

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY
INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

ADAPTIVNÍ REGULÁTOR S PRŮBĚŽNOU IDENTIFIKACÍ SOUSTAVY

ADAPTIVE CONTROLLER WITH CONTINUOUS SYSTÉM IDENTIFICATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S/MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE — Bohdan Horňan
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE — Ing. et Ing. Stanislav Lang, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2019

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

Zadání bakalářské práce

Ustav:	Ustav automatizace a informatiky
Student:	**Bohdan Horňan**
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Aplikovaná informatika a řízení
Vedoucí práce:	**Ing. et Ing. Stanislav Lang, Ph.D.**
Akademický rok:	2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Adaptivní regulátor s průběžnou identifikací soustavy

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Rešeršní část práce bude věnována metodám identifikace dynamických systémů a metodám optimalizace regulátorů. Tvůrčí část práce bude zahrnovat vytvoření regulátoru schopného adaptovat se na změny parametrů regulované soustavy. Softwarové řešení bude realizováno v prostředí Matlab & Simulink.

Cíle bakalářské práce:

Proveďte stručnou rešerši v oblasti identifikace dynamických systémů.
Proveďte stručnou rešerši v oblasti optimalizace (parametrů) regulátorů.
Realizujte identifikaci soustavy metodou nejmenších čtverců (realizujte v prostředí Matlab & Simulink). Zajistěte adaptaci parametrů regulátoru na základě výsledků identifikace (realizujte v prostředí Matlab & Simulink).

Seznam doporučené literatury:

ŠVARC, Ivan, Miloš ŠEDA a Miluše VÍTEČKOVÁ. Automatické řízení. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3491-2.

BLAHA, Petr a Petr VAVŘÍN. Řízení a regulace I: Základy regulace lineárních systémů - spojité a diskrétní. Brno: VUT FEKT, 2005.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

doc. Ing. Radomil Matoušek, Ph.D.	doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
ředitel ústavu	děkan fakulty

ABSTRAKT

Táto bakalárska práca je zameraná na problematiku adaptívnych regulátorov. Je rozdelená na dve časti: teoretickú a praktickú. Teoretická časť sa venuje identifikačným metódam dynamických systémov a metódam optimalizácie parametrov regulátorov. V praktickej časti je navrhnutý adaptívny samonastavujúci sa regulátor, ktorý je schopný sa adaptovať na zmeny parametrov regulovanej sústavy. Na zistenie prenosu regulovanej sústavy je použitá rekurzívna metóda najmenších štvorcov. Softwarové riešenie adaptívneho regulátoru je realizované v Matlabe & Simulinku.

ABSTRACT

This bachelor thesis is focused on the issue of adaptive controllers. It is divided into two parts: theoretical and practical. The theoretical part deals with identification methods of dynamic systems and methods of optimizing parameters of controllers. In the practical part is designed an adaptive self-tuning controller that is able to adapt to changes of parameters of the plant. The recursive least square method is used to determine a transfer function of the plant. Software solution of the adaptive controller is implemented in Matlab & Simulink.

KĽÚČOVÉ SLOVÁ

kvalita regulácie, optimalizácia parametrov, adaptívny regulátor, priebežná identifikácia, samonastavujúci, Matlab & Simulink

KEYWORDS

quality of regulation, optimization of parameters, adaptive controller, continuous identification, self-tuning, Matlab & Simulink

BIBLIOGRAFICKÁ CITÁCIA

HORŇAN, Bohdan *Adaptivní regulátor s průběžnou identifikací soustavy,* Brno, 2019. Bakalárska práca. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky.

POĎAKOVANIE

Týmto by som sa chcel poďakovať svojmu školiteľovi pánovi Ing. Et Ing. Stanislavovi Langovi, Ph.D. za trpezlivosť, ochotu a vedenie pri písaní tejto záverečnej práce. Ďalej by som sa chcel poďakovať svojim blízkym, obzvlášť svojim rodičom za podporu počas celého štúdia.

ČESTNÉ PREHLÁSENIE

Prehlasujem, že táto práca je mojím pôvodným dielom, spracoval som ju samostatne pod vedením pána Ing. Et Ing. Stanislava Langa, Ph.D. a s použitím literatúry uvedenej v zoznamu použitej literatúry.

V Brne dne 20. 5. 2019 ……

Bohdan Horňan

OBSAH

1 ÚVOD 15

2 IDENTIFIKÁCIA DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV 17
2.1 Fyzikálne a abstraktné modely 17
2.2 Matematický model 17
2.3 Model regulovanej sústavy 18
2.4 Identifikácia 18
2.4.1 Analytická identifikácia 18
2.4.2 Experimentálna identifikácia 18
2.4.3 Klasifikácia identifikačných metód 19
2.5 Analýza impulznej charakteristiky 20
2.6 Analýza prechodovej charakteristiky 20
2.6.1 Systémy prvého rádu 20
2.6.2 Systémy prvého rádu s dopravným oneskorením 22
2.6.3 Nekmitavé systémy druhého rádu 23
2.6.4 Identifikácia systémov vyšších rádov 23
2.7 Frekvenčná analýza 24
2.8 Korelačná analýza 25
2.9 Spektrálna analýza 26
2.10 Parametrické modely lineárnych systémov 26
2.10.1 AR Model 26
2.10.2 MA Model 26
2.10.3 ARMA Model 27
2.10.4 ARMAX Model 27
2.11 Identifikácia pomocou metódy najmenších štvorcov 27
2.12 Rekurzívna metóda najmenších štvorcov 28

3 OPTIMALIZÁCIA A NÁVRH PARAMETROV REGULÁTOROV 31
3.1 Prístupy hodnotenia kvality regulácie 31
3.2 Hodnotenie kvality regulácie cez integrálne kritériá 32
3.2.1 Lineárna regulačná plocha 33
3.2.2 Kvadratická regulačná plocha 33
3.2.3 Kritérium ITAE 33
3.3 Metóda optimálneho modulu 34
3.4 Metóda požadovaného modelu 34
3.5 Nastavovanie parametrov regulátorov podľa Zieglera a Nicholsa 35
3.6 Metóda prechodovej charakteristiky 36

4 IDENTIFIKÁCIA SYSTÉMU A NÁVRH REGULÁTORU 37
4.1 Testovací dynamický systém 37
4.2 Aproximácia systému pomocou offline metódy najmenších štvorcov 38
4.3 Aproximácia systému pomocou online metódy najmenších štvorcov 39
4.4 Nastavenie optimálnych parametrov PID regulátoru 40

5 REALIZÁCIA ADAPTÍVNEHO REGULÁTORU S PRIEBEŽNOU IDENTIFIKÁCIOU SÚSTAVY 43
5.1 Samonastavujúce sa regulátory 43
5.1.1 Implicitný samonastavujúci sa regulátor 43
5.1.2 Explicitný samonastavujúci sa regulátor 44

5.2 Návrh a realizácia adaptívneho regulátoru 44
5.3 Vývojové prostredie Matlab & Simulink 45
5.4 Simulačný model adaptívneho regulátoru 45
5.4.1 Regulovaná sústava 45
5.4.2 Regulátor 47
5.4.3 Priebežná identifikácia a výpočet parametrov regulátoru 48
5.4.4 Real Time Pacer 49
5.4.5 Vstupný signál 49
5.5 Testovanie 50
5.6 Zhodnotenie výsledkov testovania 52
6 ZÁVER 53
7 ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY 55
8 ZOZNAM SKRATIEK, SYMBOLOV, OBRÁZKOV A TABULIEK 57
9 ZOZNAM PRÍLOH 61

1 ÚVOD

Poznanie vlastností neznámeho objektu predstavuje jeden z mnohých problémov, ktoré trápi ľudstvo už od nepamäti. Tieto vlastnosti sa dajú matematicky a fyzikálne interpretovať vo forme modelov. Takto sa získa približný odhad správania reálneho systému vo forme algebraických výrazov a rovníc. V automatizačnej riadiacej technike, ale aj vo všeobecnej technickej praxi sa pomerne často stretávame s dynamickými systémami – časovo závislými procesmi, ktoré je nutné identifikovať. Tu sa naskytá veľká voľnosť pri vyberaní vhodnej metódy, ktorou bude neznámy proces identifikovaný.

Na zlepšenie vlastností chodu dynamického systému sa používa regulátor. Jeho základná úloha je odstrániť regulačnú odchýlku – rozdiel medzi požadovanou hodnotou veličiny a regulovanou veličinou. Výsledkom činnosti regulátoru je akčný zásah vo forme signálu, podľa ktorého dôjde k zmene na regulovanej sústave. Nastavením optimálnych parametrov regulátoru docielime vyregulovanie veličiny podľa voleného optimalizačného kritéria. Klasické PID regulátory, používané v drvivej väčšine odvetí priemyslu, sú postupne nahradzované novou generáciou adaptívnych regulátorov, ktorými sa dá dosiahnúť kvalitnejšia regulácia.

Táto záverečná práca je obsahovo rozdelená do deviatich častí. Po úvodnej kapitole nasledujú dve kapitoly rešerše charakteru, v ktorých sú teoreticky popísané niektoré identifikačné metódy dynamických systémov a optimalizačné postupy pri návrhu regulátoru a jeho parametrov. Štvrtá kapitola sa venuje praktickému využitiu identifikácie pomocou metódy najmenších štvorcov a metódy podľa Zieglera a Nicholsa. Výstupom tejto práce je piata kapitola, v ktorej sú využité poznatky zo štvrtej kapitoly, a je v nej navrhnutý adaptívny samonastavujúci sa regulátor. Výsledky tejto práce sú zhodnotené v šiestej kapitole, siedma obsahuje zoznam použitej literatúry, ôsma zoznam použitých skratiek, symbolov, obrázkov a tabuliek a deviata zoznam príloh. Na konci tejto záverečnej práce sú prílohy.

2 IDENTIFIKÁCIA DYNAMICKÝCH SYSTÉMOV

Realizácia a výskum automatických riadiacich systémov súčasnosti vyžaduje dôkladnú analýzu ich správania. Efektívne a optimálne výsledky riadenia dosiahneme vtedy, ak dokážeme zistiť vlastnosti riadeného systému. Všetky technické systémy v strojnom inžinierstve, elektrotechnike, medicíne, ale aj v iných moderných odvetviach, sa dajú matematicky popísať, čo môžeme využiť pre vytvorenie tzv. modelu. Z vytvoreného modelu následne dokážeme predpovedať chovanie systému na základe zistených statických a dynamických vlastností. Cieľom každého modelu je priblížiť sa reálnemu chovaniu daného procesu. [1] Vytvorenie kvalitného modelu vhodnou metódou je najdôležitejší predpoklad na úspešné riešenie daného problému.

2.1 Fyzikálne a abstraktné modely

Pri modelovaní rozlišujeme dve základné skupiny modelov: fyzikálne a abstraktné. Fyzikálne modely sú vo väčšine prípadov zmenšenou kópiou pôvodného reálneho objektu. V mnohých prípadoch je však podobnosť iba približná, alebo dokonca zámerne deformovaná. Môžu byť založené aj na inom fyzikálnom princípe, ale musia sa riadiť podobnými zákonmi. My sa budeme zaoberať abstraktným modelovaním. Pod pojmom abstraktný model rozumieme teoretický model, ktorý popisuje vzťahy medzi príčinami a dôsledkami matematickými operáciami, grafmi, tabuľkami atď.

Existuje niekoľko typov abstraktných modelov. Medzi základné typy patria intuitívne modely, modely vo forme grafov, prípadne tabuliek a matematické modely.

Intuitívne modely sú vo forme slovného popisu. Ide o najprimitívnejší typ modelu, ktorý je v technickej praxi a pri zložitejších systémoch takmer nepoužiteľný.

Modely vo forme grafov predstavujú grafický typ modelu. Medzi najznámejšie grafické modely patria logaritmická alebo frekvenčná charakteristika. [2]

2.2 Matematický model

Matematický model je abstraktný model, ktorý používa matematické vzťahy na objektívne znázornenie a opísanie správania reálneho systému. Je popísaný sústavou diferenciálnych, algebraických, diferenčných alebo iných rovníc. Každý reálny objekt má mnoho vlastností, ktoré z neho vytvárajú komplexný problém. Tento model je príliš zložitý na modelovanie. Zhoda medzi modelom a reálnym procesom je takmer nemožná. Preto predpokladáme, že model obsahuje len malú časť vlastností, ktoré reálne ovplyvňujú objekt. Nezahrnuté vlastnosti zanedbávame za predpokladu, že ich vplyvy sú zanedbateľne malé a nemajú významný vplyv na výsledok modelovania. Zložitosť volíme podľa toho, aby sme dokázali vystihovať správne statické a dynamické charakteristiky procesu.

2.3 Model regulovanej sústavy

Reálnu regulovanú sústavu nahradzujeme matematickým modelom. Hľadáme takú funkciu, ktorá popisuje chovanie výstupu sústavy $y(t)$ ako funkciu akčnej veličiny $u(t)$ a merateľných porúch $u(t)$, ktoré pôsobia na regulovanú sústavu: [1]

$$y(t) = f(u(t), v(t), t) \tag{1}$$

Okrem merateľných porúch pôsobia na sústavu aj nemerateľné vplyvy okolia, tzv. stochastické vplyvy. Tieto náhodné vplyvy označíme η. Zahrnutím týchto vplyvov upravíme vzťah (1) na: [1]

$$y(t) = f(u(t), v(t), t) + \eta(t) \tag{2}$$

Týmto vzťahom popisujeme model regulovanej sústavy so statickým chovaním. Nelineárne regulované sústavy s dynamickým chovaním nahradzujeme modelom popísaným diferenciálnymi rovnicami, ktoré zapisujeme v tvare stavových rovníc. [3]

2.4 Identifikácia

Získanie matematického modelu reálneho objektu sa nazýva identifikácia. Lofti A. Zadeh definuje identifikáciu ako určenie systému na základe vstupov a výstupov v špecifikovanej triede systému tak, aby určený systém bol na základe testov ekvivalentný so skúmaným systémom. [4] Ide o pomerne novú vednú disciplínu, ktorá vychádza zo syntézy a analýzy systémov. Rast zložitosti a komplexnosti technických procesov a ich riadiacich sústav mal za následok vznik modernej teórie identifikácie systémov. Moderná identifikácia systémov a riadenia sa začala rozvíjať od roku 1960. V súčasnosti vedci neustále pracujú na inovácii a zlepšení metód, pretože modelované sústavy vyžadujú stále dokonalejšiu identifikáciu. Rozlišujeme dve základné možnosti identifikácie: analytickú a experimentálnu.

2.4.1 Analytická identifikácia

Analytická identifikácia (matematické modelovanie) umožňuje určiť model matematickou analýzou nameraných dát, alebo analýzou fyzikálno-chemických procesov a zákonov. Popis vychádza z diferenciálnych rovníc, z ktorých sa odvodzujú prenosy sústav. Nevyžaduje existenciu skutočnej sústavy a model môže byť vytvorený podľa neexistujúceho systému. Vytvorenie modelu však vyžaduje veľkú časovú náročnosť, pri ktorej musíme mať o sústave vopred dané informácie.

2.4.2 Experimentálna identifikácia

Experimentálna identifikácia je založená na princípe experimentov, ktoré sa vykonávajú na sledovanom systéme a na základe nameraných dát je vytvorený zodpovedajúcí model. Ide o experimentálny prístup, ktorý vyžaduje existenciu reálneho systému, na ktorom sú vykonané experimenty. Na rozdiel od analytickej identifikácie, model nie modelom štruktúrnym, ale modelom chovania.

Obidva typy identifikácie, tak analytická, ako aj experimentálna, predstavujú dva krajné prípady pri modelovaní. Využitie oboch metód je úzko späté. Vo väčšine prípadov identifikačné metódy využívajú kombináciu analytického a experimentálneho prístupu. V reálnych problémoch sa k zložitému matematickému modelu dostaneme veľmi ťažko. Z praktického hľadiska je najjednoduchšie približne odhadnúť neznáme parametre matematickými vzťahmi analytickou metódou a analýzou nameraných dát upresniť neznáme výstupné parametre. Inak povedané, k hľadanému výsledku sa dostaneme len za pomoci použití oboch metód zároveň. Kvalitné pripravené matematické vzťahy zabezpečia lepšie podmienky na experimentálne merania.

2.4.3 Klasifikácia identifikačných metód

1. Podľa matematického aparátu, ktorý je potrebný na spracovanie nameraných údajov, delíme metódy na: [5]

- Deterministické, t.j. metódy založené na vyhodnotení špeciálnych signálov a numerické metódy výpočtu konvolučných integrálov.
- Stochastické: štatistické metódy.

2. Podľa spôsobu spracovania nameraných údajov: [5]

- Jednorázové metódy: výpočet parametrov je jednorázový, pričom model sa zostaví na základe celkových nameraných dát.
- Priebežné (rekurzívne) metódy: odhady parametrov sa počítajú priebežne v čase. Identifikovateľné parametre sa postupne spresňujú na základe každého ďalšieho merania.

3. Podľa výsledného tvaru modelu:

- Parametrické metódy: výsledné modely sú vo forme diferenciálnych, diferenčných rovníc alebo vo forme prenosu.
- Neparametrické metódy: výsledné modely sú krivky alebo funkcie, ktoré sú funkčnou závislosťou medzi vstupnými a výstupnými signálmi.

Po klasifikácii jednotlivých identifikačných metód sa budeme postupne venovať niektorým metódam identifikácie systémov, a to týmto metódam:

A. Analýza impulznej charakteristiky
B. Analýza prechodovej charakteristiky
C. Frekvenčná analýza
D. Korelačné metódy
E. Spektrálna analýza
F. Parametrické modely
G. Metóda najmenších štvorcov a jej modifikácie

Nasledujúce podkapitoly, popisujúce identifikačné metódy, boli zostavené najmä z odbornej literatúry [1], [5] a [6].

2.5 Analýza impulznej charakteristiky

„Impulznou funkciou rozumieme odozvu systému na jednotkový (Diracov) impulz $\delta(t)$ na vstupu systému a označujeme ju $g(t)$. Jej graf je impulzná charakteristika." [6]

„Jednotkový (Diracov) impulz $\delta(t)$ je funkcia o nekonečne veľkej amplitúde, ktorého plocha sa rovná jednej a jej Laplaceov obraz sa rovná tiež jednej." [6]

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & pre\ t = 0 \\ 0 & pre\ t \neq 0 \end{cases} \tag{3}$$

Keďže ideálny Diracov impulz je fyzikálne nerealizovateľný, použijeme aproximačný impulz v tvare:

$$u(t) = \begin{cases} 1/\alpha & pre\ 0 \leq t < \alpha \\ 0 & pre \quad \alpha \leq t \end{cases} \tag{4}$$

Koeficient α sa volí tak, aby bol oveľa menší ako dominantné časové konštanty skúmaného systému. Ak je dostatočne malý, skreslenie je takmer zanedbateľné. Týmto je splnená podmienka $\int u(t)dt = 1$. V praxi to napr. môže znamenať, že na vstup privedieme veľmi krátky impulz veľkého napätia. Pomocou impulznej odozvy je možné určiť výstup lineárneho procesu pre ľubovoľný deterministický vstup pomocou konvolučného integrálu. [2]

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(s)u(t-s)ds = \frac{1}{\alpha} \int_{max(0,t\to\alpha)}^{t} g(s)ds \approx g(t) \tag{5}$$

2.6 Analýza prechodovej charakteristiky

„Prechodová funkcia je odozva systému na jednotkový skok $\eta(t)$ na vstupu a značíme ju $h(t)$. Jej graf je prechodová charakteristika." [6]

„Jednotkový skok je skok funkcie, ktorý má do času $t = 0$ nulovú hodnotu a v tomto čase skočí hodnota na jednotku, ktorú udržuje." [6]

$$\eta(t) = \begin{cases} 1 & pre\ t \geq 0 \\ 0 & pre\ t < 0 \end{cases} \tag{6}$$

Pri identifikácii je jednotkový skok najčastejší vstupný signál na určenie experimentálnych vlastností.

2.6.1 Systémy prvého rádu

Pod pojmom systém prvého rádu rozumieme systém, ktorého vzťah medzi vstupom a výstupom je popísaný diferenciálnou rovnicou prvého rádu. Prenos systému prvého rádu je daný vzťahom:

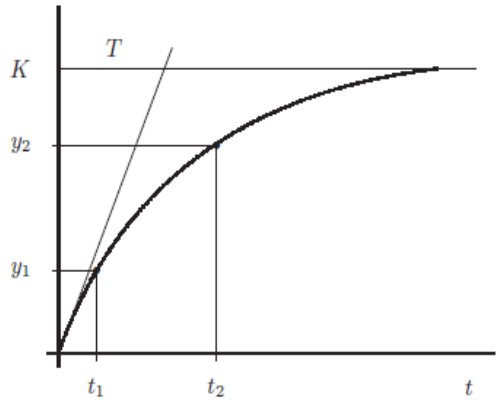
$$F(s) = \frac{K}{Ts + 1} \tag{7}$$

kde *K* je zosilnenie systému a *T* je časová konštanta. Našou úlohou je experimentálnou metódou určiť túto neznámu časovú konštantu *T*. Časový tvar rovnice pre výstup *y(t)* získame spätnou Laplaceovou transformáciou:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & pre\ t < 0 \\ K(u(t) - e^{-\frac{t}{T}}) & pre\ t \geq 0 \end{cases} \tag{8}$$

Zosilnenie systému *K* určíme ako hodnotu prechodovej charakteristiky v nekonečne $K = y(\infty)$ pri jednotkovom skoku na vstupe. Keďže ako vstupný signál volíme jednotkový skok, za *u(t)* dosadíme 1. Z prechodovej charakteristiky dokážeme určiť dva body so súradnicami y_1, t_1, y_2, t_2, pre ktoré platia rovnice:

$$\begin{aligned} y_1(t_1) &= K(1 - e^{-\frac{t_1}{T}}) \\ y_2(t_2) &= K(1 - e^{-\frac{t_2}{T}}) \end{aligned} \tag{9}$$



Obr. 1: Prechodová charakteristika systému prvého rádu [5]

Matematickými úpravami si vyjadríme vzťah na výpočet časovej konštanty *T*. [5]

$$T = \frac{t_2 - t_1}{\ln \frac{K - y_1}{K - y_2}} \tag{10}$$

V praxi sa osvedčuje jednoduchší spôsob na zistenie časovej konštanty *T*. Predpokladáme, že $T = t$. Po týchto úpravách z pôvodnej rovnice dostaneme:

$$\begin{aligned} y(t) &= K(1 - e^{-1}) \\ y(t) &= K(1 - 0{,}368) \\ y(t) &= O{,}632K \end{aligned} \tag{11}$$

Časová konštanta *T* sa dá približne určiť z prechodovej charakteristiky ako čas, za ktorý dosiahne výstup približne 63,2% ustálenej hodnoty. Táto konštanta nám hovorí, ako rýchlo systém reaguje na jednotkový skok. Systémom prvého rádu trvá približne päť časových konštant *T*, kým dosiahnú ustálenú hodnotu. Pri dynamických systémoch, u ktorých očakávame rýchlu odozvu, je dôležité, aby táto časová konštanta bola čo najmenšia.

2.6.2 Systémy prvého rádu s dopravným oneskorením

Prenos systému prvého rádu s dopravným oneskorením je daný rovnicou:

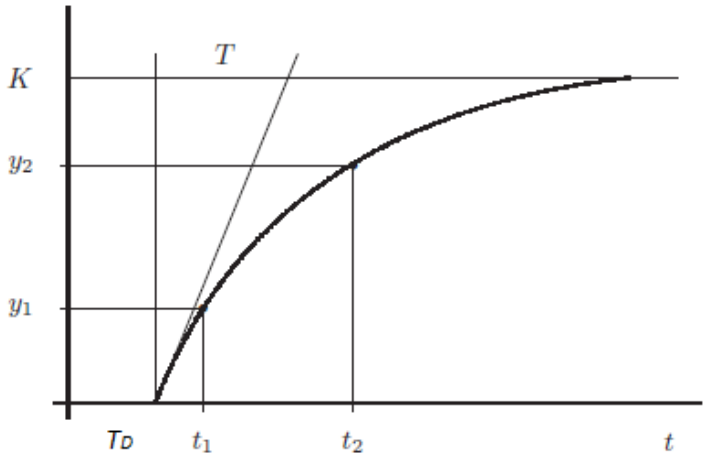
$$F(s) = \frac{K}{Ts+1} e^{-T_D s} \tag{12}$$

kde *K* je zosilnenie systému, *T* je časová konštanta a T_D je dopravné oneskorenie. Časový tvar rovnice pre výstup *y(t)* získame spätnou Laplaceovou transformáciou:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & pre\ t < T_D \\ K(u(t) - e^{-\frac{t-T_D}{T}}) & pre\ t \geq T_D \end{cases} \tag{13}$$

Rovnice (9) modifikujeme o dopravné oneskorenie, potom:

$$\begin{aligned} y_1(t_1) &= K(1 - e^{-\frac{t_1-T_D}{T}}) \\ y_2(t_2) &= K(1 - e^{-\frac{t_2-T_D}{T}}) \end{aligned} \tag{14}$$



Obr. 2: Prechodová charakteristika systému prvého rádu s dopravným oneskorením [5]

Po matematických úpravách hodnotu časovej konštanty *T* vypočítame obdobne ako pre systém prvého rádu bez dopravného oneskorenia vzťahmi (10) alebo (11). Dopravné oneskorenie T_D vypočítame podľa: [5]

$$T_D = \frac{t_2 x - t_1}{x - 1}, \qquad x = \frac{\ln\frac{K - y_1}{K}}{\ln\frac{K - y_2}{K}} \tag{15}$$

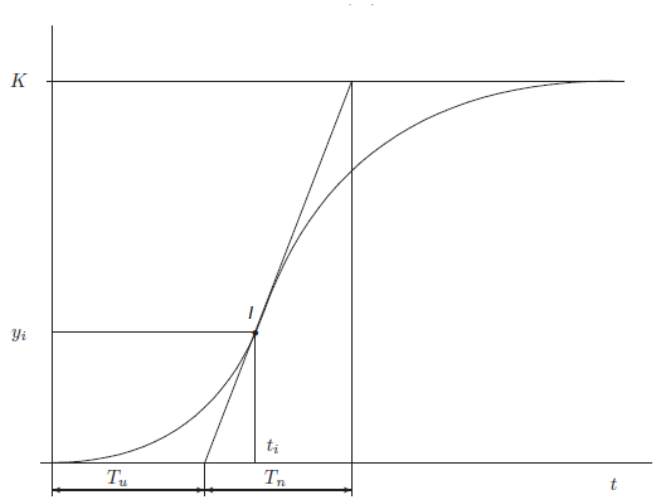
Väčšinu systémov (napr. v energetike) možno aproximovať systémom prvého rádu. Preto identifikácia prechodovej charakteristiky týchto systémov je jeden zo základných typov identifikácie. Okrem toho systémy vyšších rádov môžu byť aproximované prvým rádom, avšak aproximácia sa môže výrazne líšiť oproti reálnemu procesu.

2.6.3 Nekmitavé systémy druhého rádu

Prenos nekmitavého systému druhého rádu je daný rovnicou:

$$F(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \tag{16}$$

kde K je zosilnenie systému a T_1, T_2 sú časové konštanty. Zosilnenie K určíme podobne ako pri systémoch prvého rádu. Najjednoduchšie identifikačné metódy spočívajú v určení doby prieťahu T_u a doby nábehu T_n, ktoré sú rozdelené dotyčnicou prechádzajúcou inflexným bodom I o súradniciach $I[t_i, y_i]$.



Obr. 3: Prechodová charakteristika nekmitavého systému druhého rádu [5]

Jedna z možností určenia časových konštánt T_1, T_2 je teoreticky zdôvodnená a odvodená v skriptách. [4] Závislosti $f_1(k)$, a $f_2(k)$, ku ktorým by sme sa matematickými operáciami a tvrdeniami dostali, bývajú už priamo preddefinované v tabuľke. Z prechodovej charakteristiky experimentálne určíme dobu prieťahu T_u a dobu nábehu T_n. Vypočítame ich podiel a dostaneme $T_u/T_n = f_1(k)$. Pre dané $f_1(k)$ lineárnou interpoláciou určíme pomer časových konštánt k a $f_2(k)$. Odhady časových konštánt sa vypočítajú týmito vzťahmi:

$$T_1 = \frac{T_n}{f_2(k)}$$
$$T_2 = kT_1 \tag{17}$$

2.6.4 Identifikácia systémov vyšších rádov

Identifikácia systémov vyšších rádov je veľmi zložitá, preto si povieme o relatívne jednoduchej metóde, ktorá vychádza z identifikácie nekmitavých systémov druhého rádu. Strejcova metóda bola pôvodne uvedená v roku 1958 prof. Strejcom. Podstata je založená na aproximovaní prenosu n-tého rádu s „esovitým" priebehom prechodovej charakteristiky buď s rovnakými časovými konštantami, alebo ako systém druhého rádu

s rôzne veľkými časovými konštantami T_1, T_2. Z prechodovej charakteristiky určíme dobu prieťahu T_u, dobu nábehu T_n a vypočítame ich podiel $\tau = T_u / T_n$. Podľa veľkosti pomocného koeficientu τ sa určí typ aproximácie podľa (18) a v prípade $\tau > 0{,}104$ sa určí aj najbližší rád modelu.

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \qquad pre\ \tau < 0{,}104 \\ F(s) &= \frac{K}{(Ts + 1)^n} \qquad pre\ \tau > 0{,}104 \end{aligned} \tag{18}$$

Podľa tabuliek sa určia časové konštanty. Celý postup je popísaný v skriptách [7].

Dôležitý predpoklad na úspešné použitie identifikácie prechodových a impulzných charakteristík je, že ich priebehy sú vhodne upravené. Keďže sú veľmi citlivé na šum, je nutné ich priebeh vyfiltrovať a vyhladiť. Z týchto kriviek získavame len tzv. „hrubý" model. Tieto metódy sú ľahko aplikovateľné na každú sústavu, preto sa používajú ako základný postup na návrh jednoduchých regulátorov.

2.7 Frekvenčná analýza

Frekvenčná analýza využíva harmonický signál (najčastejšie so sínusovým priebehom), ktorý je privedený na vstup systému. Na výstupu dostaneme po ustálení znovu sínusový signál s rovnakou uhlovou frekvenciou ω, ale s inou amplitúdou a fázovým posuvom. Pre rôzne uhlové frekvencie ω môžeme získať pomer amplitúd vstupného a výstupného signálu a fázový posuv medzi nimi. Každá dvojica určuje jeden bod frekvenčnej charakteristiky, z ktorej sa určí prenos skúmaného systému.

Pri frekvenčnej analyze využívame spojité modely. Pripojený vstupný signál k systému s prenosom $G(s)$ je v tvare:

$$u(t) = a \sin \omega t \tag{19}$$

Potom odozva systému v ustálenom stave bude:

$$y(t) = b \sin(\omega t + \varphi) \tag{20}$$

kde:

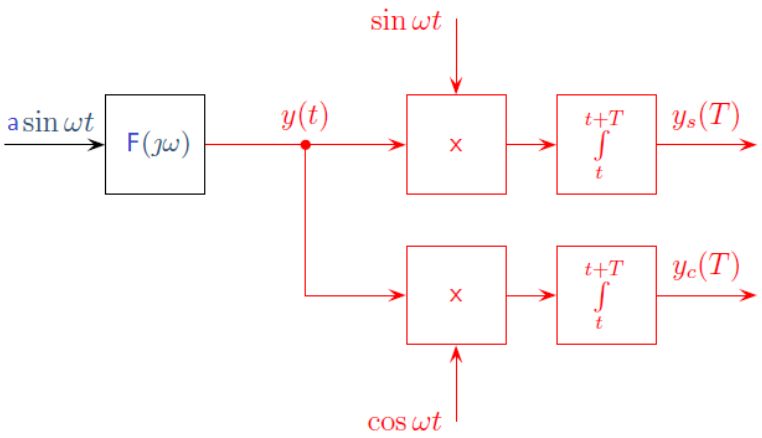
$$\begin{aligned} b &= a|G(j\omega)| \\ \varphi &= arg\{G(j\omega)\} \end{aligned} \tag{21}$$

Uvažujme, že $G(j\omega) = G(s)\,|_{pre\ s=j\omega}$. [6] Potom pri meraní amplitúd a, b a fázovej diferencie φ pri zvolenej ω budeme môcť nájsť frekvenčný prenos $F(j\omega)$, ktorý získame z rovníc (21).

Využitie frekvenčnej analýzy v tejto forme je minimálne, pretože nezahrňuje okolitý šum. Preto existuje niekoľko spôsobov, ktoré „vylepšia" výsledok merania.
Jedným z možných spôsobov je použitie korelačnej techniky. Reálna odozva systému je popísaná rovnicou:

$$y(t) = b\sin(\omega t + \varphi) + e(t) \tag{22}$$

kde $e(t)$ predstavuje stochastickú poruchu. Okolitý šum výrazne komplikuje odhad amplitúdy b a fázovej diferencie φ. Výstupný signál preto prenásobíme funkciou $\sin \omega t$ a $\cos \omega t$ a výsledné signály integrujeme v rozsahu $[t, t+T]$. [2]



Obr. 4: Vylepšená frekvenčná analýza [7]

Využitím rovnice (23) vypočítame prenos $F(j\omega)$. [2]

$$|F(j\omega)| = \frac{2}{aT}\sqrt{\sqrt{{y_s}^2 + {y_c}^2}} \tag{23}$$

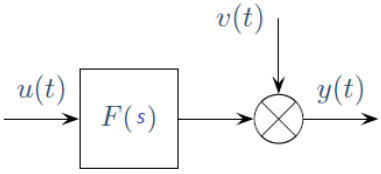
Použitie vylepšenej frekvenčnej analýzy výrazne znižuje citlivosť na šum pri meraní vďaka väčšiemu časovému intervalu, z ktorého berieme údaje. Nevýhodou je, že výstupný signál musí byť ustálený, ak chceme vykonať integráciu.

Frekvenčná analýza je v súčasnosti veľmi populárnou metódou identifikácie. Práca vo frekvenčnej oblasti umožňuje flexibilitu a veľmi rýchlu kontrolu stability pomocou Bodeho diagramu alebo Nyquistovým diagramom. Na druhej strane vyžaduje časovo náročné experimenty.

2.8 Korelačná analýza

Korelačná analýza je založená na použití bieleho šumu ako vstupného signálu. Základom korelačnej analýzy sú Wiener-Hopfove rovnice, z ktorých sa odvodí impulzná charakteristika systému.

Laplaceov obraz výstupu systému je charakterizovaný rovnicou:



Obr. 5: Korelačná analýza [8]

$$Y(s) = F(s)U(s) + V(s) \tag{24}$$

Zodpovedajúca odozva systému $y(t)$ v časovej oblasti je daná [8]

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(\tau)u(t-\tau)d\tau + v(t) \tag{25}$$

kde $g(t)$ je hľadaná váhová impulzná charakteristika.

2.9 Spektrálna analýza

Podstata spektrálnej analýzy je založená na určovaní frekvenčného prenosu systému prostredníctvom spektrálnych hustôt, ktoré dostaneme pomocou Fourierovej transformácie vzájomnej korelačnej funkcie. [5,8] Výsledný odhad prenosovej funkcie nemusí odpovedať skutočnej funkcii, pretože korelačné funkcie sú príliš nepresné, keďže sa počítajú z málo hodnôt. Preto sa používajú tzv. frekvenčné okná, vďaka ktorým dosiahneme požadovanú prenosť identifikácie.

2.10 Parametrické modely lineárnych systémov

Parametrické modely sú definované množinou parametrov, ktoré sú vypočítané tak, aby spĺňali stanovené kritérium kvality. Sú výhradne v diskrétnom tvare a ich štruktúra je vyjadrená diferenčnými rovnicami. Interpretácia parametrov je pre praktické použitie vo forme polynómov (26) konečného stupňa v z-transformácii, ktoré budeme používať na popis najznámejších typov parametrických modelov. Tieto koeficienty polynómov sa určia na základe nameraných dát. Medzi najpoužívanejšie parametrické modely patria modely typu AR, MA, ARMA (ARX), ARMAX.

$$\begin{aligned} A(z^{-1}) &= 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_{na} z^{-na} \\ B(z^{-1}) &= b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_{nb} z^{-nb} \\ C(z^{-1}) &= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_{nc} z^{-nc} \end{aligned} \tag{26}$$

2.10.1 AR Model

Autoregresný AR (Auto Regressive) model je typ modelu, ktorého výstupné premenné závisia len na okamžitých hodnotách vstupného šumu a predošlých hodnotách výstupu, ktoré sú vo forme vážených koeficientov. [1]

2.10.2 MA Model

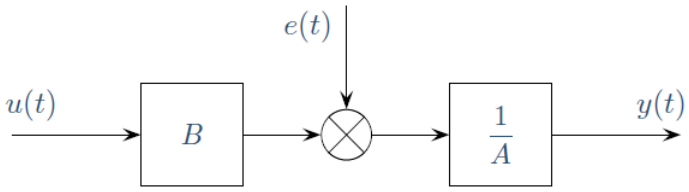
Model váženého priemeru MA (Moving Average) je typ modelu, ktorého výstupné premenné závisia len na aktuálnych a rôznych minulých stochastických chybových výrazoch.

2.10.3 ARMA Model

ARMA (Auto Regressive Moving Average) sa skladá z autoregresnej časti AR a váženého priemeru MA. Tento model sa v literatúre často volá aj ARX (Auto Regressive eXogenous). Ide o model v tvare: [9]

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) \tag{27}$$

kde $A(z^{-1})y(k)$ je autoregresná časť a $B(z^{-1})u(k)$ je externý vstup. Modely tohto typu sú najpoužívanejšie pri identifikácii systémov parametrickými metódami. Výhoda modelu spočíva v tom, že môže byť odhadnutý použitím metódy chyby predikcie, čo vedie k lineárnej regresii.



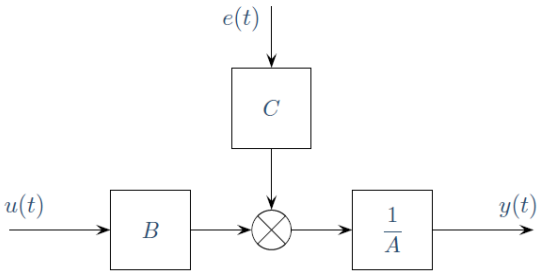
Obr. 6: ARX Model

2.10.4 ARMAX Model

ARMAX (Auto Regressive Moving Average eXogenous) je typ modelu v tvare: [9]

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})e(k) \tag{28}$$

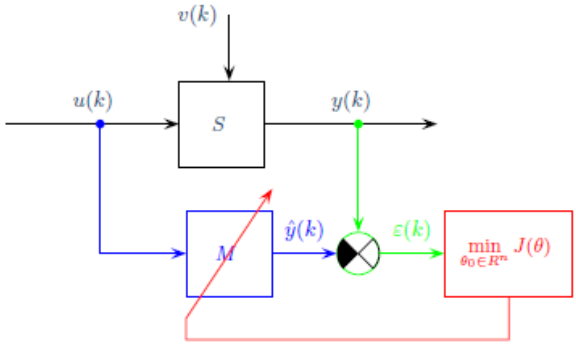
Sú vhodné pri systémoch, kde do procesu vstupuje výrazné rušenie, pretože popisujú dynamické chovanie poruchových veličín.



Obr. 7: ARMAX Model

2.11 Identifikácia pomocou metódy najmenších štvorcov

Metóda najmenších štvorcov (MNŠ) je veľmi rozšírená pri identifikácii systémov. Je jednoduchá, numericky efektívna a poskytuje odhad parametrov bez toho, aby sme vykonali špeciálne merania na sústave, ktorú chceme identifikovať. Patrí do skupiny tzv. stochastických metód identifikácie, ktoré sú založené na minimalizácii účinkov okolitého šumu. [5] Jej počiatky siahajú až do 18. storočia, keď bola navrhnutá Gaussom na výpočet trajektórie asteroidov a planét. Ide o tzv. offline metódu identifikácie, čo znamená, že sa použijú všetky merania na výpočet parametrov.



Obr. 8: Blokový diagram metódy najmenších štvorcov [10]

Matematický model možno popísať experimentálnou regresnou rovnicou: [1]

$$\hat{y}(i) = \varphi_1(i)\theta_1 + \varphi_2(i)\theta_2 + \cdots + \varphi_n(i)\theta_n + \varepsilon = \varphi^T(i)\theta + \varepsilon \tag{29}$$

kde $\hat{y}$ je odhad výstupnej veličiny modelu, $\theta = (\theta_1\ \theta_2\ \theta_3\ \ldots\ \theta_n)$ je hľadaný vektor neznámych parametrov, $\varphi = (\varphi_1\ \varphi_2\ \varphi_3\ \ldots\ \varphi_n)$ je vektor známych nameraných vstupných funkcií, i je krok výpočtu a ε je chyba v danom kroku vo výpočte medzi nameranými a teoretickými hodnotami. Pre n meraní môžeme vzťah rozšíriť, ktorý bude v maticovom zápise vyjadrený: [1]

$$y = \Phi\theta + \varepsilon \quad \longrightarrow \quad \varepsilon = y - \Phi\theta \tag{30}$$

Podstata metódy najmenších štvorcov je založená na vypočítaní takých hodnôt parametrov, ktoré dávajú najmenší možný súčet druhých mocnín odchýlok medzi nameranými a predpokladanými. Z matematického hľadiska ide o minimalizáciu stratovej funkcie (kvadratického funkcionálu): [1]

$$J(\theta) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\varepsilon^2(k) = \frac{1}{2}\varepsilon^T\varepsilon = \frac{1}{2}(y - \Phi\theta)^T(y - \Phi\theta) \tag{31}$$

Lokálne minimum tejto funkcie dosiahneme vtedy, keď deriváciu podľa vektorov parametrov θ položíme nule, tj. $\frac{\partial J(\theta)}{\partial\theta} = 0$, a po matematických úpravách dostaneme výsledný vzťah pre odhad parametrov $\hat{\theta}$: [1]

$$\hat{\theta} = (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T y \tag{32}$$

kde $(\Phi^T\Phi)^{-1}$ sa nazýva kovariančná matica, ktorú označíme $P(i)$.

2.12 Rekurzívna metóda najmenších štvorcov

Hlavný nedostatok klasickej metódy najmenších štvorcov spočíva v tom, že pri zahrnutí ďalšieho merania sa matica regresnej rovnice pre n meraní rozširuje o ďalší riadok. Týmto sa celý výpočet znovu prepočítava pri každom ďalšom meraní. Tu sa naskytuje jednoduchá otázka: Ako vylepšiť výpočet tak, aby sa brali do úvahy nové

informácie? Tento problém vyrieši rekurzívna metóda najmenších štvorcov (RMNŠ), ktorá rekurentným výpočtom zahŕňa do stávajúceho rozmeru ďalšie meranie. Predpokladajme, že máme odhad parametrov $\hat{\theta}(i)$ pri kroku i, v kroku $i+1$ maticový zápis (30) rozšírime o ďalší riadok. Výpočet odhadov parametrov pri klasickej metóde najmenších štvorcov by vypadal v i-tom kroku v tvare (33) a pri RMNŠ v $i+1$ kroku (34)

$$\hat{\theta}(i) = P(i)\Phi^T(i)y \tag{33}$$

$$\hat{\theta}(i+1) = P(i+1)[\Phi^T * \varphi(i+1)] \begin{bmatrix} y_i \\ y_{i+1} \end{bmatrix} \tag{34}$$

Z týchto rovníc je zjavné, že výpočet aktuálneho odhadu vektoru parametrov sa líši len v prepočte kovariančnej matice. Kompletné odvodenie tejto kovariančnej matice a konečný rekurzívny výpočet aktuálnych hodnôt vektoru parametrov najdeme aj postupom v skriptách [1,4] a v prílohe 1.

Základná verzia RMNŠ dáva rovnakú váhu vstupom a výstupom, ktoré ovplyvňujú identifikované parametre. Existuje niekoľko spôsobov, ktorými upravíme RMNŠ pomocou modifikácie stratovej funkcie $J(\theta)$. Jednou z nich je koncept exponenciálneho zabúdania, pri ktorom sa staršie údaje postupne vyraďujú v prospech novších informácií. V MNŠ je to implementované ako exponenciálne znižovanie váhy starším údajom. Vďaka tejto technike sme schopní sledovať pomalé zmeny parametrov identifikovaného procesu. [1]

V literatúre sa často nazýva aj ako online metóda najmenších štvorcov, pretože spracováva hodnoty priebežne v čase. Je používaná v adaptívnych systémoch, kde akcia regulátoru je založená na najnovších odhadovaných parametrov.

3 OPTIMALIZÁCIA A NÁVRH PARAMETROV REGULÁTOROV

Výber regulátoru, návrh parametrov a ich optimalizácia sa opiera o znalosť regulovanej sústavy, ktorú treba identifikovať. Ešte pred samotným návrhom regulátoru a jeho parametrov je nutné navrhnúť taký matematický model, ktorý bude vyhovovať všetkým zadaným prevádzkovým, technickým a ekonomickým požiadavkám regulačného obvodu.

„Základná úloha regulačného obvodu je dosiahnutie požadovanej kvality regulácie a zaistiť jeho stabilitu." [11] Zatiaľ čo stabilita je stav, ktorý môže nadobúdať dve hodnoty – stabilný a nestabilný, pri dosiahnutí požadovanej kvality regulácie je to komplikovanejšie. Požadovaná kvalita regulácie závisí od výberu zvoleného kritéria a metódy. Dosiahneme ju výberom vhodných parametrov regulátoru. Tým zaistíme, že priebeh regulačného pochodu bude čo najlepší. Kvalitu môžeme sledovať v niekoľkých oblastiach. My ju budeme hodnotiť vo frekvenčnej a časovej oblasti.

Činnosť regulátoru v regulačnom obvode môže mať niekoľko požiadaviek a cieľov (maximálny prekmit, rýchlosť regulácie, vyregulovanie žiadanej veličiny na požadovanú hodnotu a pod.). Nastavením vhodných parametrov regulátoru je väčšinou výsledkom kompromisu medzi nimi. Ako už bolo spomenuté, hodnotenie kvality regulácie vždy prebieha podľa zvolených kritérií. Tieto kritériá môžu byť buď matematicky odvodené analytickými výpočtami, alebo experimentálne určené, s využitím empirických vzťahov. V nasledujúcich kapitolách budú vysvetlené niektoré optimalizačné postupy pri nastavovaní parametrov regulátoru.

3.1 Prístupy hodnotenia kvality regulácie

Analytický prístup je založený na matematickom modeli regulovanej sústavy. Do tejto kategórie patria integrálne kritériá na výpočet minimálnej regulačnej plochy, metóda optimálneho a požadovaného modulu.

Omnoho prijateľnejší spôsob pre technickú aplikáciu predstavuje experimentálny prístup, pri ktorom je reálna regulovaná sústava podrobená experimentom, na základe ktorých sa zvolia vhodné parametre. Aj keď výsledky majú len informatívny charakter, v súčasnosti ide o veľmi populárny prístup.

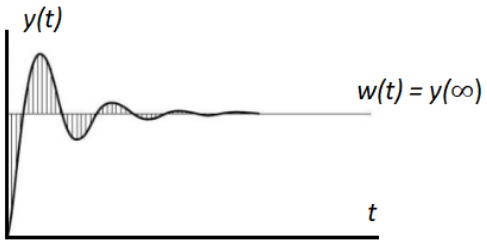
Prístup simuláciou využíva všetky výhody analytického a experimentálneho prístupu. Simulačné programy ako napríklad Matlab & Simulink poskytujú užívateľský komfort, uľahčujú použitie zložitých matematických vzťahov zabudovanými funkciami a zároveň sledujú reálne podmienky regulovanej sústavy. [11]

3.2 Hodnotenie kvality regulácie cez integrálne kritériá

Kvalitu regulácie možno posudzovať z priebehu prechodovej charakteristiky regulovanej veličiny $y(t)$, ktorá je vyvolaná jednotkovým skokom žiadanej veličiny. Vyvolaním jednotkového skoku sa regulovaná veličina snaží ustáliť na požadovanú hodnotu. Prechodovú charakteristiku môžeme vyšetrovať z hľadiska statického a dynamického chovania. Pri statickom chovaní je najdôležitejší parameter trvalá regulačná odchýlka (rozdiel medzi požadovanou a skutočnou hodnotou). Pri dynamickom chovaní sledujeme dobu regulácie a prekmit (preregulovanie) regulovanej veličiny.

Počas tohto procesu dochádza k výmene energie. Sústava sa v každom okamihu môže nachádzať v dvoch oblastiach: v oblasti podregulovania a preregulovania. Ak sa sústava nachádza v oblasti podregulovania (pod žiadanou hodnotou), potrebuje prijať viac energie, aby sa dostala na požadovanú hodnotu. Ak sa sústava zas nachádza v oblasti preregulovania (nad žiadanou hodnotou), potrebuje sa energie zbaviť a odovzdáva ju okoliu. Tým sa dostane na požadovanú hodnotu. [6] Túto energiu môžeme interpretovať ako regulačnú plochu.

Ideálna odozva regulovanej veličiny by znamenala okamžitý skok na požadovanú hodnotu. To je ale fyzikálne nemožné, a preto sa snažíme aspoň priblížiť k tomuto stavu minimalizáciou regulačnej plochy, ktorá by bola pri ideálnom stave nulová. Pod pojmom regulačná plocha rozumieme rozdiel medzi skutočnou a ideálnou prechodovou charakteristikou regulovanej veličiny.



Obr. 9: Znázornenie regulačnej plochy

Minimalizácia regulačnej plochy predstavuje kompromis medzi dobou regulácie a maximálnym prekmitom veličiny. Tento kompromis docielime výberom vhodných parametrov regulátoru pomocou zvoleného integrálneho kritéria regulačnej plochy.

K prenosu sústavy $G_s(s)$, ktorý je známy, volíme regulátor, vo väčšine prípadov klasický PID regulátor s parametrami r_0 (zosilnenie regulátoru), T_I (integračná konštanta) a T_d (derivačná konštanta). Analyticky určíme regulačnú plochu $J(r_0, T_I, T_d)$, ktorá je funkciou parametrov regulátoru. Minimalizácia regulačnej plochy matematicky predstavuje nájdenie extrému funkcionálu J. Po najdení extrému funkcie vyriešime rovnice o troch neznámych a najdeme optimálne parametre PID regulátoru. Čím je táto regulačná plocha menšia, tým je regulácia kvalitnejšia [6]

V nasledujúcich kapitolách budú stručne vysvetlené niektoré integrálne kritériá používané pre dynamickú optimalizáciu, pri ktorých predpokladáme, že regulovaná veličina bude mať nulovú trvalú regulačnú odchýlku $e(\infty) = 0$.

3.2.1 Lineárna regulačná plocha

Lineárna regulačná plocha (IE – Integral of Error) je daná vzťahom:

$$J_{IE} = \int_0^\infty e(t)\, dt \tag{35}$$

Toto kritérium sa používa len pri nekmitavých a aperiodických priebehoch regulovanej veličiny. Hlavný nedostatok kritéria IE je, že je nepoužiteľné pri kmitavých odozvách, pri ktorých sa striedajú kladné a záporné regulačné plochy. Tento nedostatok kritéria sa dá odstrániť použitím absolútnej hodnoty pomocou kritéria absolútnej lineárnej regulačnej plochy (IAE – Integral of Absolute Error).

$$J_{IAE} = \int_0^\infty |e(t)|\, dt \tag{36}$$

Z praktického hľadiska sa toto kritérium nepoužíva, pretože je nutné integrál počítať pre čiastkové úseky ohraničené zmenou znamienka. [6] Pri použití simulácie, toto kritérium dáva veľmi presné hodnoty parametrov regulátoru.

3.2.2 Kvadratická regulačná plocha

Kvadratická regulačná plocha (ISE – Integral of Squared Error) je daná vzťahom:

$$J_{ISE} = \int_0^\infty e^2(t)\, dt \tag{37}$$

Absolútnu hodnotu dokážeme efektívne nahradiť kvadrátom regulačnej odchýlky, ktoré urobí zo záporných hodnôt kladné číslo. Práve preto je toto kritérium veľmi obľúbené a často používané, lebo analytický výpočet je jednoduchší ako pri kritériu s absolútnou hodnotou. Z kritéria je zjavné, že kvadratické kritérium dáva väčším regulačným odchýlkam, vďaka kvadrátu oveľa väčšiu váhu, ako regulačným odchýlkam blížiacim sa k nule, pri ktorých sa štvorcová odchylka rapídne znižuje. [12]

3.2.3 Kritérium ITAE

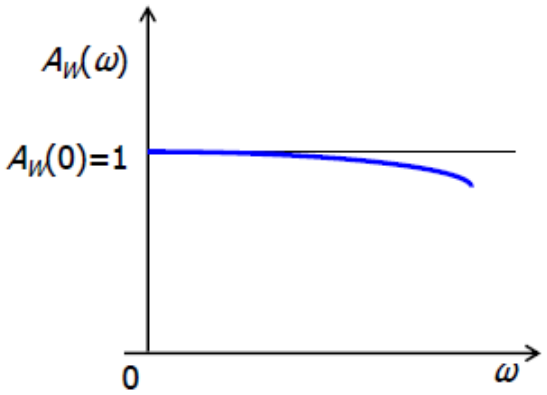
Kritérium ITAE (Integral of Time multiplied by Absolute Error) je dané vzťahom:

$$J_{ITAE} = \int_0^\infty t|e(t)|\, dt \tag{38}$$

Použitím tohto kritéria sa zníži prekmit a kmitavosť regulačnej odchýlky. Pomocou absolútnej hodnoty regulačnej odchýlky dochádza k minimalizácii regulačnej plochy a zároveň váha odchýlky rastie lineárne v čase, čo má za následok skrátenie doby regulácie.

3.3 Metóda optimálneho modulu

Kritérium metódy optimálneho modulu vychádza z ideálneho prenosu riadenia v tvare $G_W(s) = 1$. Vo frekvenčnej oblasti môžeme vyjadriť optimálny modul vzťahom $G_W(j\omega) = 1$, z ktorého vyplýva, že pre ideálny prenos riadenia je v amplitúdo-frekvenčnej charakteristike amplitúda $A(\omega)$ kmitu regulovanej veličiny jednotková pre každú uhlovú frekvenciu ω. Táto podmienka je ale pre reálny dej nesplniteľná (systém by bol frekvenčne nezávislý) a dá sa k nej len priblížiť. Optimálny modul považuje za optimálny priebeh ten, pre ktorý platí $G_W(j\omega) \doteq 1$ pre čo najväčší rozsah uhlových frekvencií ω, a potom monotónne klesajúca funkcia uhlovej frekvencie ω. [6,11]



Obr. 10: Amplitúdo-frekvenčná charakteristika optimálneho modulu

Z vyjadrených vzťahov sa určia parametre vybraného regulátoru na základe koeficientov v menovateli a čitateli určených z prenosu vo frekvenčnom tvare. Počet rovníc, ktoré použijeme na výpočet parametrov regulátoru závisí od toho, aký volíme regulátor. Metóda optimálneho modulu nezaručuje stabilitu, tú treba vždy vyšetriť samostatne. [6]

3.4 Metóda požadovaného modelu

Metóda požadovaného modelu vychádza z obecných princípov inverzie dynamiky najdením regulátoru s prenosom v tvare:

$$G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_w(s)}{1 - G_w(s)} \tag{39}$$

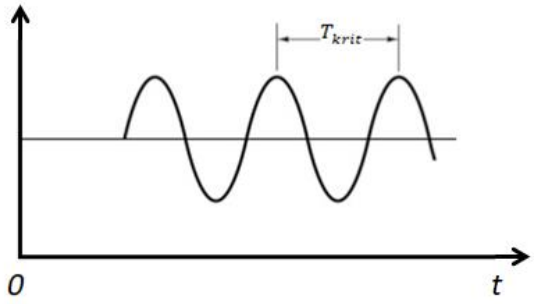
ktorý zaistí požadované vlastnosti vyjadrené matematickým modelom uzavretého regulačného obvodu. [10] Umožňuje nastaviť také parametre pre regulátor s nulovou trvalou regulačnou odchýlkou, že prekmit regulovanej veličiny bude v postačujúcej norme v rozmedzí od 0 do 50 %. Optimálne parametre regulátora sa určia z tabuliek. Metóda je vhodná pre sústavy s výrazným dopravným oneskorením.

3.5 Nastavovanie parametrov regulátorov podľa Zieglera a Nicholsa

Táto metóda bola empiricky odvodená na základe radov experimentov už v roku 1942 a doteraz je veľmi obľúbeným nástrojom na rýchle určenie parametrov pre regulátor. Umožňuje nastaviť regulačný obvod s 3-4 viditeľnými prekmitmi s maximálnym prekmitom okolo 50 %. Pôvodná verzia metódy Zieglera a Nicholsa bola rýchlo modifikovaná na komplikovanejšie tvary pre spresnenie parametrov regulátoru a zlepšenie regulačného pochodu deja podľa potreby. Výhodou Ziegler-Nicholsovej metódy oproti iným je okrem jednoduchosti aj to, že k optimálnemu nastaveniu parametrov nie je nutná znalosť regulovanej sústavy, ktorú by sme inak museli identifikovať.

Základná myšlienka Ziegler-Nicholsa vychádza z položenia obvodu na medzu stability, pri ktorej je obvod blízko k optimálnemu nastaveniu. To docielime vyradením derivačnej zložky $T_d \rightarrow 0$ a integračnej zložky $T_I \rightarrow \infty$. Potom hľadáme také kritické zosilnenie $r_{0_{krit}}$, pri ktorom v regulačnom obvode vzniknú netlmené kmity s približne konštantnou amplitúdou, ktoré kmitajú s kritickou periódou T_{krit}.

Existuje niekoľko spôsobov, ako určiť kritickú periódu T_{krit} a kritické zosilnenie $r_{0_{krit}}$. Najjednoduchší z nich vychádza privedením regulačného obvodu na hranicu stability kritickým zosilnením a z prechodovej charakteristiky určíme kritickú periódu. (Obr. 11)



Obr. 11: Znázornenie regulačného obvodu na medze stability

Analytický prístup vychádza z Michajlovova kritéria stability, kedy sa z prenosu otvoreného obvodu

$$G_O(s) = G_S(s)G_R(s) = \frac{M_O(s)}{N_O(s)} \tag{40}$$

získa charakteristický polynóm v tvare $M(s) = M_O(s) + N_O(s)$, z ktorého sa po dosadení $s = j\omega$ obdrží Michajlovova funkcia. Regulačný obvod je podľa definície na hranici stability, ak Michajlovova funkcia prechádza počiatkom súradnicového systému. To znamená, že imaginárna aj reálna časť je nulová. Z rovníc o dvoch neznámych sa následne vyjadrí kritická perióda T_{krit} a kritické zosilnenie $r_{0_{krit}}$. [11]

Ziegler-Nicholsova metóda je limitovaná na sústavy vyššieho ako tretí rád. Je nutné tiež poznamenať, že je nepoužiteľná pre systémy, ktoré sa nedajú rozkmitať. Pre také systémy, u ktorých by rozkmitanie bolo nežiadúce, môžeme použiť simuláciu, z ktorej určíme kritické parametre. [13] Po zistení kritických parametrov, vypočítame optimálne parametre pre zvolený regulátor podľa Tab. 1.

Tab. 1: Hodnoty nastaviteľných parametrov regulátoru pre metódu podľa Zieglera a Nicholsa [6]

Regulátor	r_0	T_I	T_d
P	$0{,}5r_{0_{krit}}$	-	-
PI	$0{,}45r_{0_{krit}}$	$0{,}83T_{krit}$	-
PD	$0{,}4r_{0_{krit}}$	-	$0{,}05T_{krit}$
PID	$0{,}6r_{0_{krit}}$	$0{,}5T_{krit}$	$0{,}12T_{krit}$
I	-	$2T_{krit}$	-

3.6 Metóda prechodovej charakteristiky

Metóda prechodovej charakteristiky vychádza z prechodovej charakteristiky nekmitavej proporcionálnej sústavy s „esovitým" priebehom, z ktorej sa určí doba prieťahu T_u, doba nábehu T_n a zosilnenie K. Na základe nameraných údajov sa podľa Tab. 2 určia optimálne parametre pre zvolený regulátor. [10]

Tab. 2: Hodnoty nastaviteľných parametrov regulátoru pre metódu prechodovej charakteristiky [10]

Regulátor	r_0	T_I	T_d
P	$\frac{T_n}{KT_u}$	-	-
PI	$0{,}9\frac{T_n}{KT_u}$	$3{,}33T_u$	-
PID	$1{,}2\frac{T_n}{KT_u}$	$2T_u$	$0{,}5T_u$

4 IDENTIFIKÁCIA SYSTÉMU A NÁVRH REGULÁTORU

4.1 Testovací dynamický systém

Na testovanie som zvolil dynamický systém, ktorý je dostatočne zložitý a zároveň sa dá priviesť na hranicu stability. Zvolený dynamický systém je popísaný diferenciálnou rovnicou v tvare:

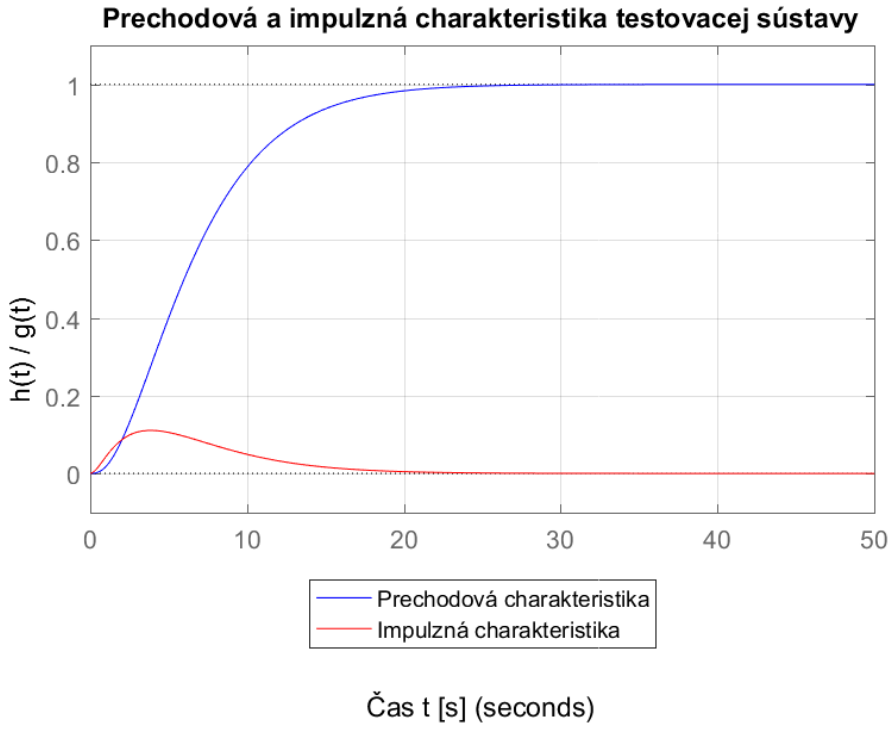
$$5y''' + 14y'' + 7y' + y = u \tag{41}$$

Laplaceovou transformáciou tejto diferenciálnej rovnice (pri nulových počiatočných podmienkach) získame jej prenos, ktorý je vyjadrený vzťahom:

$$G(s) = \frac{1}{5s^3 + 14s^2 + 7s + 1} \tag{42}$$

Z prenosu sa dá určiť, že ide o nekmitavú proporcionálnu regulovanú sústavu so zotrvačnosťou tretieho rádu. Jej diskrétny ekvivalent pri vzorkovacej perióde $T_s = 0{,}01\ s$ je:

$$G(z) = \frac{3{,}31 \cdot 10^{-8} + 1{,}315 \cdot 10^{-7} z^{-1} + 3{,}264 \cdot 10^{-8} z^{-2}}{1 - 2{,}972 z^{-1} + 2{,}945 z^{-2} - 0{,}9724 z^{-3}} \tag{43}$$



Obr. 12: Prechodová a impulzná charakteristika testovacieho dynamického systému

4.2 Aproximácia systému pomocou offline metódy najmenších štvorcov

Ako vstupný signál bol zvolený jednotkový skok. Simuláciou procesu sme sledovali časovú odozvu systému na tento skok. Výsledný spojitý signál bol prevedený na diskrétny tvar pri vzorkovacej perióde $T_s = 0{,}01\ s$ pre $150\ s$ časový interval.

Ako už bolo spomenuté, testovacia sústava (42) bola popísaná tretím rádom. Navrhnutý odhad tejto sústavy bol aproximovaný diskrétnym prenosom druhého rádu:

$$G(z) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \tag{44}$$

Zodpovedá mu diferenčná rovnica so zápornými posunutiami v tvare:

$$a_2 y(k-2) + a_1 y(k-1) + y(k) = b_2 u(k-1) + b_1 u(k) \tag{45}$$

pričom a_1, a_2, b_1, b_2 sú neznáme koeficienty. Tieto neznáme koeficienty boli určené pomocou offline metódy najmenších štvorcov. Táto metóda je podrobne rozobratá v kapitole 2.11. Vychádzali sme z rovnice (30), podľa ktorej môžeme prepísať diferenčnú rovnicu osamostatnením *y(k)* a vyňatím neznámych koeficientov:

$$[\mathbf{u}(k) + \mathbf{u}(k-1) - \mathbf{u}(k-1) - \mathbf{u}(k-2)] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \mathbf{y}(k) \tag{46}$$

Matica Φ sa skladá z nameraných vstupných a výstupných údajov v *k*-tom kroku. Táto matica pri každom ďalšom zahrnutom meraní narastá podobne ako matica vektoru výstupov. Pre *n* krokov môžeme vzťah (46) prepísať na:

$$\begin{bmatrix} u(k) & u(k-1) & -y(k-1) & -y(k-2) \\ u(k+1) & u(k) & -y(k) & -y(k-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u(k+n) & u(k+n-1) & -y(k+n-1) & -y(k+n-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \vdots \\ y(k+m) \end{bmatrix} \tag{47}$$

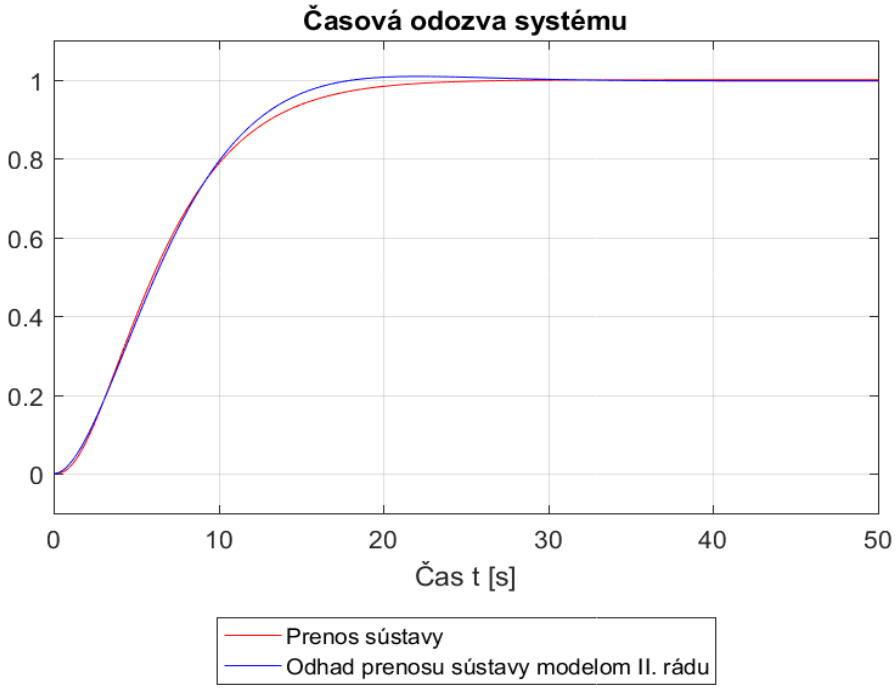
Po naplnení matic sme mohli vypočítať neznáme koeficienty pomocou vzťahu (32). Celý výpočtový algoritmus aj s popisom je v zdrojovom kóde v prílohe 2. Na základe vypočítaných koeficientov bol aproximovaný odhad diskrétneho prenosu dynamického systému pomocou identifikácie neznámych parametrov MNŠ v tvare:

$$G(z) = \frac{3{,}3 \cdot 10^{-8} + 6{,}1 \cdot 10^{-8} z^{-1}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} \tag{48}$$

Zodpovedá mu spojitý prenos.

$$G(s) = \frac{-3 \cdot 10^{-4} s + 0{,}06}{s^2 + 0{,}41 s + 0{,}06} \tag{49}$$

Porovnaním časovej odozvy na jednotkový skok voleného prenosu a jeho odhadu (Obr.13) zistíme, že sa líši nepatrne po čas prechodového deja. To znamená, že aproximácia dynamického systému tretieho rádu druhým rádom bola úspešná.



Obr. 13: Časová odozva systému a jeho odhad použitím MNŠ

4.3 Aproximácia systému pomocou online metódy najmenších štvorcov

Implementácia odhadu neznámych parametrov pomocou MNŠ využitím vzťahu (32) nie je vhodná pre použitie na zariadeniach pracujúcich v reálnom čase, pretože matice môžu mať veľký rozmer pri veľkom množstve dát. Z toho dôvodu tá istá testovacia sústava bola aproximovaná diskrétnym prenosom (44), avšak tentokrát sa využil algoritmus rekurzívnej metódy najmenších štvorcov. Hlavný rozdiel RMNŠ oproti MNŠ pri identifikácií parametrov spočíval v tom, že neznáme parametre sa postupne spresňovali zahrňovaním každého ďalšieho kroku merania. RMNŠ je podrobne rozobratá v kapitole 2.12. Jej odvodenie so sadou vzorcov na výpočet sa nachádza v prílohe 1.

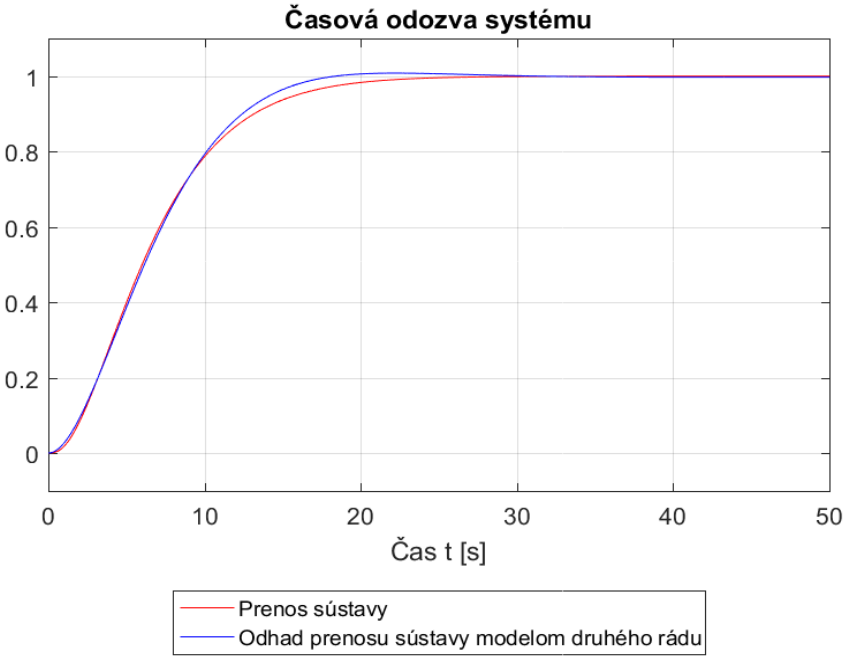
Simulácia testovacej sústavy prebiehala rovnako ako v kapitole 4.2. Celý zdrojový kód programu v Matlabe je v prílohe 3. Neznáme koeficienty boli vypočítané algoritmom, ktorý bol vo forme funkcie, a ktorý sa nachádza taktiež v prílohe 3.

Na základe vypočítaných koeficientov bol aproximovaný odhad diskrétneho prenosu dynamického systému pomocou identifikácie RMNŠ v tvare:

$$G(z) = \frac{2 \cdot 10^{-7} + 6 \cdot 10^{-6} z^{-1}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} \tag{50}$$

Zodpovedá mu spojitý prenos:

$$G(s) = \frac{-2{,}9 \cdot 10^{-4} s + 0{,}06}{s^2 + 0{,}41 s + 0{,}06} \tag{51}$$



Obr. 14: Časová odozva systému a jeho odhad použitím RMNŠ

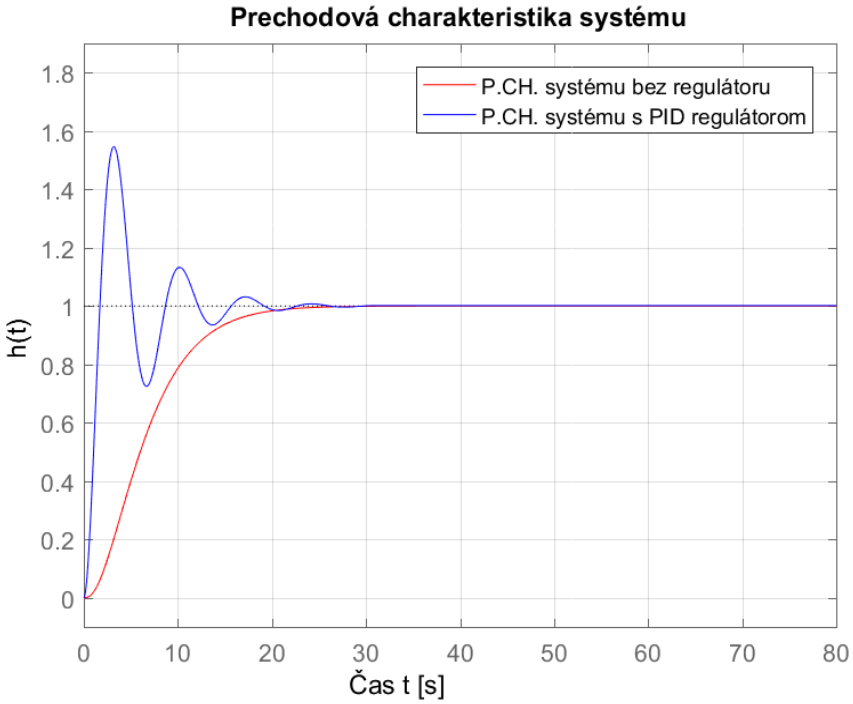
Ak by sme porovnali časové odozvy na jednotkový skok simulovaného prenosu a jeho odhadu, ktorý sme získali identifikáciou RMNŠ (Obr.14), zistili by sme, že výsledky sú takmer identické ako pri predchádzajúcej aproximácii. Dáva to zmysel, pretože ide o rovnakú metódu identifikácie, ale s iným postupom. MNŠ počíta parametre z celkových nameraných dát a RMNŠ ich počíta postupným spresnením zahrnutím ďalšieho kroku.

4.4 Nastavenie optimálnych parametrov PID regulátoru

K testovaciemu dynamickému systému sme sa pokúsili vybrať vhodný regulátor. Bol vybratý PID regulátor, pretože dokázal vyregulovať veličinu v dostatočne krátkom čase a zároveň odstránil trvalú regulačnú odchýlku. K prenosu testovacieho dynamického systému bol sériovo zapojený regulátor. Zavedením spätnej väzby bol vytvorený uzavretý regulačný obvod. Optimálne parametre regulátoru boli určené metódou podľa Zieglera a Nicholsa. Táto metóda je podrobne rozobratá v kapitole 3.5.

Kritické zosilnenie $r_{0_{krit}}$ a kritickú periódu T_{krit} sme určili z Bodeho diagramu, z ktorého sa dala vyčítať bezpečnosť voči zosilneniu, a odpovedajúca uhlová frekvencia, pri ktorej je táto bezpečnosť voči zosilneniu meraná. Kritickú periódu T_{krit} sme určili ako prevrátenú vypočítanú hodnotu frekvencie z kritickej uhlovej frekvencie a kritické zosilnenie $r_{0_{krit}}$ odpovedalo hodnote bezpečnosti voči zosilneniu. Pre zvolený dynamický systém sú tieto kritické hodnoty: $r_{0_{krit}} = 18{,}6055$, $T_{krit} = 5{,}3095$.

Podľa Tab. 1 boli zvolené optimálne parametre pre PID regulátor. Zdrojový kód, ktorým sme zrealizovali nastavenie optimálnych parametrov regulátoru sa nachádza v prílohe 4. Časová odozva systému na jednotkovú skokovú zmenu žiadanej veličiny s PID regulátorom a bez regulátoru je znázornená na Obr.15. Modrá krivka, ktorá znázorňuje priebeh regulácie, má pomerne veľký maximálny prekmit ($\kappa \approx 55\ \%$) a k vyregulovaniu veličiny došlo za približne $20\ s$.



Obr. 15: Prechodová charakteristika systému s PID regulátorom a bez regulátoru

5 REALIZÁCIA ADAPTÍVNEHO REGULÁTORU S PRIEBEŽNOU IDENTIFIKÁCIOU SÚSTAVY

Regulátory, ktorých optimálne parametre sú trvalo nastavené, nemôžu reagovať na zmenu procesu. Avšak dynamika procesov súčasnej technológie sa môže náhle meniť v reálnom čase. Klasické PID regulátory s pevne nastavenými parametrami sú často nevyhovujúce na riadenie takých procesov. Optimálne nastavené parametre PID regulátorov sú často kompromisným riešením počas doby trvania procesu za predpokladu zaistenia stability. Okrem toho vyžadujú pozornosť obsluhy pri zmene nastavenia. Preto sa do popredia dostávajú adaptívne regulátory, ktoré sú schopné prispôsobiť sa zmenou parametrov regulátoru podľa aktuálnej dymamiky procesu. Zatiaľ čo klasické regulátory využívajú pevne danú spätnú väzbu vo forme regulačnej odchýlky $e = w - y$, u adaptívnych regulátorov je regulačná odchýlka e použitá k zmene riadiaceho zákona procesu, podľa ktorého sa regulátor adaptuje (dochádza k zmene parametrov regulátoru podľa požadovanej kvality regulačného deja). [1,14]

5.1 Samonastavujúce sa regulátory

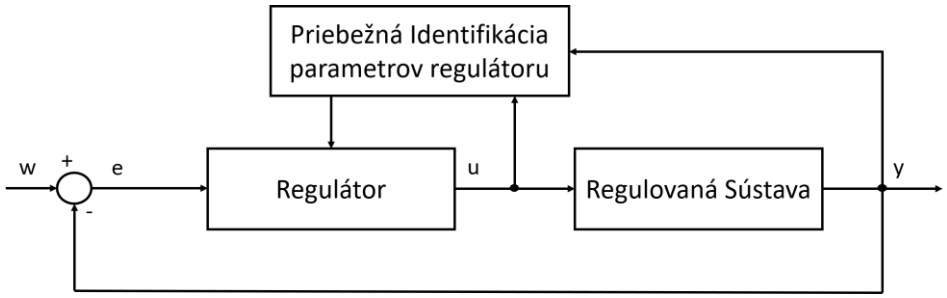
Do tejto skupiny adaptívnych regulátorov patria aj tzv. samonastavujúce sa regulátory (STC – Self-Tuning Controllers). Samonastavujúce sa regulátory sú založené na priebežnej identifikácii neznámeho procesu a na následnej syntéze riadenia procesu. [1] Algoritmickú štruktúru samonastavujúceho sa regulátoru môžeme rozdeliť na identifikačnú a riadiacu časť.

Pri identifikácii dochádza k priebežnému odhadu neznámych parametrov, pomocou ktorých sa počíta odhad výstupu regulovanej sústavy a na základe ktorých je vytvorený diskrétny časový model. Väčšinou je použitá rekurzívna metóda najmenších štvorcov.

Syntéza je uskutočnená podľa známych algoritmov ako napr. metóda priradenia pólov (*Pole Placement*), algoritmy pre minimálny počet krokov regulačného pochodu (*Dead Beat*), minimalizácia rozptylu výstupu (*Minimum Variance*), metóda Zieglera a Nicholsa a iné. [1] Implementácia samonastavujúceho sa regulátoru môže byť uskutočnená dvomi spôsobmi: implicitne (priamo) alebo explicitne (nepriamo).

5.1.1 Implicitný samonastavujúci sa regulátor

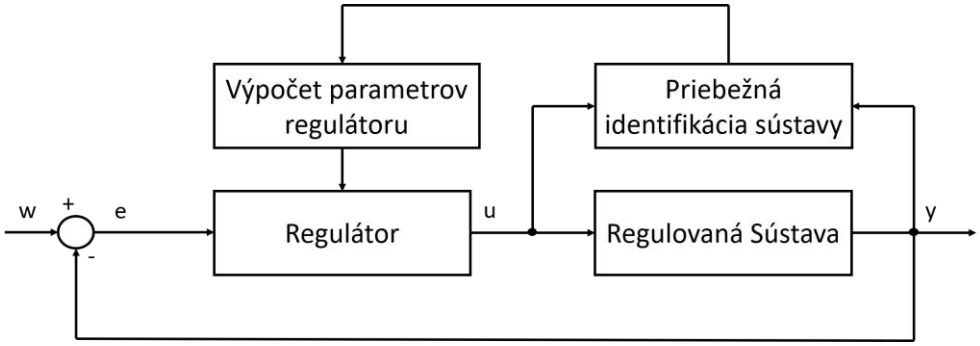
Implicitné samonastavujúce sa regulátory odhadujú optimálne parametre regulátora priamo na základe výstupu z regulátoru a regulovanej sústavy bez použitia matematického modelu. Pri každom cykle sa tieto parametre prepočítavajú podľa aktuálnej dynamiky procesu.



Obr. 16: Blokový diagram implicitného samonastavujúceho sa regulátoru

5.1.2 Explicitný samonastavujúci sa regulátor

Výpočet parametrov explicitne samonastavujúceho sa regulátoru prebieha v dvoch krokoch. V prvom kroku sa na základe výstupu regulátoru a regulovanej sústavy použitím priebežnej identifikácie určí matematický model vo forme prenosu. V druhom kroku sa na základe parametrov matematického modelu určia optimálne parametre pre regulátor. Tieto kroky sa opakujú pri každom riadiacom cykle, čo umožňuje regulátoru sa adaptovať.



Obr. 17: Blokový diagram explicitného samonastavujúceho sa regulátoru

5.2 Návrh a realizácia adaptívneho regulátoru

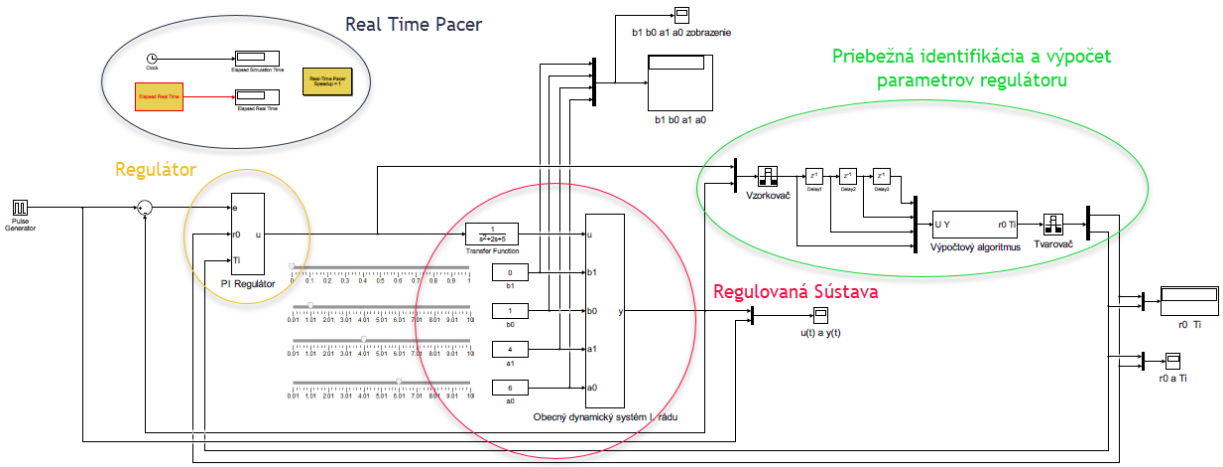
V predchádzajúcej kapitole bola predstavená identifikácia dynamického systému a nastavenie optimálnych parametrov zvoleného regulátoru. Všetky tieto poznatky budú využité ku realizácii adaptívneho regulátoru.

Cieľom praktickej časti tejto práce je navrhnutie adaptívneho samonastavujúceho sa regulátoru, ktorý je schopný meniť optimálne parametre podľa aktuálnej identifikovanej sústavy. Jeho realizácia vychádza z Obr.17. Prvým krokom bola voľba dynamického systému. Ďalej bolo nutné zvoliť vhodný typ regulátoru, identifikačnú metódu a metódu pre jeho syntézu.

5.3 Vývojové prostredie Matlab & Simulink

Ako vývojové prostredie bol použitý software Matlab & Simulink. Matlab umožňuje relatívne jednoducho pracovať s vektormi, maticami a inými matematickými operáciami, ktoré sú priamo implementované ako jednoduché príkazy. Hlavné okno obsahuje interaktívny *workspace* s variabilným prehliadačom. Simulink je vhodný pri modelovaní a simulácií reálnych procesov. Základným prvkom sú rôzne typy blokov, ktoré sa nachádzajú v knižnici. K vytvoreniu vlastného modelu je používaná technika *drag and drop*. Tieto blokové komponenty sa navzájom prepájajú. Práca s nimi je jednoduchá a intuitívna. [16]

5.4 Simulačný model adaptívneho regulátoru

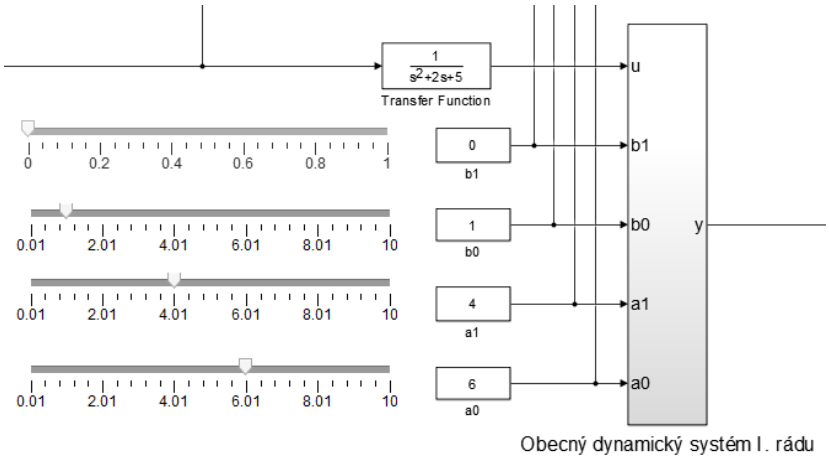


Obr. 18: Simulačný model adaptívneho regulátoru (zväčšený model je v prílohe 6)

Simulačný model adaptívneho samonastavujúceho sa regulátoru v Simulinku (Obr.18) vychádza zo základnej schémy spätnoväzobného regulačného obvodu. Tvorí ho regulátor a prenosová funkcia systému. Keďže ide o samonastavujúci sa regulátor, k regulačnému obvodu je pripojená ďalšia časť, ktorá obsahuje skupinu blokov na priebežnú identifikáciu a výpočet optimálnych parametrov regulátoru.

5.4.1 Regulovaná sústava

Podľa zadania bolo nutné vytvoriť model takej regulovanej sústavy, pri ktorej by bolo možné meniť jej parametre a musela byť minimálne tretieho rádu na úspešné použitie metódy podľa Zieglera a Nicholsa. Zmena parametrov počas simulácie je realizovaná pomocou bloku *slider*. Tento blok umožní nastaviť hodnotu prepojeného koeficientu z voleného rozsahu. Druhým krokom bolo zvoliť vhodný dynamický systém.



Obr. 19: Regulovaná sústava

Aby sústava neobsahovala zbytočne veľa nastaviteľných koeficientov, je vytvorená z dvoch častí: pevnej a variabilnej. Prenos pevnej časti je v bloku *Transfer Function* nastavený na tvar:

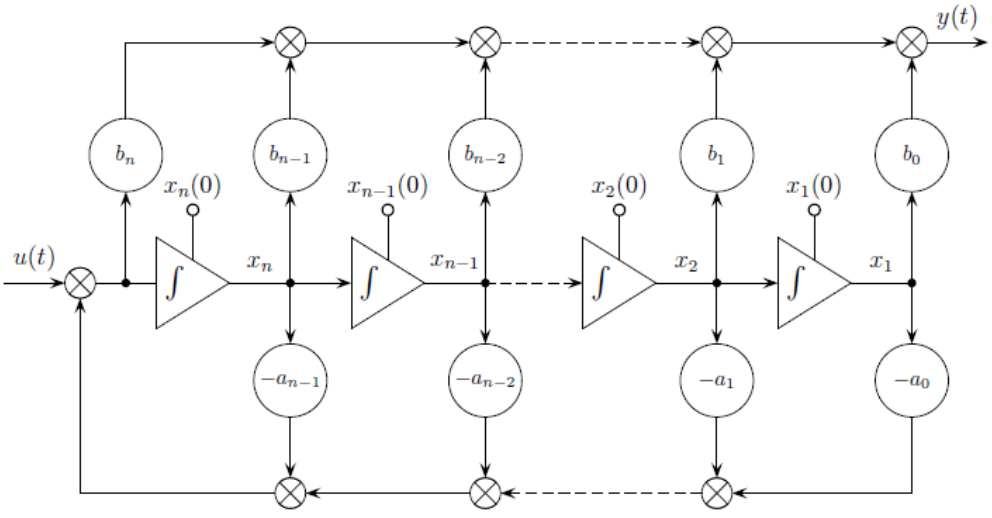
$$G_1(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 5} \tag{52}$$

Variabilná časť, vložená do subsystému, je v tvare obecného dynamického systému prvého rádu:

$$G_2(s) = \frac{b_1 s + b_0}{a_1 s + a_0} \tag{53}$$

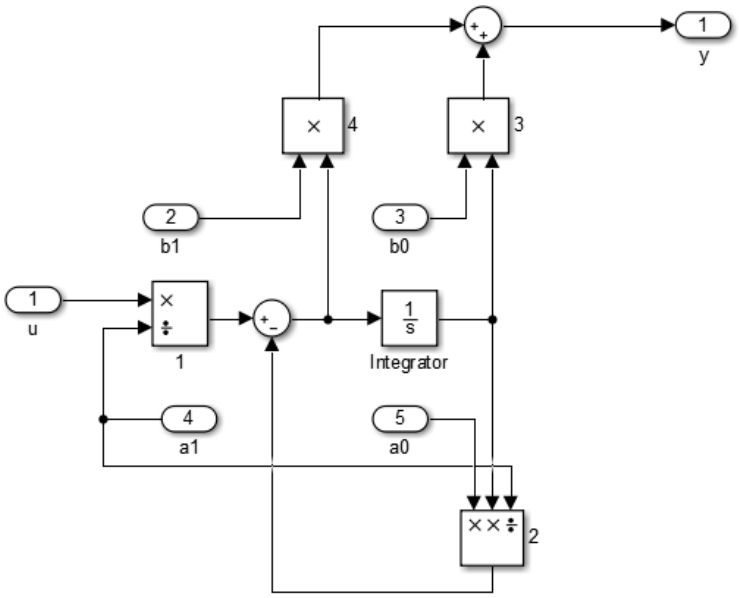
Prenosová funkcia (53) je v polynomickom tvare. Najvýhodnejší spôsob prevodu na stavový popis docielime použitím priameho programovania podľa predlohy v [12].

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}, kde\ m \leq n \tag{54}$$



Obr. 20: Stavový diagram priameho programovania [12]

Realizácia obecného dynamického systému prvého rádu v Simulinku je zobrazená na Obr.21. Vstupy a_1, a_0, b_1 a b_0 predstavujú nastavené hodnoty volených koeficientov. Model je upravený na taký tvar, ktorý zaručuje, že koeficient a_1 je vždy jednotkový.



Obr. 21: Realizácia obecného dynamického systému prvého rádu

Pevná a variabilná časť systému sú sériovo spojené (výstup pevnej časti je vstupom variabilnej časti). Výsledná prenosová funkcia dynamického systému je určená vynásobením pevnej a variabilnej časti:

$$G(s) = \frac{(b_1 s + b_0)}{(s^2 + 2s + 5)(a_1 s + a_0)} \tag{55}$$

5.4.2 Regulátor

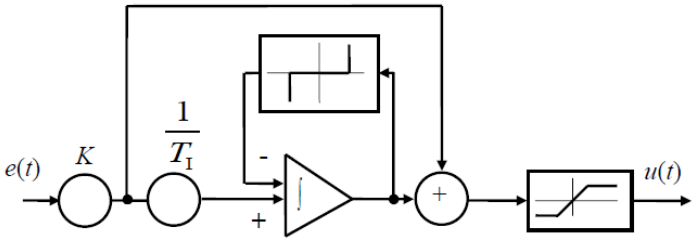
Ako regulátor bol zvolený regulátor typu PI. PI regulátor kombinuje vlastnosti proporcionálneho a integračného regulátoru. Proporcionálna zložka odpovedá prirodzenej akcii regulátoru a integračná zložka zaistí nulovú regulačnú odchýlku. [13] Zároveň integračná zložka má aj svoje negatívne vlastnosti: zhoršuje celkovú stabilitu deja a predlžuje periódu kmitov. Základná knižná verzia PI regulátoru v paralelnom tvare je:

$$u(t) = K\left(e(t) + \int_0^t e(t)dt\right) \tag{56}$$

Zodpovedá jej prenosová funkcia:

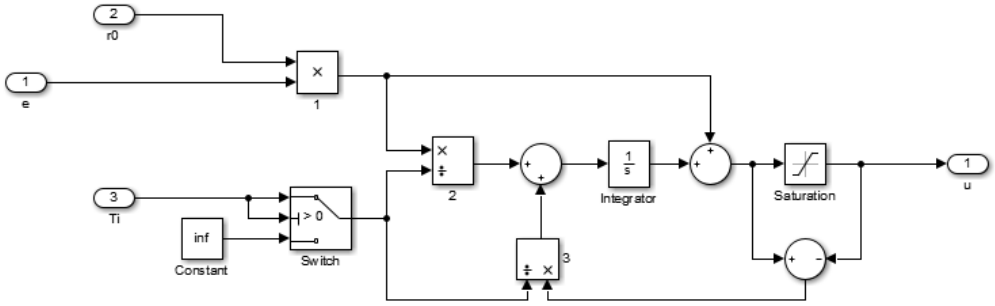
$$G(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_I s}\right) \tag{57}$$

Realizácia PI regulátoru v Simulinku vychádza zo stavového diagramu (Obr.22).



Obr. 22: Stavový diagram PI regulátoru [13]

Blokový model PI regulátoru (Obr.23) je vložený do subsystému. Do regulátoru vstupuje regulačná odchýlka e (rozdiel medzi požadovanou a regulovanou veličinou), zosilnenie sústavy r_0 a integračná časová konštanta T_I. Regulátor je vybavený ochranou proti prebudeniu (*antiwindup*), ktorá obmedzí integračnú zložku regulátoru. Blokom *saturation* je nastavená horná a dolná hranica výstupu. V prípade, že integračná zložka je nulová, blok *switch* nastaví veľkosť integračnej zložky na hodnotu $T_I = \infty$ (zložka je vyradená a nemá žiadny vplyv na regulovanú sústavu).



Obr. 23: Realizácia PI regulátoru

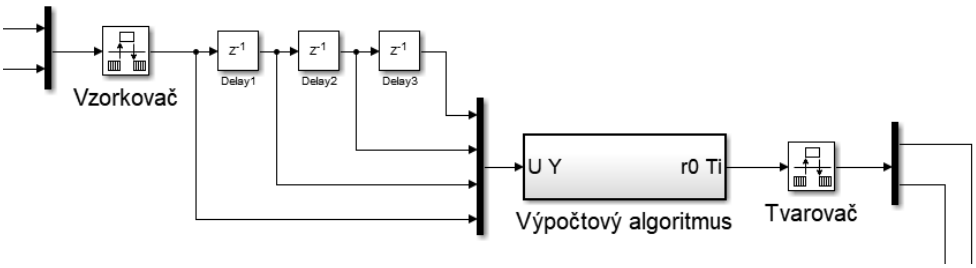
5.4.3 Priebežná identifikácia a výpočet parametrov regulátoru

Sústava je aproximovaná modelom tretieho rádu a je popísaná šiestimi neznámymi koeficientami. Tieto neznáme koeficienty sa vypočítajú pomocou rekurzívnej metódy najmenších štvorcov. Realizácia priebežnej identifikácie a výpočet parametrov regulátoru v Simulinku je znázornená na Obr.24. Z nameraných vstupných a výstupných údajov je pomocou multiplexoru (*mux*) vytvorený vektor vstupných a výstupných údajov:

$$\mathbf{uy} = [\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{y}(k)]^T \tag{58}$$

Keďže je využitá priebežná identifikácia, ktorá pracuje aj s údajmi v predošlých krokoch, je nutné do obvodu zapojiť vzorkovač. Perióda vzorkovania je nastavená na $T_s = 0{,}1\ s$. Pomocou blokov *delay*, ktoré oneskoria vstupný signál, získame vektor vstupných a výstupných hodnôt v krokoch $(k-1), (k-2)\ a\ (k-3)$. Zo všetkých vektorov vstupných a výstupných údajov v k-tých krokoch je ďalším multiplexorom vytvorený jeden veľký vektor údajov **UY**:

$$\mathbf{UY} = [\mathbf{u}(k) \quad \mathbf{y}(k) \quad \mathbf{u}(k-1) \quad \mathbf{y}(k-1) \quad \mathbf{u}(k-2) \quad \mathbf{y}(k-2) \quad \mathbf{u}(k-3) \quad \mathbf{y}(k-3)]^T \tag{59}$$

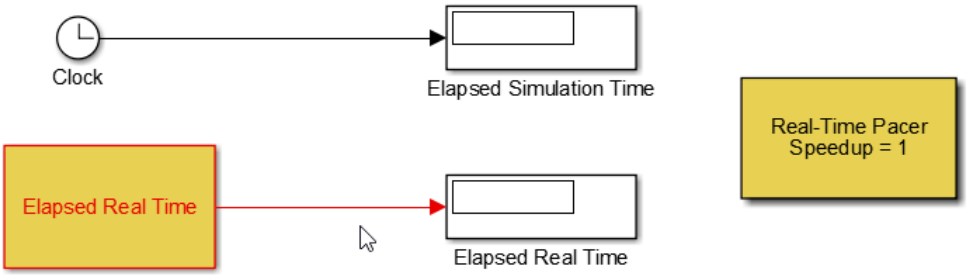


Obr. 24: Realizácia priebežnej identifikácie a syntézy regulátoru

Jadrom simulačného modelu je výpočtový algoritmus – volanie funkcie z bloku *interpreted MATLAB Fcn*, ktorý je vložený do subsystému. Týmto blokom je realizovaná priebežná identifikácia a výpočet parametrov regulátoru. Na vstup funkcie prichádza vektor nameraných hodnôt **UY**, výstupom sú optimálne parametre r_0 a T_I, ktoré sú vypočítané optimalizačným algoritmom. Celý algoritmus je v zdrojovom kóde, nájdeme ho v prílohe 5. Optimálne parametre regulátoru sú tvarovačom prevedené na spojitý tvar. Blok demultiplexor (*demux*) rozdelí vektor optimálnych parametrov regulátoru. Tieto parametre sú samostatne privádzané na vstup PI regulátoru.

5.4.4 Real Time Pacer

Knižnica Real Time Pacer spomalí čas simulácie tak, aby bol synchronizovaný so skutočným uplynutým časom. Stupeň spomalenia a zrýchlenia je volený pomocou parametru *Speedup*. Zhoda medzi uplynutým reálnym časom a časom simulácie je približná, rozdiely sú rádovo v 10 až 30 ms. Toto oneskorenie je spôsobené pri súbežnom spracovaní úloh (*multitasking*) v presných časových okamihoch, prípadne zaťažením procesoru veľkým počtom výpočtov modelu.



Obr. 25: Real Time Pacer

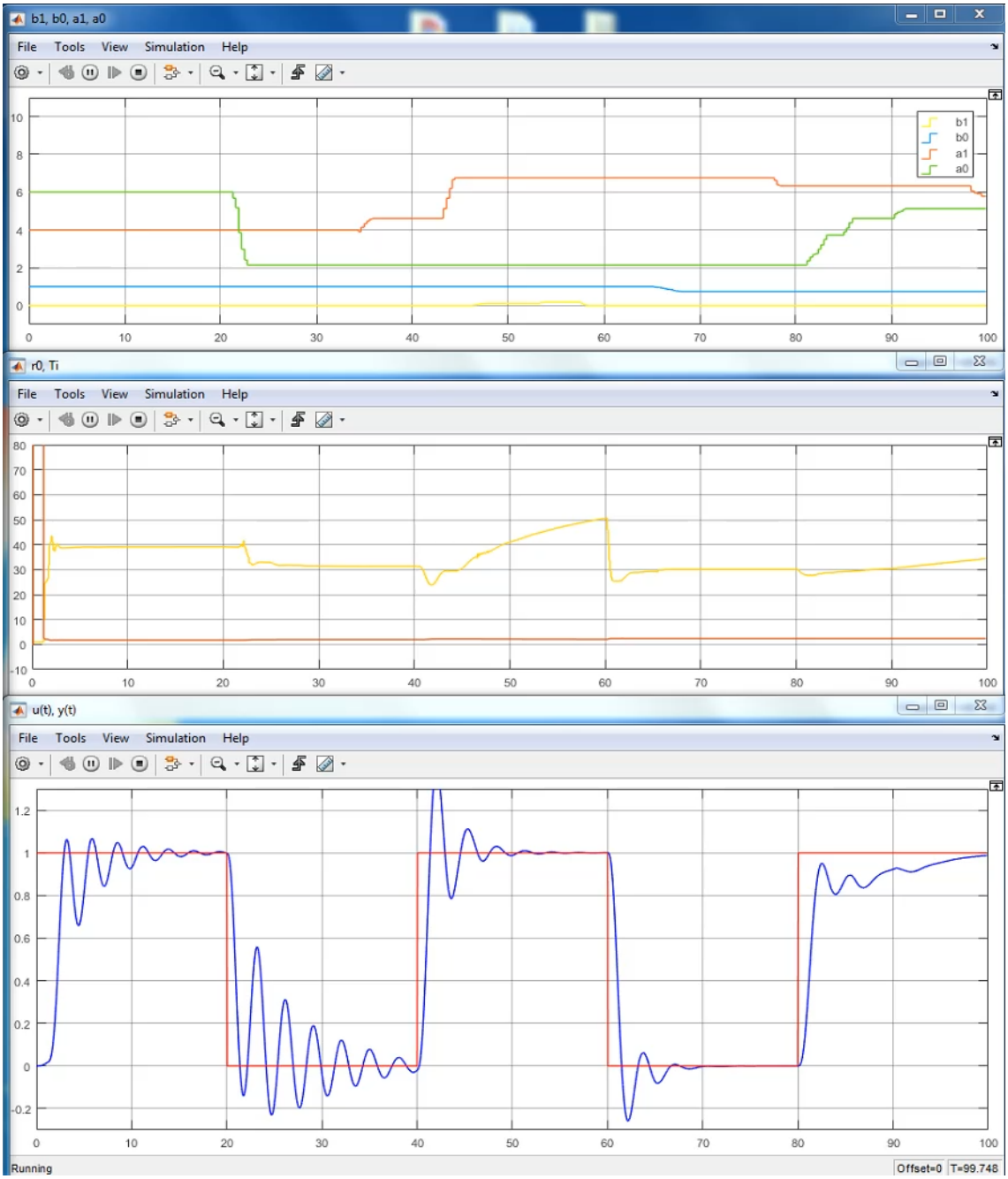
5.4.5 Vstupný signál

Blok *pulse generator* generuje pulzy s jednotkovou amplitúdou. Aby regulovaná sústava mala dostatok času na vyregulovanie, perióda pulzov bola nastavená na $T = 40\ s$.

5.5 Testovanie

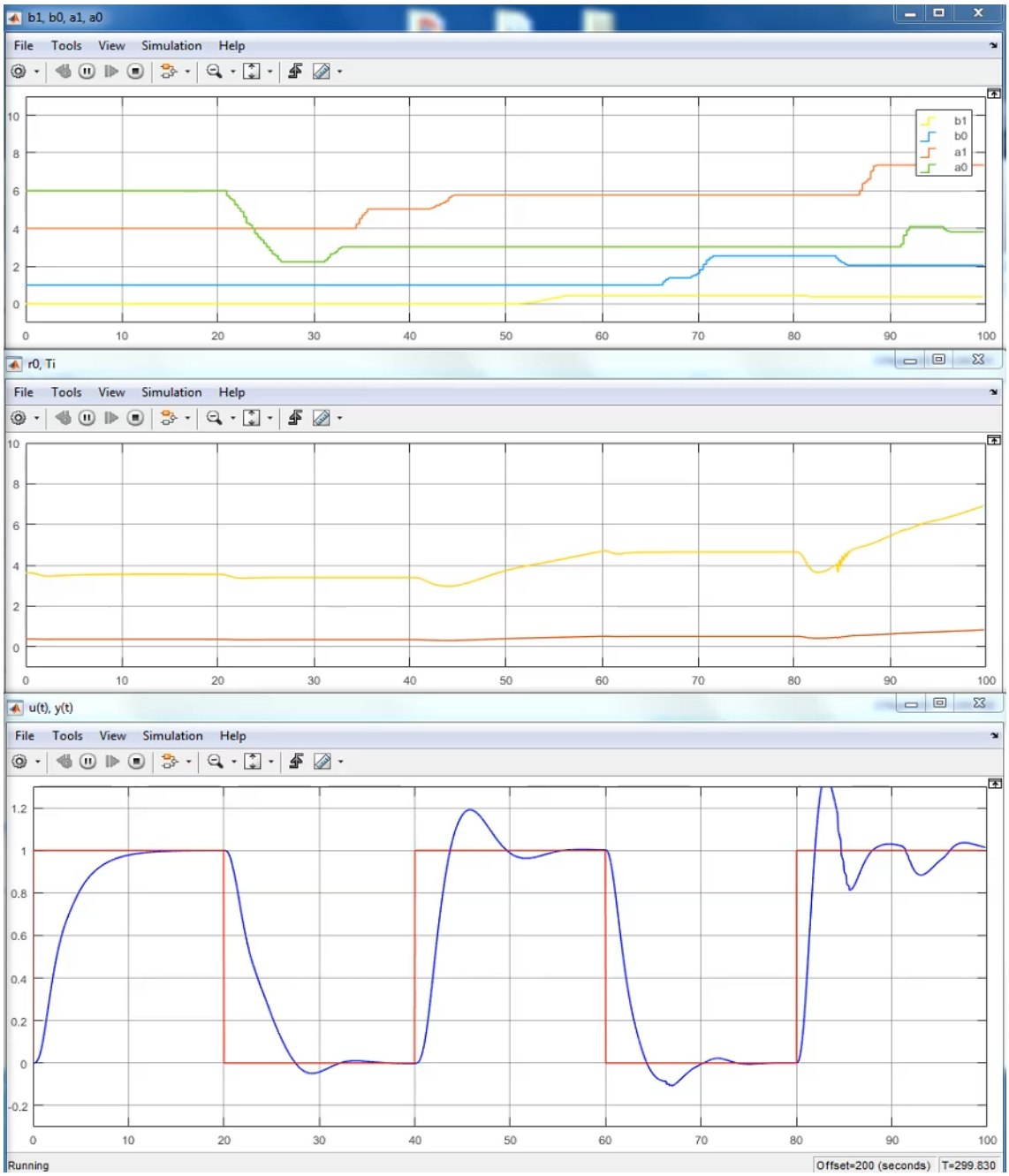
V tejto podkapitole budú ukázané príklady adaptácie parametrov regulátoru. Budeme sledovať odozvu regulovanej sústavy na vstupný signál, zmenu parametrov regulátoru a zmenu nastavených koeficientov dynamického systému v reálnom čase.

Pri prvom testovaní bude využitá optimalizačná metóda podľa Zieglera a Nicholsa. Na začiatku simulácie boli koeficienty dynamického systému nastavené na: $b_0 = 1, b_1 = 0, a_0 = 6, a_1 = 4$.



Obr. 26: Časové priebehy nastavených koeficientov variabilnej časti dynamického systému (horný graf), parametrov regulátoru (stredný graf) a odozvy regulovanej sústavy (spodný graf) na jednotkový pulz s periódou $T = 40$. Ako optimalizačná metóda parametrov regulátoru je zvolená metóda podľa Zieglera a Nicholsa (priebeh v reálnom čase je v prílohe na CD).

Teraz bude vyskúšaná optimalizačná metóda pomocou funkcie v Matlabe s názvom `pidtune(sys,C0,wc)`. Ide o patentovaný *frequency-domain* algoritmus od spoločnosti MathWorks, ktorý naladí také parametre regulátoru, ktoré kombinujú dobrú výkonnosť (časovú odozvu) a stabilitu. Táto funkcia obsahuje tri parametre: model dynamického systému, typ navrhnutého regulátoru a kritická uhlová frekvencia ω_c (*crossover frequency)*. [16] Koeficienty variabilnej časti dynamického systému boli inicializované na rovnaké hodnoty ako pri predchádzajúcom testovaní.



Obr. 27: Časové priebehy nastavených koeficientov variabilnej časti dynamického systému (horný graf), parametrov regulátoru (stredný graf) a odozvy regulovanej sústavy (spodný graf) na jednotkový pulz s periódou $T = 40$. Ako optimalizačná metóda parametrov regulátoru je zvolená funkcia `pidtune(sys,C0,wc)` (priebeh v reálnom čase je v prílohe na CD).

5.6 Zhodnotenie výsledkov testovania

Pri testovaní simulačného modelu adaptívneho regulátoru sa menili koeficienty variabilnej časti regulovanej sústavy z rozsahu $0-10$. Boli využité dve odlišné optimalizačné metódy – metóda podľa Zieglera a Nicholsa a funkcia v Matlabe `pidtune(sys,C0,wc)`, ktoré nastavovali optimálne parametre PI regulátoru podľa aktuálneho dynamického systému. Sledovaný charakter odozvy regulovanej sústavy sa menil v závislosti od aktuálnych nastavených koeficientov. Všetky tieto zmeny je možné sledovať počas $100\ s$ simulácie na Obr. 26 a Obr. 27 (priebeh v reálnom čase je v prílohe na CD).

Na začiatku každej simulácie (počas prvých $20\ s$), parametre dynamického systému zostali nezmenené. Tu sa naskytá príležitosť kvalitatívne porovnať tieto odozvy. Ak by sme ich porovnali z hľadiska kvality regulácie, zistili by sme, že sa výrazne líšia. Metóda podľa Zieglera a Nicholsa dáva kmitavú odozvu s prekmitmi okolo 5% a s maximálnym podkmitom okolo 35%. Optimalizačná funkcia v Matlabe dáva naopak nekmitavú odozvu s dobrou stabilitou. Čo sa týka doby regulácie, kratšiu vykazuje regulovaná sústava s PI regulátorom s nastavenými parametrami podľa funkcie `pidtune(sys,C0,wc)`, a to približne 12 s. Teraz budú zhodnotené jednotlivé priebehy simulácie.

Ako sa dalo očakávať pri použití PI regulátoru, metóda podľa Zieglera a Nicholsa dávala silne kmitavú odozvu s pomerne veľkými prekmitmi a podkmitmi ($\kappa = 30-55\ \%$ podľa aktuálne nastavených koeficientov). Adaptáciu parametrov PI regulátoru bolo možné sledovať na displeji simulačného modelu. Počas simulácie, optimálne parametre regulátoru sa pohybovali v rozmedzí: $r_0 = 25-50, T_I = 2{,}0-2{,}5$.

Omnoho prijateľnejšie výsledky čo sa týka kvality a doby regulácie sme dostali využitím druhého optimalizačného kritéria. Pri zmene koeficientov došlo k miernemu prekmitu a podkmitu regulovanej veličiny, avšak nie tak veľkého ako pri využití Ziegler-Nicholsovej metódy. Optimálne parametre PI regulátoru sa pohybovali v rozmedzí: $r_0 = 4-7, T_I = 0{,}4-0{,}7$.

6 ZÁVER

Cieľom teoretickej časti bolo spracovať tému zameranú na identifikáciu dynamických systémov a návrh optimálnych parametrov regulátoru. Tento cieľ bol splnený v kapitolách 2 a 3. V úvodnej časti som sa všeobecne zaoberal modelmi, modelovaním a identifikáciou. Po uvedení čitateľa do témy som sa postupne venoval najznámejším a najpoužívanejším identifikačným metódam. V druhej polovici teoretickej časti boli vysvetlené niektoré postupy návrhu optimálnych parametrov regulátoru.

Cieľom praktickej časti bolo navrhnutie takého regulátoru, ktorý by bol schopný zaistiť adaptáciu jeho parametrov pri zmene prenosu regulovanej sústavy. Ako identifikačná metóda mala byť použitá metóda najmenších štvorcov. Ešte pred samotným návrhom adaptívneho regulátoru som v štvrtej kapitole ukázal praktické využitie aj s podrobným postupom metódy najmenších štvorcov a návrh parametrov regulátoru podľa Zieglera a Nicholsa. Poznatky z tejto kapitoly boli ďalej využité v praktickej časti. Cieľ praktickej časti bol splnený v piatej kapitole, kde bol navrhnutý adaptívny samonastavujúci sa regulátor. Po popísaní jednotlivých častí simulačného modelu bol tento model otestovaný. Simulované priebehy sú v podkapitole 5.5. Ako vstupný signál bol zvolený obdĺžnikový signál. Zmenou koeficientov dynamického systému počas simulácie sme mohli sledovať meniaci sa charakter odozvy a prepočet optimálnych parametrov regulátoru. Počas simulácie sa optimálne parametre regulátoru nastavovali podľa dvoch optimalizačných algoritmov – metóda podľa Zieglera a Nicholsa a patentovaná funkcia v Matlabe od Mathworks. Výsledné priebehy boli následne zhodnotené a porovnané.

7 ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

[1] PIVOŇKA, Petr. *Optimalizace regulátorů*. [Skriptum.] Brno: VUT, FEKT, 2005. Dostupné na: *http://matlab.fei.tuke.sk/raui/doc/OptimalizaceRegul_Piv_w.pdf* [cit. 2019-03-03].

[2] DUNÍK, Jindřich. *Identifikace systémů a filtrace*. 2. vydanie. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2018. ISBN 978-80-261-0775-0. Dostupné na: *https://doi.org/10.24132/ZCU.2018.07750* [cit. 2019-03-07].

[3] ŠOLC František, VÁCLAVEK Pavel, VAVŘÍN Petr. *Řízení a regulace II: Analýza a řízení nelineárních systémů.* [Skriptum.] Brno: VUT, FEKT. [cit. 2019-03-15].

[4] LJUNG, Lennart, *Development of system identification*. Dostupné na: *https://kundoc.com/pdf-development-of-system-identification.html* [cit. 2019-03-16].

[5] FIKAR Miroslav, MIKLEŠ Ján. *Identifikácia systémov.* 1. Vydanie. Bratislava: Vydavateľstvo STU v Bratislave, 1999. ISBN 80-227-1177-2. Dostupné na: *https://www.uiam.sk/~fikar/research/ident/ident.pdf* [cit. 2019-04-01].

[6] ŠVARC Ivan, MATOUŠEK Radomil, ŠEDA Miloš, VÍTEČKOVÁ Miluše. *Automatické Řízení*. 2. vydanie. Brno: AKADEMICKÉ NAKLADATELSTVÍ CERM, 2011. ISBN 978-80-214-4398-3.

[7] STREJC,V. O možnostech vyššího využití teorie regulace v praxi. Praha, 1958.

[8] BLAHA, Peter. *Modelovaní a identifikace: Neparametrické metody* [PDF dokument]. *https://sites.google.com/site/modelovaniaidentifikace/p%C5%99edn%C3%A1%C5%Aky* [cit. 2019-04-10].

[9] BLAHA, Peter. *Modelovaní a identifikace: Neparametrické metody* [PDF dokument]. *https://sites.google.com/site/modelovaniaidentifikace/p%C5%99edn%C3%A1%C5%Aky* [cit. 2019-04-11].

[10] BLAHA, Peter. *Modelovaní a identifikace: Úvodní prednáška* [PDF dokument]. *https://sites.google.com/site/modelovaniaidentifikace/p%C5%99edn%C3%A1%C5%Aky* [cit. 2019-04-12].

[11] ŠULC Bohumil, VÍTEČKOVÁ Miluše. *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů.*1. vydanie. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-03007-5.

[12] BLAHA Peter, VAVŘÍN Petr. *Řízení a regulace I: Základy regulace lineárních systémů – spojité a diskrétní.* [Skriptum.] Brno: VUT, FEKT. Dostupné na: *https://docs.google.com/viewer?a=v&pid=sites&srcid=ZGVmYXVsdGRvbWFpbnxyaXplbmlhmVndWxhY2UxfGd4OjYxNTNlYmM0NTJjYmViZTE* [cit. 2019-04-23].

[13] PIVOŇKA, Petr. *Číslicová řídicí technika*. [Skriptum.] Brno: VUT, FEKT. 2005.

[14] MENDES Jérôme, OSÓRIO Luís, ARAÚJO Rui. *Self-tuning PID controllers in pursuit of plug and play capacity*. Control Engineering Practice 69 (2017). ISSN: 0967-0661, pp.73-84. Dostupné na: *https://home.isr.uc.pt/~rui/publications/cep2017_v69Dec_73_web.pdf* [cit. 2019-04-27].

[15] BUCHTA, Luděk. *Cvičení MMID č. 6 – Průběžná MNČ* [PDF dokument]. *https://sites.google.com/site/modelovaniaidentifikace/cviceni-6---rekurzivni-mnc* [cit. 2019-05-05].

[16] MathWorks. *MATLAB and Simulink for Technical Computing*. ©1994-2019. Dostupné na: *https://www.mathworks.com/* [cit. 2019-05-10].

8 ZOZNAM SYMBOLOV, SKRATIEK, OBRÁZKOV A TABULIEK

Symbol	**popis**
a	amplitúda vstupného signálu
b	amplitúda výstupného signálu
$e(t)$	regulačná odchýlka
$e(k)$	regulačná odchýlka v číslicovom tvare
$F(j\omega)$	frekvenčný prenos systému
$F(s)$	prenos systému
$g(t)$	impulzná funkcia
$G_O(s)$	prenos otvoreného obvodu
$G_R(s)$	prenos regulátoru
$G_S(s)$	prenos sústavy
$G_w(s)$	prenos riadenia
$h(t)$	prechodová funkcia
i	krok výpočtu
K	zosilnenie systému
r_0	zosilnenie regulátoru
$r_{0_{krit}}$	kritické zosilnenie
T	časová konštanta
T_d	derivačná konštanta
T_{krit}	kritická perióda
T_n	doba nábehu
T_u	doba prieťahu
T_D	dopravné oneskorenie
T_I	integračná konštanta
$u(t)$	akčná veličina / akčný zásah
$U(s)$	Laplaceov obraz akčnej veličiny
$v(t)$	poruchová veličina
$V(s)$	Laplaceov obraz poruchovej veličiny
$w(t)$	žiadaná veličina
$y(t)$	regulovaná veličina
$\hat{y}$	odhad výstupnej veličiny modelu
y_c	signál po násobení $\cos \omega t$ a integrácii
y_s	signál po násobení $\sin \omega t$ a integrácii
$y(k)$	regulovaná veličina v číslicovom tvare
$Y(s)$	Laplaceov obraz výstupnej veličiny
z^{-1}	operátor oneskorenia
$\delta(t)$	jednotkový (Diracov) impulz

ε	chyba v kroku výpočtu
θ	hľadaný vektor neznámych parametrov
κ	relatívny prekmit regulovanej veličiny
$\eta(t)$	jednotkový skok
$\eta(t)$	člen, zahrňujúci stochastické vplyvy
τ	pomocný koeficient
φ	fázový posuv
φ	vektor známych vstupných funkcii
ω	uhlová frekvencia

Skratka

IAE	Integral of Absolute Error
IE	Integral of Error
ISE	Integral of Squared Error
ITAE	Integral of Time multiplied by Absolute Error
MNŠ	Metóda Najmenších Štvorcov
RMNŠ	Rekurzívna Metóda Najmenších Štvorcov
STC	Self-Tuning Controllers

Zoznam obrázkov

Obr.1 Prechodová charakteristika systému prvého rádu 21
Obr.2 Prechodová charakteristika systému prvého rádu s dopravným oneskorením 22
Obr.3 Prechodová charakteristika nekmitavého systému druhého rádu 23
Obr.4 Vylepšená frekvenčná analýza 25
Obr.5 Korelačná analýza 25
Obr.6 ARX Model 27
Obr.7 ARMAX Model 27
Obr.8 Blokový diagram metódy najmenších štvorcov 28
Obr.9 Znázornenie regulačnej plochy 32
Obr.10 Amplitúdo-frekvenčná charakteristika optimálneho modulu 34
Obr.11 Znázornenie regulačného obvodu na medze stability 35
Obr.12 Prechodová a impulzná charakteristika testovacieho dynamického systému 37
Obr.13 Časová odozva systému a jeho odhad použitím MNŠ 39
Obr.14 Časová odozva systému a jeho odhad použitím RMNŠ 40
Obr.15 Prechodová charakteristika systému s PID regulátorom a bez regulátoru 41
Obr.16 Blokový diagram implicitného samonastavujúceho sa regulátoru 44
Obr.17 Blokový diagram explicitného samonastavujúceho sa regulátoru 44
Obr.18 Simulačný model adaptívneho regulátoru 45
Obr.19 Regulovaná sústava 46
Obr.20 Stavový diagram priameho programovania 46
Obr.21 Realizácia obecného dynamického systému prvého rádu 47
Obr.22 Stavový diagram PI regulátoru 48
Obr.23 Realizácia PI regulátoru 48
Obr.24 Realizácia priebežnej identifikácie a syntézy regulátoru 49
Obr.25 Real Time Pacer 49

Obr.26 Časové priebehy nastavených koeficientov variabilnej časti dynamického systému (horný graf), parametrov regulátoru (stredný graf) a odozvy regulovanej sústavy (spodný graf) na jednotkový pulz s periódou $T = 40$. Ako optimalizačná metóda parametrov regulátoru je zvolená metóda podľa Zieglera a Nicholsa. 50
Obr.27 Časové priebehy nastavených koeficientov variabilnej časti dynamického systému (horný graf), parametrov regulátoru (stredný graf) a odozvy regulovanej sústavy (spodný graf) na jednotkový pulz s periódou $T = 40$. Ako optimalizačná metóda parametrov regulátoru je zvolená funkcia `pidtune(sys,C0,wc)`. 51

Zoznam tabuliek

Tab.1 Hodnoty nastaviteľných parametrov regulátoru pre metódu podľa Zieglera a Nicholsa 36
Tab.2 Hodnoty nastaviteľných parametrov regulátoru pre metódu prechodovej charakteristiky..... 36

9 ZOZNAM PRÍLOH

Príloha 1 – Priebežná metóta najmenších štvorcov
Príloha 2 – Aproximácia testovacieho systému pomocou offline MNŠ
Príloha 3 – Aproximácia testovacieho systému pomocou online MNŠ
Príloha 4 – Nastavenie optimálnych parametrov regulátoru podľa Zieglera a Nicholsa
Príloha 5 – Priebežná identifikácia a syntéza adaptívneho regulátoru
Príloha 6 – Simulačný model adaptívneho samonastavujúceho sa regulátoru
Elektronická príloha

- súbor *Adaptivny_Regulator.pdf* – Zväčšená simulačná schéma adaptívneho samonastavujúceho sa regulátoru v Simulinku.
- zložka *Adaptívny_Regulátor* – Simulačný model adaptívneho samonastavujúceho sa regulátoru z kapitoly 5 v Simulinku, zdrojový kód algoritmu a inicializáciu adaptívneho regulátoru v Matlabe, súbor *readme.txt* ako návod pre čitateľa a knižnicu Real Time Pacer.
- zložka *Testovacia_Sustava* – Kompletný program identifikácie testovacej sústavy a návrh regulátoru z kapitoly 4 v Matlabe.
- zložka *Testovanie* – súbory *Testovanie_1.mp4* a *Testovanie_2.mp4*. Videá, na ktorých je znázornené testovanie adaptívneho regulátoru v reálnom čase.

Príloha 1 – Priebežná metóda najmenších štvorcov

Celá táto príloha vychádza zo skript [15]. Vzťah na výpočet vektoru odhadu parametrov v *k*-tom kroku metódou najmenších štvorcov je v tvare:

$$\hat{\theta}(k) = P(k)\sum_{i=1}^{k}\varphi(i)y(i) \tag{1}$$

Tento vzťah sa pokúsime vyjadriť v prírastkovom tvare, čiže $\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \Delta$, potom po úpravách dostaneme vzťah na výpočet vektoru odhadov parametrov:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + K(k)\varepsilon(k) \\ K(k) &= P(k)\varphi(k) \\ \varepsilon(k) &= y(k) - \varphi(k)^T\hat{\theta}(k-1) \end{aligned} \tag{2}$$

Teraz použijeme lemmu o inverznej matice:

$$(A + bb^T)^{-1} = A^{-1} + A^{-1}b(1 + b^TA^{-1}b)^{-1}b^TA^{-1} \tag{3}$$

Po jej aplikácii na kovariančnú maticu *P* dostaneme:

$$P(k) = P(k-1) - \frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi(k)^TP(k-1)}{1 + \varphi(k)^TP(k-1)\varphi(k)} \tag{4}$$

Ak všetky tieto získané vzorce skompletizujeme do jednej sady rovníc, ktorú následne upravíme, dostaneme:

$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= y(k) - \varphi(k)^T\hat{\theta}(k-1) \\ K(k) &= \frac{P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi(k)^TP(k-1)\varphi(k)} \\ P(k) &= P(k-1) - K(k)\varphi(k)^TP(k-1) \\ \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + K(k)\varepsilon(k) \end{aligned} \tag{5}$$

Kovariančnú maticu P inicializujeme ako diagonálnu maticu, s veľmi vysokými hodnotami na diagonále (1e7-1e10). Vektor odhadovaných parametrov volíme na začiatok v tvare $\hat{\theta} = (1\ 0\ 0\ 0\ \ldots)^T$.

Príloha 2 – Aproximácia testovacieho systému offline MNŠ

```
clc;
clear all;
close all;

%Prenos systému
num = [1]; %čitateľ prenosu (numerator)
den = [5 14 7 1]; %menovateľ prenosu (denominator)
Gs = tf(num,den); %prenos systému
Ts = 0.01; %vzorkovacia perióda
t = (0:Ts:150); %časový interval

%Simulácia prenosu
u = [0 ones(1,length(t)-1)];
y = lsim(Gs,u,t);
title('Časová odozva dynamického systému');
plot(t,y,'r'); %vykreslenie simulácie systému
hold on;

%-------------------------------------------------------------------------
%Aproximácia systému pomocou MNŠ prenosom 2. rádu

phi = [ ]; %matica nameraných údajov

%Výpočet neznámych parametrov pomocou metódy najmenších štvorcov

for i = 2:-1:1
   phi = [phi y(i:end-2+i-1)];
end

for j = 2:-1:1
   phi = [phi u(j:end-2+j-1)'];
end

Mvyst = y(3:end);
theta = (phi'*phi)^-1*phi'*Mvyst;

%Určenie prenosu systemu
GzIdent = tf([theta(3:4)'],[1 -theta(1:2)'],(Ts)) %diskrétný prenos
GsIdent = d2c(GzIdent) %prevod diskrétneho prenosu na spojitý
yIdent = lsim(GsIdent,u,t);
title('Časová odozva systému');
xlabel('Čas t [s]');
axis([0 50 -0.1 1.1]);
grid on;
plot(t,yIdent,'b'); %vykreslenie diskrétneho identifikovaného prenosu
legend('Prenos sústavy','Odhad prenosu sústavy modelom druhého rádu',
'Location', 'southoutside');
```

Príloha 3 – Aproximácia testovacieho systému online MNŠ

```
clc;&
clear all;
close all;

%Prenos systému
num = [1]; %čitateľ prenosu (numerator)
den = [5 14 7 1]; %menovateľ prenosu (denominator)
Gs = tf(num,den); %prenos systému
Ts = 0.01; %vzorkovacia perióda
t = (0:Ts:150); %časový interval

%Simulácia prenosu
u = [0 ones(1,length(t)-1)];
y = lsim(Gs,u,t);
title('Časová odozva dynamického systému');
plot(t,y,'r'); %vykreslenie simulácie systému
hold on;
%-------------------------------------------------------------------------
%Aproximácia systému pomocou RMNŠ prenosom 2. rádu
N = 2;
%Inicializácia kovariančnej matice
value = 1e10; %inicializačná hodnota kovariančnej matice P
P = (zeros(4));
for i = 1:4
    for j = 1:4
        if i == j
            P(i,j) = value;
        end
    end
end

%Inicializácia
theta = [1;0;0;0]; %vektor parametrov
Mvst = [0 0]; %matica vstupných hodnôt
Mvyst = [0 0]; %matica výstupných hodnôt

%Výpočet neznámych parametrov pomocou rekurzívnej metódy najmenších
štvorcov
for k = 3:length(u)
    Mvst = [Mvst u(k)];
    Mvyst = [Mvyst y(k)];
    [theta P]=RMNS_2_rad(Mvst,Mvyst,P,theta);
end

%Určenie prenosu systemu
GzIdent = tf([theta(3:4)'],[1 -theta(1:2)'],(Ts)) %diskrétny prenos
GsIdent = d2c(GzIdent) %prevod diskrétneho prenosu na spojitý
yIdent = lsim(GsIdent,u,t);
title('Časová odozva systému');
xlabel('Čas t [s]');
axis([0 50 -0.1 1.1]);
grid on;
plot(t,yIdent,'b'); %vykreslenie diskrétneho identifikovaného prenosu
legend('Prenos sústavy','Odhad prenosu sústavy modelom druhého rádu',
'Location', 'southoutside');
```

```
function [ theta,P ] = RMNS_2_Rad(Mvst,Mvyst,P,theta)
    phi = [Mvyst(end-1);Mvyst(end-2); Mvst(end-1);Mvst(end-2)];
      %výpočet phi pre aktuálny krok
    e = Mvyst(end) - phi' * theta; %výpočet odchýlky
    K = (P * phi) / (1 + phi' * P * phi); %výpočet korekcie
    P = P - K * phi' * P; %výpočet aktuálnej kovariančnej matice
    theta = theta + K * e; %výpočet odhadu aktuálnych parametrov
end
```

Príloha 4 – Nastavenie optimálnych parametrov regulátoru podľa Zieglera a Nicholsa

```
clc;
clear all;
close all;

%Zvolený prenos (volí sa taký, ktorý sa dá rozkmitať)
num = [1]; %volený čitateľ prenosu (numerator)
den = [5 14 7 1]; %volený menovateľ prenosu (denominator)
Gs = tf(num,den); %prenos systému
step(Gs,'r'); %prechodová charakteristika zvoleného systému
hold on;

%Výpočet kritických parametrov podľa metódy Zieglera a Nicholsa
[Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(Gs);

if isinf(Gm)
    Gr = tf(0);
    disp('Sústavu sa nedá rozkmitať, Ziegler-Nicholsova metóda
zlyhala');
    return
end

r0krit = Gm %kritické zosilnenie
Tkrit = 1/(Wcg/(2*pi)) %kritická perióda kmitov

%Vypočítané parametre klasického PID regulátoru podľa Zieglera a
Nicholsa
r0 = 0.6*r0krit; %zosilnenie sústavy
Ti = 0.5*Tkrit; %integračná časová konštanta
Td = 0.12*Tkrit; %derivačná časová konštanta

%Prenos PID regulátoru
GrP = tf(r0);
GrI = tf(r0,[Ti 0]);
GrD = tf([r0*Td 0],1);
GrPID = GrP+GrI+GrD;

%Prechodová charakteristika regulačného obvodu
title('Prechodová charakteristika systému');
xlabel('Čas t [s]');
ylabel('h(t)');
axis([0 80 -0.1 1.9]);
grid on;
regulacni_obvod=feedback(series(GrPID, Gs), 1);
step(regulacni_obvod,'b-');
legend('P.CH. systému bez regulátoru','P.CH. systému s PID
regulátorom');
```

Príloha 5 – Priebežná identifikácia a syntéza adaptívneho regulátoru

```
function PI_Parameters = Adaptivny_Regulator(UY)

global P;
global theta;
global Ts;
global counter;
global vyber;

[theta,P] = RMNS_3_rad(UY([1 3 5 7]),UY([2 4 6 8]),P,theta);
      %volanie funkcie
GzIdent = tf([theta(4) theta(5) theta(6)],[1  -theta(1) -theta(2) -
theta(3)],Ts); %vytvorenie diskrétneho prenosu
counter = counter + 1; %počítadlo

if (counter*Ts) < 1
    PI_Parameters = [1,10e9];
else
    GsIdent = d2c(GzIdent); %prevod diskrétneho prenosu na spojitý

    if (vyber == 1) %vybrali ste Zieglera-Nicholsa
    [Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(GsIdent); %Bodeho diagram,
      kritické parametre

    if isinf(Gm)
        r0 = 1;
        Ti = 10e9;
        disp('ZN nefunguje, soustava nejde rozkmitať');
        PI_Parameters = [r0,Ti];
        return
    end

    r0krit = Gm; %určenie kritického zosílenia
    Tkrit = 1/(Wcg/(2*pi)); %výpočet kritickej periódy
    r0 = 0.45*r0krit; %optimálne zosílenie podľa ZN pre PI regulátor
    Ti = 0.83*Tkrit; %optimálna časová konštanta podľa ZN pre PI
      regulátor

    else %vybrali ste optimalizačnú funkciu pidtune
    C=pidtune(GsIdent,pidstd(1,1),0.35);
    r0=C.Kp;
    Ti=C.Ti;
    end
    PI_Parameters = [r0,Ti]; %vektor optimálnych parametrov
end
end

function [theta,P] = RMNS_3_rad(Mvst,Mvyst,P,theta)
    phi = [Mvyst(end-1);Mvyst(end-2);Mvyst(end-3);
           Mvst(end-1);Mvst(end-2);Mvst(end-3)];
            %výpočet phi pre aktuálny krok
    e = Mvyst(end) - phi' * theta; %výpočet odchýlky
    K = (P * phi) / (1 + phi' * P * phi); %výpočet korekcie
    P = P - K * phi' * P; %výpočet aktuálnej kovariančnej matice
    theta = theta + K * e; %výpočet odhadu neznámych parametrov
end
```

Inicializácia

```
global P;
global theta;
global Ts;
global counter;
global vyber;

value = 1e10;
P = (zeros(6));
for i = 1:6
    for j = 1:6
        if i == j
            P(i,j) = value;
        end
    end
end

theta = [1;0;0;0;0;0];
counter = 0;
Ts = 0.1;

vyber = menu('Vyberte optimalizačnú metódu','Ziegler
Nichols','pidtune');
if (vyber ==1)
    disp('Vybrali ste Zieglera-Nicholsa');
else
    disp('Vybrali ste optimalizačnú funkciu pidtune');
end
```

Príloha 6 – Simulačný model adaptívneho samonastavujúceho sa regulátoru

