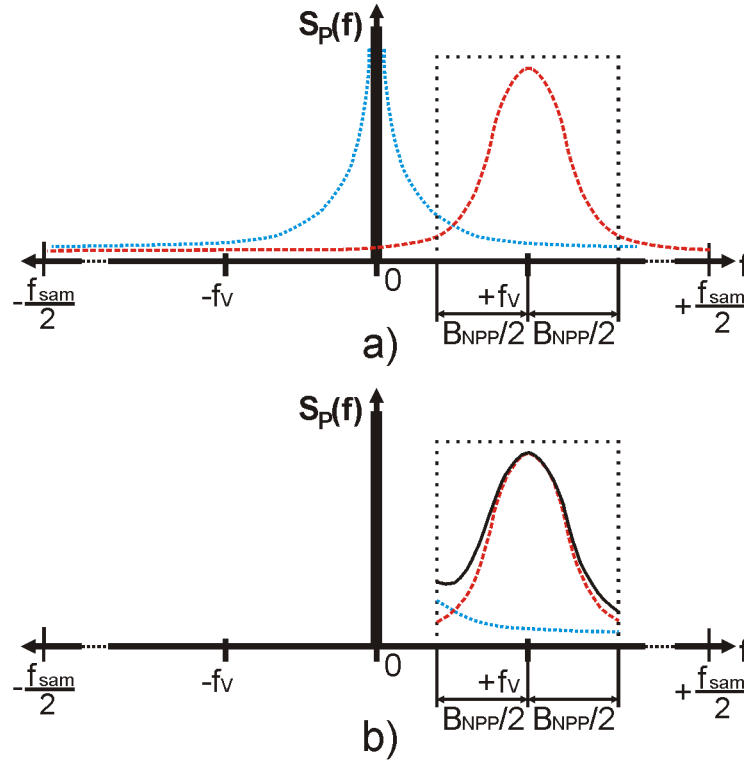
Pro výkon multiplikativního šumu v *bodě 2* lze pak úpravou a uvedeným přeznačením v rovnici (9.44) získat výraz

$$\begin{aligned} N_{PN(2)} &= (MC \cdot O_{1-2})^2 [P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}] + \\ &+ P\{x\} \left( \frac{O_{1-2V}}{\sqrt{2}} \right)^2 [P\{\psi_{VPP}\} + P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\}]. \end{aligned} \quad (9.47)$$

Z rovnice je vidět, že fázové fluktuace hlavní nosné vlny (částečně potlačené) nejsou filtrací úplně potlačeny a jejich výkon ovlivňuje celkový výkon multiplikativního šumu v *bodě 2*. Při jeho výpočtu je tedy zapotřebí rozlišit fázové fluktuace ovlivňující užitečný signál v okolí subnosné vlny (stávající označení) a fázové fluktuace příslušející částečně potlačené hlavní nosné vlně (v indexu příslušných fázových fluktuací přibýlo písmeno C, stejně platí i dále). V prvním řádku rovnice (9.47) je tedy popsán zbytkový výkon multiplikativního šumu částečně potlačené hlavní nosné vlny po průchodu přijímacím filtrem. Tento zbytkový výkon nechť je označen jako  $P_{RES2}$ .

Pásmová propust přijímače podstatně ovlivní situaci při výpočtu výkonu multiplikativního šumu. Otázkou tedy je, jakým způsobem lze vypočítat výkony fázových fluktuací  $P\{\psi_{VPP}\}$ ,  $P\{\psi_{1PP}\}$ ,  $P\{\psi_{2PP}\}$ ,  $P\{\psi_{1CPP}\}$  a  $P\{\psi_{2CPP}\}$  po filtraci v pásmové propusti PP. Hlavním předpokladem je opět vysoká strmost přechodu frekvenční charakteristiky použitého filtru PP z propustného do nepropustného pásma. V tomto případě lze využít koncept šumové šířky pásma  $B_{NPP}$ . Opačný případ je diskutován na konci této kapitoly.

Výpočet je vhodné rozdělit do dvou fází. Graficky lze vyjít z Obr. 9.5. Nejprve se vyjádří výkon fázových fluktuací  $P\{\psi_{VPP}\}$ ,  $P\{\psi_{1PP}\}$  a  $P\{\psi_{2PP}\}$  navázaných na užitečný signál, tedy bez vlivu částečně potlačené hlavní nosné vlny (viz Obr. 9.6, označeno červenou křivkou). Za tímto účelem je možné kompletně využít popisu uvedeného v kapitole 8.2.4 viz Obr. 8.7 a Obr. 8.8. Výkony fázových fluktuací se vypočítají integrací podle vztahu (8.47), kde pro integrační meze platí následující hodnoty,  $f_1 = \Delta f$ ,  $f_2 = B_{NPP}/2$ . Uvažuje se, že ve frekvenčním pásmu nad  $3 \cdot f_b$  je výkon multiplikativního šumu samotného oscilátoru totožný s výkonem multiplikativního šumu modulovaného signálu. Z toho pak také vyplývá, že se oba výkony rovnají i pro pásmo 0 až  $3 \cdot f_b$ . Jelikož pro správný přenos užitečného signálu musí být šířka pásma filtru PP dostatečně veliká, pak při dodržení podmínky  $B_{PP}/2 \geq 3 \cdot f_b$  lze výsledky integrace (8.47) považovat za dostatečně přesné (ověřeno simulací,  $B_{PP}/2$  šířka pásma ekvivalentní dolní propusti pro pokles přenosu o 3 dB).



**Obr. 9.6.** Problematika filtrace fázového šumu v systému se subnosnou vlnou a částečně potlačenou hlavní nosnou vlnou (zobrazeno USB, v základním pásmu jako při simulaci),  
a) princip výpočtu před filtrací, b) výsledek po filtraci.

Druhou fází výpočtu je stanovení výkonu fázových fluktuací příslušejících částečně potlačené nosné vlně. Situace je znázorněna na Obr. 9.6, označeno modrou křivkou. Filtrem je vybírána jen určitá část jednoho postranního pásma fázového šumu a to v závislosti na simulaci LSB nebo USB. Pro samotný výpočet výkonu je možné použít opět integraci podle vztahů

$$P\{\psi_{1CPP}\} = \int_{f_1}^{f_2} L_1(f_m) df_m, \quad (9.48)$$

$$P\{\psi_{2CPP}\} = \int_{f_1}^{f_2} L_2(f_m) df_m, \quad (9.49)$$

kde důležitou změnou je stanovení integračních mezí. Ty závisí na velikosti frekvence subnosné vlny. Dolní mez se určí ze vztahu  $f_1 = f_V - B_{NPP}/2$ , pro horní mez platí  $f_2 = f_V + B_{NPP}/2$ . V obou posledních integrálech chybí násobící faktor 2. To vyplývá ze skutečnosti, že se počítá příspěvek jen jednoho postranního pásma.

### • přijímač – bod 3

Filtrovaný signál  $\tilde{m}_{D2+}$  je s pomocí oscilátoru  $O_3$  směřován dolů za vniku

$$\tilde{m}_{D1+} = \frac{O_{1-3V}}{2} \cdot \left[ \left( A \cdot e^{j(a_{pp} + \psi_3)} \cdot E + B \cdot e^{j(b_{pp} + \psi_3)} \cdot F \right) \right]. \quad (9.50)$$

Dosazením (9.50) do rovnice (9.43) lze stanovit výkon multiplikativního šumu v *bodě 3* (za předpokladu platnosti zjednodušení (6.8) i pro součet fázových fluktuací)

$$\begin{aligned}
 N_{PN(3)} &= P_{RES3} + P \left\{ j \cdot \frac{O_{1-3V}}{2} [(a_{PP} + \psi_3)A \cdot E + (b_{PP} + \psi_3)B \cdot F] \right\} = \\
 &= (MC \cdot O_{1-3})^2 \cdot [P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}] + \\
 &\quad + P\{x\} \cdot \left( \frac{O_{1-3V}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot [P\{\psi_{VPP}\} + P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\}].
 \end{aligned} \tag{9.51}$$

Pro výpočty výkonů fázových fluktuací platí vztahy odvozené pro *bod 2* systému. Výkon fázových fluktuací oscilátoru směšovače přijímače  $P\{\psi_3\}$  se stanoví po dosazení do vztahu (8.43) v kapitole 8. Druhý řádek rovnice (9.51) popisuje výkon multiplikativního šumu  $P_{RES3}$ , který je přidružený k částečně potlačené hlavní nosné vlně a který prochází přijímacím filtrem. Výraz nevznikl přímým odvozením z rovnice (9.43), ale jeho přítomnost je nutná pro správné vyčíslení šumového výkonu. Druhý řádek rovnice (9.51) vychází přímo z (9.44) a je jen upraven výkonem ideální nosné vlny směšovače přijímače. Předpokládá se, že fázové fluktuace oscilátorů přijímače nepůsobí na tento zbytkový signál. Podobně je tento výraz využit i v dalších bodech systému.

#### • přijímač – bod 4

Dalším krokem zpracování na přijímací straně je hlavní SSB demodulace. Po násobení s harmonickou nosnou  $\tilde{o}_{4+}$  je získán signál v základním pásmu

$$m_p = \frac{O_{1-4V}}{2} \cdot [(A \cdot e^{j \cdot c} \cdot E + B \cdot e^{j \cdot d} \cdot F)]. \tag{9.52}$$

kdy je pro zkrácení zápisu použito následující označení

$$\begin{aligned}
 c &= a_{PP} + \psi_3 + \psi_4, \\
 d &= b_{PP} + \psi_3 + \psi_4.
 \end{aligned} \tag{9.53}$$

Dosazením rovnice (9.53) do vztahu (9.43) se obdrží výkon multiplikativního šumu v *bodě 4* (za předpokladu (6.8))

$$\begin{aligned}
 N_{PN(4)} &= P_{RES4} + \left\{ j \cdot \frac{O_{1-4V}}{2} [c \cdot A \cdot E + d \cdot B \cdot F] \right\} = \\
 &= (MC \cdot O_{1-4})^2 \cdot (P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}) + \\
 &\quad + P\{x\} \cdot \left( \frac{O_{1-4V}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot [P\{\psi_{VPP}\} + P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\}].
 \end{aligned} \tag{9.54}$$

Pro výpočty výkonů fázových fluktuací platí obdobné vztahy odvozené pro *bod 3* systému. Výkon fázových fluktuací oscilátoru SSB demodulátoru přijímače  $P\{\psi_4\}$  se stanoví po dosazení do vztahu (8.43) v kapitole 8. Druhý řádek (9.54) opět odpovídá zbytkovému výkonu multiplikativního šumu  $P_{RES4}$  hlavní nosné vlny po filtraci.

#### • přijímač – bod 5

Odstranění subnosné vlny se provádí násobením se signálem  $o_P$  za vzniku

$$x' = m_{PI} \cdot o_{PI}(t) = \frac{O_{1-4VP}}{4} \cdot [A \cdot C \cdot e^{j(c+\psi_P)} \cdot E + A \cdot D \cdot e^{j(c-\psi_P)} \cdot E + \\ + B \cdot C \cdot e^{j(d+\psi_P)} \cdot F + B \cdot D \cdot e^{j(d-\psi_P)} \cdot F] \quad (9.55)$$

Po dosazení degradovaného signálu  $x'$  (9.55) do vztahu (9.43) vychází výkon samotného multiplikativního šumu v *bodě 5*

$$N_{PN(5)} = P_{RES5} + P \left\{ j \cdot \frac{O_{1-4VP}}{4} [(c+\psi_P)A \cdot C \cdot E + (c-\psi_P)A \cdot D \cdot E + \right. \\ \left. + (d+\psi_P)B \cdot C \cdot F + (d-\psi_P)B \cdot D \cdot F] \right\} = \\ = (MC \cdot O_{1-4P})^2 \cdot (P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}) + P\{x\} \cdot \left( \frac{O_{1-4VP}}{2} \right)^2 \cdot [P\{c\} + P\{\psi_P\}], \quad (9.56)$$

kde je z důvodu zkrácení zápisu zaveden následující vztah

$$P\{c\} = P\{d\} = P\{\psi_{VPP}\} + P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\}. \quad (9.57)$$

Výsledný tvar výrazu (9.56) vznikl po aplikaci zjednodušení (6.8). Výkon fázových fluktuací  $P\{\psi_P\}$  lze stanovit pomocí integrálu (8.43). Pro výkony ostatních fázových fluktuací platí pravidla uvedená u předchozích bodů systému. První sčítanec v posledním řádku rovnice (9.56) odpovídá zbytkovému výkonu  $P_{RES5}$ , který pochází od hlavní nosné vlny po filtraci ve filtru přijímače.

### 9.2.5 Odvození BPSK/SSB systému se současným působením AWGN a PN

Komplexní variantou je model systému umožňující postihnout současné chování aditivního tepelného šumu komunikačního kanálu a fázových šumů všech oscilátorů systému. Pro odvození jsou využity výsledky uvedené v předchozích podkapitolách.

#### • vysílač

Vysílací část systému není degradována žádným zdrojem aditivního šumu. Její odvození je proto totožné s případem uvedeným v kapitole 9.2.4.

#### • přijímač – *bod 1*

Výkony samotných šumů ve vybraných bodech na přijímací straně systému lze vypočítat podle obecného vztahu

$$N_{(xx)} = P\{\text{noised}_{(xx)} - \text{ideal}_{(xx)}\}, \quad (9.58)$$

kde dvojitě  $xx$  v indexu opět označuje právě zvolený bod systému (*bod 1* až *bod 5*). Referenční signály  $\text{ideal}_{(xx)}$  byly odvozeny v kapitole 9.2.2.

Přijatý signál  $\tilde{m}_{RF+}$  v *bodě 1* je degradován oběma typy šumů a vzniká v podstatě prostým součtem aditivního šumu  $n$  s multiplikativním šumem degradovaným vysílaným signálem  $\tilde{m}_{D2+}$  (viz (9.40)), pro jeho časový průběh tedy platí

$$\tilde{m}_{RF+} = n + MC \cdot O_{1-2} \cdot e^{j\psi_{12}} + \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot [(A \cdot e^{ja} \cdot E + B \cdot e^{jb} \cdot F)]. \quad (9.59)$$

Samotný šum v *bodě 1* vzniká odečtením rovnice (9.14) od (9.59). Jeho výkon je po dosazení do (9.58) roven (při uplatnění (6.8))



$$\begin{aligned}
 N_{(1)} &= P\{n + j \cdot MC \cdot O_{1-2} \cdot \psi_{12} + j \cdot \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot [a \cdot A \cdot E + b \cdot B \cdot F]\} = \\
 &= P\{n\} + (MC \cdot O_{1-2})^2 [P\{\psi_{11}\} + P\{\psi_{22}\}] + \\
 &\quad + P\{x\} \left( \frac{O_{1-2V}}{\sqrt{2}} \right)^2 [P\{\psi_{1V}\} + P\{\psi_{11}\} + P\{\psi_{22}\}] ,
 \end{aligned} \tag{9.60}$$

kde pro zkrácení zápisu byly aplikovány výrazy uvedené v (9.41). Výkon aditivního šumu  $P\{n\}$  je popsán rovnicí (8.17). Výkony fázových fluktuací všech oscilátorů vysílače lze vypočítat numerickou integrací po dosazení do vztahu (8.43) se stejnými integračními mezemi jako v kapitole 8.2.4.

### • přijímač – bod 2

Pásmová propust PP na vstupu modelu přijímače v tomto případě ovlivňuje výkony obou typů šumů, které jí procházejí. Šumy jsou po průchodu pásmovým filtrem PP přeznačeny podle stejných pravidel jako v kapitole 9.2.4. Časový průběh filtrovaného signálu je po změně označení v (9.59) definován vztahem

$$\tilde{m}_{D2+} = n_{PP} + \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot \left[ (A \cdot e^{ja_{PP}} \cdot E + B \cdot e^{jb_{PP}} \cdot F) \right]. \tag{9.61}$$

kde jsou pro zkrácení zápisu využity rovnice (9.46).

Výkon samotného šumu získaný dosazením (9.61) do (9.58) je popsán vztahem (za předpokladu platnosti (6.8))

$$\begin{aligned}
 N_{(2)} &= P_{RES2} + P\{n_{PP} + j \cdot \frac{O_{1-2V}}{2} \cdot [a_{PP} \cdot A \cdot E + b_{PP} \cdot B \cdot F]\} = \\
 &= P\{n_{PP}\} + (MC \cdot O_{1-2})^2 [P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}] + \\
 &\quad + P\{x\} \left( \frac{O_{1-2V}}{\sqrt{2}} \right)^2 [P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\}] .
 \end{aligned} \tag{9.62}$$

Pro výkon aditivního šumu  $P\{n_{PP}\}$  po filtraci platí vztah (8.32). Výkony fázových fluktuací všech oscilátorů vysílače po průchodu pásmovou propustí PP lze vyčíslit podle postupu uvedeného v kapitole 9.2.4.

Doposud uvedené hodnoty výkonů šumů po průchodu pásmovou propustí PP se budou ve stejné formě vyskytovat i v dalších odvozeních. Jejich popis a odkazy na výpočetní vztahy již proto nebudou dále opakovány.

### • přijímač – bod 3

Směšování dolů vnáší další degradující signál, kterým jsou fázové fluktuace  $\psi_3$  signálu oscilátoru  $O_3$ . Jejich působení je popsáno rovnicí

$$\begin{aligned}
 \tilde{m}_{D1+} &= \tilde{m}_{D2+} \cdot \tilde{o}_{3+} = n_{PP} \cdot O_3 \cdot e^{j\psi_3} + \\
 &\quad + \frac{O_{1-3V}}{2} \cdot \left[ (A \cdot e^{j(a_{PP} + \psi_3)} \cdot E + B \cdot e^{j(b_{PP} + \psi_3)} \cdot F) \right] .
 \end{aligned} \tag{9.63}$$

Výkon samotného šumu v *bodě 3* (po dosazení (9.63) do (9.58)) je dán výrazem

$$\begin{aligned}
 N_{(3)} &= P_{RES3} + P\{n_{PP} \cdot O_3 \cdot (1 + j \cdot \psi_3) + \\
 &\quad + j \cdot \frac{O_{1-3V}}{2} \cdot [(a_{PP} + \psi_3) \cdot A \cdot E + (b_{PP} + \psi_3) \cdot B \cdot F]\} = \\
 &= O_3^2 \cdot P\{n_{PP}\} + O_3^2 \cdot P\{n_{PP}\} \cdot P\{\psi_3\} + \\
 &\quad + (MC \cdot O_{1-3})^2 [P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}] + \\
 &\quad + P\{x\} \left( \frac{O_{1-3V}}{\sqrt{2}} \right)^2 [P\{\psi_{VPP}\} + P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\}].
 \end{aligned} \tag{9.64}$$

Výkon fázových fluktuací  $P\{\psi_3\}$  nosného signálu směřovače se odvodí ze vztahu (9.43).

• **přijímač – bod 4**

Hlavní SSB demodulace transponuje užitečný signál z přeneseného pásma do základního pásma do okolí frekvence subnosné vlny. Za tímto účelem je použit harmonický nosný signál degradovaný fázovými fluktuacemi  $\psi_4$ . Časový průběh signálu po hlavní SSB demodulaci je dán obecnou rovnicí  $m_p = \tilde{m}_{D1+} \cdot \tilde{o}_{4+}$ . S přihlédnutím k principu odvození signálu (9.63) v *bodě 3* a v kapitole 9.2.4 lze pro výpočet výkonu samotného šumu v *bodě 4* přímo psát vztah

$$\begin{aligned}
 N_{(4)} &= (O_{3-4})^2 \cdot P\{n_{PP}\} + (O_{3-4})^2 \cdot P\{n_{PP}\} \cdot [P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\}] + \\
 &\quad + (MC \cdot O_{1-4})^2 [P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}] + \\
 &\quad + P\{x\} \cdot \left( \frac{O_{1-4V}}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot [P\{\psi_{VPP}\} + P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\}].
 \end{aligned} \tag{9.65}$$

Výkon fázových fluktuací  $P\{\psi_4\}$  nosného signálu demodulátoru lze opět vypočítat podle (8.43).

• **přijímač – bod 5**

Pomocná BPSK demodulace přesouvá užitečný signál z okolí frekvence subnosné vlny do spektrálního počátku. Výsledný signál  $x'$  v *bodě 5* je v časové oblasti popsán rovnicí

$$\begin{aligned}
 x' &= m_p \cdot o_p = n_{PP} \cdot \frac{O_{3-4P}}{2} \cdot [C \cdot e^{j(\psi_3 + \psi_4 + \psi_P)} + D \cdot e^{j(\psi_3 + \psi_4 - \psi_P)}] + \\
 &\quad + \frac{O_{1-4VP}}{4} \cdot [A \cdot C \cdot e^{j(c + \psi_P)} \cdot E + A \cdot D \cdot e^{j(c - \psi_P)} \cdot E + \\
 &\quad + B \cdot C \cdot e^{j(d + \psi_P)} \cdot F + B \cdot D \cdot e^{j(d - \psi_P)} \cdot F],
 \end{aligned} \tag{9.66}$$

kde jsou pro zkrácení zápisu použity výrazy z (9.53).

Výkon samotného šumu v *bodě 5* (dosazením (9.66) do (9.58)) je pak roven

$$\begin{aligned}
 N_{(5)} = & P_{RES} + P \left\{ n_{PP} \left( \frac{O_{3-4P}}{\sqrt{2}} \right) [C + D] + \right. \\
 & + j \cdot n_{PP} \left( \frac{O_{3-4P}}{\sqrt{2}} \right) [C(\psi_3 + \psi_4 + \psi_P) + D(\psi_3 + \psi_4 - \psi_P)] + \\
 & + j \cdot \frac{O_{1-4VP}}{4} [(c + \psi_P)A \cdot C \cdot E + (c - \psi_P)A \cdot D \cdot E + \\
 & \left. + (d + \psi_P)B \cdot C \cdot F + (d - \psi_P)B \cdot D \cdot F] \right\}.
 \end{aligned} \quad (9.67)$$

Rovnici (9.67) lze po úpravách převést do výsledného tvaru

$$\begin{aligned}
 N_{(5)} = & P \{ n_{PP} \} \left( \frac{O_{3-4P}}{\sqrt{2}} \right)^2 + P \{ n_{PP} \} \left( \frac{O_{3-4P}}{\sqrt{2}} \right)^2 [P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\} + P\{\psi_P\}] + \\
 & + \left( \frac{MC \cdot O_{1-4P}}{\sqrt{2}} \right)^2 [P\{\psi_{1CPP}\} + P\{\psi_{2CPP}\}] + \\
 & + P\{x\} \left( \frac{MC \cdot O_{1-4VP}}{2} \right)^2 \cdot \\
 & \cdot [P\{\psi_{VPP}\} + P\{\psi_{1PP}\} + P\{\psi_{2PP}\} + P\{\psi_3\} + P\{\psi_4\} + P\{\psi_P\}].
 \end{aligned} \quad (9.68)$$

Fázové fluktuace oscilátoru subnosné vlny v přijímači se projeví s celým svým výkonem  $P\{\psi_P\}$ , který je možné vyčíslit po dosazení do vztahu (8.43).

### 9.2.6 Filtry s malou strmostí přenosové charakteristiky

Zmenšující se strmost přechodu z propustného do nepropustného pásma u frekvenční charakteristiky filtru PP způsobuje nárůst chyby při výpočtu výkonů multiplikativních šumů. Integrace podle vztahu (8.43) v mezích daných šumovou šířkou pásma filtru PP není dostatečná. V tomto případě je nutné i při odvození přenést pásmo užitečného signálu  $\tilde{m}_{RF+}$  z oblasti frekvence subnosné do spektrálního počátku a následně provést filtraci takto upraveného signálu skutečnou přenosovou charakteristikou ekvivalentní dolní propusti (násobení ve frekvenční oblasti). Pro výpočet výkonů filtrovaných multiplikativních šumů, které přísluší pásmu užitečného signálu, lze využít integrál

$$P\{\psi_{xxPP}\} = 2 \cdot \int_{f_1}^{f_2} L_{xxPP}(f_m) df_m, \quad (9.69)$$

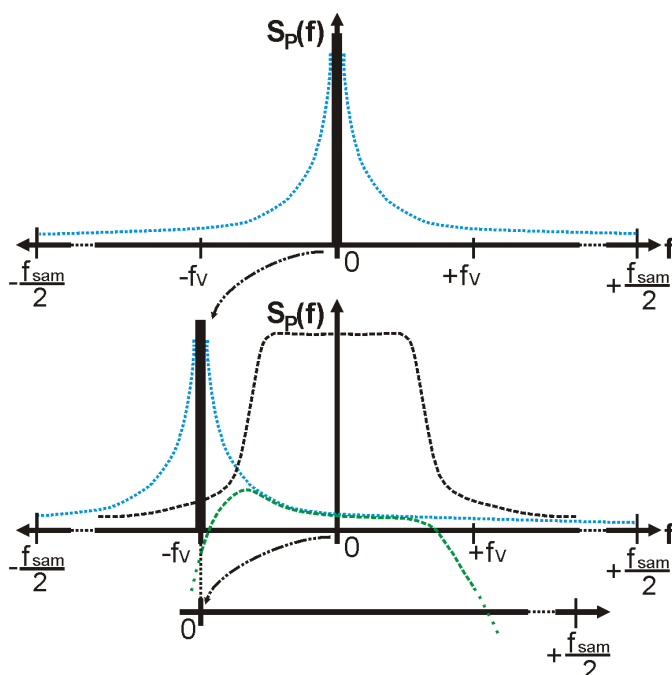
kde v dolním indexu lze za  $xx$  dosadit 1, 2 nebo V. Pro integrační meze platí následující  $f_1 = \Delta f$  a  $f_2 = f_{sam}/2$ .  $L_{xxPP}(f_m)$  je průběh fázového šumu příslušného oscilátoru vysílače, který je podroben filtraci ve frekvenční oblasti.

Výpočet výkonů multiplikativních šumů přidružených k částečně potlačené hlavní nosné vlně se provede opět integrací podle vztahu

$$P\{\psi_{xxCPP}\} = \int_{f_1}^{f_2} L_{xxCPP}(f_m) df_m, \quad (9.70)$$

jen filtrace je aplikována na posunutý průběh fázového šumu  $L_{xxCPP}(f_m)$ . Velikost posunutí závisí na frekvenci subnosné vlny a jeho směr je dán typem postranního

pásma, které je přenášeno (LSB nebo USB). V dolním indexu se za  $xx$  dosazuje 1, 2 nebo V. V (9.70) se integruje v intervalu frekvencí  $f_1 = \Delta f$  až  $f_2 = f_{sam}/2$ . Před integrálem se násobící koeficient 2 nevyskytuje, neboť se předpokládá, že spodní pásmo je filtrací již dostatečně potlačeno a jeho výkonový přírůstek je zanedbatelný, viz Obr. 9.7.



**Obr. 9.7.** Vysvětlení případu filtrace fázového šumu přidruženého k částečně potlačené nosné vlně při použití filtru s malou strmostí přenosové charakteristiky (na příkladu USB).

S rostoucí frekvencí subnosné vlny se ve spektru vzdaluje pásmo užitečného signálu od hlavní nosné vlny. Dochází k poklesu velikosti výkonového příspěvku částečně potlačené hlavní nosné vlny. Při velkých hodnotách subnosné frekvence lze tedy působení fázového šumu částečně potlačené nosné vlny zanedbat.

Je-li hlavní nosná totálně potlačena ( $MC = 0$ ), pak je její šumový příspěvek nulový, bez ohledu na velikost frekvenčního offsetu subnosné vlny. Získané výsledky se pak rovnají případu popsanému v kapitole 8 (až na velikosti výkonů subnosných vln a výkonů jejich fázových fluktuací).

### 9.2.7 Vliv RRC filtru přijímače – bod 6

Dolnoproustný RRC filtr přijímače vybírá z přijatého signálu  $x'$  pouze pásmo v okolí spektrálního počátku. Součtová a rozdílová složka jsou v okolí frekvence  $\pm(f_V + f_P)$  potlačeny.

Účinek RRC filtru přijímače je stejný jako u systému bez použité pomocné subnosné vlny (viz kapitola 8.2.7). V bodě 6 dochází k maximalizaci poměru  $S/N$  za přítomnosti aditivního šumu. Z přenosové charakteristiky RRC filtru lze určit jeho šumovou šířku pásma [27] a tu pak použít k výpočtu výkonu aditivního šumu  $N_{AWGN(6)}$ . U RRC filtru je ovšem přechod z propustného do nepropustného pásma poměrně pozvolný [26] a z toho důvodu je pro výpočet výkonu samotného multiplikativního šumu  $N_{PM(6)}$  a  $N_{(6)}$  nutné využít postupu uvedeného v kapitole 9.2.6. Jelikož je šířka pásma RRC filtru velmi malá ve srovnání se šířkou pásma pásmové propusti PP

přijímače, předpokládá se, že závislosti  $N_{AWGN(6)} = f(B_{NPP})$ ,  $N_{PN(6)} = f(B_{NPP})$  a  $N_{(6)} = f(B_{NPP})$  budou téměř konstantní.

### 9.3 Výsledky simulací pro BPSK/SSB-RC systém

Model podle matematického popisu uvedeného v kapitole 9.2 byl naprogramován v prostředí Matlab. Simulace byla opět spuštěna ve dvou krocích. V prvním časově krátkém běhu byly vyšetřovány výkony šumů. Druhý běh modeluje chybovost přenosu BER. Zde je nutné čas simulace nastavit na co největší, aby byly dosaženy statisticky co nejpřesnější výsledky.

#### 9.3.1 Výchozí parametry modelu BPSK/SSB systému

Vzorkovací frekvencí modelu je  $f_{sam} = 4096$  Hz. Pro možnost porovnání s M-PSK systémem (viz kapitola 8) byla také zvolena přenosová rychlost  $f_b = 8$  bit/s.

Vstupní parametry harmonických subnosných signálů přijímače a vysílače jsou popsány v Tab. 9.1. Frekvence subnosné vlny je zvolena jako počáteční.

**Tab. 9.1.** Výchozí parametry oscilátorů generujících subnosné vlny ve vysílači a v přijímači (modelováno v základním pásmu).

|                            |                     | hodnoty pro oscilátory: |            |          |
|----------------------------|---------------------|-------------------------|------------|----------|
| veličina                   | označení            | $O_V$                   | $O_P$      | jednotka |
| výstupní výkon *           | $P\{o_{xx}(t)\}$    | 1                       | 1          | W        |
| amplituda                  | $O_{xx}$            | $\sqrt{2}$              | $\sqrt{2}$ | V        |
| frekvence                  | $f_{xx}$            | 512                     | 512        | Hz       |
| výkon fázových fluktuací * | $P\{\psi_{xx}(t)\}$ | -75,22                  | -75,10     | dBW      |

\* výkon je vyjádřen na impedanci  $1 \Omega$

Nastavení oscilátorů SSB-RC modulátoru a směšovače vysílače a směšovače a SSB demodulátoru přijímače jsou shrnuty v Tab. 9.2. Označení veličin odpovídá Obr. 9.2.

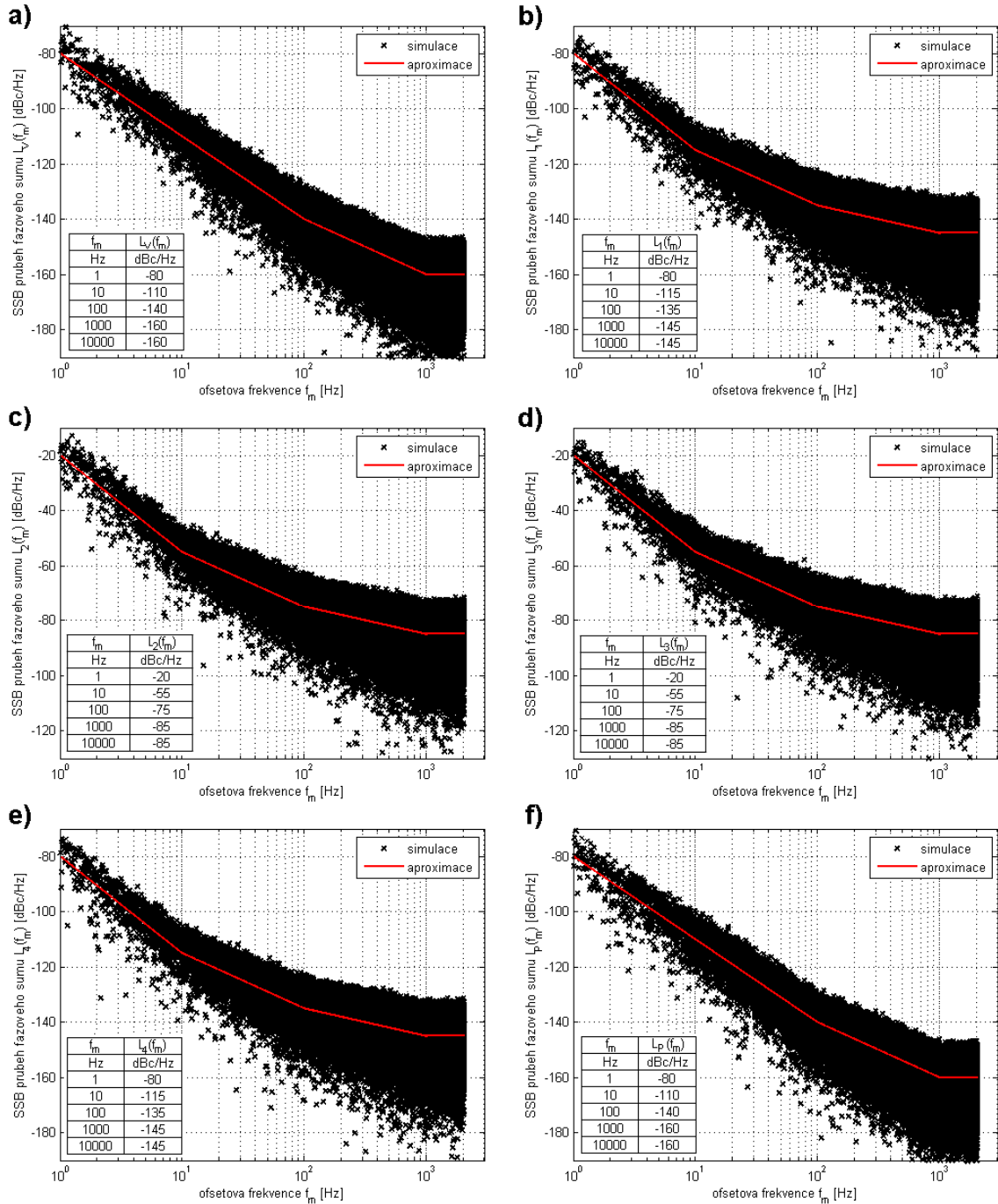
**Tab. 9.2.** Výchozí parametry oscilátorů modulátoru, směšovačů a demodulátoru modelu (modelováno pomocí komplexních obálek).

|                            |                     | hodnoty pro oscilátory: |        |        |        |          |
|----------------------------|---------------------|-------------------------|--------|--------|--------|----------|
| veličina                   | označení            | $O_1$                   | $O_2$  | $O_3$  | $O_4$  | jednotka |
| výstupní výkon *           | $P\{o_{xx}(t)\}$    | 1                       | 1      | 1      | 1      | W        |
| amplituda                  | $O_{xx}$            | 1                       | 1      | 1      | 1      | V        |
| frekvence                  | $f_{xx}$            | 0,01                    | 10     | 10     | 0,01   | GHz      |
| výkon fázových fluktuací * | $P\{\psi_{xx}(t)\}$ | -75,54                  | -15,77 | -15,73 | -75,51 | dBW      |

\* výkon je vyjádřen na impedanci  $1 \Omega$

Hodnoty v Tab. 9.2 pro možnost porovnání s výsledky kapitoly 8 (BPSK systém přímo na nosné vlně) korespondují s hodnotami v Tab. 8.5.

Průběhy fázového šumu odpovídající časovým průběhům fázových fluktuací jednotlivých oscilátorů jsou znázorněny na Obr. 9.8. Červená lomená čára odpovídá lineární aproximaci v log-log zobrazení mezi zadanými body (výkony fázových šumů na daných ofsetových frekvencích, podle postupu v kapitole 4).



**Obr. 9.8.** Průběhy fázových šumů jednotlivých oscilátorů modelovaného systému  
a)  $o_1(t)$ , b)  $o_1(t)$ , c)  $o_2(t)$ , d)  $o_3(t)$ , e)  $o_4(t)$ , f)  $o_P(t)$ .

Aditivní šum komunikačního kanálu  $n(t)$  je generován v závislosti na zvoleném parametru  $E_b/N_0$ , ze kterého je výkon aditivního šumu  $N$  vypočítán podle (8.19).

Generátory výše zmíněných náhodných signálů ( $n(t)$ ,  $\psi_1(t)$ ,  $\psi_2(t)$ ,  $\psi_3(t)$ ,  $\psi_4(t)$ ,  $\psi_P(t)$ ) musí mít rozdílně nastaveny parametry *seed* zaručující, že všechny generované časové průběhy šumů budou nezávislé a nekorelované.

RRC filtry přijímače a vysílače jsou totožné. Jejich kombinací je docíleno minimalizace mezisymbolových přeslechů. Zároveň také fungují jako přizpůsobený filtr zvyšující poměr  $S/N$  na přijímací straně. Pro mezní frekvenci filtru  $f_{cut}$  pro pokles o 3 dB

platí  $f_{cut} = f_b$  (viz (8.4)). Roll-off faktor filtru má hodnotu  $RollOff = 1$ . Řád filtru je roven  $N_{RRCF} = 2048$  (viz (8.5) pro  $konst. = 8$ ).

Pásmová propust PP v přijímači je modelována ekvivalentním FIR filtrem typu dolní propust. Za účelem vyhodnocení závislosti výkonů šumů na velikosti šumové šířky pásma  $B_{NPP}$  pásmové propusti PP byla vygenerována banka 10 přijímacích FIR filtrů. Řád těchto filtrů je pro výše popsané nastavení zvolen na hodnotu  $N = 1024$ . Tab. 9.3 definuje šířky pásma pro pokles o 3 dB, šumové šířky pásma vytvořené série pásmových filtrů PP a šířky pásma pro pokles o 3 dB pro ekvivalentní FIR filtry typu dolní propust fyzicky použité v simulacích.

**Tab. 9.3.** Charakteristika FIR filtrů modelujících pásmovou propust PP (pro nastavení z Tab. 9.2).

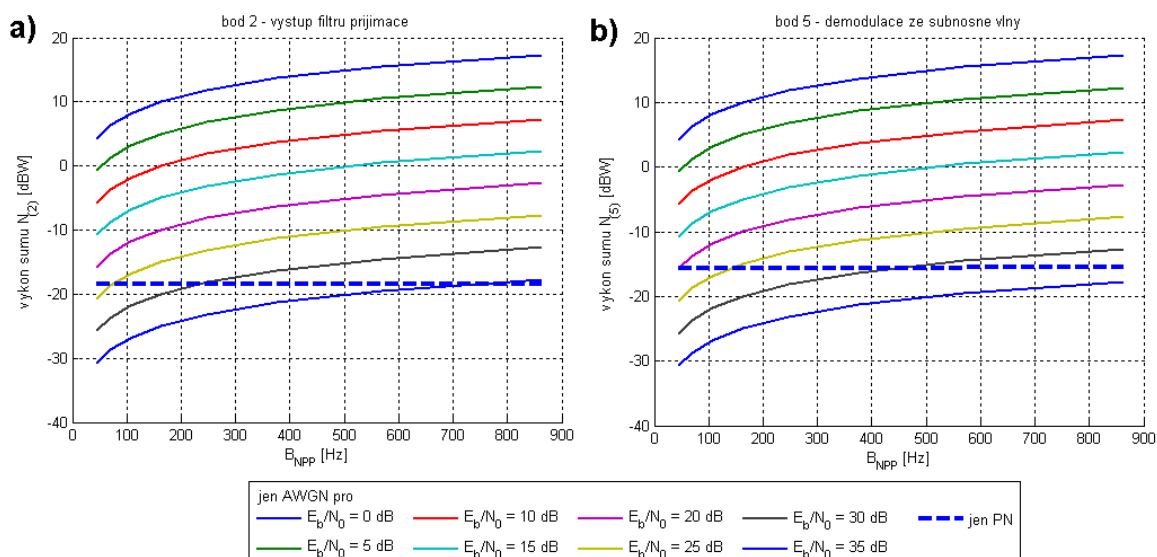
| označení<br>filtru | šířka pásma<br>$B_{PP}$ | šumová šířka<br>pásma $B_{NPP}$ | šířka pásma<br>$B_{PP}/2$ * |
|--------------------|-------------------------|---------------------------------|-----------------------------|
|                    | Hz                      | Hz                              | Hz                          |
| PP <sub>1</sub>    | 46                      | 43,03                           | 23                          |
| PP <sub>2</sub>    | 72                      | 68,66                           | 36                          |
| PP <sub>3</sub>    | 108                     | 104,90                          | 54                          |
| PP <sub>4</sub>    | 164                     | 160,86                          | 82                          |
| PP <sub>5</sub>    | 250                     | 246,74                          | 125                         |
| PP <sub>6</sub>    | 378                     | 374,76                          | 189                         |
| PP <sub>7</sub>    | 572                     | 569,00                          | 286                         |
| PP <sub>8</sub>    | 866                     | 862,92                          | 433                         |
| PP <sub>9</sub>    | 1312                    | 1309,05                         | 656                         |
| PP <sub>10</sub>   | 1982                    | 1979,18                         | 991                         |

\* šířka pásma pro pokles o 3 dB ekvivalentního FIR filtru typu dolní propust použitého pro simulaci pásmové propusti

Simulační algoritmus je koncipován obdobným způsobem, jak bylo popsáno v kapitole 8.3. V případě modelování vlivu samotného multiplikativního šumu je parametr  $E_b/N_0 = 200$  dB, což v podstatě představuje ideální bezšumový komunikační kanál.

### 9.3.2 Výsledné charakteristiky šumových výkonů v jednotlivých bodech systému

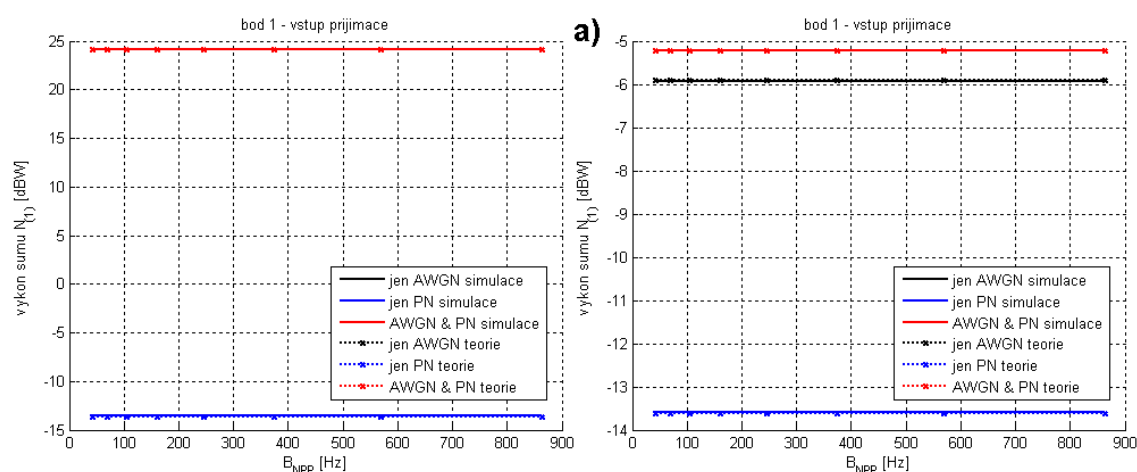
Model byl simulován pro poměr  $E_b/N_0$  vybíraný v intervalu  $<0, 35>$  dB s krokem 5 dB. Parametr potlačení hlavní nosné vlny byl pro začátek nastaven na  $CSF = 0$  %, což značí, že hlavní nosná vlna je v přenášeném signálu plně obsažena a předpokládá se vliv jejího přidruženého fázového šumu na velikosti šumových výkonů. Nejvýznamnějšími měřícími body systému jsou výstup přijímacího filtru PP (*bod 2*) a výstup BPSK demodulátoru (*bod 5*). Obr. 9.9 ukazují závislosti výkonů aditivních šumů  $N_{AWGN(2)}$  a  $N_{AWGN(4)}$  (pro osm hodnot  $E_b/N_0$ ) a výkonu multiplikativního šumu  $N_{PN(2)}$  a  $N_{PN(4)}$  (na  $E_b/N_0$  nezávislé) na šumové šířce pásma  $B_{NPP}$  pásmové propusti PP. Pro simulaci bylo ve skutečnosti použito jen prvních osm vygenerovaných filtrů. Poslední dva filtry nevyhovují podmínce  $B_{NPP}/2 < f_V$ , která zaručuje, že filtrace nezahrne samotnou částečně potlačenou nosnou vlnu.



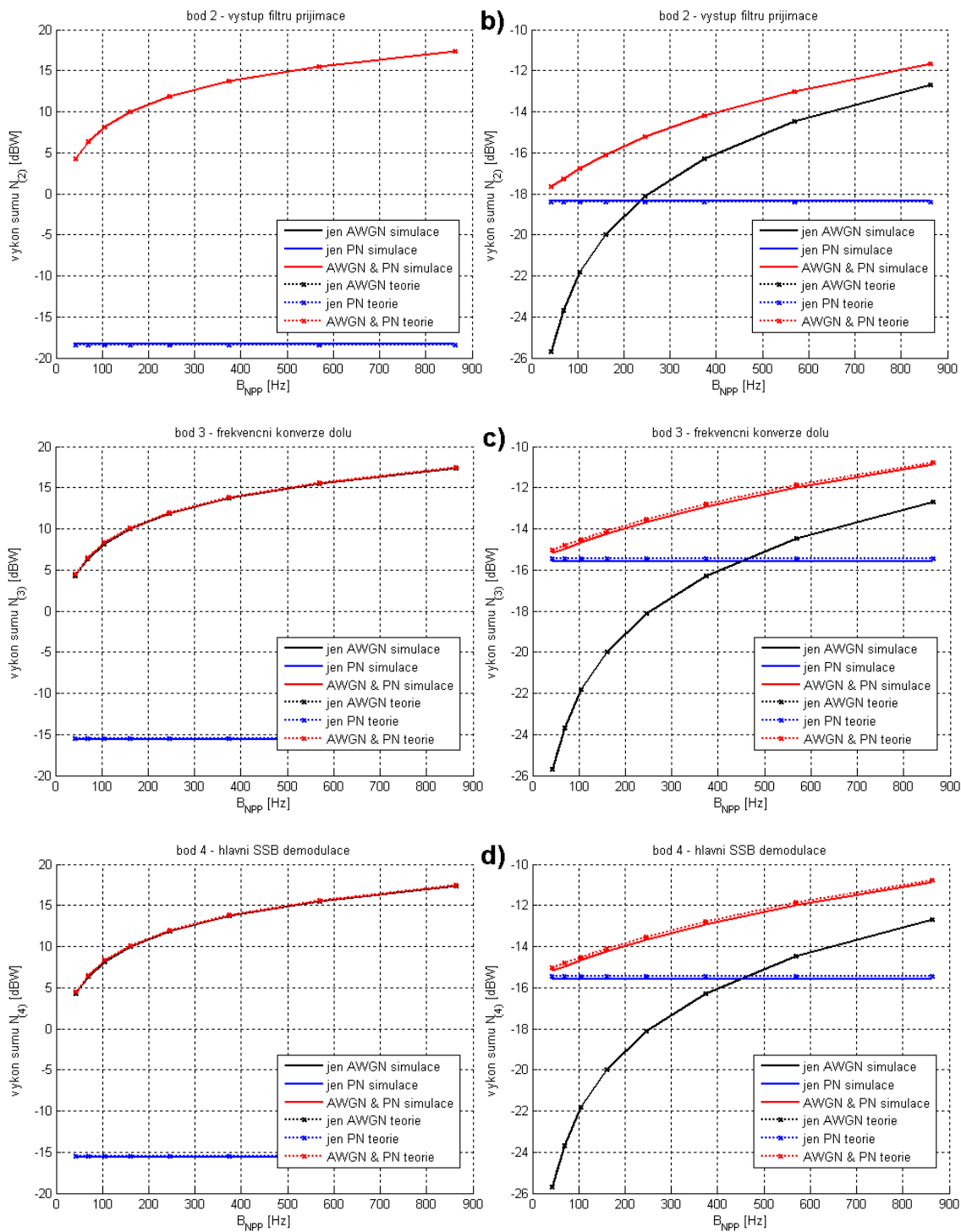
**Obr. 9.9.** Systém BPSK/SSB-RC, závislost výkonů šumů pro různé hodnoty parametru  $E_b/N_0$ , a) v bodě 2, b) v bodě 4, pro  $CSF = 0$  %.

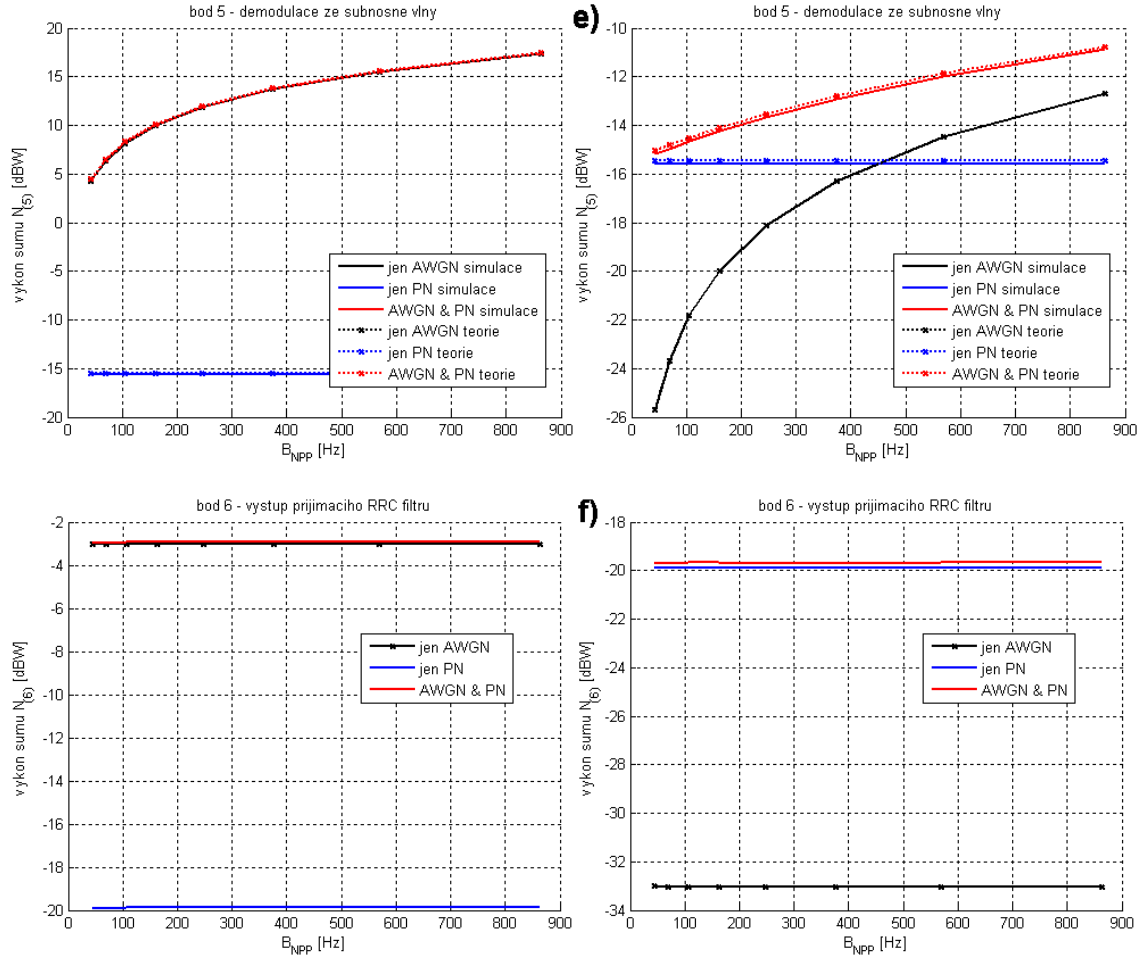
Většina výkonu fázových fluktuací (výkonu fázového šumu) je soustředěna v blízkosti frekvenční složky nosné vlny. Po násobení (modulaci, směšování) se fázový šum rozprostře na frekvenční složky užitečného signálu. Největší podíl fázového šumu (většina výkonu fázových fluktuací) tedy padne do propustného pásma pásmového filtru PP. Tato část šumu pak spolu s užitečným signálem prochází na výstup filtru. V Obr. 9.9 lze najít průsečíky křivek výkonů aditivních šumů (barevné křivky) a křivkou výkonu multiplikativního šumu (modrá tlustá čárkovaná křivka). V těchto místech pak dochází ke srovnání vlivu aditivního a multiplikativního fázového šumu (ve vybraném bodě systému).

Na Obr. 9.10 jsou zachyceny průběhy výkonů šumů ve všech zvýrazněných bodech systému a to pro dva krajní případy poměru  $E_b/N_0$ ,  $E_b/N_0 = 0$  dB a  $E_b/N_0 = 30$  dB.









**Obr. 9.10.** Závislosti výkonů šumů ve vybraných bodech systému a) bod 1 b) bod 2, c) bod 3, d) bod 4, e) bod 5 f) bod 6; vlevo pro  $E_b/N_0 = 0$  dB, vpravo pro  $E_b/N_0 = 30$  dB.

Při malém poměru  $E_b/N_0$  ( $E_b/N_0 = 0$  dB, Obr. 9.10 vlevo) má aditivní šum převyšující vliv nad multiplikativním šumem a to ve všech vybraných bodech systému. Ve výsledném signálu po RRC filtraci na přijímací straně (bod 6) je stále aditivní šum vysoce dominantní. Výsledný šumový výkon (červená křivka) je tedy z většiny tvořen výkonem aditivního šumu (červená a černá křivka se téměř překrývají).

V opačném krajním případě, pro vysoký poměr  $E_b/N_0$  ( $E_b/N_0 = 30$  dB, Obr. 9.10 vpravo) se situace mění. V bodě 1 na vstupu přijímače je stále výrazně převyšující vliv aditivního šumu (viz Obr. 9.10 a) vpravo). Pásmová filtrace PP v bodě 2 omezí výkon aditivního šumu natolik, že se průběhy šumů protnou (průsečík černé a modré křivky,  $B_{NPP} = 236$  Hz), viz Obr. 9.10 b) vpravo. Směšování, hlavní SSB demodulace a pomocná BPSK demodulace na straně přijímače (bod 3, bod 4 a bod 5) navýší výkon multiplikativního šumu. Na Obr. 9.10 c), d) a e) vpravo jsou průsečíky charakteristik posunuty nahoru k šumové šířce pásma  $B_{NPP} = 453$  Hz (rozdíl charakteristik v Obr. 9.10 c), d) a e) vpravo není viditelný z důvodu malého výkonu  $P\{\psi_4(t)\}$  a  $P\{\psi_P(t)\}$ ). Při snížení šumové šířky pásma  $B_{NPP}$  filtru PP pod hodnotu 453 Hz bude v bodě 4 převládat působení multiplikativního fázového šumu nad šumem aditivním. Po filtraci v RRC filtru přijímače v bodě 6 lze v přijatém signálu pozorovat, že hlavní vliv má multiplikativní fázový šum (modrá křivka), který také z větší části tvoří celkový šumový výkon (červená křivka, viz Obr. 9.10 f) vpravo). V bodě 6 je tedy poměr

výkonů samotných šumů opačný, než tomu bylo na vstupu přijímače (*bod 1*, viz Obr. 9.10 a) vpravo).

Závislosti šumových výkonů na Obr. 9.10 f) mají téměř konstantní průběh. To vyplývá z malé ekvivalentní šumové šířky pásma přijímacího RRC filtru ( $B_{NRRCF} = 8,5$  Hz), která je vždy menší i než nejmenší šumová šířka pásma přijímacího pásmového filtru PP (viz Tab. 9.3).

### 9.3.3 Porovnání výsledků simulací šumových výkonů s teoretickými výpočty

Do vztahů pro teoretické odvození výkonů šumů, které jsou uvedeny v kapitole 9.2, byly dosazeny parametry modelu z kapitoly 9.3.1 a 9.3.2 a z Tab. 9.1 až Tab. 9.3. Získané hodnoty slouží pro porovnání s výsledky simulací a pro posouzení chyby teoretických odvození, kde jsou předpokládána určitá zjednodušení. Porovnání teoretických a simulovaných hodnot je graficky znázorněno na Obr. 9.10 (vyjma *bodu 6*, viz Obr. 9.10 f), pro který přesné teoretické odvození není provedeno). Na příkladě použití přijímacího filtru  $PP_4$  se šířkou pásma  $B_{PP4} = 164$  Hz jsou v Tab. 9.4 uvedeny číselné hodnoty.

**Tab. 9.4.** Číselné porovnání výsledků simulací a teoretických odvození systému podle kapitoly 9.3 (na příkladě přijímacího filtru  $PP_4$ ,  $B_{PP4} = 164$  Hz, pro  $E_b/N_0 = 0$  dB).

|                |     | <i>bod 1</i> |         | <i>bod 2</i> |         | <i>bod 3</i> |         | <i>bod 4</i> |         | <i>bod 5</i> |         |
|----------------|-----|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|--------------|---------|
|                |     | simul.       | teorie  | simul.       | teorie  | simul.       | teorie  | simul.       | teorie  | simul.       | teorie  |
| $N_{AWGN}$     | dBW | 24,078       | 24,082  | 10,026       | 10,024  | 10,026       | 10,024  | 10,026       | 10,024  | 10,026       | 10,024  |
| $N_{PN}$       | dBW | -13,592      | -13,608 | -18,367      | -18,383 | -15,584      | -15,437 | -15,582      | -15,437 | -15,582      | -15,437 |
| $N_{AWGN\&PN}$ | dBW | 24,079       | 24,083  | 10,031       | 10,030  | 10,037       | 10,157  | 10,037       | 10,157  | 10,037       | 10,157  |

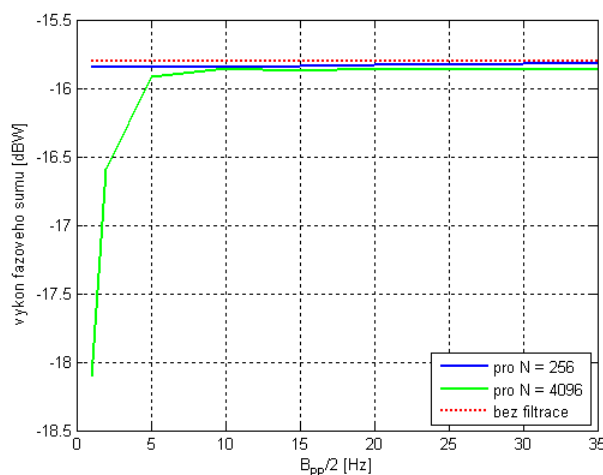
### 9.3.4 Porovnání šumových výkonů pro různé hodnoty potlačení hlavní nosné vlny

Z výsledku simulací provedených pro nastavení uvedená v kapitolách 9.3.1 a 9.3.2 bylo zjištěno, že změna velikosti potlačení nosné vlny nemá na šumové výkony pozorovatelný vliv. To je způsobeno poměrně vysokou frekvencí subnosné vlny. Výkon fázového šumu částečně potlačené hlavní nosné vlny je již v pásmu užitečného signálu zanedbatelný. Tudíž s rostoucí šumovou šířkou pásma  $B_{NPP}$  není nárůst výkonu šumů pozorovatelný.

**Tab. 9.5.** Vliv filtrace na výkon fázového šumu (na příkladě  $\psi_2(t)$ ).

|      | $B_{PP}/2$           | Hz  | 1       | 2       | 5       | 10      | 15      | 20      | 25      | 30      |
|------|----------------------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| N    | $B_{NPP}/2$          | Hz  | 11,4    | 11,4    | 11,6    | 12,4    | 13,9    | 16,3    | 19,7    | 24,1    |
| 256  | $P\{\psi_{2PP}(t)\}$ | dBW | -15,851 | -15,851 | -15,850 | -15,846 | -15,840 | -15,832 | -15,825 | -15,818 |
| N    | $B_{NPP}/2$          | Hz  | 1,4     | 2,1     | 5,1     | 10,1    | 15,1    | 20,1    | 25,1    | 30,1    |
| 4096 | $P\{\psi_{2PP}(t)\}$ | dBW | -18,109 | -16,589 | -15,914 | -15,854 | -15,872 | -15,854 | -15,865 | -15,854 |

Fázový šum v pásmu užitečného signálu (tedy v okolí frekvence subnosné vlny) je téměř celým svým výkonem soustředěn v propustném pásmu filtru přijímače (viz Obr. 8.8). Bližší posouzení závislosti výkonu multiplikativního šumu na šířce pásma filtru přijímače bylo provedeno na základě jednoduché simulace. Pro pokus byly vybrány fázové fluktuace  $\psi_2(t)$  oscilátoru směřovače vysílače. Ty byly podrobeny filtraci v bance dolních propustí s malými šířkami pásma pro dvě různé hodnoty řádu filtru  $N = 256$  a  $N = 4096$ . Zhodnocení této pomocné simulace je v Tab. 9.5, závislosti jsou pro názornost graficky vyneseny v Obr. 9.11.



**Obr. 9.11.** Vliv šířky pásma  $B_{pp}/2$  filtru typu dolní propust na výkon fázového šumu.

Výsledky pomocné simulace potvrzují fakt, že fázový šum je téměř celým svým výkonem soustředěn v blízkém okolí nosné vlny případně v pásmu užitečného signálu. Zvětšování šumové šířky pásma způsobuje jen nepatrný nárůst šumového výkonu. Z toho vyplývá, že s rostoucí frekvencí subnosné vlny se vliv fázového šumu hlavní nosné vlny výrazně snižuje, neboť většina jeho výkonu zůstává v těsném okolí hlavní nosné vlny (v simulacích je to v okolí počátku).

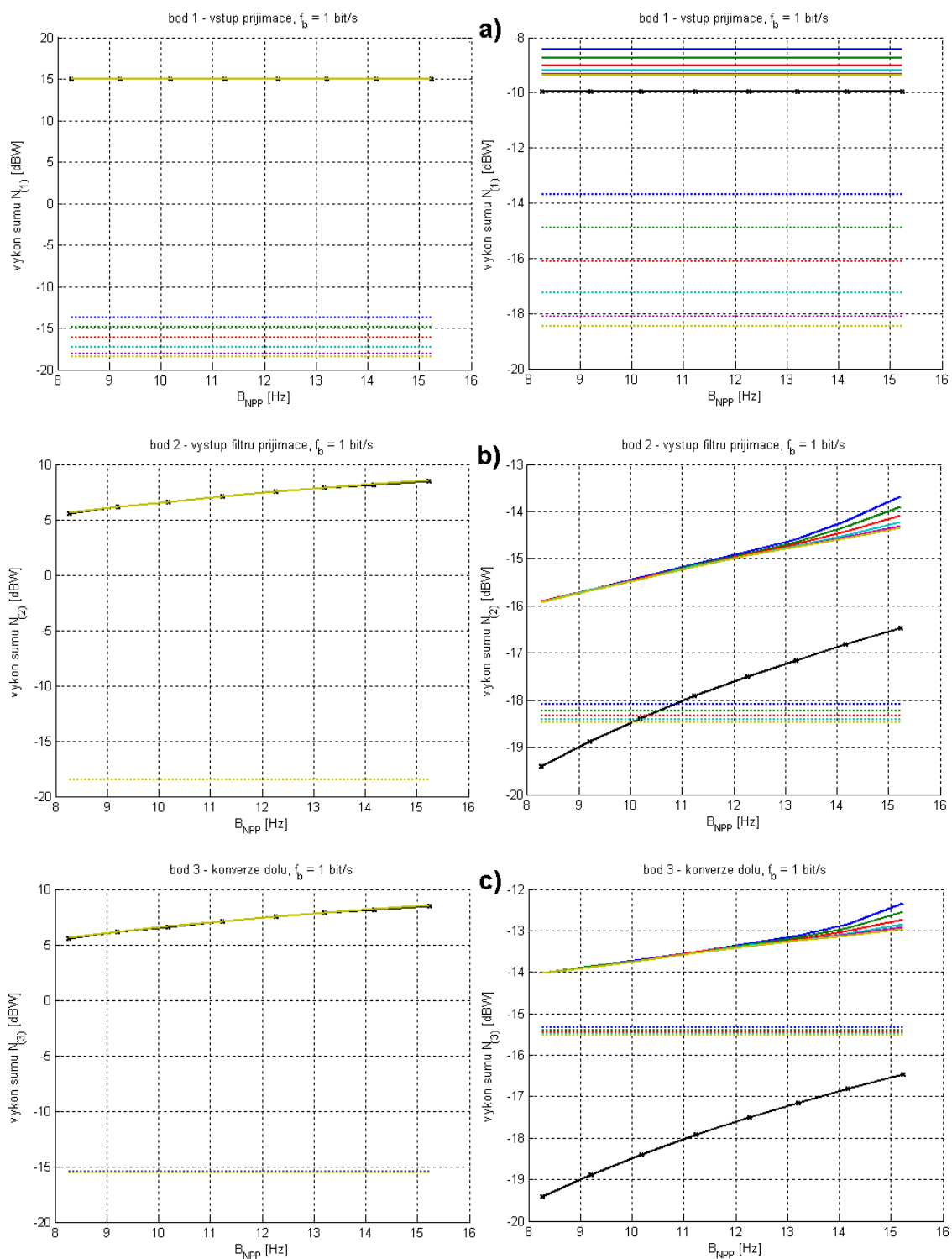
Pro postihnutí vlivu fázového šumu částečně potlačené hlavní nosné vlny je tedy především zmenšena frekvence subnosné vlny na hodnotu  $f_V = f_P = 8$  Hz. Dále přenosová rychlost vstupních dat je změněna na hodnotu  $f_b = 1$  bit/s a vzorkovací frekvence je  $f_{sam} = 64$  Hz. Pro simulaci je vygenerována banka přijímacích filtrů, jejichž parametry jsou uvedeny v Tab. 9.6, řád filtru je  $N = 64$ .

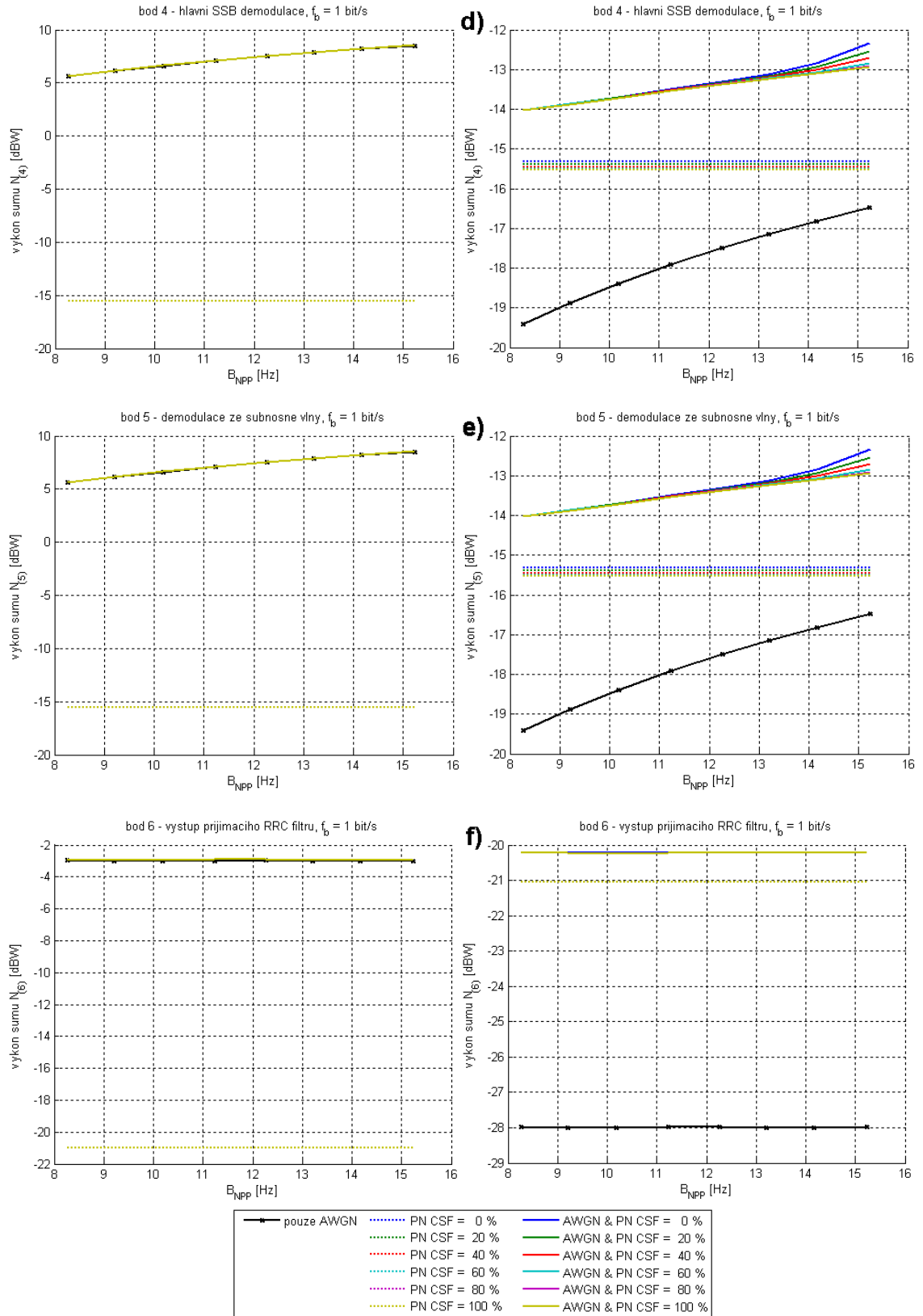
**Tab. 9.6.** Charakteristika FIR filtrů modelujících pásmovou propust PP (pro nastavení  $f_V = f_P = 8$  Hz,  $f_b = 1$  bit/s,  $f_{sam} = 64$  Hz).

| označení<br>filtru | šířka pásma<br>BPP | šumová šířka<br>pásma $B_{NPP}$ | šířka pásma<br>$B_{pp}/2$ * |
|--------------------|--------------------|---------------------------------|-----------------------------|
|                    | Hz                 | Hz                              | Hz                          |
| PP <sub>1</sub>    | 8                  | 8,26                            | 4,0                         |
| PP <sub>2</sub>    | 9                  | 9,20                            | 4,5                         |
| PP <sub>3</sub>    | 10                 | 10,18                           | 5,0                         |
| PP <sub>4</sub>    | 11                 | 11,24                           | 5,5                         |
| PP <sub>5</sub>    | 12                 | 12,24                           | 6,0                         |
| PP <sub>6</sub>    | 13                 | 13,20                           | 6,5                         |
| PP <sub>7</sub>    | 14                 | 14,18                           | 7,0                         |
| PP <sub>8</sub>    | 15                 | 15,24                           | 7,5                         |

\* šířka pásma pro pokles o 3 dB ekvivalentního FIR filtru typu dolní propust použitého pro simulaci pásmové propusti

S výše nastavenými parametry byla spuštěna nová simulace. S rostoucím potlačením hlavní nosné vlny (růst parametru  $CSF$ ) je očekáván pokles výkonové úrovně multiplikativního šumu. Výsledky simulací jsou znázorněny v Obr. 9.12, kde parametrem křivek je faktor  $CSF$ .





**Obr. 9.12.** Závislosti výkonů šumů ve vybraných bodech systému a) bod 1 b) bod 2, c) bod 3, d) bod 4, e) bod 5 f) bod 6; vlevo pro  $E_b/N_0 = 0$  dB, vpravo pro  $E_b/N_0 = 25$  dB.

Výsledky simulací na Obr. 9.12 potvrzují výše vyslovenou hypotézu. Při maximálním potlačení hlavní nosné vlny ( $CSF = 100\%$ ) je výkon samotného multiplikativního šumu

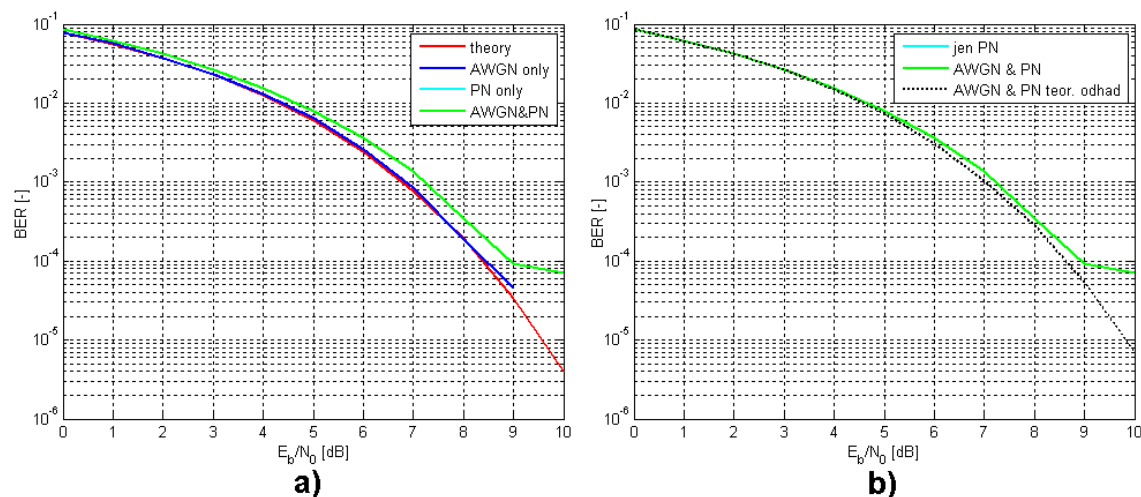
(PN) i celkového šumu (AWGN & PN) nejmenší. Výkonové rozdíly jsou patrnější při vyšším poměru  $E_b/N_0 = 25$  dB (na Obr. 9.12 vpravo), kdy je multiplikativní fázový šum dominantním typem šumu v přijatém signálu (*bod 6* viz Obr. 9.12 f) vpravo). Při malém poměru  $E_b/N_0 = 0$  dB je převažující vliv aditivního šumu v celé přijímací části systému, proto vliv  $CSF$  na šumové výkony není v Obr. 9.12 vlevo zřetelný. Výsledky simulací při změněných vstupních parametrech korespondují s Obr. 9.10.

### 9.3.5 Simulace chybovosti přenosu BER

Konstelační diagramy při působení obou typů šumů se tvarově neliší od konstelačních diagramů na Obr. 8.15 až Obr. 8.17 u systému simulovaného v kapitole 8. Nelze je tedy přímo použít ani k prvnímu hrubému odhadu vlivu subnosné vlny na chybovost přenosu systému.

Pro modelování chybovosti přenosu BER byl poměr  $E_b/N_0$  vybírán z intervalu  $<0, 10>$  dB s krokem 1 dB. Vyšší hodnoty poměru  $E_b/N_0$  nejsou vzhledem k reálné době simulace a tudíž obdrženým statisticky nekorektním výsledkům použity. Ostatní nastavení systému je totožné s nastavením v kapitolách 9.3.1 a 9.3.2 (tedy  $f_{sam} = 2048$  Hz,  $f_b = 8$  bit/s a  $f_V = f_P = 512$  Hz).

Délka simulace byla nastavena na hodnotu  $TIME = 5 \cdot 10^4$  s. Tomu odpovídá cca 431500 vygenerovaných a přenesených bitů rychlostí  $f_b = 8$  bit/s. Chybovost byla opět vyšetřována ve třech případech – při samostatném působení aditivního šumu, při samostatném působení multiplikativního šumu a při působení obou typů šumů současně. Výsledky simulace jsou pro šířku pásma  $B_{NPP} = 72$  Hz a frekvenci subnosné  $f_V = f_P = 512$  Hz zobrazeny na Obr. 9.13.



**Obr. 9.13.** a) Výsledky simulace chybovosti přenosu BER v BPSK/SSB-RC systému (pro  $f_b = 8$  bit/s,  $B_{NPP} = 72$  Hz,  $f_V = f_P = 512$  Hz,  $CSF = 50$  %), b) Porovnání simulovaného průběhu chybovosti BER při působení AWGN & PN s teoretickým odhadem podle vztahu (8.66).

Modrá křivka popisující chybovost při samotném působení aditivního šumu se kryje s červenou křivkou charakterizující její teoretický průběh (odchyly pro poměr  $E_b/N_0 > 8$  dB jsou dány malým počtem vstupních bitů). Chybovost přenosu při samotném působení multiplikativního šumu nebyla pro nastavené parametry simulace (výkony fázových fluktuací a čas simulace TIME) měřitelná (tyrkysová křivka proto není zobrazena). To vyplývá i z konstelačního diagramu na Obr. 8.17, kde

multiplikativním šumem rozptýlené body charakterizující daný přijatý symbol nezasahují do sousední poloroviny vymezení prostor jiného symbolu (nedochází tedy k chybě). Současný vliv obou typů šumů (zelená křivka) poukazuje na vzrůst chybovosti (ve srovnání s působením klasického aditivního šumu vyjádřeného modrou křivkou).

Závislosti chybovosti přenosu BER na Obr. 9.13 a) jsou pro všechny vybrané šířky pásma filtru přijímače PP (viz Tab. 9.5) velmi blízké. Zdůvodnění je uvedeno v kapitole 8.3.3. Obr. 9.13 a) tedy slouží jako příklad pro  $B_{NPP} = 72$  Hz. Chybovost je v tomto modelovaném případě také nezávislá na zvoleném parametru  $CSF$ , neboť fázové fluktuace částečně potlačené hlavní nosné vlny neovlivňují užitečný signál z důvodu velké hodnoty frekvence subnosné vlny  $f_V = f_P = 512$  Hz (jak bylo popsáno v kapitole 9.3.2).

Obr. 9.13 b) ukazuje srovnání simulovaných výsledků chybovosti s výsledky danými přibližným teoretickým vztahem (8.66). Pro stanovení velikost efektivní fázové chyby  $J_{xRMS}$  bylo využito postupu z kapitoly 8.3.3 a s pomocí vztahů (8.66) a (9.55) byl odvozen výpočetní výraz

$$J_{xRMS} = \sqrt{\frac{P_{PN}}{P\{x(t)\} \cdot \left(\frac{O_{1-4VP}}{2}\right)^2}}, \quad (9.71)$$

do kterého byly dosazeny následující hodnoty

- z Obr. 9.10 e) je odečtena hodnota  $P_{PN} = -15,57$  dBW
- výkon užitečného signálu (ze simulace, odpovídá vztahu (8.6))  $P\{x(t)\} = -3,03$  dBW
- amplitudy signálů oscilátorů jsou uvedeny v Tab. 9.1 a Tab. 9.2

Výsledkem je efektivní fázová chyba  $J_{xRMS} = 0,24$  rad (stejně jako v kapitole 8.3.4). Z porovnání závislostí na Obr. 9.13 b) vyplývá, že pro malé poměry  $E_b/N_0$  jsou oba průběhy totožné. Pro ohodnocení chybovosti současného působení obou typů šumů je tedy přibližný vztah (8.66) dostačující. Pro větší hodnoty poměru  $E_b/N_0$  se obě křivky začínají odchylovat. Odchylna je dána narůstajícím vlivem fázového šumu, při stejných předpokladech jako v kapitole 8.3.4 (tento trend opět u robustní modulační BPSK není tak zřejmý). Další chybu způsobuje zvolená délka simulace (nedostatečná pro podchycení malých chybovostí).

#### 9.4 Porovnání výsledků pro další nastavení modelu

Množství vstupních proměnných v popsaném modelu poskytuje různé možnosti pro ověření vlivu současného působení aditivního a multiplikativního šumu. V dalších kapitolách jsou vybrány nejdůležitější možnosti, vystihující zásadní charakteristiky současné působnosti obou typů šumů. Pro možnost srovnání jsou průběhy fázových šumů jednotlivých oscilátorů systému ponechány stejné jako na Obr. 9.8. Změna ostatních parametrů je pak vždy popsána v příslušné kapitole.

V následujících tabulkách je pro ilustraci výpočetní náročnosti uváděn skutečný čas simulace v prostředí Matlab 2010b, který běží na výpočetní stanici osazené procesorem Intel Core i7 3,07 GHz. Kapacita operační paměti DDR3 je 12 GB.



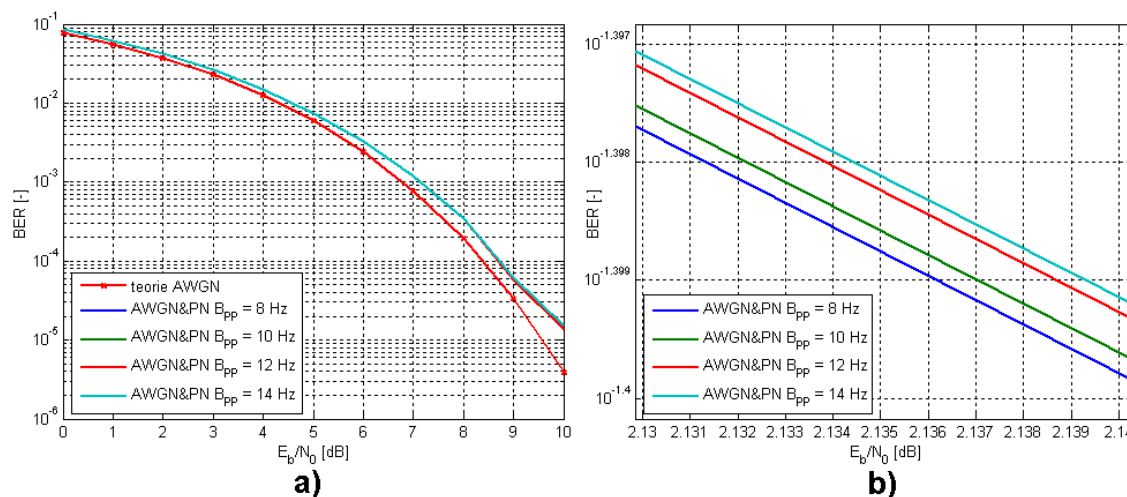
### 9.4.1 Srovnání chybovosti přenosu BER pro různou šířku pásma $B_{PP}$

Pro malé frekvence subnosné vlny je provedena simulace vlivu změny šířky pásma na chybovost přenosu BER. Konkrétní nastavení modelu je uvedeno v Tab. 9.7. Výsledky simulací jsou shrnuty na Obr. 9.14. Je přenášeno horní postranní pásmo USB.

**Tab. 9.7.** Parametry modelu pro simulace závislosti BER =  $f(B_{PP})$ .

| $f_{sam}$ | $f_V$ | $f_b$ | CSF | TIME | Nbit*  | $B_{PP}$ |    |    |    | NPP** | T*** |
|-----------|-------|-------|-----|------|--------|----------|----|----|----|-------|------|
| Hz        | Hz    | bit/s | %   | hod  | bitů   | Hz       |    |    |    | -     | min  |
| 64        | 8     | 1     | 0   | 224  | 801920 | 8        | 10 | 12 | 14 | 64    | 65   |

\* Nbit – počet simulovaných bitů, \*\* NPP – řád přijímacího filtru, \*\*\* T – skutečná doba simulace



**Obr. 9.14.** Vliv šířky pásma  $B_{PP}$  na chybovost přenosu BER (pro parametry viz Tab. 9.7), a) celý průběh, b) detail průběhu.

Z důvodu nezanedbatelného výkonu fázového šumu v oblasti užitečného signálu vymezené filtrem PP (v rámci pásma  $B_{PP}$ ) dochází k nárůstu výkonu celkového šumu. S rostoucí  $B_{PP}$  se zvětšuje velikost efektivní chyby fáze, což podle vztahu (8.66) vede k nárůstu chybovosti. Jelikož je nárůst výkonu vlivem částečně potlačené hlavní nosné vlny poměrně malý (v řádu setin dB, viz Tab. 9.4), je i nárůst chybovosti malý, v Obr. 9.14 a) nerozlišitelný. Z tohoto důvodu byl pro potvrzení vytvořen detailní náhled, viz Obr. 9.14 b). Pro simulaci je parametr  $CSF = 0$  %. S rostoucí velikostí  $CSF$  klesá vliv částečně potlačené hlavní nosné vlny a zmenšují se rozdíly mezi chybovostmi pro různé hodnoty  $B_{PP}$ .

### 9.4.2 Srovnání chybovosti přenosu BER pro různé bitové rychlosti $f_b$

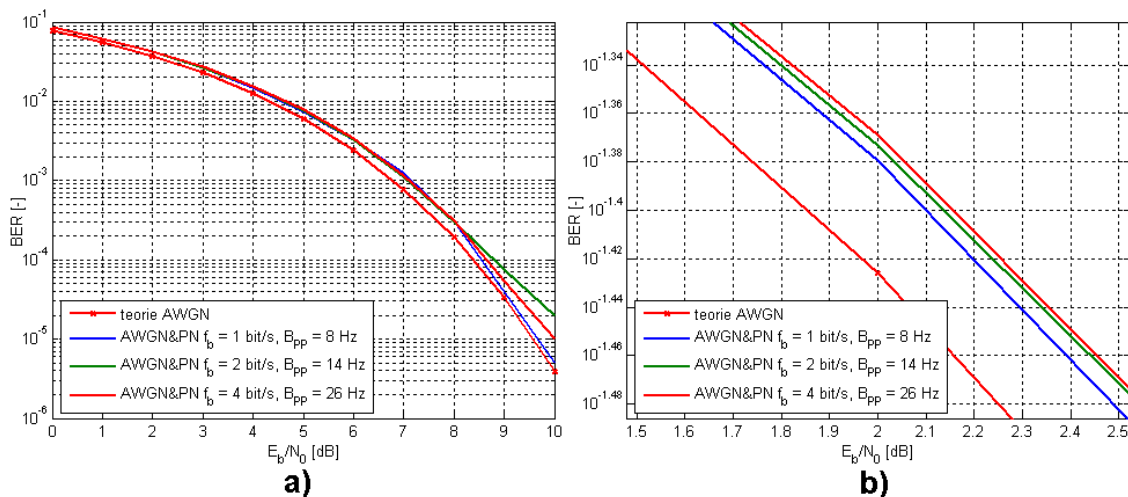
Po vzoru simulací z kapitoly 8 je i zde provedeno vyšetření vlivu změny přenosové rychlosti  $f_b$  vstupní datové posloupnosti na velikost chybovosti přenosu BER. Konkrétní nastavení modelu je uvedeno v Tab. 9.8. Výsledky simulací jsou na Obr. 9.15. Je přenášeno horní postranní pásmo USB. Pro nastavenou přenosovou rychlost je vybrán vždy nejmenší použitelný filtr (splňuje podmínku  $B_{PP}/2 > 3f_b$ , viz kapitola 8.2.4).

**Tab. 9.8.** Parametry modelu pro simulace závislosti BER =  $f(f_b)$ .

| $f_{sam}$<br>Hz | $f_V$<br>Hz | $f_b$<br>bit/s | CSF<br>% | TIME<br>hod | Nbit*<br>bitů | $B_{pp}$<br>Hz | NPP**<br>- | T***<br>min |
|-----------------|-------------|----------------|----------|-------------|---------------|----------------|------------|-------------|
| 256             | 32          | 1              | 0        | 56          | 200480        | 8              | 256        | 135         |
| 256             | 32          | 2              | 0        | 28          | 201040        | 14             | 256        | 52          |
| 256             | 32          | 4              | 0        | 14          | 201264        | 26             | 256        | 22          |

\* Nbit – počet simulovaných bitů, \*\* NPP – řád přijímacího filtru,

\*\*\* T – skutečná doba simulace v prostředí Matlab


**Obr. 9.15.** Vliv bitové rychlosti  $f_b$  na chybovost přenosu BER (pro parametry viz Tab. 9.8), a) celý průběh, b) detail průběhu.

Opět se potvrdil předpoklad, kdy, při zachování výkonů šumových zdrojů systému, zvyšování přenosové rychlosti způsobuje nárůst chybovosti. Ten je ovšem poměrně malý, jak ukazuje detail na Obr. 9.15 b). Důvodem je malý vliv filtrace na velikost výkonu multiplikativního šumu. Významnou roli také hraje necitlivost BPSK demodulátoru na kvadratickou složku přijatého signálu, ve které jsou situovány nežádoucí fázové fluktuace zdrojů nosných vln.

#### 9.4.3 Srovnání chybovosti přenosu BER pro různé frekvence subnosné vlny $f_V$

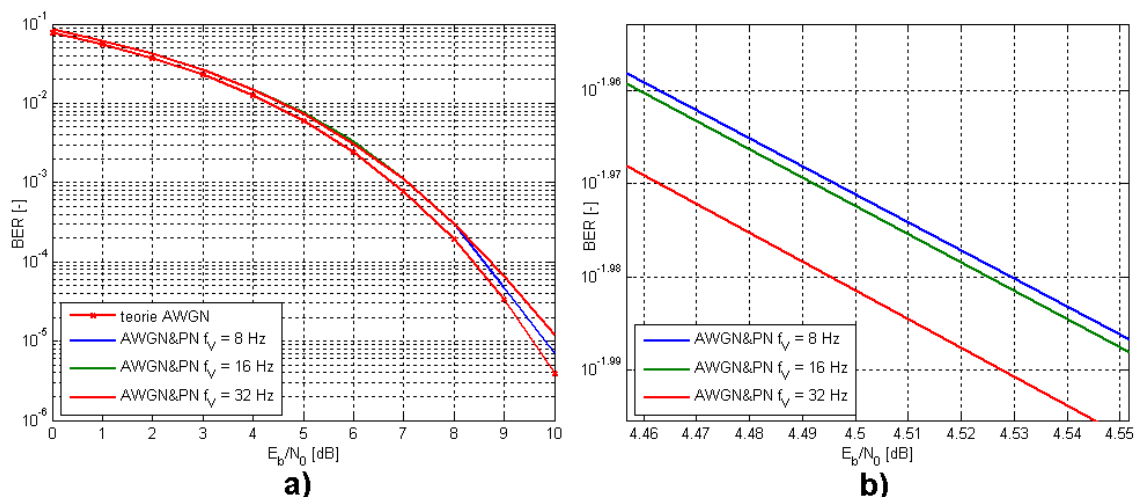
Další důležitou oblastí výzkumu je zjištění vlivu změny frekvence subnosné vlny  $f_V$  na chybovost přenosu BER. Předpokládá se, že se zvětšujícím se ofsetem subnosné vlny bude klesat výkon multiplikativního šumu v oblasti užitečného signálu. Konkrétní nastavení modelu je uvedeno v Tab. 9.9. Výsledky simulací jsou na Obr. 9.16. Je přenášeno horní postranní pásmo USB.

**Tab. 9.9.** Parametry modelu pro simulace závislosti BER =  $f(f_V)$ .

| $f_{sam}$<br>Hz | $f_V$<br>Hz | $f_b$<br>bit/s | CSF<br>% | TIME<br>hod | Nbit*<br>bitů | $B_{pp}$<br>Hz | NPP**<br>- | T***<br>min |
|-----------------|-------------|----------------|----------|-------------|---------------|----------------|------------|-------------|
| 64              | 8           | 1              | 0        | 56          | 200480        | 10             | 64         | 16          |
| 128             | 16          | 1              | 0        | 56          | 200480        | 10             | 128        | 45          |
| 256             | 32          | 1              | 0        | 56          | 200480        | 10             | 256        | 135         |

\* Nbit – počet simulovaných bitů, \*\* NPP – řád přijímacího filtru,

\*\*\* T – skutečná doba simulace



**Obr. 9.16.** Vliv změny frekvence subnosné vlny  $f_v$  na chybovost přenosu BER (pro parametry viz Tab. 9.9), a) celý průběh, b) detail průběhu.

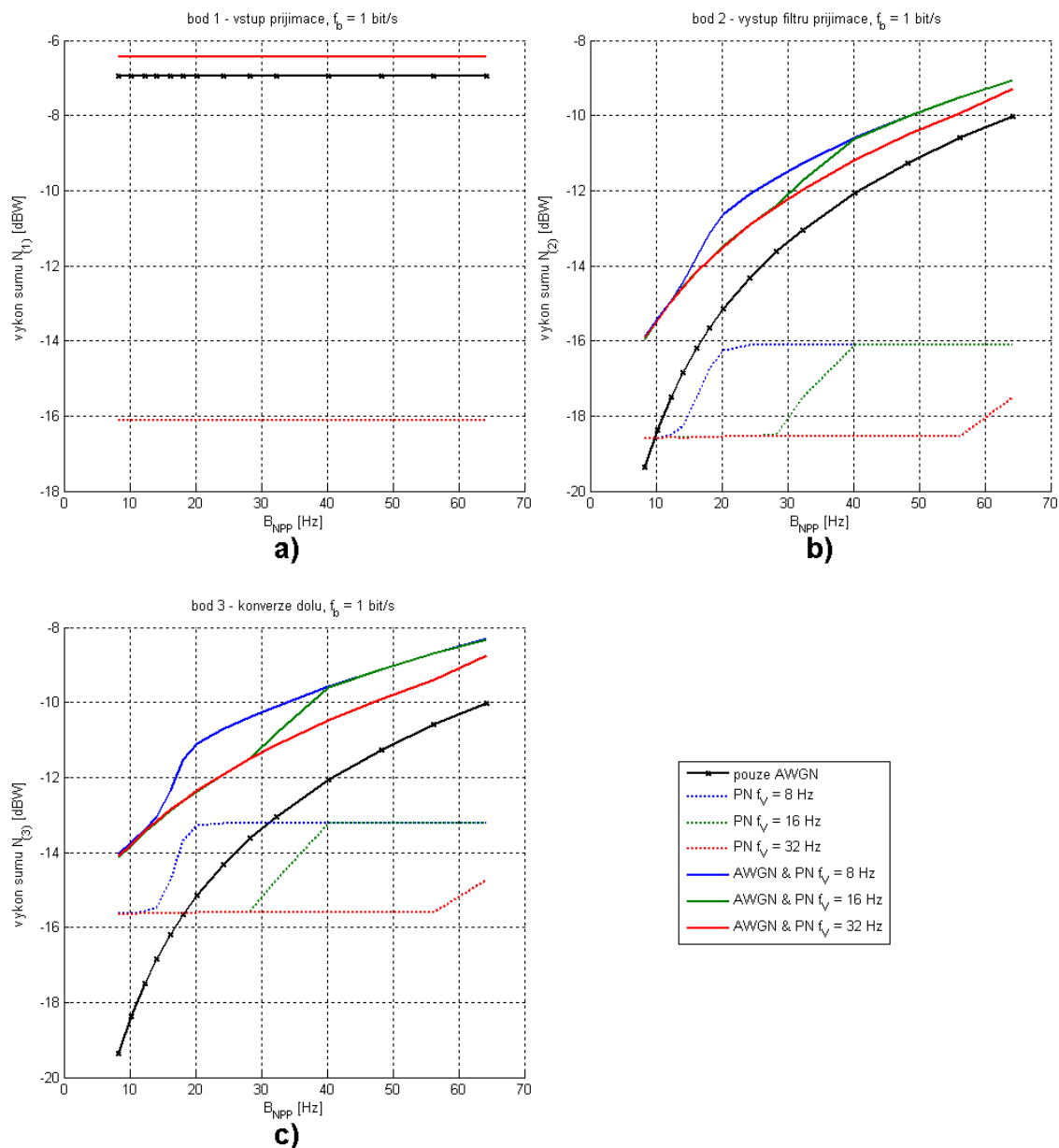
Výsledky simulací opět potvrzují výše vyslovenou hypotézu. Rostoucí frekvence subnosné vlny posunuje užitečný signál dále od hlavní nosné vlny, kde se výkon jejího fázového šumu zmenšuje. Zmenšuje se tedy i celkový výkon multiplikativního šumu v užitečném pásmu, který odpovídá menší efektivní fázové chybě. To podle vztahu (8.66) vede na menší chybovost. Jak ukazuje Obr. 9.11 a hodnoty v Tab. 9.5, je změna šumového výkonu velmi malá a tedy změna chybovosti je v Obr. 9.16 a) nepostřehnutelná. V detailu na Obr. 9.16 b) je ovšem popsán trend zřejmý.

#### 9.4.4 Srovnání výkonů šumů pro různé frekvence subnosné vlny $f_v$

Vliv změny frekvence subnosné vlny je také vhodné ukázat na výkonech šumů ve významných bodech systému. Parametry šumových zdrojů systému jsou zachovány stejně, jak je uvedeno v kapitole 9.3. Bitová rychlost vstupní datové posloupnosti  $f_b = 1$  bit/s, vzorkovací frekvence  $f_{sam} = 128$  Hz. Jsou zvoleny tři hodnoty frekvence subnosné vlny  $f_v$  – 8 Hz, 16 Hz a 32 Hz. Vstupní filtry modelu přijímače jsou řádu  $N = 128$  a mají následující šířky pásma  $B_{pp}$  – 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 20, 24, 28 a 32 Hz. Potlačení hlavní nosné vlny je nastaveno na  $CSF = 40$  %.

Velikosti šířek pásma vstupních filtrů přijímače byly záměrně zvoleny tak, aby vyfiltrované pásmo užitečného signálu obsahovalo i částečně potlačenou hlavní nosnou vlnu. Na vstupu přijímače (viz Obr. 9.17 a)) nezáleží na velikosti frekvenčního offsetu subnosné vlny, šumové výkony jsou stejné. Rozdíly nastávají až po pásmové filtraci, viz Obr. 9.17 b). S rostoucí šířkou pásma přijímacího filtru narůstá i výkon multiplikativního šumu (a také výkon výsledného šumu, závisí na  $E_b/N_0$ ), ale rychlost jeho růstu závisí právě na velikosti frekvence subnosné vlny  $f_v$ . Pro velmi malé šířky pásma je rozdíl výkonů multiplikativního šumu v závislosti na  $f_v$  velmi malý. S rostoucí šířkou pásma narůstá výkon šumu z důvodu přibližování k subnosné vlně s frekvencí  $f_v = 8$  Hz (modrá tečkovaná křivka). V případě  $f_v = 16$  Hz a  $f_v = 32$  Hz je šumový výkon stále minimální. Obdobně lze pokračovat pro další zvětšování šířky pásma filtru přijímače. Obr. 9.17 c) ukazuje vliv fázových fluktuací oscilátoru směřovače přijímače, které způsobí další nárůst výkonů multiplikativních šumů. Porovnáním s průběhem výkonu aditivního šumu (černá křivka v Obr. 9.17) lze opět vymežit rozsah šumových

šířek pásma filtru  $B_{NPP}$ , pro který bude v přijímací části systému převládat vliv multiplikativního šumu nad šumem aditivním.



**Obr. 9.17.** Vliv změny frekvence subnosné vlny na šumové výkony ve vybraných bodech systému pro  $CSF = 40\%$  a  $E_b/N_0 = 25$  dB, a) bod 1, b) bod 2, c) bod 3.

## 9.5 Závěr

Tato kapitola se zabývá modelováním BPSK systému na pomocné subnosné vlně, kde je jako hlavní použita amplitudová modulace v jednom postranním pásmu SSB. Výsledky simulací a teoretických výpočtů potvrzují závěry získané v kapitole 8. Obdržené závislosti se velmi dobře kryjí s teoretickými předpoklady a odpovídají výsledkům uvedeným v odborné literatuře. Odchytky a nepřesnosti jsou opět dány malou délkou vstupní datové posloupnosti, což se nejvíce projeví ve vyjádření chybovosti přenosu.

Nový přístup ve vyhodnocování vlivu aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu poskytuje informace o výkonech jednotlivých šumů a výkonech jejich kombinace. Z porovnání těchto výkonů lze opět stanovit mezní šířku pásma filtru přijímače, která ukazuje na stav, kdy je vliv obou typů šumů v systému srovnatelný. Jestliže bude šířka pásma použitého filtru v systému menší, než je určená mezní šířka pásma, v přijatém signálu má převažující vliv multiplikativní fázový šum všech oscilátorů systému. Model umožňuje zjistit, který z oscilátorů má největší podíl, a podle toho pak může být onen oscilátor nahrazen stabilnějším za účelem zlepšení šumových poměrů systému.

Velikost frekvence subnosné vlny má vliv na výkon multiplikativního šumu, který hlavní nosná vlna vnáší do pásma užitečného signálu. S rostoucím ofsetem frekvence subnosné klesá ovlivnění užitečného signálu fázovým šumem hlavní nosné vlny. Jelikož je téměř celý výkon fázového šumu hlavní nosné vlny koncentrován v jejím blízkém okolí, nemá přílišné zvyšování frekvence na zlepšení vlastností systému podstatný efekt.

S rostoucím potlačením hlavní nosné vlny klesá vliv jejího fázového šumu v pásmu užitečného signálu. Je-li hlavní nosná vlna potlačena úplně, jsou-li průběhy fázových fluktuací stejné jako pro systém s přímou modulací BPSK a je-li výkon fázového šumu subnosné vlny vysílače a přijímače velmi malý (ve srovnání s výkonem fázových fluktuací ostatních nosných), pak jsou výsledky řešení výkonů šumů BPSK/SSB-SC systému velmi blízké výsledkům uvedeným v kapitole 8 (liší se právě o výkony fázových fluktuací subnosných vln). Tato skutečnost vychází z faktu, že fázový šum nosných vlny se modulací a směřováním přenáší přímo do oblasti užitečného signálu.

Výsledky simulací chybovosti přenosu BER v závislosti na  $E_b/N_0$  opět velmi dobře odpovídají teoretickým předpokladům.

Byl proveden test vlivu šířky pásma přijímacího filtru na chybovost, který potvrdil předpoklady i tvrzení vyvozené v kapitole 8. Rostoucí šířka pásma zvětšuje výkon multiplikativního šumu procházejícího na výstup filtru. Vlivem koncentrace většiny výkonu fázových fluktuací v propustném pásmu filtru je ovšem nárůst výkonu velice pomalý a tedy i výsledné zvětšení chybovosti je velmi malé (jednotky chybných symbolů v celkovém počtu  $8 \cdot 10^5$  přenesených symbolů). Šířka pásma tedy z praktického hlediska nemá na nárůst chybovosti při působení fázového šumu vliv.

Zvětšení přenosové rychlosti vstupní datové posloupnosti, stejně jako v kapitole 8, znamená zvětšení chybovosti přenosu. Vlivem robustnosti BPSK modulace a minimálního vlivu filtrace na fázový šum je ovšem nárůst chybovosti také velmi malý, v praktickém ohledu zanedbatelný.

Simulace vlivu velikosti ofsetu frekvence subnosné vlny na chybovost přenosu potvrdila předpoklady vyplývající z průběhů šumových výkonů. Rostoucí frekvence subnosné vlny způsobí vzdálení užitečného signálu z dosahu postranních pásem fázového šumu hlavní nosné vlny, což se projeví v poklesu výkonu multiplikativního šumu v užitečném pásmu. To má za následek snížení chybovosti. Úbytek výkonu vlivem zvětšení frekvence subnosné vlny je poměrně malý, což je způsobeno koncentrací téměř celého výkonu fázového šumu hlavní nosné vlny v jejím blízkém okolí. Z toho také vyplývá, že i změna chybovosti je malá (v praxi zanedbatelná ve srovnání s klasickou chybovostí aditivního šumu).

## 10 Závěry

Dizertační práce pojednává o problematice šumů v úzkopásmových družicových komunikačních systémech určených pro přenos telemetrických dat pomalými přenosovými rychlostmi. Pozornost je věnována současnému působení aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu. Aditivní tepelný šum je produkován v komunikačním kanále a v přijímací části systému, zatímco multiplikativní fázový šum je generován ve všech oscilátorech systému. Využití moderních konstrukčních technologií a uspořádání přijímací části družicového komunikačního řetězce umožňuje minimalizovat vliv aditivního tepelného šumu. Otázkou je, jak se projeví multiplikativní fázový šum. Hlavními cíli dizertační práce jsou kvantitativní popis působení fázového šumu v komunikačním řetězci při snižující se šířce pásma přijímacího filtru a vyhodnocení vlivu frekvenčního offsetu subnosné vlny na celkové šumové poměry v systému. Práci lze rozčlenit do čtyř hlavních celků.

Úvodní část práce se zabývá současným stavem řešené problematiky tak, jak je popsán v odborné literatuře. První celek (rozložený do kapitol 4 a 5) samostatně popisuje způsoby modelování fázového a aditivního šumu. Pro modelování fázového šumu byla v prostředí Matlab vytvořena procedura, která ze zadaných hodnot fázového šumu na příslušných ofsetových kmitočtech ve frekvenční oblasti vytvoří časový průběh odpovídajících fázových fluktuací. Ty pak slouží pro degradaci reálného signálu v základním pásmu případně komplexní obálky pásmového signálu. Součástí kapitoly je také ověření správnosti generace fázového šumu pomocí vyhodnocení Allanových variancí v časové oblasti. Aditivní tepelný šum přijímací části systému je po přepočtu modelován jako šum komunikačního kanálu prostřednictvím AWGN.

Druhý celek (kapitola 6) popisuje modelování jednoduchého komunikačního systému v systémovém prostředí Ansoft Designer, kterým je přenášen nízkofrekvenční harmonický signál. Je zde uveden a ověřen způsob správného modelování pásmových signálů v základním pásmu včetně zakomponování jednotlivých šumů. Tato kapitola na velmi jednoduchém příkladě prezentuje nový přístup v řešení problematiky současného působení obou typů šumů v komunikačním systému. V modelu jsou počítány výkony šumů – při samotném působení aditivního šumu, při samotném působení multiplikativního šumu a nakonec při jejich současném působení. Šumové výkony jsou vyneseny v závislosti na šumové šířce pásma filtru přijímače. Na základě jejich porovnání lze stanovit mezní šumovou šířku pásma filtru, pro kterou dochází při daném nastavení systému k vyrovnání vlivu aditivního a multiplikativního šumu. Toto je stěžejním výstupem, kdy je možné podle mezní šumové šířky pásma stanovit, zda v přijatém signálu převládá vliv multiplikativního fázového šumu nebo vliv aditivního tepelného šumu.

U simulačního prostředí Ansoft Designer byly zjištěny zásadní nedostatky v možnostech modelování fázového šumu oscilátorů, a proto byly veškeré další modely kompletně vytvořeny v prostředí Matlab.

Třetí celek (kapitola 8) využívá nově zavedený přístup na řešení obecného digitálního systému, u kterého jsou uživatelská data přímo modulována prostřednictvím M-PSK na hlavní vysokofrekvenční vlnu. Čtvrtý celek (kapitola 9) pak obdobně řeší BPSK modulaci na pomocnou nízkofrekvenční subnosnou vlnu, která je následně modulována pomocí SSB na hlavní vysokofrekvenční nosnou vlnu. V obou případech jsou vyšetřovány výkony šumů ve vybraných místech přijímací části systému. Pro hodnocení kvality systému je vyjádřena chybovost přenosu BER. V kapitole 9 je navíc zkoumáno, jak jsou tyto parametry ovlivněny frekvencí subnosné vlny a mírou potlačení hlavní nosné vlny. Z výsledků obou celků lze vyvodit následující obecné hodnocení. Výkon aditivního tepelného šumu klesá lineárně s klesající šumovou šířkou pásma filtru přijímače, zatímco téměř celý výkon fázového šumu je vždy soustředěn v pásmu užitečného signálu a spadá tudíž do propustného pásma přijímacího filtru. Jeho šumová šířka pásma tedy na velikost výkonu procházejícího fázového šumu nemá podstatný vliv. Rostoucí velikost výkonu multiplikativního šumu po průchodu systémem způsobuje nárůst chybovosti přenosu BER. Chybovost přenosu při daných výkonech šumů (především multiplikativních) také roste s rostoucí přenosovou rychlostí uživatelských dat, se zmenšující se frekvencí subnosné vlny a s klesající mírou potlačení hlavní nosné vlny. Velikosti změn úzce souvisí s tvarem SSB průběhů fázových šumů. Jelikož se v obecném systému vyskytuje několik zdrojů fázového šumu a v chybovosti přenosu se promítnou i další parametry, není v podstatě možné analyticky vyjádřit obecné vztahy pro postihnutí vlivu všech těchto parametrů. K tomuto účelu právě slouží vytvořené modely umožňující rychlé zhodnocení jejich působení. Výhodou popsaného modelu je možnost velmi rychlé a jednoduché implementace fázových šumů reálných oscilátorů (získaných např. měřením ve frekvenční oblasti). Je tak možné popsat chování skutečných systémů, které jsou degradovány jak klasickým aditivním tepelným šumem, tak i multiplikativním fázovým šumem. Výsledky modelování umožňují zjistit, které oscilátory a jakou mírou svým fázovým šumem ovlivňují chování systému, a zda je možné jejich optimalizací vylepšit šumové poměry, a tedy i kvalitu celého systému. Modely mají vysokou míru variability, která umožňuje popisovat nejen dvoustavové BPSK družicové systémy (primární určení), ale také systémy s vícestavovou fázovou modulací s obecným uplatněním.

Dizertační práce prezentuje nový přístup pro vyšetřování vlivu vzájemného působení aditivního tepelného šumu a multiplikativního fázového šumu. Tento přístup je společně s vyvinutým algoritmem generace fázového šumu (kapitola 4) využit v obecných modelech komunikačních systémů s fázovým klíčováním (kapitoly 8 a 9). Získané výsledky a vyvozené závěry v plném rozsahu potvrzují hypotézy a zodpovídají otázky položené v cílech dizertace.

## Literatura

- [1] LEE, T. H., HAJIMIRI, A., ODYNIEC, M. *RF and Microwave Oscillator Design*. London: Artech House Publishers, 2002. 416 pages. ISBN 1580533205. (Chapter 3.: Linearity, Time Variation, and Oscillator Phase Noise.)
- [2] RILEY, W. J. *Handbook of Frequency Stability Analysis*. Beaufort: Hamilton Technical Services, 2007 [cit. 28. 12. 2010]. Dostupné z: <<http://www.stable32.com/Handbook.pdf>>.
- [3] HAJIMIRI, A., LEE, T. H. A General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. February 1998, vol. 33, no. 2, p. 179 – 194.
- [4] PETTAI, R. *Noise in Receiving Systems*. New York: Wiley-Interscience, 1984. 296 pages. ISBN 0471892351.
- [5] LEE, T. H., HAJIMIRI, A. Oscillator Phase Noise: A Tutorial. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. March 2000, vol. 35, no. 3, p. 326 – 336.
- [6] HOWE, D. A., ALLAN, D. W., BARNES, J. A. *Properties of Oscillator Signals and Measurement Methods*. NIST, Boulder, Colorado. [cit. 28. 12. 2010]. Dostupné z: <<http://tf.nist.gov/phase/Properties/main.htm>>.
- [7] MUKHERJEE, J. General Non Linear Perturbation Model of Phase Noise in LC Oscillators. [Dissertation thesis]. Ohio: The Ohio State University, 2006.
- [8] DEMIR, A., MEHROTRA, A., ROYCHOWDHURY, J. Phase Noise in Oscillators: A Unifying Theory and Numerical Methods for Characterization. *IEEE Transactions on Circuits and Systems – I*. May 2000, vol. 47, no. 5, p. 655 – 674.
- [9] BARAN, O., KASAL, M. Oscillator Phase Noise Models. In *Proceedings of the 18th International Conference Radioelektronika 2008*. Praha 2008. s. 115-118. ISBN: 978-1-4244-2087-2.
- [10] ALLAN, D. W., ASHBY, N., HODGE, C. C. The Science of Timekeeping. Hewlett Packard Application Note 1289. USA, June 1997 [cit. 28. 12. 2010]. Dostupné z: <[http://www.allanstime.com/Publications/DWA/Science\\_Timekeeping/TheScienceOfTimekeeping.pdf](http://www.allanstime.com/Publications/DWA/Science_Timekeeping/TheScienceOfTimekeeping.pdf)>.
- [11] ALLAN, D. W. Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. November 1987, vol. UFFC-34, no. 6, p. 647 – 654.
- [12] ALLAN, D. W., BARNES, J. A. A Modified “Allan Variance” with Increased Oscillator Characterization Ability. In *Proceedings of the 35th Annual Frequency Control Symposium 1981*. New Jersey: Fort Monmouth, 1981, p. 470 – 474.
- [13] LESAGE, P., AYI, T. Characterization of Frequency Stability: Analysis of the Modified Allan Variance and Properties of Its Estimate. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. December 1984, vol. IM-33, no. 4, p. 332-336.
- [14] GREENHALL, C. A. Does Allan Variance Determine the Spectrum? In *Proceedings of the IEEE International Frequency Control Symposium 1997*. Orlando, 1997, p. 358 – 365.
- [15] GREENHALL, C. A. Spectral Ambiguity of Allan Variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. June 1998, vol. 47, no. 3, p. 623 – 627.
- [16] HOWE, D. A., CHANG, K. *Encyclopedia of RF and Microwave Engineering*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2005. ISBN 0-471-27053-9. (Chapter: Frequency Stability.)
- [17] STEIN, S. R. *Frequency and Time – Their Measurement and Characterization*. Precision Frequency Control, vol. 2. New York: Academic Press, 1985, p. 191 – 416.



- [18] RUBIOLA, E. Primary Calibration of AM and PM Noise Measurements. Besancon, France: FEMTO-ST Institute, CNRS and Université de Franche Comté, 2008.
- [19] WOLF, J. Phase Noise Measurements with Spectrum Analyzers of the FSE family. Rohde & Schwarz Application Note 1EPAN 16E, 1995.
- [20] VÁGNER, P. Metody měření fázového šumu a stability zdrojů signálu. *Elektrorevue*, 2006. Dostupné z: <<http://www.elektrorevue.cz/>>.
- [21] BAR-GUY, A. Oscillator phase noise model. Matlab Central, An open exchange for the Matlab and Simulink user community. [cit. 28. 12. 2010]. Dostupné z: <<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8844>>.
- [22] BARAN, O., KASAL, M. Allan variances calculation and simulation. In *Proceedings of 19th International Conference Radioelektronika 2009*. Brno: MJ Servis, 2009. s. 187-190. ISBN: 978-80-214-3865-1.
- [23] BARAN, O., KASAL, M. Study of Oscillators Frequency Stability in Satellite Communication Links. In *Proceedings of 4th International Conference on Recent Advances in Space Technologies RAST 2009*. Istanbul: 2009. s. 535-540. ISBN: 978-1-4244-3626-2.
- [24] BARAN, O., KASAL, M. Modeling of the Phase Noise in Space Communication Systems. *Radioengineering*, 2010, roč. 19, č. 1, s. 141-148. ISSN 1210- 2512.
- [25] VASILESCU, G. *Electronic Noise and Interfering Signals: Principals and Applications*. Berlin: Springer, 2005. 728 pages. ISBN 3540407413.
- [26] CHANG, K. *Encyclopedia of RF and Microwave Engineering*. New Jersey: John Willey & Sons, 2005. ISBN 0-471-27053-9.
- [27] KASAL, M. *Směrové a družicové spoje*. Skripta k přednáškám. Brno: MJ Servis, 2003. ISBN 80-214-2288-2.
- [28] PROAKIS, J. G. *Digital Communications* (4<sup>th</sup> Edition). New York: McGraw-Hill, 2000. p. 1024. ISBN 0-07-232111-3.
- [29] MEYR, H., MOENECLAHEY, C., FECHTEL, S. A. *Digital Communication Receivers: Synchronization, Channel Estimation and Signal Processing*. New Jersey: John Willey & Sons, 1998. ISBN 0-471-20057-3
- [30] BARAN, O., KASAL, M. Modeling of the Simultaneous Influence of the Thermal Noise and the Phase Noise in Space Communication Systems. *Radioengineering*, 2010, roč. 19, č. 4, s. 618-626. ISSN: 1210- 2512.
- [31] ROBINS, W. P. *Phase Noise in Signal Sources*. London: Peter Peregrinus Ltd, 2007. ISBN 987-0-86341-026-0.
- [32] MARTIN, W., L., NGUYEN, T., M. CCSDS – SFCG Efficient Modulation Methods Study, A Comparison of Modulation Schemes, Phase 1: Bandwidth Utilization. SF-13/40/D, September 1993.
- [33] ŠPAČEK, J., KASAL, M. The low rate telemetry transmission simulator. *Radioengineering*, December 2007, Vol. 16, Num. 4, p. 24-31. ISSN 1210-2512.
- [34] PROKEŠ, A. *Komunikační systémy*. Skripta FEKT VUT Brno, 2005.
- [35] Ansoft Designer/Nexxim, version 3.0.0, 2006. Ansoft Designer System Simulator Help.
- [36] BANERJEE, D. *PLL Performance, Simulation, and Design*, 4<sup>th</sup> Edition. August 2006, [cit. 29. 12. 2010]. Dostupné z: <<http://www.national.com/appinfo/wireless/files/deansbook4.pdf>>.
- [37] ESTERLINE, J. Phase Noise: Theory versus Practicality. *Microwave Journal*, April 2008, Vol. 51, Num. 4, p. 72. [cit. 29. 12. 2010]. Dostupné z: <[http://www.mwjjournal.com/Journal/Phase\\_Noise\\_Theory\\_versus\\_Practicality/AR\\_5639/](http://www.mwjjournal.com/Journal/Phase_Noise_Theory_versus_Practicality/AR_5639/)>.
- [38] ACSYeS Communications, Inc. The Effect of Phase Noise on the Bit Error Rate Performance of BPSK. [cit. 29. 12. 2010]. Dostupné z: <[http://acsyes.com/Literature/PN\\_BPSK.pdf](http://acsyes.com/Literature/PN_BPSK.pdf)>.
- [39] KASAL, M. *Frekvenční syntéza v komunikačních systémech - Experimentální družice*. Vědecké spisy VUT v Brně. Brno: Vutium Brno 2005, 2005. 35 s. ISBN: 80-214-2982-8.

- [40] PITAKDUMRONGKIJA, B., SUZUKI, H., SUYAMA, S., FUKAWA, K. Coded Single-Sideband QPSK and Its Turbo Detection for Mobile Communication Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, January 2008, Vol. 57, Num. 1, p. 311-323. ISSN 0018-9545.

## Seznam zkratek a symbolů

|      |                                                                      |           |                                                                           |
|------|----------------------------------------------------------------------|-----------|---------------------------------------------------------------------------|
| AWGN | aditivní bílý Gaussovský šum (Additive White Gaussian Noise)         | RRC filtr | filtr s impulsní charakteristikou typu Root Raised Cosine                 |
| DP   | filtr typu dolní propust                                             | SC        | potlačená nosná vlna (Suppressed Carrier)                                 |
| DSB  | amplitudová modulace v obou postranních pásmech (Double-SideBand)    | SSB       | amplitudová modulace v jednom postranním pásmu (Single-SideBand)          |
| FIR  | filtr s konečnou impulsní charakteristikou (Finite Impulse Response) | USB       | horní postranní pásmo (Upper SideBand)                                    |
| FM   | frekvenční modulace (Frequency Modulation)                           | BER       | bitová chybovost přenosu (Bit Error Rate)                                 |
| ISF  | impulsní citlivostní funkce (Impuls Sensitivity Function)            | $B_N$     | šumová šířka pásma                                                        |
| LNA  | nízkošumový předzesilovač (Low Noise Amplifier)                      | $B_{NDP}$ | šumová šířka pásma dolní propusti                                         |
| LSB  | dolní postranní pásmo (Lower SideBand)                               | $B_{NPP}$ | šumová šířka pásma pásmové propusti                                       |
| LTI  | lineární časově invariantní (Linear Time Invariant)                  | $B_{PP}$  | šířka pásma pásmové propusti pro pokles o 3 dB                            |
| LTV  | lineární časově proměnný (Linear Time Variant)                       | CNR       | odstup nosné vlny od šumu (před demodulací)                               |
| NRZ  | kódování bez návratu k nule (Non Return to Zero)                     | CSF       | faktor potlačení nosné vlny (Carrier Suppression Factor)                  |
| PM   | fázová modulace (Phase Modulation)                                   | $E_b/N_0$ | odstup energie jednoho bitu od výkonové spektrální hustoty tepelného šumu |
| PN   | fázový šum (Phase noise)                                             | $F$       | šumový činitel                                                            |
| PP   | filtr typu pásmová propust                                           | $f_b$     | bitová rychlost                                                           |
| PSK  | fázové klíčování (Phase Shift Keying)                                | $f_m$     | ofsetová frekvence SSB průběhu fázového šumu                              |
| RC   | částečně potlačená nosná vlna (Residual Carrier)                     | $f_s$     | symbolová rychlost                                                        |

|                       |                                                                                       |                    |                                                            |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|------------------------------------------------------------|
| $f_{sam}$             | vzorkovací frekvence modelu                                                           | $SNR$              | odstup signálu od šumu (po demodulaci)                     |
| $J_{RMS}$             | efektivní fázová chyba                                                                | $T$                | ekvivalentní šumová teplota                                |
| $k$                   | Boltzmannova konstanta<br>( $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ) | $T_0$              | termodynamická teplota<br>(obvykle $T_0 = 290 \text{ K}$ ) |
| $L(f_m)$              | průběh fázového šumu (ve frekvenční oblasti)                                          | $T_S$              | systémová šumová teplota                                   |
| $Mod\sigma_y^2(\tau)$ | průběh modifikovaných Allanových variancí                                             | $\Delta f$         | minimální ofsetová frekvence                               |
| $N_0$                 | výkonová spektrální hustota tepelného šumu                                            | $\sigma_y^2(\tau)$ | průběh Allanových variancí                                 |
|                       |                                                                                       | $\psi(t)$          | průběh fázových fluktuací<br>(v časové oblasti)            |

## Seznam příloh

Příloha 1: Obsah přiloženého CD

Příloha 2: Vzhled jednoduchého modelu v prostředí Ansoft Designer

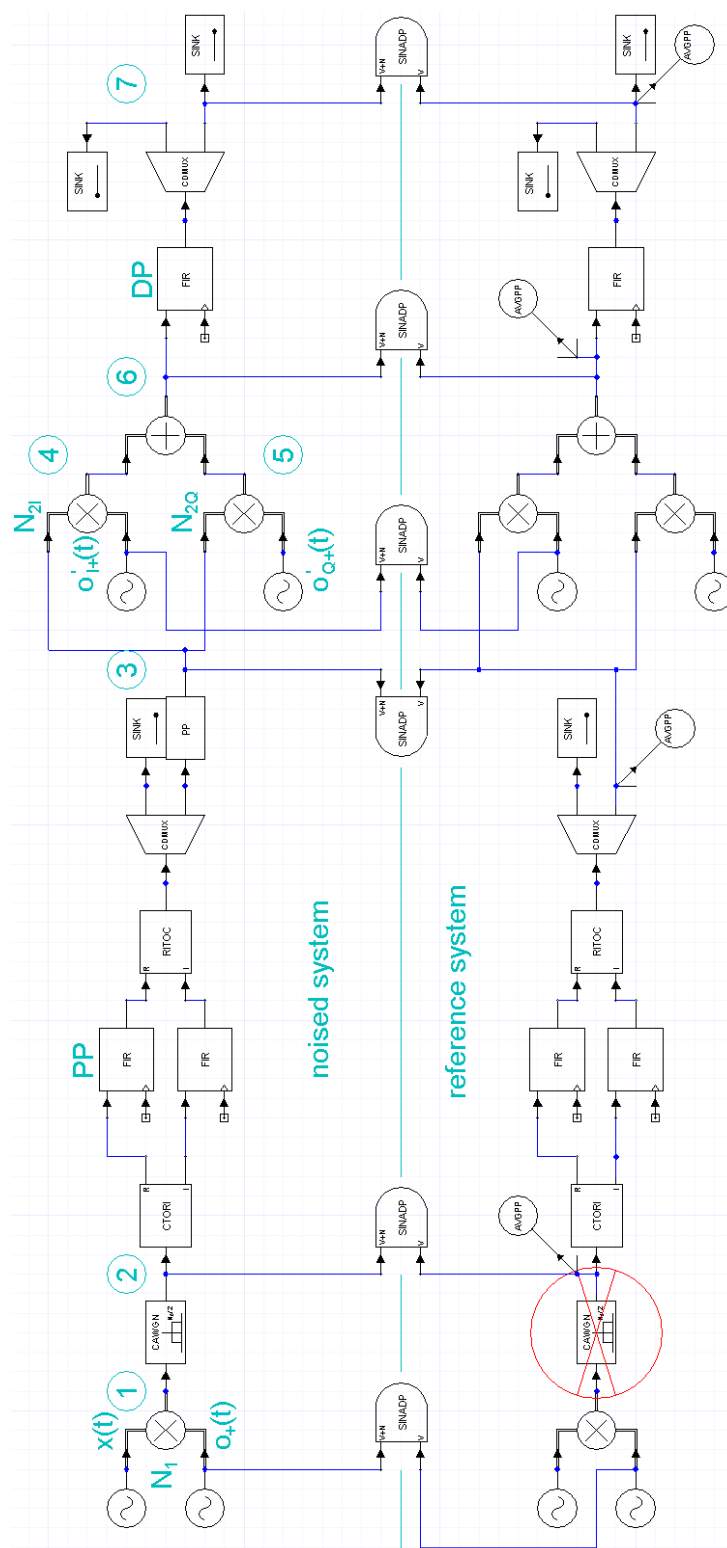
Příloha 3: Popis skriptů a funkcí modelů digitálních komunikačních systémů

## Příloha 1: Obsah přiloženého CD

Disk CD přiložený k dizertační práci obsahuje následující položky:

- dokument dizertační práce
- výchozí model jednoduchého komunikačního systému vytvořený v prostředí Ansoft Designer, verze 3 (složka „Model Ansoft Designer“)
- model digitálního komunikačního systému M-PSK – skripty a funkce pro prostředí Matlab, výsledky simulací (složka „MPSK system Matlab“)
- model digitálního komunikačního systému BPSK/SSB – skripty a funkce pro prostředí Matlab, výsledky simulací (složka „SSB system Matlab“)

## Příloha 2: Vzhled jednoduchého modelu v prostředí Ansoft Designer



Funkce a použití jednotlivých bloků modelu jsou uvedeny v helpu programu Ansoft Designer, viz [35].

Pro usnadnění práce s modelem byly zavedeny následující globální proměnné:

**\$fx**

frekvence modulačního signálu  $x(t)$

**\$fo**

frekvence oscilátorů modulátoru  $o_+(t)$  a demodulátoru  $o'_+(t)$

**\$T**

doba simulace v sekundách

**\$fsam**

vzorkovací frekvence modelu

**\$delay**

parametr definující zpoždění signálu způsobené přijímacím filtrem PP

**\$SNR**

odstup  $SNR$ , parametr definující vlastnosti bloku AWGN kanálu (CAWGN)

**\$noiseon**

parametr pro snadné ovládání generace fázového šumu oscilátorů,  $\text{noiseon} = 0 \rightarrow$  signály oscilátorů jsou ideální,  $\text{noiseon} = 1 \rightarrow$  signály oscilátorů jsou degradovány fázovým šumem



## Příloha 3: Popis skriptů a funkcí modelů digitálních komunikačních systémů

Oba modely digitálních komunikačních systémů (M-PSK i BPSK/SSB) jsou vytvořeny v prostředí Matlab (verze 2010). Pro každý model jsou naprogramovány dva hlavní skripty. V jednom se řeší výpočet výkonů šumů v závislosti na šumové šířce pásma vstupního filtru modelu přijímače. Druhý vyhodnocuje chybovost přenosu BER. V hlavním skriptu jsou vždy zadány výchozí parametry modelu, postupně jsou volány dílčí funkce, provádí se potřebné výpočty a získané výsledky jsou nakonec uloženy ve formě souboru *mat*. Ten může být kdykoli zpracován v samostatném skriptu. Model BPSK/SSB navíc zahrnuje vliv subnosné vlny a potlačení hlavní nosné vlny (narozdíl od modelu M-PSK).

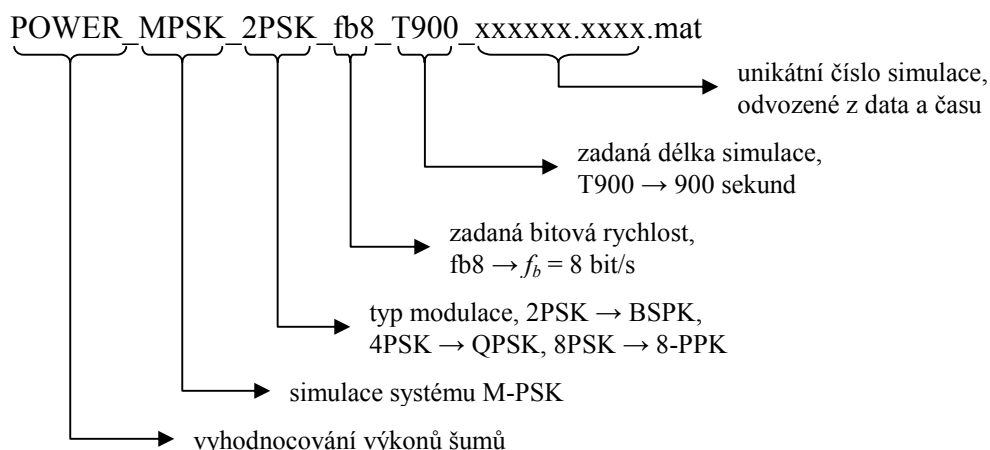
**Model M-PSK systému** (složka „MPSK system Matlab“):

**input\_output\_MPSK\_powers.m**

hlavní skript modelu pro výpočty výkonů šumů

**results\_MPSK\_powers.m**

skript vyhodnocující výsledky simulace, výpis výsledků na obrazovku v okně Command Window, vykreslení grafických závislostí; data jsou skriptem importována prostřednictvím příkazu *load* ze souboru *mat*, který má následující formát:



**input\_output\_MPSK\_BER.m**

hlavní skript modelu pro simulace chybovosti BER

**results\_MPSK\_BER.m**

skript vyhodnocující výsledky simulace, výpis výsledků na obrazovku v okně Command Window, vykreslení grafických závislostí; data jsou skriptem importována prostřednictvím příkazu *load* ze souboru *mat*, který má následující formát:

BER\_MPSK\_2PSK\_fb8\_T100000\_xxxxxx.xxxx.mat

Význam jednotlivých symbolů v názvu souboru je totožný jako v předchozím případě, pouze se jedná o vyšetřování chybovosti přenosu BER.

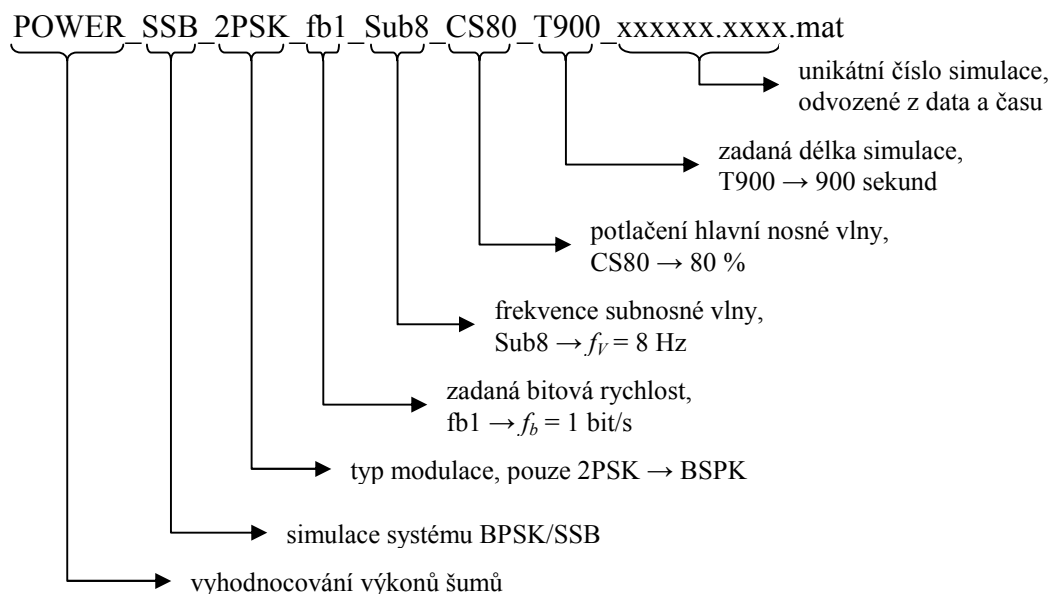
**Model BPSK/SSB systému** (složka „SSB system Matlab“):

input\_output\_SSB\_powers.m

hlavní skript modelu pro výpočty výkonů šumů

results\_SSB\_powers.m

skript vyhodnocující výsledky simulace, výpis výsledků na obrazovku v okně Command Window, vykreslení grafických závislostí; data jsou skriptem importována prostřednictvím příkazu *load* ze souboru *mat*, který má následující formát:



input\_output\_SSB\_BER.m

hlavní skript modelu pro simulace chybovosti BER

results\_SSB\_BER.m

skript vyhodnocující výsledky simulace, výpis výsledků na obrazovku v okně Command Window, vykreslení grafických závislostí; data jsou skriptem importována prostřednictvím příkazu *load* ze souboru *mat*, který má následující formát:

BER\_SSB\_2PSK\_fb1\_Sub16\_CS0\_T1008000\_xxxxxx.xxxx.mat

Význam jednotlivých symbolů v názvu souboru je totožný jako v předchozím případě, pouze se jedná o vyšetřování chybovosti přenosu BER.

Detailní funkce programu je zřejmá z komentářů uvedených přímo v jednotlivých skriptech.

V programu jsou volány jak vlastní funkce Matlabu, tak nově vytvořené funkce. Jejich výčet a popis jejich základního významu je následující (v pořadí jak jsou v programu nejčastěji volány):

**MPSKmodulation.m**

mapování bitů na symboly a M-PSK modulace v základním pásmu

**RRCFtrans.m**

RRC filtrace – tvarování symbolů ve vysílači

**PhaseNoiseAdd.m**

vytvoření časového průběhu fázových fluktuací ze zadaného frekvenčního průběhu fázového šumu

**AWGNAdd.m**

přidání aditivního tepelného šumu komunikačního kanálu k užitečnému přenášenému signálu

**RECFilter.m**

filtrace přijatého signálu v pásmovém filtru přijímače

**RRCFrec.m**

RRC filtrace – přizpůsobený filtr na přijímací straně

**MPSKdemodulation.m**

M-PSK demodulace v základním pásmu

**demaping.m**

mapování M-PSK symbolů zpět na jednotlivé bity

**NoisePowerProbe.m**

funkce pro výpočet výkonu samotného šumu

# Curriculum Vitae

## Osobní údaje:

Jméno: Ondřej Baran  
Datum narození: 26. 5. 1983  
Adresa: Dobrá 47, 739 51 Dobrá  
E-mail: xbaran03@stud.feec.vutbr.cz

## Vzdělání:

- 2007 – 2011 Doktorský studijní program Elektronika a sdělovací technika, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, dizertační práce – Studium vlivů frekvenčních nestabilit oscilátorů v družicových komunikačních systémech.
- 2005 – 2007 Magisterský studijní program Elektronika a sdělovací technika, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, diplomová práce – Mezifrekvenční zesilovač s demodulátorem GMSK.
- 2002 – 2005 Bakalářský studijní program Elektronika a sdělovací technika, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně, bakalářská práce – Konvertor přijímače digitálních signálů pro pásmo UHF.

## Odborná praxe:

- 2008 – 2010 Ústav Radioelektroniky – technicko-hospodářský pracovník  
2007 Ústav Radioelektroniky – spolupráce se společností Škoda Auto

## Pedagogická praxe:

- 2008 – 2010 Výuka laboratorních cvičení předmětu „Směrové a družicové spoje“ na Ústavu Radioelektroniky.

## Jazykové znalosti:

Anglický jazyk – pokročilý  
Německý jazyk – základní znalost