



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV POZEMNÍHO STAVITELSTVÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF BUILDING STRUCTURES

OPTIMALIZACE VYBRANÝCH PARAMETRŮ PRO NÁVRH OBJEKTŮ S NÍZKOU ENERGETICKOU NÁROČNOSTÍ

OPTIMIZATION OF SELECTED PARAMETERS FOR THE DESIGN
OF OBJECTS WITH LOW ENERGY DEMAND

TEZE (ZKRÁCENÁ VERZE) DIZERTAČNÍ PRÁCE
ABBREVIATED DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. arch. PETRA JAROŠOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. STANISLAV ŠŤASTNÍK, CSc.

Abstrakt

Dizertační práce se soustředí na systémový přístup k nestacionárnímu výpočtovému modelování přenosu tepla u energeticky úsporných budov. Vytvořený výpočtový nástroj podporuje optimalizaci vybraných návrhových parametrů.

Summary

The doctoral thesis pays attention to the system approach to the nonstationary computational modelling of heat transfer for energy saving buildings. The created computational tool supports the optimization of selected design parameters.

Klíčová slova

Energeticky úsporné stavby, přenos tepla, výpočtová optimalizace.

Keywords

Energy saving buildings, heat transfer, computational optimization.

JAROŠOVÁ, P. *Optimalizace vybraných parametrů pro návrh objektů s nízkou energetickou náročností*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2017. 31 s. Vedoucí disertační práce prof. RNDr. Ing. Stanislav Šťastník, CSc.

Obsah

1	Úvod	4
2	Současný stav poznání	5
2.1	Historie energeticky úsporných staveb	6
2.2	Cesty k pasivnímu standardu	8
2.3	Tepelné výpočty podle technických norem	10
2.4	Přístupy nezahrnuté v technických normách	11
2.5	Výpočtové nástroje	13
3	Výpočtový model budovy jako tepelného systému	14
3.1	Fyzikální a matematické předpoklady	14
3.2	Možná zobecnění	17
3.3	Algoritmus výpočtu	18
4	Verifikace a validace výpočtového modelu	20
4.1	Softwarová implementace	21
4.2	Porovnání vypočtených a experimentálních výsledků	21
4.3	Možnosti optimalizace návrhu	24
5	Závěr	24
6	Literatura	26
7	Životopis autorky	28

1 Úvod

Evropská legislativa směřuje na základě výzkumných projektů i společenských iniciativ ke snaze o stále šetrnější využívání přírodních zdrojů v souladu s požadavkem trvale udržitelného rozvoje společnosti, tj. takového způsobu rozvoje lidské společnosti, který uvádí v soulad hospodářský a společenský pokrok s plnohodnotným zachováním životního prostředí. Ve stavebnictví se to odráží v navrhování energeticky úsporných staveb, s co nejmenší ekologickou zátěží během svého celého životního cyklu. Hlavní směr tohoto vývoje je v oblasti nových obytných budov. Věrohodná kvantitativní predikce chování takových budov není obecně zjednodušitelná na deterministické vzorce platných technických norem, pocházející z 19. a začátku 20. století, bez podpory moderních vědeckotechnických výpočtů.

Přestože o znalostech stavitelů o pohybu Slunce po obloze a o jejich důmyslném využívání svědčí už antické stavby, v současnosti prosazovaný standard pasivního domu má svůj počátek v 80. letech 20. století. I tak by komplexní zpracování problematiky energeticky úsporných staveb od jejich architektonického ztvárnění a umístění v krajině přes co nejvhodnější výběr letního i zimního osvětlení atd. až k návrhu technických zařízení s nízkou spotřebou energie, nejlépe z obnovitelných zdrojů, leč vyhovujících rostoucím nárokům uživatelů na komfortní, pohodlné a levné bydlení, vydalo na obsáhlou multidisciplinární monografii, jaká ani ve světové literatuře neexistuje, nehledě již na stále rychlejší zastarávání zpracovávaných poznatků a informací.

Tato práce se v podstatně užším záběru soustřeďuje na následující cíle:

- na zhodnocení vývoje a současného stavu požadavků na energeticky úsporné stavby, motivovaných [8] i rozvojem pokročilých materiálů, konstrukcí a technologií,
- na tepelně technické výpočty podle platných českých a evropských norem a jejich možná zobecnění,
- na systémový přístup k hodnocení budovy jako tepelného systému, pracující s důkladnou fyzikální i matematickou analýzou a s netriviálními výpočtovými algoritmy, až po možnost optimalizace vybraných parametrů budovy.

Taková analýza by měla být primárně užitečná pro další rozvoj deterministických i stochastických výpočtových modelů šíření tepla v obytných stavbách, zahrnujících i dosud zanedbávané či nefyzikálně zjednodušované vlivy, sekundárně potom pro praktickou simulaci dlouhodobého tepelného chování, a tím i pro praktickou podporu navrhování energeticky úsporných staveb.

Práce je členěna na tento úvod, formálně považovaný za první kapitolu. Následují tři obsáhlé kapitoly:

- Druhá kapitola je věnována současnému stavu zkoumané problematiky. Od stručné historie energeticky úsporných staveb ve světovém i domácím kontextu postupuje k současným cestám k pasivnímu standardu, k tepelným výpočtům podle platných technických norem, k přístupům v současnosti nezahrnutým v technických normách a k dostupným nástrojům pro výpočtové modelování.
- Třetí kapitola představuje na přiměřené úrovni obecnosti vlastní výpočtový model, užitečný pro navrhování budov z hlediska jejich tepelně izolačních a akumulačních vlastností a optimální spotřeby energie. Z výchozího přehledu fyzikálních a matematických předpokladů přes poznámky k možným zobecněním dospívá ke konkrétnímu robustnímu a efektivnímu výpočtovému algoritmu.
- Ve čtvrté kapitole, akcentující verifikaci a validaci formulovaného modelu, se na základě softwarové implementace výpočtového algoritmu v prostředí MATLABu porovnávají výsledky klasických výpočtů pro konkrétní objekt s nově navrženým algoritmem. Ten je následně využit pro podporu projektování rychlým zpracováním variantních řešení a konečně, ve shodě s názvem práce, i zahrnutím optimalizačních úvah, které rozšiřují minimalizaci nákladů na energii o sledování dalších vybraných parametrů budovy.

Závěr, číslovaný jako pátá kapitola, stručně hodnotí dosažené výsledky a odkazuje na některé dosud nenaplněné výzvy pro další výzkumné i pedagogické aktivity.

Struktura i číslování kapitol této podstatně zkrácené verze disertační práce odpovídá její plné verzi, která má přes 130 stran formátu A4. Zde jsou zcela vypuštěny pouze přílohy: i) dokumentace referenčního objektu pro čtvrtou kapitolu, ii) zdrojové texty programů a iii) přehled veškerého označení, jež je stejně pro potřeby zkrácené verze výrazně redukováno; na nezbytné minimum je omezen přehled použité literatury (plný obsahuje více než 100 položek). Navíc je zařazen strukturovaný životopis autorky s přehledem publikací souvisejících s jejím doktorským studiem.

2 Současný stav poznání

Navrhování energeticky úsporných staveb představuje jeden z nejdiskutovanějších souborů problémů ve stavebnictví i architektuře posledních (nejméně

dvou až tří) desetiletí. Z důvodů, zřejmých již z úvodu, se v rámci shrnutí současného stavu poznání nebudeme pokoušet o vyvážený reprezentativní přehled veškerých vědeckých a odborných aktivit v této oblasti, ale zaměříme se prioritně na ty z nich, jež jsou výrazně motivační pro tuto disertační práci. Po stručném přehledu historie i aktuálních tendencí a zhodnocení současného stavu v ČR platných relevantních norem a dalších technických předpisů, jakož i některých v nich (z různých příčin) nezahrnutých přístupů, se budeme věnovat také existujícím výpočtovým nástrojům pro tepelné technické výpočty budov. Na řadu pojmů z tohoto přehledu budeme následně vícekrát odkazovat z kapitoly 3, jejímž základem bude formulace původního výpočtového modelu budovy jako tepelného systému.

2.1 Historie energeticky úsporných staveb

Při pátrání po počátcích energeticky úsporného navrhování staveb poukazují historici na tradici solárních domů v přirozeně vhodných klimatických podmínkách, zejména v antickém Řecku a Římě, interpretující zmínky o solárních domech už v textech připisovaných Aischylovi a Sokratovi, či po mnoho staletí nepřetržitě v Číně. Základy koncepce takových domů v moderním smyslu přineslo ovšem až meziválečné období 20. století, kdy již bylo možno využít technologického pokroku ve vývoji topných a klimatizačních systémů. Samotný pojem nízkoenergetického domu je nicméně třeba chápat ve vztahu k dané době a v ní platným normám či jiným existujícím předpisům: musí být ve srovnání s jejich požadavky výrazně lepší, s důrazem na celkovou spotřebu energie. Materiály série experimentálních domů, navržených na přelomu 30. a 40. let minulého století na Massachusetts Institute of Technology v USA, akumulovaly tepelnou energii ze Slunce prostřednictvím vody či vzduchu, a to i za cenu menšího ohledu na tepelně izolační schopnosti domů a účinné větrání. V evropských podmínkách se tato tendence prosazovala nejrychleji a nejvýrazněji v Německu s ohledem na chybějící zdroje surovin z okupovaného Porúří.

Průkopnické období navrhování komfortních a energeticky úsporných domů v USA lze dokumentovat na projektech obytných domů Georga Freda Kecka *House of Tomorrow* v Chicagu (1933), Franka Lloyda Wrigtha *Jacobs House* ve Wisconsinu (1944) a komerčního objektu *Solar Building* Franka Bridgerse a Dona Paxtona v Albuquerque (New Mexico, 1956). Zájem o energeticky úsporné stavby v USA a následně i v dalších zemích, zejména ve Švédsku a dalších severských státech a v německé jazykové oblasti, poté znovu výrazně stoupl za ropných krizí v letech 1973 a 1979.

Současný všeobecně uznávaný standard pasivního domu vznikl na konci 80. let z diskuse mezi Bo Adamsonem (Lund University, Švédsko) a Wolfgangem

Feistem (Institut für Wohnen und Umwelt v Darmstadtu, Německo); následně byl pak podrobně technicky popsán v [8]. První čtyři skutečné pasivní domy byly postaveny pro soukromé klienty na základě projektů firmy Bott – Ridder – Westemeyer v Darmstadtu (1990), další pak postupně ve Stuttgartu, Naumburgu, Hessenu a Wiesbadenu. V letech 1998-2001 byl rozvoj konceptu pasivních staveb rozsáhle podpořen evropským projektem CEPHEUS (*Cost Efficient Passive Houses as European Standards*); díky němu vzniklo v 5 evropských zemích 250 staveb v pasivním standardu. Realizace staveb podle srovnatelných standardů byla podpořena i národními projekty *Klima:aktiv* v Rakousku a *Minergie-P* ve Švýcarsku. V České republice působí od roku 2005 občanské sdružení *Centrum pasivního domu*, soustřeďující se spíše na osvětovou činnost, kterou podporuje i Státní fond životního prostředí ČR, vedle různých forem finančních dotací i publikačními aktivitami.

Zatímco na ojedinělých případech solárních domů až do závěru 20. století se literární zdroje (včetně z nich odvozených internetových prezentací) shodují, boom nízkoenergetické výstavby deklarující směřování k pasivnímu standardu posledních zhruba 15 let ztěžuje orientaci v současné situaci a jejích vývojových trendech. Z řady aktivit posledních let na půdě USA vyniká mezinárodní soutěž, organizovaná již od roku 2002 *U. S. Department of Energy*, s názvem *Solar Decathlon*; postupně se od ní oddělily evropská verze (2007), čínská verze (2013) a verze pro Latinskou Ameriku a karibskou oblast (2015). Cílem 20 týmů je navrhnout, postavit a provozovat co nejlepší pasivní solární dům; o vítězi rozhoduje 10 skupin kritérií od architektonického ztvárnění přes optimální produkci a spotřebu energie až k pohodlnosti pro uživatele.

Za samostatnou zmínku stojí rakouský přínos k rozvoji pasivních stavebních technologií, jež lze dokumentovat na ukázkovém domě z obnovitelných zdrojů *S-house* Georga Scheichera v Böheimkirchenu (2005), horské chatě *Schiestl Haus* Fritze Oettla na hřebeni Hochschwabu (2008), kancelářském „domu budoucnosti“ *Energy Base* skupiny Pos Architekten ZT (Fritze Oettla, Ursuly Schneider aj.) ve Vídni (2009) a sídle Raiffeisen-Holding Wolfganga Pundyho ve Vídni (2013). Pominout nelze pozoruhodné realizace rakouských architektů Martina Treberspurga a Georga Wolfganga Reiberga z posledních let, postupně dospívající ke konceptu pasivnímu domu (na rozdíl od [8]) snahou o dokonalou architekturu, která poskytuje kvalitativně lepší bydlení a pracovní prostředí, ani jejich rozsáhlé publikace, které mimo vlastní projekty, např. obytný celek Kaisermühlenstraße Martina Treberspurga ve Vídni (2014) a seminární centrum Georga Wolfganga Reiberga v Hostětíně u Slavičina (2013). mapují i celkový vývoj solární architektury na přelomu 20. a 21. století.

Z energeticky úsporných staveb směřujících k pasivnímu standardu realizovaných v ČR lze uvést obytný soubor 12 rodinných domů a školicího stře-

diska Petra Morávka v Koberovech u Turnova (2001 až 2007), dřevostavbu *Dům snů* Josefa Smoly v Sulicích u Prahy (2009), 2 bloky řadových rodinných domů Petra Marečka v Židlochovicích (2006, 2009), rodinný dům *Vějíř* sdružení Vize Ateliér (Martina Krče, Rostislava Kubíčka a Jana Vintra), v Brně-Bystrci (2009), řadový dvoubytový dům *Chimney* stejného sdružení v Brně-Komíně (2015) a administrativní budovu *Otazník* Radima Václavíka v Ostravě-Hulvákách (2011). Jako příklad novostavby propojené s rekonstruovanou starší budovou, obou v pasivním standardu s maximálním využitím pokročilých technologií, může sloužit sídlo *Centra pasivního domu* a dalších nevládních a neziskových organizací v Brně, navržené pražskou firmou Projekt architekti (Romanem Brychtou, Adamem Halířem, Ondřejem Hofmeisterem a Petrem Leškem, 2013).

2.2 Cesty k pasivnímu standardu

Směrnice [27] z roku 2010, vzniklá zevrubným přepracováním původní směrnice z roku 2002, konstatuje stále rostoucí podíl budov na celkové spotřebě energie v Evropské unii, přesáhnuvší 40 %, a na základě tohoto zjištění stanovuje opatření k postupnému omezování energetické závislosti Evropské unie na externích zdrojích a ke snižování emisí skleníkových plynů. Při podpoře zásobování energií klade důraz na šetrnou spotřebu a zvýšené využívání energie z obnovitelných zdrojů, související s technologickým pokrokem, regionálním rozvojem a vytvářením nových pracovních příležitostí. Konkrétní požadavky [27] na energetickou náročnost novostaveb od roku 2020 přitom fakticky odpovídají standardu pasivního domu podle [8], s nímž souvisí vyčíslení tepelného odporu obálky budovy podle [9]. Prvky tohoto standardu se následně prosazují do závazných technických norem i dalších předpisů jednotlivých evropských států; v podmínkách České republiky jde zejména o [24], [25] a [26].

Pojmy související s energeticky úspornými stavbami i informace o nových stavebních materiálech a technologiích se tak v posledních letech dostávají mezi širší odbornou i laickou veřejnost. S tím souvisí i potřeba jejich upřesnění, zejména v případě nízkoenergetických budov, pasivních budov, aktivních budov, energeticky nulových budov a energeticky nezávislých budov. Jmenovitě pro pasivní budovy jsou v ČR v současnosti (pro podmínky mírného klimatického pásu) uznávány tyto základní požadavky:

- potřeba tepla na vytápění menší než 15 kWh/m² obytné plochy stavby za rok,
- primární energetická potřeba všech energií (s ohledem na efektivitu zdrojů při přeměně na teplo, elektřinu apod.) bez rozdílu účelu menší než 120 kWh/ m² obytné plochy stavby za rok,

- neprůvzdušnost budovy taková, že při snížení tlaku vzduchu v budově o 50 Pa oproti okolní atmosféře může dojít k infiltraci maximálně 60 % objemu vzduchu celé budovy za 1 hodinu (u mnohopodlažních budov, zejména panelových staveb, se přitom doporučuje až 20 %),
- topný příkon (prozatím jako nezávazné doporučení) při nejnižší teplotě v exteriéru (v ČR se zpravidla uvažuje -12°C) nejvýše 10 W/m^2 .

Možným zdrojem tepla pro dům je především Slunce, využitelné pasívně přímo (prostřednictvím oken či zimní zahrady), pasívně tepelnou akumulací (prostřednictvím konstrukce domu, případně i Trombeho stěny), nebo aktivně (díky slunečním absorbérům, plochým nebo vakuovým kolektorům), kdy se ohřátím media (jímž může být vzduch, voda či jiná kapalina) zpravidla teplo přímo akumuluje do látky s velkou tepelnou kapacitou (např. do zásobníku s vodou) k následnému využití. V letním období je dopadající sluneční energie přebytek, a využívat ji tak lze především pro ohřev vody. V jarním a podzimním přechodném období je této energie ještě dostatek, takže mimo ohřev vody je možno realizovat i přitápění. V zimě je pak obdobné využití problematické, silně závislé na klimatických i okamžitých meteorologických podmínkách. Mimo Slunce jsou (i v zimě) nicméně zdrojem odpadního tepla elektrické spotřebiče: umělé osvětlení, počítače, televizory, kuchyňské spotřebiče apod. Nevelké, leč nezanedbatelné teplo produkují i obyvatelé domu.

Otázkou zůstává, které z naznačených fyzikálních procesů je vhodné a přiměřené v kvantitativní tepelné analýze konkrétní budovy řádně zohledňovat, které přibližně zjednodušovat a které zcela zanedbávat. Ke snižování náročnosti na umělé zdroje vytápění lze využít buď rekuperaci vzduchu, nebo zemní registr. I když po většinu roku nebývá teplo k vytápění zapotřebí, případně je vykrýváno solárními zisky, pro část zimního období se uplatňuje zaručený zdroj energie, jímž bývá elektrický přímotop, elektrické tepelné čerpadlo (vzduch – voda či země – voda) nebo spalování fosilního paliva (dřeva či plynu).

Slibným přístupem k nízkoenergetické výstavbě, jdoucí nad pouhou snahu o formální plnění vybraných technických či ekonomických kritérií, se zdá být kombinování ekologických zásad s pokročilými technologiemi. Reprezentativní příklad představuje aktuálně probíhající výzkum na Technische Universität Wien, zaměřený na propojení co nejúčinnějšího fotovoltaického systému získávání elektrické energie s uplatněním různých typů zelených stěn ve velkoměstském prostředí. Vedle příznivých tepelně izolačních i akumulačních vlastností může zmíněný přístup, zajišťující i řízené zavlažování zeleně včetně prevence proti šíření vlhkosti do konstrukčních a izolačních vrstev budov, zlepšovat též životní prostředí v jinak vyprahlých ulicích, v nichž teplota povrchu budov v letním období běžně převyšuje 50°C , přispět i k lepší pohodě jejich uživatelů.

Dlouhodobé měření na experimentálním objektu základní školy na Kandlgasse ve Vídni ukázalo pokles vnitřní teploty, která v nejteplejších dnech přesahuje 30°C , asi o 8 až 9°C , zatímco v mrazivých dnech dochází ke zmírnění účinku vnější teploty zhruba o 2°C ; příznivě přitom vycházejí i testy neprůvzdušnosti i tlumení hluku, obtížněji kvantifikovatelné závěry pak poukazují i na růst soustředěnosti dětí a vyšší efektivnost výuky.

2.3 Tepelné výpočty podle technických norem

Z fyzikálního pohledu se teplo ve stavebních objektech šíří:

- vedením (kondukcí), tedy předáváním energie částicím hmoty při jejich vzájemném kontaktu, což představuje dominantní způsob přenosu tepla v tuhých tělesech a ve velmi tenkých nepohyblivých se vrstvách tekutin, tedy kapalin a plynů,
- prouděním (konvekcí) vyvolaném pohybem částic tekutiny, buď přirozeným, vyvolaným např. rozdílnou teplotou tekutiny, typicky vzduchu v místnostech, nebo umělým vlivem technologických zařízení, např. čerpadel, kompresorů či ventilátorů,
- zářením (radiací), jehož podstatou je šíření energie elektromagnetických vln, resp. fotonů jako hmotných částic, přeměňovaných v teplo při dopadu na tuhý povrch, právě mezi povrchy částí staveb o různých teplotách, uplatňujícím se zejména v plynném prostředí, ale možným i ve vakuu,
- přestupem mezi jednotlivými částmi staveb, zejména mezi tuhým povrchem stavby a okolním plynným prostředím, v němž se uplatňuje proudění poblíž povrchu (přirozené, případně také umělé, převažující v technologických zařízeních), přičemž v okolí povrchu (pomineme-li účinek větru a dalších klimatických jevů) se zpravidla snižuje rychlost proudění působením tření.

Šíření tepla se navíc vzájemně ovlivňuje s šířením vlhkosti, nejčastěji difúzí vodní páry a kapilárním vedení vody v kapalném skupenství. Vzhledem ke značné složitosti výpočtového modelování a simulace respektujícího podstatu těchto procesů pracují technické předpisy zaměřené na tepelnou ochranu staveb s výraznými, převážně empirickými zjednodušeními, jež lze dokumentovat na srovnání tzv. Lykovova a Kiesslova modelu.

Norma [25] vychází z vyčíslení tepelných ztrát i zisků jednoduchými algebraickými výpočty, jen neúplně motivovanými naznačenou fyzikální analýzou. Norma [24] pak pracuje s pojmem energetického štítu; od její novely z roku 2005 se obálka budovy hodnotí pomocí průměrného součinitele prostupu tepla, vycházejícího z tepelně technických vlastností jednotlivých konstrukčních a

izolačních vrstev této obálky. Průkaz energetické náročnosti budovy, předepsaný vyhláškou [29], je naproti tomu dokument, jenž hodnotí budovu jako celek z hlediska spotřeby energie pro vytápění, chlazení, osvětlení, větrání a spotřebu teplé vody.

2.4 Přístupy nezahrnuté v technických normách

V [14] se na základě rozsáhlého, převážně empirického výzkumu ukazuje, že klíčovým aspektem udržitelného bydlení je příjemný pocit obyvatel, podmíněný vhodnými vnitřními klimatickými podmínkami. Oceňován je i vliv rozptýleného slunečního záření v zimních měsících, zatímco přímé vystavení slunečním paprskům v letním období (případně za velmi slunných dní i v zimě) je vnímáno jako diskomfort, jenž musí být kompenzován vhodnou ochranou. Analýzu skutečného vnitřního klimatu v domech i podrobný průzkum jeho vnímání obyvateli obytných bloků v Židlochovicích předvádí [10]. V obsáhlém přehledu použitelných charakteristik pro dlouhodobou tepelnou pohodu v budovách [4] se pak rozlišuje zejména mezi charakteristikami založenými i) na tepelné rovnováze mezi lidským tělem a okolním prostředím, ii) na fyziologických deformacích vyvolaných napětím v prostředí, iii) na měření vybraných fyzikálních parametrů. Praktické navrhování energeticky úsporných staveb musí respektovat v první řadě ekonomická a technická, ale i architektonická i obecně estetická hlediska; jeho základním nástrojem však zůstávají převážně deterministické výpočty.

Současné výpočtové přístupy vyžadují nicméně přehodnocení v souvislosti s navrhováním energeticky úsporných staveb. Některé z nich je možno implementovat i do dostatečně obecných klasických výpočtových modelů, otevřených případnému rozšiřování. Příkladem může být studium tepelně izolačních a akumulačních vlastností staveb z hlediska polohy Slunce na obloze s uvažováním klimatických údajů pro různá roční období. Mimoto dochází na stavebním povrchu k záření tepla, jež lze popsat na základě tzv. Stefanova - Boltzmannova zákona, formulovanému původně pro dokonale černé těleso. Vysvětlení fyzikální podstaty tohoto procesu, jakož i jeho popis ze stavebně technického hlediska, související s emisními vlastnostmi stavebních povrchů, lze nalézt v [6], str. 115. Konstitutivní vztah mezi tepelným tokem a teplotou je typicky mocninný, což přináší nepříjemné komplikace do matematických formulací i výpočtových algoritmů; pro pochopení jejich hloubky a způsobů překonávání je pak třeba studovat [16], str. 253.

Jiný příklad představuje využívání pokročilých izolačních souvrství, jejichž účinnost je založena na skupenském teple vratné změny skupenství, případně pracuje s emisními vlastnostmi povrchů a materiálových rozhraní, využívají-

cích rovněž povrchového záření tepla, ale též vzduchových bublin, jako v [19]. Zjednodušené výpočtové postupy pro navrhování konstrukcí s takovými izolacemi, respektující proudění vzduchu v izolačních vrstvách, jež pracují se zdánlivým vedením tepla, neodpovídají fyzikální realitě. Zanedbávat nelze ani proudění vzduchu v místnostech, jež mívají většinový podíl na objemu celého objektu, a jím způsobené proudění tepla.

Společenská objednávka na dostatečně jednoduché, nepřiliš nákladné, transparentní a věrohodné výpočty se obecně dostává do nesouladu s komplexností problematiky trvale udržitelné výstavby i s myšlenkovou náročností fyzikálních a matematických modelů, zahrnujících větší množství nestacionárních procesů, z nichž některé jsou podmíněny mikrostrukturou materiálu, nejsou plně reverzibilní a souvisejí s chemickými reakcemi a dalšími, někdy i obtížně specifikovatelnými vlivy. Podle modelu [22] by tak výsledná soustava evolučních parciálních diferenciálních rovnic mohla zahrnovat až 20 rovnic s 20 neznámými proměnnými s vhodnými počátečními a okrajovými (tedy i přestupovými) podmínkami na každé z částí konstrukce, vyčíslovaných (při znalosti počátečního stavu) postupně v jednotlivých časech. Numerická a výpočtová analýza takových modelů není v běžných situacích rozumně proveditelná, nehledě již na potřebnou znalost velkého množství materiálových charakteristik, jež mohou být obecně opět funkcemi zmiňovaných 20 proměnných, a (rovněž předem neznámý) stochastický charakter vstupních údajů.

Realizaci důvěryhodných, nikoliv přehnaně nákladných tepelně technických výpočtů může podpořit chápání budovy jako tepelného systému, rozpracované v [20]. Silná fyzikální i geometrická zjednodušení lze obcházet vybranými přístupy umělé inteligence podle [15]. Některé jejich předpoklady, např. redukce studia tepelných procesů na analýzu elektrických RC-obvodů podle [23], lze však odstranit či zmírnit slabou formulací příslušných problémů a využitím vlastností multiplikativních Fourierových rozkladů podle [21].

Případná implementace všech tří klasických termodynamických principů (z nichž se stále zabýváme jen prvním) může být založena na řádné analýze exergie v budovách, obecně pro fyzikálně uzavřené soustavy rozpracované v [17], str. 145, pro otevřené v [17], str. 233. V termodynamice bývá exergie systému zaváděna jako maximální využitelná energie systému během hypotetického fyzikálního procesu, který přivede systém do rovnováhy se zásobníkem tepla o nekonečně velké kapacitě; zjednodušující přístup pak často ztotožňuje okolní prostředí s tímto zásobníkem. Zatímco energie je během jakéhokoliv fyzikálního procesu nezničitelná, měnící pouze své formy, ke ztrátě exergie (a současném nárůstu entropie, tj. neuspořádanosti systému) dochází vždy při procesu se změnou teploty; při izotermických procesech jsou naopak pojmy energie a exergie zaměnitelné. Z hlediska termomechanických principů tak prv-

nímu principu odpovídá zachování energie (jakož i dalších fyzikálních veličin), druhému nevratnost snižování exergie; třetí z termodynamických principů vylučuje dosažení Kelvinovy nulové teploty.

2.5 Výpočtové nástroje

Pro běžná hodnocení energetického chování budov podle platných (postupně se měnících) předpisů se v ČR nejvíce rozšířily 4 programy:

- zdarma dostupný tabulkový procesor NKN (zkratka za *národní kalkulační nástroj*), jehož autory jsou K. Kabele, M. Urban, M. Kabrhel, D. Adamovský a R. Musil z Fakulty stavební ČVUT v Praze,
- komerční program PENB společnosti Protech z Nového Boru,
- komerční program Energie 2009 firmy Svoboda Software z Kladna (autorem je Z. Svoboda),
- mezinárodně uznávaný software PHPP (interpretováno obvykle jako *Passive House Planning Package*, v německém originále *Passivhaus Projektierungs-Paket*), popsáný v [9].

Na Ústavu technologie stavebních hmot a dílců FAST VUT v Brně byl prof. Stanislavem Šťastníkem a jeho spolupracovníky vyvinut (v jazyku Pascal v prostředí Delphi) nekomerční výpočtový systém SIM_stabil, založený na systémové analýze budovy jako tepelného systému. Na srovnávacích výpočtech na dvojici novostaveb rodinných domů v Líšni obdobné velikosti, v jednom případě s dřevěnou a v druhém s ocelovou konstrukcí: [11] poukazuje (s využitím vlastního postprocessingu v MATLABu) na skutečnost, že dřevo osvědčuje své dobré tepelně izolační i akumulační vlastnosti, zatímco ocelová konstrukce je pro udržení tepelné stability bezvýznamná; v letním období skutečně dochází u domu s touto konstrukcí k nežádoucímu přehřívání místností.

Průběžně aktualizované informace o relevantních programových systémech různého zaměření (v 21 tematických oblastech) a úrovně obecnosti z celého světa lze nalézt v přehledu *Building Energy Software Tools Directory*, všeobecně zpřístupněném díky *U. S. Department of Energy*; během roku 2016 obsahoval základní seznam již přes 500 položek. Jako reprezentanty těchto systémů, zvláště zajímavé z hlediska zaměření této práce, lze zmínit Therm (*Thermal Evaluation Tool for Buildings*), TADSIM (*Tools for Architectural Design and Simulation*), TRNSYS (*Transient System Simulation Tool*), DOE (*U. S. Department of Energy Software*) a DesignBuilder (pro podporu navrhování budov) společně s EnergyPlus (pro navazující fyzikální, zejména energetické výpočty). Tyto výpočtové nástroje jsou v podmínkách VUT v Brně

dostupné různou měrou. Centrum AdMaS na Fakultě stavební má k dispozici DesignBuilder; mimo EnergyPlus využívá pro modelování úloh termomechaniky obecný software ANSYS, pro implementaci modelů proudění tekutin pak software Fluent.

Celkově se nicméně ukazuje, že roční spotřeba energie (především na vytápění) je jen jedním z výstupů (různě podrobných) výpočtů, o jehož co nejdokonalější shodu s odečítanou spotřebou během provozu domu není rozumné usilovat. Tato spotřeba totiž souvisí s řadou obtížně rozlišitelných vlivů, zejména (bez nároku na úplnost): i) s nezbytným fyzikálním, matematickým i výpočtovým zjednodušením problému šíření tepla v domě, ii) s nejistotou vstupních údajů, především s konkrétním klimatickým rokem, odlišným od referenčního, iii) s mírou skutečného využívání domu a se zvyklostmi jeho uživatelů. Zatímco tedy i) lze zpřesňovat důkladnějšími (leč dražšími) simulačními deterministickými výpočty, ii) odkazuje do oblasti stochastického modelování klimatických (a dalších) jevů a iii) nelze zvolenou metodikou věrohodně kvantifikovat.

3 Výpočtový model budovy jako tepelného systému

Základní myšlenku systémového přístupu k analýze šíření tepla v budově představuje rozklad budovy, chápané ve shodě s [12], str. 19, jako tepelný systém, na jednotlivé místnosti, stěny, podlahy, stropy, střechu, jejich konstrukční a materiálové vrstvy atd. na jednotlivé subsystémy a prvky, s cílem studovat je (přinejmenším z pohledu následující analýzy, nikoliv nutně v softwarové implementaci) odděleně, s perspektivou jejich spojování pomocí (předem neznámých) tepelných toků. Začneme nejprve s formulací a diskretizací modelového přímého lineárního problému na jednom takovém prvku zmíněného systému. Pro jednoduchost budeme uvažovat konstantní teplotu v celé zvolené místnosti v pevném čase, abychom se vyhnuli komplikovaným výpočtům z oblasti dynamiky proudících tekutin a stochastické analýzy při kritickém nedostatku relevantních dat. Co případně přináší odbourávání některých těchto předpokladů, naznačíme posléze v rámci potenciálních zobecnění. Uvidíme, že praktický výpočtový algoritmus lze založit na opakovaném rychlém řešení řídkých soustav lineárních algebraických rovnic, a to včetně započtení nelineárního (mocninového) příspěvku povrchového tepelného záření i řízeného vytápění (vyžadujícího jistou optimalizační strategii).

3.1 Fyzikální a matematické předpoklady

Pro jeden prvek zmíněného systému uvažujme oblast Ω v trojrozměrném reálném euklidovském prostoru $\mathcal{R}^3$, opatřeném kartézskou soustavou souřadnic

$x = (x_1, x_2, x_3)$, s hranicí $\partial\Omega$, na níž lze zavést lokální vektor (formálně vnější) jednotkové normály $\nu(x) = (\nu_1(x), \nu_2(x), \nu_3(x))$; případné zobecnění pro celočíselnou dimenzi různou od 3 je intuitivní. Navíc uvažujme časový interval $\mathcal{I} = [0, T]$ jisté kladné délky T , přičemž přípustný by měl být i limitní přechod $T \rightarrow \infty$. Tečka nad symboly bude vyhrazena pro parciální derivace podle času $t \in \mathcal{I}$, zatímco čárka bude naznačovat derivaci podle následující (explicitně uvedené) proměnné; mimoto jsou používány jen obvyklé matematické symboly pro skalární součiny v $\mathcal{R}^3$, diferenciální operátory na Ω pod. Pro jednoduchost se zde omezíme na případ (přinejmenším makroskopicky) izotropního materiálu umístěného v Ω ; případné odstranění tohoto předpokladu vyžaduje mj. větší počet materiálových charakteristik.

Pro analýzu šíření tepla v budovách je vhodné vyjít z principu zachování skalární veličiny klasické termodynamiky podle [2], str. 5 a 14. Předpokládejme, že známe počáteční hodnoty $\theta^0(x)$ Kelvinovy absolutní teploty $\theta(x, t)$ v čase $t = 0$ pro libovolné $x \in \Omega$, tedy $\theta(x, 0) = \theta^0(x)$. Závislost θ ani fyzikálních veličin na x a t nebudeme nadále (nebude-li to nezbytné) explicitně zdůrazňovat. Omezíme-li se na zachování tepelné energie s θ jako referenční skalární veličinou a pro vedení tepla použijeme Fourierův konstitutivní vztah, dostaneme pro libovolné (x, t) na $\Omega \times \mathcal{I}$

$$\kappa(\theta)\dot{\theta} - \nabla \cdot (\lambda(\theta)\nabla\theta) = \mathcal{F}(\theta), \quad (1)$$

zatímco na $\partial\Omega \times \mathcal{I}$ můžeme formulovat jednotnou okrajovou podmínku (kterou budeme později konkretizovat)

$$-\lambda(\theta)\nabla\theta \cdot \nu = \mathcal{G}(\theta). \quad (2)$$

V (1) a (2) vystupuje dvojice materiálových charakteristik: tepelná vodivost $\lambda(\theta)$ a tepelná kapacita $\kappa(\theta)$ vztažená k jednotce objemu; obě charakteristiky mohou být (pro nehomogenní materiál) také explicitně závislé na x . Často se pracuje s tepelnou kapacitou $\mathcal{C}(\theta)$ vztaženou k jednotce hmotnosti: pro hustotu (objemovou hmotnost) materiálu ρ nezávislou na θ je pak $\kappa(\theta) = \rho\mathcal{C}(\theta)$. V (1) máme navíc objemové tepelné zdroje $\mathcal{F}(\theta)$, v (2) pak povrchové tepelné zdroje $\mathcal{G}(\theta)$, v obou případech obecně explicitně závislé na x i t .

Formálním integrováním per partes podle Greenovy - Ostrogradského věty (přinejmenším ve smyslu distribucí – viz [16], str. 21) můžeme převést pro vhodné testovací funkce φ , definované na Ω , se stopami na $\partial\Omega$, diferenciální rovnici (1) s okrajovou podmínkou (2) na integrální tvar na $\mathcal{I}$

$$(\varphi, \kappa(\theta)\dot{\theta}) + (\nabla\varphi, \lambda(\theta)\nabla\theta) = (\varphi, \mathcal{F}(\theta)) + \langle \varphi, \mathcal{G}(\theta) \rangle, \quad (3)$$

v němž $(\cdot, \cdot)$ znamená Lebesguův integrál ze součinu uvedených funkcí na Ω , a $\langle \cdot, \cdot \rangle$ obdobný Hausdorffův integrál na $\partial\Omega$. Zatímco formulace (1) a (2) se

při numerickém řešení příslušného problému uplatní při metodách založených na numerickém derivování, především při metodě sítí (konečných diferencí), s níž pracuje mj. výpočtový systém SIM_stabil, formulace (3) je potřebná pro metodu konečných prvků, s níž zde budeme (ve spojení s Fourierovou metodou) nadále pracovat. Přitom budeme kombinovat přístup [6], str. 116, a [16], str. 63, pro vedení tepla a tepelné záření s přístupem [18] pro sluneční záření. Vedle teploty θ , jež se vztahuje k oblasti Ω i (ve smyslu stop) k její hranici $\partial\Omega$, budeme pracovat s teplotou $\theta_\times$, vztaženou analogicky k některé ze sousedních oblastí, případně i k vnějšímu prostředí. Můžeme tak uvažovat jednotně povrchové tepelné zdroje

$$\mathcal{G}(\theta) = \mathfrak{G}(\theta) + \alpha(\theta)(\theta_\times - \theta) + \varsigma(\theta)(\theta_\times^4 - \theta^4), \quad (4)$$

kde druhý aditivní člen na pravé straně vyjadřuje vliv vedení tepla a třetí vliv záření tepla podle Stefanova - Boltzmannova zákona. Tyto členy obsahují dvojici dalších materiálových charakteristik, konkrétně součinitel přestupu tepla $\alpha(\theta, \theta_\times)$ a součinitel tepelného záření $\varsigma(\theta, \theta_\times)$, přičemž druhý z nich bývá obvykle vyjádřen ve tvaru $\varsigma(\theta, \theta_\times) = \varsigma_0 \mathfrak{S}(\theta, \theta_\times)$, jež obsahuje konstantu $\varsigma_0 = 5.67036713 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2/\text{K}^4$, odvozenou J. Stefanem (1879) a M. Planckem (1900) pro ideálně černé těleso, a vyzařovací součinitel $\mathfrak{S}(\theta, \theta_\times) \in [0, 1]$. zohledňující menší schopnost vyzařování reálného (šedého) stavebního povrchu ve srovnání s ideálně černým tělesem. Přítomnost povrchových tepelných toků $\mathfrak{G}(\theta)$ v (4) umožňuje do našich úvah zahrnout sluneční radiaci, jejíž kvantifikace v podobě součtu vlivů přímé a difúzní intenzity záření q_b a q_d je založena na rozboru vzájemné polohy Slunce a Země během denních a ročních cyklů. Přitom je nezbytné znát zeměpisnou polohu místa stavby, jakož i sklon a další vlastnosti všech stavebních povrchů. Pro naše další úvahy budeme předpokládat, že máme k dispozici dostatečně podrobné roční záznamy veličin θ , q_b a q_d pro danou lokalitu.

Objemové tepelné zdroje $\mathcal{F}(\theta)$ se (jako nenulové) prakticky vyskytují jen v místnostech. Lze je vyjádřit ve tvaru

$$\mathcal{F}(\theta) = \eta(\theta) + \Gamma(\theta, \theta_\times) \kappa_a(\theta, \theta_\times) (\theta - \theta_\times), \quad (5)$$

kde první aditivní člen $\eta(\theta)$ je generován umělým vytápěním, jež by mělo být promyšleně řízeno, zatímco druhý aditivní člen zohledňuje nucenou výměnu vzduchu, jejíž míru udává součinitel $\Gamma(\theta, \theta_\times)$; $\kappa_a(\theta, \theta_\times)$ je pak tepelná kapacita vzduchu vztažená k jednotce objemu. Částečná linearizace (3) následně spočlehá na výběr κ , λ , $\mathfrak{F}$ a $\mathfrak{G}$ nezávislých na θ . a na výběr κ_a , $\mathfrak{S}$, χ a α nezávislých na θ a $\theta_\times$. Přejdeme-li navíc od jediné množiny Ω k soustavě takových množin se vzájemnými hranicemi i hranicemi s vnějším prostředím, obdržíme celkově z (3) po dosazení (4) a (5) evoluční problém pro vývoj teploty v čase, jehož

linearitu potom narušuje jedinež záření tepla (není-li všude $\mathfrak{S} = 0$) a případné nastavování $\eta(\theta)$ takové, aby bylo zajištěno (při dostatečném výkonu instalovaných topných zařízení) dosažení předepsané teploty ve vybraných místnostech.

3.2 Možná zobecnění

Dosavadní úvahy skrývají motivaci pro řadu potenciálních zobecnění. V klasické termomechanice lze pracovat se zachováním většího počtu skalárních veličin, zejména se zachováním hmotnosti, hybnosti a energie. Pro klasické boltzmannovské kontinuum lze za relevantní skalární veličinu (při vhodném výběru referenční soustavy souřadnic) volit ρ (nikoliv už konstantní) pro zachování hmotnosti, ρv_1 , ρv_2 a ρv_3 pro zachování hybnosti, přičemž v_1 , v_2 a v_3 jsou složky rychlosti pohybu, a (zde pro základní informaci s konstantním C) $\rho((v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)/2 + C\theta)$ pro zachování energie; k tomu je ve všech případech zapotřebí řady konstitutivních vztahů pro pevné, kapalné i plynné skupenství materiálu. Tento přístup obecně umožňuje korektní započtení dalších fyzikálních procesů, z nichž vyniká proudění vzduchu v místnostech. Dokonce i pro speciální případ Navierových - Stokesových rovnic proudění tekutin však dodnes představuje otevřený problém samotný matematický důkaz existence řešení, takže konvergence veškerých výpočtových algoritmů je sporná; o tomto „tajemně obtížném problému“ pojednává [16], str. 257. Další zobecnění může představovat přechod ke cosseratovskému kontinuu, kde lze rozlišovat zachování lineární a úhlové hybnosti se záměrem vystihnout případné polární vlastnosti kontinua.

Vzhledem k pórové struktuře většiny stavebních materiálů výrazně ovlivňuje jejich tepelně izolační i akumulární vlastnosti, reprezentované zde charakteristikami λ a κ , obsah vlhkosti, případně i dalších kontaminujících látek v materiálu. Pro samostatný problém šíření vlhkosti lze formulovat rovnice srovnatelné s (1) a (2) díky principu zachování hmotnosti a Fickovu konstitutivnímu vztahu, formálně podobnému Fourierovu; referenční veličinou (namísto θ) je zpravidla jistý vlhkostní potenciál Φ . S věrohodným modelováním šíření vlhkosti však souvisí řada problémů: tento proces není plně reverzibilní (mechanismy zaplňování pórů, kapilár apod. a jejich uvolňování nejsou zaměnitelné), navíc je výrazně podmíněn mikrostrukturou materiálu, jejíž vystižení pomocí rozličných, fyzikálně či matematicky motivovaných teorií homogenizace vede k obtížným problémům, přesahujícím možnosti této práce. Evoluční rovnice pro θ a Φ nelze navíc (přinejmenším pro reálné úlohy z praxe) většinou řešit separátně: obecně změna θ v čase závisí nejen na tepelném toku, v němž vystupuje $\nabla\theta$, ale i na vlhkostním toku, v němž vystupuje $\nabla\Phi$, což je známo jako Dufourův jev, obdobně i změna Φ v čase obecně závisí nejen na zmiño-

vaném vlhkostním toku, ale i na tepelném toku, což je známo jako Soretův jev.

Potenciální zobecnění se skrývají nejen v zeslabování fyzikálních a matematických předpokladů, ale i v širší výběru numerických metod. Jmenovitě výpočtový systém SIM_stabil kombinuje (již zmiňovanou) metodu sítí na Ω s explicitní Eulerovou metodou na I , která není bezpodmínečně stabilní; tento přístup tak vynucuje velmi krátké časové kroky. Explicitní Eulerovu metodu lze (za cenu zvýšení náročnosti výpočtu) nahradit její implicitní variantou, kompromisní metodou Crankovou - Nicholsonové či jinými zobecněními, z nichž se v této práci setkáme jen s multiplikativním Fourierovým rozkladem. Alternativou metody sítí i metody konečných prvků může pak často být metoda hraničních (okrajových) prvků (integrálů), případně metoda konečných (kontrolních) objemů.

3.3 Algoritmus výpočtu

Uvažujme jisté pevné celé číslo n , s možným limitním přechodem $n \rightarrow \infty$. Studujme vývoj θ pomocí multiplikativního Fourierova rozkladu podle [3], str. 346, ve tvaru $\theta(x, t) = \phi_1(x)\psi_1(t) + \dots + \phi_n(x)\psi_n(t)$, kde funkce $\phi_1(x), \dots, \phi_n(x)$ tvoří dostatečně bohatou soustavu funkcí definovanou na Ω . Takto diskretizovanou integrální rovnici (3), zde přednostně metodou konečných prvků, lze pro sloupcový vektor ψ o složkách $\psi_1, \dots, \psi_n$ a další obdobná označení přepsat do maticového tvaru

$$M\dot{\psi}(t) + K\psi(t) = f(t) + \dot{g}(t); \quad (6)$$

členy f a $\dot{g}$ jsou zde odlišovány kvůli typu prakticky dostupných vstupních údajů: g bude použito pro umělé vytápění a pro nucenou výměnu vzduchu, f pro ostatní vlivy. Zřejmě je (6) soustavou obyčejných diferenciálních rovnic; obě její zděděné nelinearity, diskutované již v části 3.1, prozatím zanedbejme.

Uvažujme matici V vlastních vektorů a diagonální matici Λ vlastních čísel pro zobecněnou charakteristickou rovnici $MV\Lambda = KV$. Budiž h libovolný kladný časový krok takový, že f a g závisejí lineárně na čase $t \in [0, h]$. Po zdoluhavých úpravách s podporou softwaru MAPLE, případně toolboxu MATLABu *symbolic*, můžeme odvodit výpočtový vzorec

$$\begin{aligned} \psi^1 &= V \exp(-\Lambda h) V^T M \psi^0 \\ &+ V(I - \exp(-\Lambda h)) \cdot \left(\Lambda^{-1} V^T \frac{g^1 - g^0}{h} - \Lambda^{-2} V^T \frac{f^1 - f^0}{h} \right) \\ &+ V \Lambda^{-1} V^T f^1 - V \Lambda^{-1} \exp(-\Lambda h) V^T f^0. \end{aligned} \quad (7)$$

Přitom I je jednotková matice, ψ^0 označuje stručně $\psi(0)$, ψ^1 obdobně $\psi(h)$ apod. Zaměníme-li v (6) dvojici horních indexů $(0, 1)$ postupně za $(1, 2)$, $(2, 3)$

až $(k-1, k)$ pro $k \in \{1, \dots, m\}$, kde $mh = T$, dostáváme potřebné výpočtové vzorce pro $\psi^2 = \psi(2h)$, $\psi^3 = \psi(3h)$ atd. Stejný postup lze aplikovat i na následující úvahy. Lze navíc ukázat, jak zanedbáním vybraných členů v Taylorově mocninném rozvoji výrazu $I - \exp(-\Lambda h)$ degeneruje (7) mj. v oba známé výpočtové vztahy Eulerovy metody.

Připustíme nyní nenulové hodnoty $\mathfrak{S}$ na $\partial\Omega$, jak jsme slíbili již dříve. To si vynutí následující úpravu našeho přístupu: f^1 a f^0 je nyní třeba zapsat jako $\tilde{f}^1 + S(\psi^1)^4$ a $\tilde{f}^0 + S(\psi^0)^4$, kde $(.)^4$ znamená čtvrtou mocninu všech složek of $(.)$ (později také $(.)^3$ bude znamenat třetí mocninu) a S je diagonální čtvercová matice (v praxi řídká). Hlavní obtíž představuje nedostatečná apriorní znalost ψ^1 (na rozdíl od ψ^0); k dispozici může být jen počáteční odhad ψ_*^1 , např. $\psi_*^1 \approx \psi^0$. Pro stručnost zápisu budiž $\tilde{\psi}^1$ výsledek (namísto ψ^1) získaný z (7) pro správné f^0 , ale pro f^1 nahrazené jen $\tilde{f}^1$. Dostaneme tak

$$\psi^1 = \tilde{\psi}^1 + PS(\psi^1)^4, \quad (8)$$

kde $P = V\Lambda^{-1}V^T - V(I - \exp(-\Lambda h))\Lambda^{-2}V^T/h$.

Přesná Newtonova metoda, jak je odvozena v [7], str. 101 a 144, aplikovaná na (8), dává

$$(I - 4PS(\psi_*^1)^3)(\psi^1 - \psi_*^1) = \tilde{\psi}^1 - \psi_*^1 + PS(\psi_*^1)^4, \quad (9)$$

což lze opakovat (s ψ_*^1 nahrazeným ψ^1) v iteračním postupu až do dosažení požadované přesnosti. Lze nicméně očekávat, že přídatný člen $PS\psi_*^1$ nebude na pravé straně (8) dominantní, takže první odhad ψ_*^1 na levé straně (9) bude možno brát jako pevný, což mírně zpomalí Newtonův iterační proces, ale může zvýšit celkovou efektivnost algoritmu.

Umělé vytápění by mělo být nastaveno tak, aby byla zachována (přinejmenším) minimální úroveň teploty $\bar{\psi}^1$, kterou lze (s možnými technickými obtížemi, překonatelnými metodou nejmenších čtverců) z předepsané teploty θ pro jednotlivé místnosti. Tepelný výkon příslušných topidel $\mathfrak{Q}^1 = (\mathfrak{Q}_1^1, \dots, \mathfrak{Q}_n^1)$, jenž má platit pro $0 < t \leq h$, může být nicméně omezen, tj. $0 \leq \mathfrak{Q}^1 \leq \mathfrak{Q}^{1\max}$ pro jisté hodnoty $\mathfrak{Q}^{1\max}$ v jednotlivých místnostech. Tato horní omezení by měla patřit k návrhovým parametrům budovy s ohledem na její velikost, umístění a předpokládané využití. Rozlišovat tak můžeme mezi 4 režimy umělého vytápění:

- 1) žádné vytápění během letní sezony,
- 2) nečinné vytápění pro postačující teplotu mimo letní sezonu, tj. $\psi^1 \geq \bar{\psi}^1$,
- 3) normální vytápění: je třeba nastavit $\mathfrak{Q}^1$,
- 4) nedostatečné vytápění pro $\mathfrak{Q}^1 \geq \mathfrak{Q}^{1\max}$ při pokusu o použití 3), kdy je nezbytné redukovat $\mathfrak{Q}^1$ na $\mathfrak{Q}^{1\max}$ (i když nebude dosaženo požadované teploty).

Naším hlavním cílem je určit $\mathfrak{Q}^1$ pro režim 3); úpravy pro ostatní režimy jsou zřejmé. Sestavme matici W z s řádků matice $V(I - \exp(-\Lambda h))\Lambda^{-1}V^T$, které odpovídají teplotě v místnostech s topidly, a interpretujme $\mathfrak{Q}^1$ jako jisté přídavné $\dot{g}$, vystupující v (6), uplatňované pro $0 < t \leq h$. S využitím techniky nejmenších čtverců můžeme vyčíslit $\mathfrak{Q}^1$ z poměrně jednoduchého vzorce

$$W^T W \mathfrak{Q}^1 = W^T (\hat{\psi}^1 - \bar{\psi}^1), \quad (10)$$

v němž $\hat{\psi}^1$ odpovídá hypotetickému režimu 1), uplatňovanému opět pro $0 < t \leq h$. Soustava lineárních algebraických rovnic (10) je zřejmě v praxi malá ($s \ll n$), a její řešení je tak nenáročné; výpočtový algoritmus už přitom nepotřebuje pracovat s žádnými dalšími nerovnostmi. Celková energie Q spotřebovaná na vytápění za rok se následně určí z jednoduchého vztahu

$$Q = h \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \mathfrak{Q}_i^k. \quad (11)$$

Prakticky se v (11) pro každé k počítá jen s indexy i , pro něž $\mathfrak{Q}_i^k \neq 0$, jejichž počet (v závislosti na režimu vytápění 1), 2), 3), 4)) nepřevýší s .

Dosud jsme se úspěšně vyhýbali obecné formulaci jakéhokoliv optimalizačního problému, i když např. výpočet (11) skrývá co nejlepší nastavování režimu umělého vytápění s ohledem na minimální požadovanou teplotu v místnostech (což lze formálně interpretovat jako vedlejší podmínky předepsané pomocí soustavy nerovnic), stejně jako minimální výměnu vzduchu v místnostech podle hygienických předpisů (což lze formálně interpretovat jako vedlejší podmínky předepsané pomocí soustavy rovnic). V dalších optimalizačních výpočtech využijeme Nelderovu-Meadovu simplexovou metodu, studovanou v [13], jež je v prostředí MATLABu je implementována jako jedna z klíčových funkcí *fminsearch* toolboxu *optimization*.

4 Verifikace a validace výpočtového modelu

Verifikaci a validaci výpočtového modelu zde budeme rozlišovat ve smyslu [1]. Součástí verifikace jsou jednak i) matematické důkazy, jež garantují existenci a jednoznačnost řešení modelového problému formulovaného v části 3.1, s nimiž autorka plně spoléhá na osvědčenou spolupráci s Ústavem matematiky a deskriptivní geometrie FAST VUT v Brně a na relevantní výsledky typu [21], ale také ii) analýza přesnosti diskretizované formulace téhož problému podle části 3.3, jakož i iii) její (prozatím dílčí) softwarová implementace. V rámci validace přejdeme postupně iv) od porovnání klasických výpočtů s nově navrženým algoritmem v) ke konfrontaci výpočtových výsledků s dostupnými údaji o provozu reálného stavebního objektu a vi) k možnosti využití

tohoto algoritmu k podpoře optimalizace navrhování nízkoenergetických staveb.

4.1 Softwarová implementace

Ve spolupráci s Ústavem matematiky a deskriptivní geometrie FAST VUT v Brně byl vytvořen původní výpočtový nástroj v programovacím jazyku MATLAB. Tento software nevyžaduje instalaci žádných speciálních toolboxů; pouze pro optimalizační výpočty (jsou-li explicitně požadovány) jsou využívány funkce toolboxu *optimization*. Veškeré výpočty jsou založeny na jedno-rozměrném zjednodušení modelu a na využití metody konečných prvků s lineárními lagrangeovskými splajny jako базovými funkcemi pro jednotlivé součásti obálky budovy i jednotlivé stěny, stropy apod. a jejich části, reprezentující samostatné subsystémy, oddělující veškeré místnosti, s tím, že teplota v každé z místností je závislá pouze na čase.

Předpokládáme, že v časovém intervalu h jsou k dispozici vyrovnávané periodické údaje pro tzv. referenční rok: i) teplota okolního prostředí, ii) celková intenzita slunečního záření, iii) difúzní složka intenzity ii). Tyto údaje jsou postačující pro provádění všech výše naznačených výpočtů podle části 3.3 včetně roční spotřeby energie, klíčové pro tepelný návrh budovy. Vytvořený software podporuje využití různých souborů těchto údajů, v dále prezentovaných výpočtech jsou však použita výhradně data z mezinárodního letiště Brno - Tuřany pro $h = 1$ hodina.

Veškeré modelové výpočty byly záměrně prováděny se stejnými maticemi M a K , z nichž vychází základní výpočtový vzorec (7). Zatímco stabilitu nově navržené metody není třeba nijak vynucovat, bylo z apriorních odhadů možno odvodit vhodný časový krok, jenž by zajišťoval (přinejmenším) stabilitu Eulerovy metody pro plně linearizovanou úlohu, vycházející z (1) a (2). Výsledný odhad $h < 161,63$ sekund odpovídá 23-krát kratšímu časovému kroku.

4.2 Porovnání vypočtených a experimentálních výsledků

Jako referenční objekt pro porovnání klasických výpočtů s nově navrženým algoritmem byl zvolen nízkoenergetický dům Ing. arch. Mojžíra Hudce v Ostrově u Machochy. Důvodem pro tuto volbu byla jednak jeho jednoduchost, umožňující relativně snadné sledování vlivu různých parametrů na účelovou funkci, za niž zde budeme důsledně považovat spotřebu energie na vytápění v ročním periodickém stavu. Poněvadž klimatické údaje θ , $q_b + q_d$ a q_d (podle části 3.1) z letiště Brno - Tuřany nemusejí zcela odpovídat specifickému prostředí Moravského krasu, byla použita jejich korekce snížením průměrné teploty aditivní konstantou [K] a násobením q_b a q_d bezrozměrným součinitelem

(menším než 1), tak aby roční průměry θ a $q_b + q_d$ odpovídaly dostupným ročním průměrům pro toto prostředí.



Obrázek 1: Mojmir Hudec: Vlastní obytný ateliér v Ostrově u Macochy (2010). Fotografie ukazují stav z listopadu 2016 (včetně obvyklých klimatických podmínek): nahoře západní pohled, dole nalevo jihovýchodní pohled, napravo interiér.

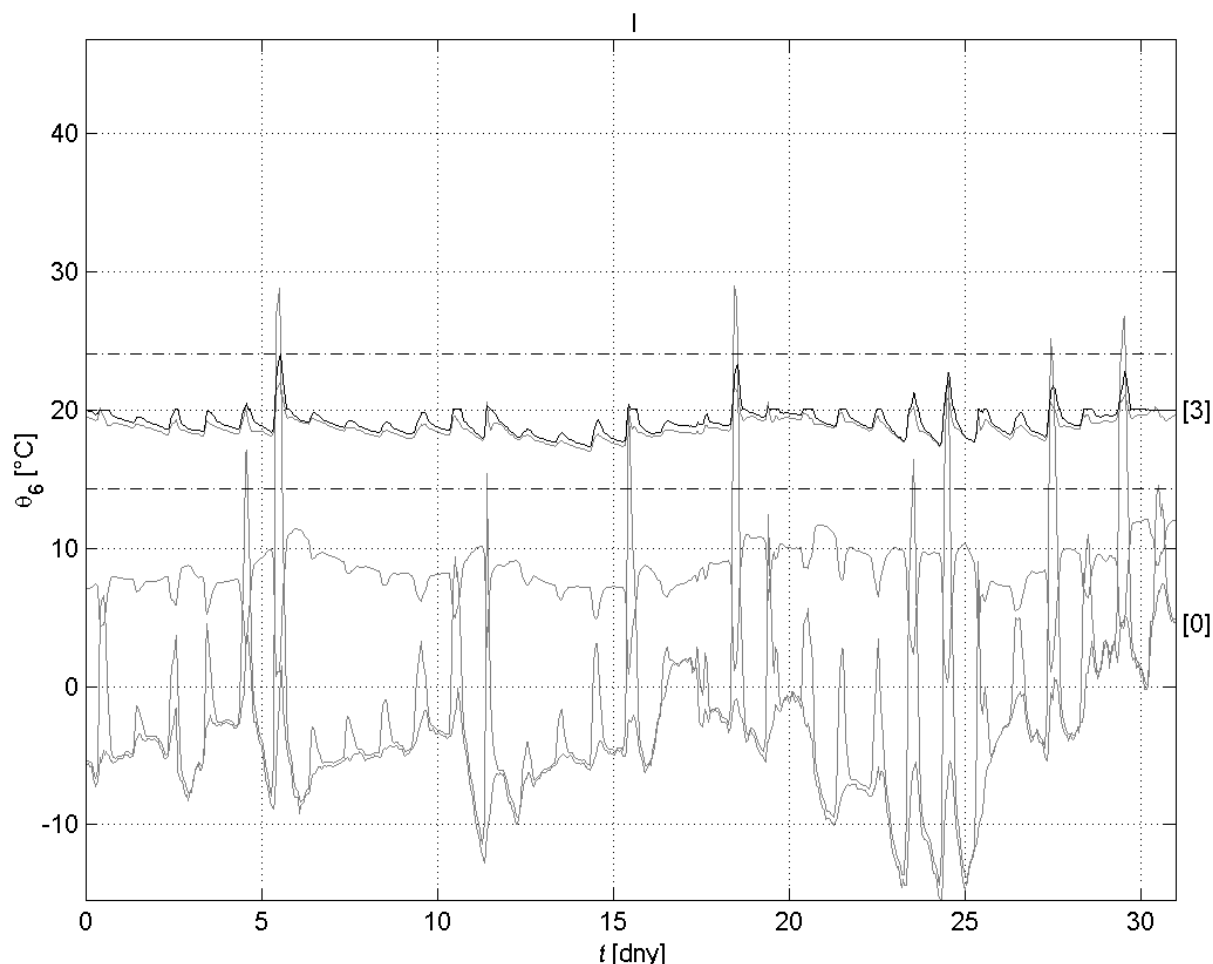
Volba přírodních materiálů pro většinu konstrukčních i izolačních prvků typická pro tento dům (kde dominují slaměné balíky), má obecně řadu předností (srov. [5]): i) nepatrné množství energie nutné při jejich zpracování a při provádění stavby, ii) nižší náklady na dopravu díky možnosti využití místních materiálů, iii) příznivé působení na zdraví člověka, iv) snadný návrat do přírody po dožití stavby a nenáročnou recyklaci.

Referenční objekt sestává ze čtyř místností: 1. vstupní chodby (v 1. podlaží), 2. koupelny (v 1. podlaží), 3. obývací místnosti, využívané i jako pracovna, se vstupem do zahrady s vodní nádrží (v 1. podlaží), 4. ložnice (ve 2. podlaží); jako 0. je navíc důsledně odkazováno vnější prostředí. Objekt je nepodsklepený s ohledem na krasové vápence v podloží (ve svahu pod ním je vstup do jeskyně Lopač). Jednotlivé místnosti včetně vnějšího prostředí jsou odděleny rozhraními (podlahou, stropem, vnějšími stěnami, vnitřními příčkami a stropy) celkem 26 typů, přičemž každé z těchto rozhraní sestává z nosných a izolač-

ních materiálových vrstev, údaje o nichž byly primárně čerpány z projektu, sekundárně pak korigovány místním šetřením. Vytápěna je pouze místnost 3).

Územní a stavební řízení vztahující se k objektu proběhlo ještě před vydáním vyhlášky [29]; pro ně byl proveden zjednodušený tepelně technický výpočet podle [28], realizovaný programem Energie 2009 pro jednozónovou budovu (viz část 2.5). Obr. 1 je zařazen pro základní představu o referenčním objektu, obr. 2 představuje příklad grafického výstupu nového softwaru. Následující tabulka ukazuje prvotní srovnání roční spotřeby energie na vytápění podle experimentálních a výpočtových výsledků:

spotřeba	způsob stanovení
1,881 MWh	výpočet novým softwarem s korekcí polohy objektu
1,419 MWh	výpočet novým softwarem s původními údaji z Tuřan
1,897 MWh	původní výpočet programem Energie 2009
1,710 MWh	kvalifikovaný odhad z časové řady účtů za energii



Obrázek 2: Průběh teploty v počátečním měsíci I (lednu) prvního výpočtového roku na vnějším i vnitřním povrchu (viz označení 0 a 3) a v jednotlivých materiálových vrstvách jihovýchodní stěny (formálně 6. rozhraní) 3. místnosti s vnějším prostředím v měsíci I (lednu) prvního výpočtového roku.

4.3 Možnosti optimalizace návrhu

V oblasti architektonického a stavebního navrhování bývá často optimalizace redukována na výběr z nevelkého konečného počtu přípustných variant, o nichž se předpokládá, že splňují další technická, ekonomická, ekologická i jiná kritéria, z nichž některá jsou jen obtížně kvantifikovatelná. Naším cílem nicméně není přimět majitele referenčního objektu k jeho přestavbě, ale porovnat jeho různá řešení z hlediska nastavení vybraných parametrů. Pro snadné srovnání s předchozí tabulkou se opět omezíme na roční spotřebu energie na vytápění:

spotřeba	úpravy
1,915 MWh	vytápění 2 místností při zachování celkového výkonu
1,900 MWh	vytápění 4 místností při zachování celkového výkonu
1,849 MWh	částečná náhrada prosklené stěny neprůhlednou stěnou
3,039 MWh	náhrada slaměných balíků stěn nepálenými cihlami

Mimo takováto vyhodnocení umožňuje nový software i řádnou optimalizaci Nelderovou - Meadovou metodou. Pro vyloučení případných lokálních minim bylo aplikaci této metody předřazeno hledání suboptimálního řešení na vnitřních uzlech rovnoměrně dělené sítě postupně pro nastavované parametry.

Pro vynucování vedlejších podmínek, případně pro uskutečňování multikriteriální optimalizace, lze uživatelsky nastavit penalizační funkce. V následující ukázce byla použita pouze po částech konstantní penalizace pro dvojici parametrů: prvním z nich je úhel možného pootočení referenčního objektu v kladném smyslu, pro jehož hodnoty byl (pouze formálně) předepsán interval $[-180^\circ, 180^\circ]$, druhým z nich pak součinitel udávající možné zvýšení průchodnosti zasklení pro sluneční záření (s odpovídající změnou jeho pohltivosti), pro jehož hodnoty byl předepsán interval $[-1/10, 1/10]$. Zatímco pro první parametr lze očekávat nalezení volného minima, pro druhý (ani při současné optimalizaci s prvním) není předem jasné, zda minima nebude dosaženo až na předepsané hranici, dané reálnými technologickými možnostmi:

spotřeba	1. parametr	2. parametr
1,841 MWh	20,81 °	neuvažován
1,769 MWh	21,37 °	0,1

5 Závěr

Jednou z výrazných tendencí současné tvorby inženýrských děl, nejen v pozemním stavitelství, je využívání obecných, zpravidla komerčních softwarových nástrojů (srov. část 2.5), nabízejících vedle podpory samotného procesu navrhování včetně multikriteriálního výběru nejlepší varianty (většinou jen vágně

formulovatelného) i potřebné statické, dynamické, akustické, tepelné a další výpočty. Zatímco u tradičních budov se mohly takové výpočty v řadě případů jevit jako formální nezbytnost vyžadovaná příslušnou normou, u energeticky úsporných staveb nabývají na významu dosud zanedbávané fyzikální procesy, ovlivňující dlouhodobou tepelně izolační a akumulaci schopnost takových staveb. Nejen základní uživatelské, ale mnohdy i tzv. teoretické příručky takových softwarových systémů nicméně poskytují jen neúplnou informaci o použitých výpočtových metodách, zamlčujíce nedokonalosti, jež by mohly ohrozit jejich prodejnost. Snaha o co nejobecnější (aspoň zdánlivou) aplikovatelnost vede přitom k rozsáhlým výpočtům, které v konkrétních případech nebývají nezbytné, a navíc různou měrou a formou jako vstupy po uživateli požaduje, případně implicitně zabudovává rozličné kvalitativní i kvantitativní parametry, jejichž zodpovědné nastavení může být i obtížnější než vlastní zadávaný výpočet. Další nepříjemnou vlastností těchto systémů bývá jejich klesající flexibilita, zejména uživatelsky přívětivá nabídka vkládání vlastních programových modulů.

Existuje tedy prostor pro vývoj jednodušších, výpočtově efektivnějších a uživatelsky (fyzikálně, matematicky i technicky) průhlednějších softwarových aplikací pro konkrétní problémy, v našem případě pro podporu optimalizace navrhování energeticky úsporných budov. Takový vývoj je v podmínkách FAST VUT v Brně žádoucí i z pedagogického pohledu, neboť výhradní používání „černých skříněk“ dokonale vyhlížejících výpočtových nástrojů objektivně snižuje motivaci studentů k hlubšímu chápání fyzikální podstaty i matematického modelování studovaných jevů a procesů a k rozvoji jejich samostatné tvůrčí činnosti.

Autorka, vzděláním a 15-letou odbornou praxí architektka a pedagožka (na základní, základní umělecké, střední i vysoké škole) si při zpracování této práce jak na FAST VUT v Brně, tak během svého pobytu na TU Wien byla vědoma, že snaha o kompletní řešení naznačených problémů přesahuje její časové i intelektuální možnosti. V rámci této práce, vycházejíc z přehledu současného stavu problematiky navrhování energeticky úsporných staveb a rozličných přístupů k tepelně technickým výpočtům, nicméně dospěla po intenzivních konzultacích s odborníky ze stavební fyziky i aplikované a numerické matematiky od korektní fyzikální a matematické formulace problému budovy jako tepelného systému, rozvíjející přístup [20] včetně jistých optimalizačních úvah, k praktickému ověření odvozeného výpočtového algoritmu na reálném objektu. Významná část těchto výsledků byla společně se souvisejícími studiemi, týkajícími se např. vyhodnocování experimentů pro určování materiálových charakteristik při přenosu tepla a vlhkosti a navrhování tepelných zásobníků, publikována v celkem 23 vědeckých a odborných pracích. Přípravuje se zveřejnění aplikačních výsledků, stručně zmíněných v části 4.3, plánované v rámci standardního

projektu specifického vysokoškolského výzkumu na VUT v Brně. Lze tak věřit, že aspoň část naznačených záměrů se bude postupně dařit uvádět do života.

6 Literatura

- [1] Babuška I., Oden J. T. Verification and validation in computational engineering and science: basic concepts. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193 (2004), 4057–4066.
- [2] Bermúdez de Castro A. *Continuum Thermomechanics*. Birkhäuser, Basel, 2005.
- [3] Brigola R. *Fourier-Analysis und Distributionen*. Co-Verlag, Berlin, 2012.
- [4] Carlucci S., Pagliano L. A review of indices for the long-term evaluation of the general thermal comfort conditions in buildings. *Energy and Buildings* 53 (2012), 194—205.
- [5] Čermáková E., Žabičková I. Stavby z přírodních materiálů versus ocelové konstrukce. *ERA* 21 (2005), 69–71.
- [6] Davies M. G. *Building Heat Transfer*. J. Wiley & Sons, Chichester, 2004.
- [7] Drábek P., Milota J. *Methods of Nonlinear Analysis – Application to Differential Equations*. Springer, New York, 2013.
- [8] Feist W. *Gestaltungsgrundlagen Passivhäuser*. Das Beispiel GmBH, Darmstadt, 2001.
- [9] Feist W., Pfluger R., Kaufmann B., Schnieders J., Kah O. *Passive House Planning Package*. Passive House Institute, Darmstadt, 2004.
- [10] Chybík J. Interní prostředí pasivního domu v Židlochovicích. *Budovy a prostredie – trvalo udržateľná výstavba*, zborník konferencie v Bratislave (2008), STU, Bratislava, 2008, 40–43.
- [11] Jarošová P. Computational approaches to the design of low-energy buildings. *Programs and Algorithms of Numerical Mathematics (PANM)* 17 in Dolní Maxov, Institute of Mathematics AS CR, Prague, 2015, 92–99.
- [12] Kuneš J., Vavroch O., Franta V. *Základy modelování*. SNTL, Praha, 1989.
- [13] Lagarias J. C., Reeds J. A., Wright M. H., Wright P. E. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization* 9 (1998), 112—147.
- [14] Otto F. Einfluss der vom menschlichen Körper absorbierten Solarstrahlung für das Wärmeempfinden in Gebäuden *Bauphysik* 31 (2009), 25–37.
- [15] Pacheco-Vega A. *Soft Computing Applications in Thermal Energy Systems*. Springer, New York, 2011.

- [16] Roubíček T. *Nonlinear Partial Differential Equations with Applications*. Birkhäuser, Basel, 2005.
- [17] Shukuya M. *Exergy – Theory and Applications in the Built Environment*. Springer, London, 2013.
- [18] Škrjanc I., Župančič B., Furlan B., Kainer A. Theoretical and experimental fuzzy modelling of building thermal dynamic response. *Building and Environment* 36 (2001), 1023–1038.
- [19] Šťastník S., Vala J. K možnosti identifikace tepelných vlastností reflexních fólií se vzduchovými bublinami. *Stavební obzor* 9 (2013), 157–161.
- [20] Šťastník S., Vala J. On the thermal stability in dwelling structures. *Building Research Journal* 52 (2004), 31–55.
- [21] Vala J. Computational approaches to some inverse problems from engineering practice. *Programs and Algorithms of Numerical Mathematics (PANM)* 17 in Dolní Maxov (Czech Republic), Institute of Mathematics AS CR, Prague 2015, 215–230.
- [22] Vala J. Multiphase modelling of thermomechanical behaviour of early-age silicate composites. In: *Mass Transfer in Multiphase Systems and its Applications* (El-Amin M., ed.), Chap. 3. InTech, Rijeka, 2011, 49–66.
- [23] Węglarz A., Narowski P. The optimal thermal design of residential buildings using energy simulation and fuzzy set theory. *12th Conference of International Building Performance Simulation Association* in Sydney, IBPSA, 2011, 585–592.
- [24] ČSN 730540. *Tepelná ochrana budov*. ÚNMZ, Praha, 2002; novelizace 2005, 2007, 2011, 2012.
- [25] ČSN EN ISO 13789. *Tepelné chování budov – Měrné tepelné toky prostupem tepla a větráním – Výpočtová metoda*. ÚNMZ, Praha, 2009.
- [26] ČSN EN ISO 13790. *Tepelné chování budov – Výpočet potřeby energie na vytápění*. ÚNMZ, Praha, 2009.
- [27] Směrnice č. 2010/31/EU. *Směrnice Evropského parlamentu a Rady Evropské unie o energetické náročnosti budov*. Brusel, 2010.
- [28] TNI 73 0329. Zjednodušené výpočtové hodnocení a klasifikace obytných budov s velmi nízkou potřebou tepla na vytápění – Rodinné domy. ÚNMZ, Praha, 2009; novelizace 2010.
- [29] Vyhláška č. 78/2013 Sb. *Vyhláška Ministerstva průmyslu a obchodu o energetické náročnosti budov*. Praha, 2013.

7 Životopis autorky

Základní údaje

Jméno a příjmení: Ing. arch. Petra Jarošová
Narozena: 4. ledna 1972 v Mostě
Státní příslušnost: Česká republika
Bydliště: 667 01 Židlochovice,
Cukrovarská 791
Telefon: 732 838 404
E-mail: jarošova.p@fce.vutbr.cz



Přehled o vzdělání a odborné praxi

2016	odborná stáž na Technische Universität Wien, Institut für Hochbau (program Erasmus+)
2013–2017	studium doktorského studijního programu Pozemní stavitelství na Fakultě stavební VUT v Brně, státní doktorská zkouška 2016
2015–2016	Magistrát města Brna, odbor územního plánování a rozvoje, urbanistka
2013–2014	ZŠ Hrušovany u Brna, asistentka pedagoga
2007–2012	Střední průmyslová škola stavební v Brně, učitelka: architektura, odborné kreslení, pozemní stavby
2006	odborná stáž na Ingenieurschule für Bauwesen Cottbus (program Erasmus)
2005–2007	Střední škola polytechnická v Brně, učitelka odborných stavebních předmětů
2003–2005	ÚSP Kociánka v Brně, vychovatelka + doplňkové pedagogické studium, závěrečná práce <i>Bezbariérové prostředí ve výuce na SPŠS</i>
2002–2003	spolupráce s architektonickým ateliérem Transarch
1999–2002	Základní umělecká škola Bystré, učitelka výtvarného a hudebního oboru
1998–1999	stavební firma Žitný
1995–1996	školní praxe v projekci (Löw a spol., Projektis, Potravinoprojekta Brno)
1990–1998	studium Fakulty architektury VUT v Brně, I. a II. stupeň (Bc., Ing., Ing. arch.), diplomová práce <i>Víceúčelový objekt ve Valašské Polance</i>
1986–1990	studium Střední průmyslové školy stavební v Třebíči

Další schopnosti

- řidičský průkaz skupiny B
- cizí jazyky: němčina (aktivně), ruština a angličtina (pasivně)
- LŠU: obor výtvarný a hudební (housle, flétna)
- kurz Montessori pedagogiky
- vedoucí letních táborů pro znevýhodněné děti

Další aktivity v rámci doktorského studia

- řešitelka 1 juniorského projektu specifického vysokoškolského výzkumu (2014)
- spoluřešitelka 4 standardních projektů specifického vysokoškolského výzkumu (2013, 2014, 2015, 2016)
- autorka nebo spoluautorka 23 publikací:

- [1] Jarošová P., Vala J. Computational prediction and control of energy consumption for heating in building structures. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM) 14* in Rhodes, AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics, Melville (USA), 2016, in print/1–4. Autorský podíl 50 %.
- [2] Vala J., Jarošová P. Computational analysis of thermal transfer and related phenomena based on the Fourier method. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM) 14* in Rhodes, AIP Conference Proceedings, American Institute of Physics, Melville (USA), 2016, in print/1–4. Autorský podíl 50 %.
- [3] Jarošová P., Vala J. Computational prediction and control of energy consumption for heating in building structures. Thermophysics 21 in Terchová, AIP Conference Proceedings 1752, American Institute of Physics, Melville (USA), 40011/1–6. Autorský podíl 50 %.
- [4] Vala J., Jarošová P. Computational aspects of hot-wire identification of thermal conductivity and diffusivity under high temperature. Thermophysics 21 in Terchová, AIP Conference Proceedings 1752, AIP Conference Proceedings 1752, American Institute of Physics, Melville (USA), 40029/1–6. Autorský podíl 50 %.
- [5] Jarošová P., Šťastník S., Vala J. Evaluation of thermal properties of early-age concrete containing fly ash. Materials Science Forum 865 (2016), 157–161. Autorský podíl 34 %.
- [6] Jarošová P., Vala J. Two-scale meshes in quasilinear discretized problems of computational mechanics. Computational modelling of cohesive

- cracks in material structures. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)* 13 in Rhodes, AIP Conference Proceedings 1738, American Institute of Physics, Melville (USA), 2015, 38002/1–4. Autorský podíl 50 %.
- [7] Vala J., Jarošová P. Computational modelling of cohesive cracks in material structures. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)* 13 in Rhodes, AIP Conference Proceedings 1738, American Institute of Physics, Melville (USA), 2015, 38001/1–4. Autorský podíl 50 %.
- [8] Vala J., Jarošová P. Identification of effective material characteristics in semilinear equations of heat and mass transfer, *Advanced Materials Research* 1126 (2015), 174–180. Autorský podíl 50 %.
- [9] Jarošová P., Vala J. New approaches to the thermal design of energy saving buildings. *Advanced Materials Research* 1126 (2015), 59–66. Autorský podíl 50 %.
- [10] Jarošová P. Computational approaches to the design of low-energy buildings. *Programs and Algorithms of Numerical Mathematics (PANM)* 17 in Dolní Maxov, Conference Proceedings, Mathematical Institute AS CR, Prague, 2014, 92–99. Autorský podíl 100 %.
- [11] Jarošová P. Zjišťování součinitele kapilární vodivosti z nepřímých měření. *Juniorstav*, sborník příspěvků, sekce Stavební fyzika a prostředí v budovách, VUT v Brně, 2015, 1.3.9/1–8. Autorský podíl 100 %.
- [12] Jarošová P., Šťastník S. Numerical prediction of energy consumption in buildings with controlled interior temperature. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)* 12 in Rhodes, AIP Conference Proceedings 1648, American Institute of Physics, Melville (USA), 2014, 80014/1–4. Autorský podíl 50 %.
- [13] Vala J., Jarošová P. Identification of material characteristics in non-stationary heat and mass transfer. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)* 12 in Rhodes, AIP Conference Proceedings 1648, American Institute of Physics, Melville (USA), 2014, 80013/1–4. Autorský podíl 50 %.
- [14] Vala J., Jarošová P. Computational evaluation of thermal conductivity and diffusivity using the boundary integral technique. *Thermophysics* 19 in Podkylava, Conference Proceedings, Fyzikálny ústav SAV v Bratislave, 2014, 131–138. Autorský podíl 50 %.
- [15] Jarošová P., Šťastník S., Vala J. Výpočtové vyhodnocování kapilární vodivosti stavebních materiálů z nepřímých měření. *Stavební fyzika v pozem-*

- ním stavitelství: teorie a praxe*, sborník workshopu, VUT v Brně, 2014, 40–45. Autorský podíl 34 %.
- [16] Jarošová P., Šťastník S., Vala J. Identification of thermal conductivity of powdery insulation materials. *Advanced Materials Research* 897 (2014), 333–339. Autorský podíl 34 %.
 - [17] Jarošová P., Šťastník S., Vala J. K možnosti numerického modelování šíření tepla pro energeticky úsporné stavby. *Realizace staveb: teorie a praxe*, sborník workshopu, VUT v Brně, 2013, 94–98. Autorský podíl 34 %.
 - [18] Vala J., Šťastník S., Jarošová P. Identifikace tepelných charakteristik stavebních materiálů metodou topného drátu. *Maltoviny* 13, sborník příspěvků, VUT v Brně, 2013, 25–32. Autorský podíl 33 %.
 - [19] Vala J., Jarošová P. Identification of the capillary transfer coefficient in porous building materials. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)* 11 in Rhodes, AIP Conference Proceedings 1558, American Institute of Physics, Melville (USA), 2013, 1004–1007. Autorský podíl 50 %.
 - [20] Jarošová P., Šťastník S. Modelling of thermal transfer for energy saving buildings. *International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics (ICNAAM)* 11 in Rhodes, AIP Conference Proceedings 1558, American Institute of Physics, Melville (USA), 2013, 1000–1003. Autorský podíl 50 %.
 - [21] Vala J., Jarošová P. Identification of the capillary conduction coefficient from experimental data. *Forum Statisticum Slovacum* 9 (2013), 250–255. Autorský podíl 50 %.
 - [22] Vala J., Jarošová P. Identification of thermal characteristics of building materials at high temperatures. *Integrity, Reliability and Failure of Mechanical Systems (IRF)*, in Funchal (Madeira), Conference Proceedings, University of Porto, 2013, 2033/1–23. Autorský podíl 50 %.
 - [23] Jarošová P., Šťastník S., Vala J. Modelování přenosu tepla pro energeticky úsporné stavby. *Construmat*, zborník konferencie v Nitre, Univerzita Konštantína Filozofa, Nitra, 2013, 138–149. Autorský podíl 34 %.

