

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV AUTAMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

MODELOVÁNÍ A ŘÍZENÍ KROKOVÉHO MOTORU V PROSTŘEDÍ MATLAB/SIMULINK

MODELING AND CONTROL OF STEPPER MOTOR IN MATLAB/SIMULINK

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Daniel Macek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Matúš Kozovský

BRNO 2017

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor **Automatizační a měřicí technika**

Ústav automatizace a měřicí techniky

Student: Daniel Macek

ID: 169276

Ročník: 3

Akademický rok: 2016/17

NÁZEV TÉMATU:

Modelování a řízení krokového motoru v prostředí MATLAB/Simulink

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Cílem práce je seznámit se s matematickým modelem krokového motoru, s možnostmi jeho modelování v prostředí MATLAB/Simulink a širokou škálou v praxi používaných řídicích algoritmů.

1. Seznamte se s typy krokových motorů a s možnostmi jejich modelování.
2. V prostředí MATLAB/Simulink vytvořte vlastní model krokového motoru.
3. Na vytvořený model aplikujte řízení bez zpětné vazby (Microstepping, Full Step a Half Step).
4. Navrhněte a aplikujte metodu řízení se zpětnou vazbou.
5. Srovnajte vlastnosti jednotlivých způsobů řízení mezi sebou.
6. Vytvořený model porovnejte se skutečným krokovým motorem.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

M. Butcher, A. Masi, R. Picatoste, and A. Giustiniani, "Hybrid Stepper Motor Electrical Model Extensions for Use in Intelligent Drives," IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 2, pp. 917–929, Feb. 2014.

SUL, Seung-Ki. Control of electric machine drive system. Hoboken, N.J.: Wiley-IEEE, 2011. ISBN 9780470590799.

Termín zadání: 6.2.2017

Termín odevzdání: 29.5.2017

Vedoucí práce: Ing. Matuš Kozovský

Konzultant:

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.
předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

Abstrakt

Práce se zabývá popisem typů krokových motorů stejně tak, jako způsobu jejich ovládání, řízení a jejich možnými způsoby namodelování jednotlivých typů motorů. Cílem práce je navržení modelu krokového motoru s řízením bez zpětné vazby pro režimy Full-step, Half-step a Microstepping, návrh metody řízení se zpětnou vazbou a výsledně navržený model porovnat s reálným krokovým motorem.

Klíčová slova

Krokový motor, motor, model, řízení krokového motoru

Abstract

The Thesis deals with describing types of stepper motors, method of their controlling and their potential method of modelling each type of motors. Main purpose of work is divided into three parts. The first part is focused on design a model of stepper motor. The second part is related to possibilities to controlling stepper in open-loop, which contain modes Full-step, Half-step and Microstepping. This part is also describing controlling in closed-loop. And the last part is about comparing designed model and real stepper motor.

Keywords

Stepper motor, motor, model, controlling stepper motor

Macek, D. Modelování a řízení krokového motoru v prostředí MATLAB/SIMULINK. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav automatizace a měřicí techniky, 2017. 64 s., 0 s. příloh. Bakalářská práce. Vedoucí práce: Ing. Matúš Kozovský

Prohlášení

„Prohlašuji, že svou závěrečnou práci na téma Modelování a řízení krokového motoru v prostředí Matlab/Simulink jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené závěrečné práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této závěrečné práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne

.....

podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Kozovskému za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne

.....

podpis autora

Obsah

1	Úvod	5
2	Krokový motor	6
2.1.	Základní parametry krokových motorů	6
2.2.	Krokový motor s proměnnou reluktancí.....	9
2.3.	Krokový motor s permanentními magnety.....	11
2.4.	Hybridní krokový motor.....	13
2.5.	Řízení krokových motorů	15
2.6.	Řízení v módu Full-Step.....	16
2.7.	Řízení v módu Half-Step	17
2.8.	Řízení v módu Microstepping	18
3	Modelování krokových motorů	19
3.1.	Parkova transformace.....	19
3.2.	Model motoru s proměnnou reluktancí	19
3.3.	Model krokového motoru s permanentním magnetem.....	21
3.4.	Vlastní model krokového motoru s proměnnou reluktancí	23
3.5.	Vlastní model krokového motoru s permanentním magnetem	25
3.6.	Vlastní model krokového motoru s permanentními magnety v d-q souřadnicích	27
3.7.	Vlastní podrobný model krokového motoru s permanentním magnetem	29
3.8.	Porovnání modelu se skutečnými naměřenými hodnotami.....	30
4	Zpětnovazební řízení	40
4.1.	Rozvětvená regulační struktura řízení.....	40
4.2.	Návrh regulátoru proudu	40
4.2.1.	Výpočet regulátoru metodou optimálního modulu.....	43
4.3.	Regulace otáček a polohy motoru.....	49
5	Závěr	52

6 Literatura	54
Seznam symbolů, veličin a zkratk	56

Seznam obrázků

Obrázek 1 Princip krokového motoru s proměnou reluktancí	10
Obrázek 2 4 Fázový VR krokový motor s úhlem natočení $1,8^\circ$	10
Obrázek 3 Dvoufázový krokový motor s PM.....	11
Obrázek 4 Princip činnosti krokového motoru s PM	12
Obrázek 5 Rotor hybridního krokového motoru.....	13
Obrázek 6 Průřez hybridním krokovým motorem.....	14
Obrázek 7 Unipolární a bipolární zapojení krokového motoru	15
Obrázek 8 Dvoufázové bipolární řízení krokového motoru v módu Full-Step	16
Obrázek 9 Průběh fázových napětí krokovým motorem pro Full-Step řízení	16
Obrázek 10 Dvoufázové bipolární řízení krokového motoru v módu Half-Step	17
Obrázek 11 Průběh fázových napětí krokovým motorem pro Half-Step řízení	17
Obrázek 12 Průběh budícího napětí v módu Microstepping.....	18
Obrázek 13 Modelovací schéma krokového motoru s proměnnou reluktancí.....	24
Obrázek 14 Modelovací schéma bloku w_m, θ_m krokového motoru s proměnnou reluktancí	24
Obrázek 15 Modelovací schéma bloku dL krokového motoru s proměnnou reluktancí	25
Obrázek 16 Model krokového motoru s permanentními magnety.....	25
Obrázek 17 Model fázového proudu I_a krokového motoru s permanentními magnety	26
Obrázek 18 Model bloku mechanické části krokového motoru s permanentními magnety.....	26
Obrázek 19 Modelovací schéma generovaného momentu M_a fázovým proudem I_a	27
Obrázek 20 Modelovací schéma generovaného momentu M_d permanentním magnetem motoru.....	27
Obrázek 21 Modelovací schéma Parkovy transformace.....	27
Obrázek 22 Modelovací schéma KM PM v d-q souřadnicích	28
Obrázek 23 Modelovací schéma fázového proudu I_q v d-q souřadnicích.....	28
Obrázek 24 Modelovací schéma úhlové rychlosti w_m a polohy rotoru θ_m v d-q souřadnicích	29
Obrázek 25 Modelovací schéma podrobného krokového motoru.....	29
Obrázek 26 Model fázových proudů I KM PM.....	30
Obrázek 27 Model elektromechanického momentu M_{em}	30
Obrázek 28 Rozvětvená struktura zpětnovazebního řízení polohového servomechanizmu [11]	40
Obrázek 29 Náhradní schéma zapojení krokového motoru.....	41
Obrázek 30 Modelovací schéma PI regulátoru proudu.....	45
Obrázek 31 Připojení rekonstruktoru stavů k soustavě.....	50

Obrázek 32 Soustava ve stavovém prostoru	50
Obrázek 33 Model rekonstruktoru stavů s modelem soustavy ve stavovém prostoru	51

Seznam tabulek

Tabulka 1 Zadané hodnoty parametrů pro model krokového motoru s PM	31
Tabulka 2 Získané hodnoty zjednodušeného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Full-Step	35
Tabulka 3 Získané hodnoty podrobného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Full-Step	35
Tabulka 4 Získané hodnoty zjednodušeného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Half-Step.....	37
Tabulka 5 Získané hodnoty podrobného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Half-Step.....	37

Seznam grafů

Graf 1 Momentové charakteristika krokového motoru	8
Graf 2 Charakteristika maximálního točivého momentu krokového motoru.....	9
Graf 3 Průběh měřeného a simulovaných proudů vinutí A pro režim Full-step.....	32
Graf 4 Průběh měřeného a simulovaných proudů vinutí B pro režim Full-step.....	32
Graf 5 Průběhy měřeného a simulovaného proudu vinutí A pro režim Half-Step ..	33
Graf 6 Průběhy měřeného a simulovaného proudu vinutí B pro režim Half-Step...	33
Graf 7 Průběhy generovaného momentu M_c krokovým motorem v závislosti na režimu buzení	34
Graf 8 Průběhy proudu vinutím A s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Full-Step	35
Graf 9 Průběhy proudu vinutím B s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Full-Step	36
Graf 10 Průběh indukčností podrobného modelu krokového motoru pro režim Full-Step	36
Graf 11 Průběhy proudu vinutím A s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Half-Step	38
Graf 12 Průběhy proudu vinutím B s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Half-Step	38
Graf 13 Průběhy indukčností podrobného modelu krokového motoru pro režim Half-Step	39
Graf 14 Přejížděvací charakteristika vinutí A krokového motoru při zabrzděném rotoru	46
Graf 15 Akční zásah regulátoru pro motor se zabrzděným rotorem.....	46
Graf 16 Odezva proudu I_a na skokovou změnu požadavku pro krokový motor s odbrzděným rotorem	47
Graf 17 Odezva proudu I_b na skokovou změnu požadavku pro krokový motor s odbrzděným rotorem	47
Graf 18 Akční zásahy regulátorů pro motor s odbrzděným rotorem	48
Graf 19 Úhlové rychlosti ω_m při jednotkovém skoku žádaného proudu	48
Graf 20 Polohy θ_m při jednotkovém skoku žádaného proudu	49

1 ÚVOD

Krokové motory se pohybují spojitě, avšak trvale se zastavit bez vnějšího buzení statorového vinutí, dokáží pouze v určitých polohách, které se nazývají kroky, jak již plyne z názvu. Uplatnění nalézá všude, kde je zapotřebí přesně nastavovat polohu jako například v průmyslové automatizaci, kde se využívají jako pohony pro CNC obráběcí stroje, v leteckém průmyslu, automobilovém průmyslu, řízení a regulaci, robotice a dokonce i v IT technice, kde jej lze nalézt například v tiskárnách nebo v pevných discích. Hojně používaný je právě díky své jednoduchosti a zároveň vysoké spolehlivosti provozu. Krokové motory patří do skupiny synchronních motorů, pro které platí, že vytvářené točivé magnetické pole pohybující rotorem se pohybuje synchronně. Pracují se stejnosměrným napájením, které je upravováno pomocí řídicí elektroniky.

Krokových motorů je více druhů, díky čemuž je možno využívat jednotlivých výhod vyplívajících z jejich odlišné konstrukce. V dnešní době nejvíce používaným typem krokových motorů je hybridní krokový motor, protože lze nastavovat polohu rotoru po velmi malých krocích a zároveň dosahují vysokých zátěžných momentů. Pro běh krokového motoru je nutné využít řídicího obvodu. Z pohledu řízení jsou velmi variabilní. Krokové motory lze jak ovládat, tak řídit. Obsáhlejší informace týkající se jednotlivých typů krokových motorů a možnosti jejich ovládání a řízení jsou blíže vysvětleny v teoretických částech odpovídajících kapitol.

2 KROKOVÝ MOTOR

Krokový motor je druh synchronního stroje. Ve zjednodušené formě si jej můžeme představit, jak již napovídá název, jako stroj který se pohybuje v krocích. Velikost kroků je závislá na počtu pólových nastavců rotoru. Základní podmínka pro funkci je v rozdílném počtu statorových a rotorových pólů.

Výhodou krokových motorů může být jejich držení pozice ovšem za cenu stálého odběru proudu, v případě, že je motor zatížen momentem. Další výhodou je ta, že motory lze jednoduše ovládat bez zpětné vazby. Dle jasně stanoveného počtu kroků na otáčku vnitřním uspořádáním vyplývá další výhoda a to ta, že chyba polohy nenarůstá s počtem otáček. Další výhody spočívají v jednoduchém střídání směru pohybu motoru, vysokém točivém momentu, bezúdržbovosti a především v ceně.

Hlavní nevýhodou je již zmiňovaný odběr v klidové poloze. V případě přetížení motoru začne docházet k vynechávání kroků, což může způsobovat chyby při řízení na polohu, vzhledem k absenci zpětné vazby. Nevýhoda spočívající v omezení maximální rychlosti dále podtrhuje fakt, že s rostoucí rychlostí motor ztrácí točivý moment.

Krokové motory lze dělit podle jejich principu na krokový motor s proměnnou reluktancí, permanentními magnety, hybridní a lineární motory, případně další speciální druhy krokových motorů jako je například diskový krokový motor s permanentním magnetem.

Označením fáze motoru se rozumí vlastní vinutí statoru, které tvoří magnetický obvod. Nejpoužívanější krokové motory mají 2 fáze, ovšem existují i tří a pětifázové motory.

Pól motoru označuje výstup magnetického toku do okolního prostředí. Lze se také setkat i s pojmem pólpár, což označuje dvojici sever-jih magnetického obvodu. Lze říci, že čím větší má motor počet pólů, tím je krok motoru jemnější, ovšem docílit jemnějšího kroku se dá pomocí tzv. rotorových zubů. Jedná se o dělení pólů pomocí nastavců, jak bude popsáno dále v textu.

2.1. Základní parametry krokových motorů

Krok motoru je jeden ze základních parametrů, který je nutno zohlednit při jeho výběru. K vychýlení rotoru motoru je zapotřebí vybudit jedno z jeho statorových vinutí, aby došlo k posunu o jeden krok. Velikost kroku θ_m ve stupních pro motor s pasivním rotorem je dáno rovnicí (2. 1)

$$\theta_m = \frac{360^\circ}{mRT} \quad (2. 1)$$

Určení velikosti kroku ve stupních motorů s aktivním rotorem je dáno rovnicí (2. 2.)

$$\theta_m = \frac{360^\circ}{2mRT} \quad (2. 2)$$

Otáčky motoru jsou závislé na frekvenci pulzů f_p , které budí jednotlivá vinutí dle rovnice (2. 3)

$$n = \frac{60 f_p \varphi}{360} \quad (2. 3)$$

Převod mezi otáčkami za minutu ω_m a radiány za sekundu n udávají rovnice (2. 4) a (2. 5)

$$\omega_m = \frac{2\pi n}{60} \quad (2. 4)$$

$$n = \frac{60\omega_m}{2\pi} \quad (2. 5)$$

Magneticky klidová poloha je poloha nabuzeného rotoru, ve kterém se nachází rotor při nepůsobení statického momentu na hřídel motoru a jeho statický úhel zátěže je nulový. Rotor je tedy v ideální poloze vůči magnetické vodivosti magnetického pole.

Statický úhel zátěže je úhel, o který se vychýlí rotor nabuzeného motoru z magneticky klidové polohy při působení zátěže na hřídel motoru.

Statický moment je vlastní moment motoru, který je v rovnováze s točivým momentem působícím na rotor, který je vychýlený ze své magneticky klidové polohy, při plně nabuzeném vinutí motoru.

Statický vazební moment je definován jako maximální statický moment, který se může přiložit na hřídel motoru buzeného jmenovitým proudem při určitém režimu, aniž by způsobil jeho trvalé otáčení. Ideálně je statický vazební moment nezávislý na buzené fázi.

Statický vazební moment nenabuzeného motoru je definován jako maximální vlastní přídržný statický moment, který může být přiložen na hřídel, aniž by způsobil jeho trvalé otáčení.

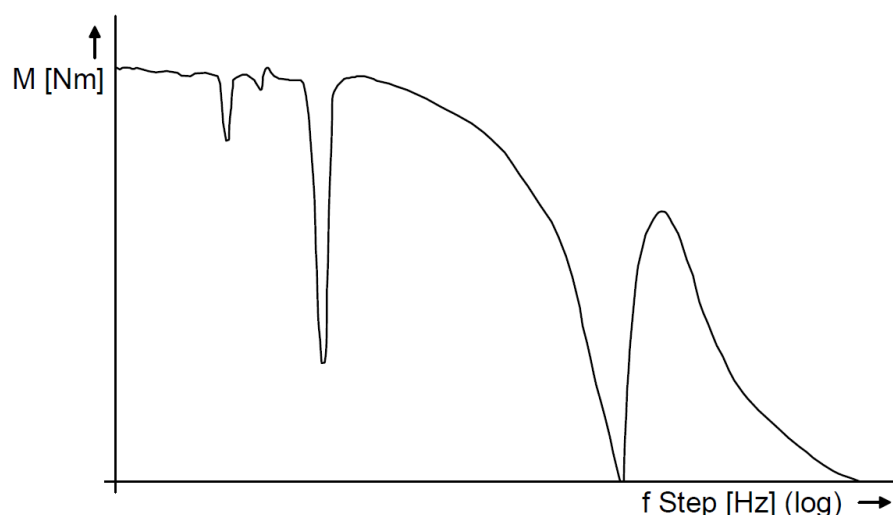
Momentová charakteristika krokového motoru udává závislost generovaného momentu motorem v závislosti na frekvenci krokování. Charakteristiky se dělí podle režimu, ve kterém se pohon provozuje a jsou závislé jak na krocích za otáčku, počtu fází a struktuře zubů. Oblast Start-Stop v grafu 1 označena jako I. udává rozběhový točivý moment, který je motor schopen

poskytnout na hřídeli bez ztráty kroku. Oblast je závislá pouze na vlastní setrvačnosti motoru. V literatuře nebo katalogových listech se označuje jako Pull-in Torque. Křivka vymezující prostor II. nazývána jako oblast kontrolovaného zrychlení případně zpomalení udává maximální točivý moment na hřídeli motoru bez ztráty kroku pouze pro případy, kdy nedochází ke změně smyslu otáčení motoru. Křivka kontrolovaného zrychlení se nazývá Pull-out Torque.



Graf 1 Momentové charakteristika krokového motoru

Rezonance a nestabilita v charakteristice maximálního točivého momentu zobrazené v grafu 2, je možné sledovat pokles momentu v určitých úsecích charakteristiky. Rezonance a nestabilita jsou způsobeny oscilačními jevy, které narušují plynulý chod motoru. První dva propady se dají označit za vlastní rezonanci motoru, které jsou způsobeny vlastními elektrickými vlastnostmi, jako je odpor a indukce vinutí, třetí propad jako nestabilita způsobena kladnou zpětnou vazbou mezi krokovým motorem a budícím stupněm. Při frekvenci pulzu shodnou s požadovanými otáčky, které se nachází v rezonančních propadech, může docházet ke ztrátě synchronního chodu motoru.



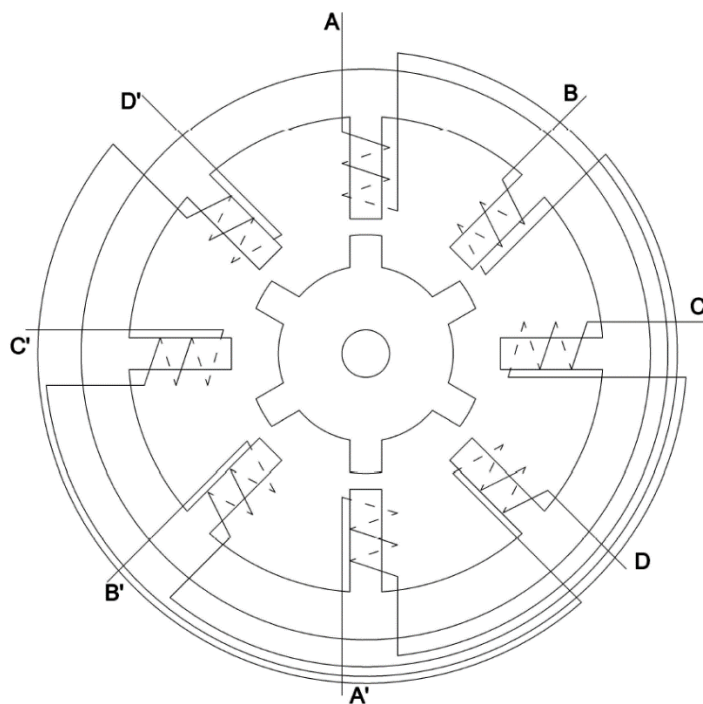
Graf 2 Charakteristika maximálního točivého momentu krokového motoru

2.2. Krokový motor s proměnnou reluktancí

Krokové motory s proměnnou reluktancí nebo VR motory (Variable Reluctance), často označovány jako krokové motory s pasivním rotorem, využívají ke své funkci změnu vodivosti (reluktance) magnetického obvodu.

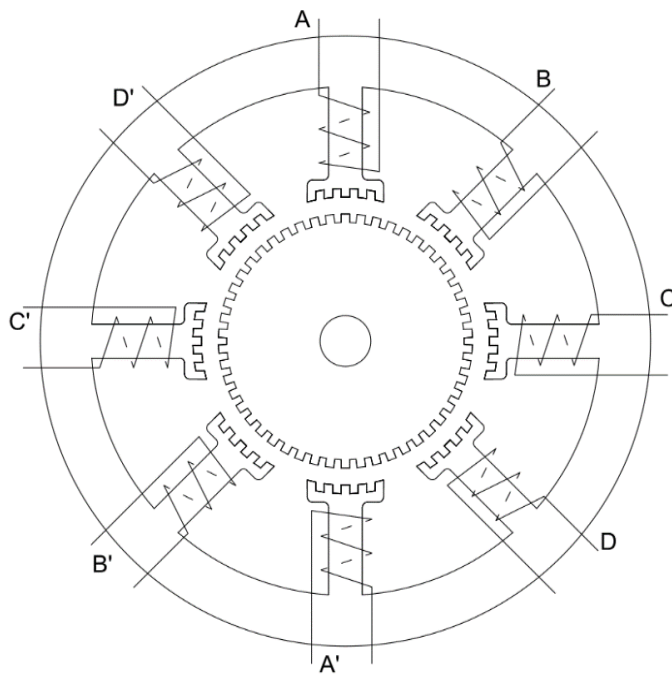
Stator i rotor je tvořen izolovanými ocelovými plechy s vysokou permeabilitou. Na obrázku 1 je zobrazen řez motorem, kde má stator 8 pólových nástavců a 6 rotorových. Statorové vinutí jsou 4 a jsou označeny jako A, B, C a D. Při průchodu proudem fází A se nastaví rotor do polohy s nejmenším magnetickým odporem. Vzduchová mezera mezi statorovým a rotorovým pólem by měla být co nejmenší, aby bylo možno dosáhnout přesnost a zároveň dosáhnout největšího momentu. Při následovném sepnutí fáze B se poloha rotoru opět vychýlí tak, aby bylo dosaženo nejmenšího magnetického odporu, tzn., rotor se posune směrem doleva. Postupným spínáním fází A, B, C a D lze otáčet motorem doleva případně při změně směru spínání fází, kdy se bude spínat první D až A se bude motor otáčet směrem doprava.

Motory obvykle mívají velký úhel kroku, jak plyne z rovnice 2. 1. Obvyklé velikosti jsou 7.5° , 15° , 30° a 45° .



Obrázek 1 Princip krokového motoru s proměnou reluktancí

Dělení kroků na menší je možno provádět pomocí dělení pólových nástavců na jemnější zuby, kde je poté možno dosáhnout mnohem jemnějšího kroku například $1,8^\circ$. Za předpokladu použití čtyřfázového motoru s 50 rotorovými zuby, lze vidět na obrázku 2.



Obrázek 2 4 Fázový VR krokový motor s úhlem natočení $1,8^\circ$

Pro další dělení kroků na menší je možno použít takzvaného vícepaketového krokového motoru. Jedná se o kaskádové řazení motorů za sebe na společnou osu. Rotorové zuby každého bloku mohou mít různou rozteč zubů a každý magnetický obvod může být buzený zvlášť. V případě použití kaskády pro zjemnění kroků jsou rotorové zuby pro 3 bloky posunuty o $1/3$ rozteči zubů a lze tedy dosáhnout třetinového kroku. Použity jsou tři fáze pro každý blok jedna.

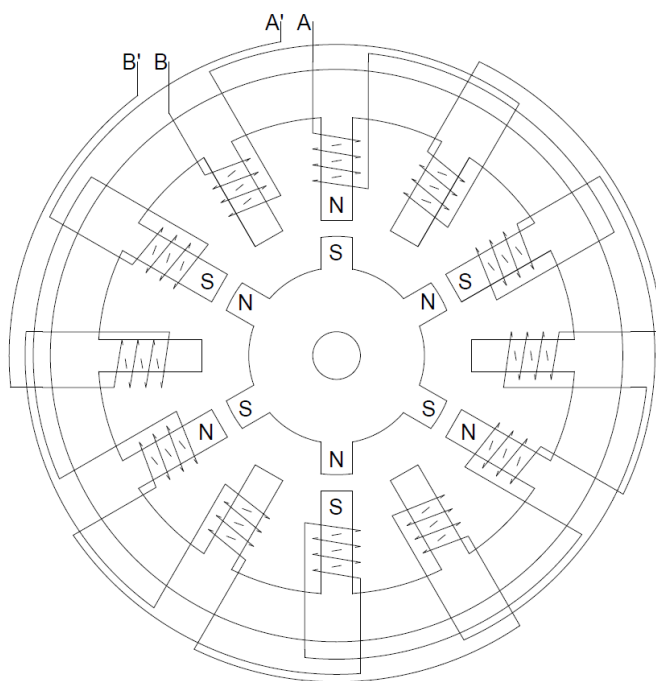
2.3. Krokový motor s permanentními magnety

Motory s permanentními magnety, často označovány jako PM motory, na rotoru jsou považovány za motory s aktivním rotorem. Řez motorem je zobrazen v obrázku 3. Jak lze vidět stator je složen z 12 pólů a jeho vinutí fáze A je sériově spojeno s lichými nástavci (1, 3, 5, 7, 9 a 11), potom vinutí fáze B je opět sériově spojeno se sudými nástavci (2, 4, 6, 8, 10 a 12).

Rotor má poloviční počet pólových nástavců tvořeny permanentními magnety, kde póly střídají polaritu mezi severní a jižní.

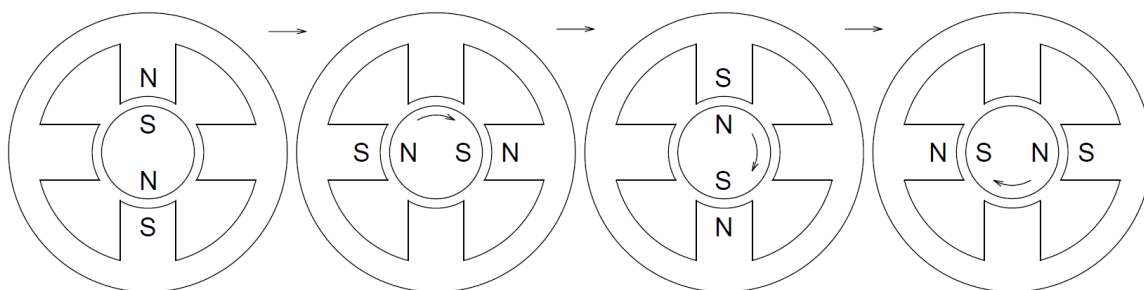
Magnety tvoří stálé magnetické pole, které způsobuje již dříve zmiňovaný statický vazební moment. Tento moment mohou generovat pouze motory s aktivním rotorem.

Nevýhodou těchto motorů je poměrně velký krok z důvodu velké konstrukční složitosti umístění permanentních magnetů



Obrázek 3 Dvoufázový krokový motor s PM

Pro popis principu funkce motorů s permanentním magnetem je použit obrázek 4, kvůli zjednodušení. Motor je opět dvoufázový, fáze označíme jako A a B. Stator má pouze čtyři pólové nastavce a rotor má pouze dva póly severní a jižní. Při nabuzení první fáze A ve vertikální poloze, se v prvním pólu vytvoří severní polarita a ve třetím pólu jižní. Rotor se natočí do polohy s opačným smyslem polarity. Sepnutí horizontální cívký B vede k vytvoření magnetického pole v nastavcích dva a čtyři. Druhý nastavec má polaritu severní a čtvrtý jižní. Rotor se pootočí doprava, tak aby zaujal polohu s protikladnou polaritou, tím dojde k otočení o úhel 90° . Následuje sepnutí fáze A v opačném smyslu, kde se vytvoří obrácené polarity než v prvním případě. Rotor se opět otočí o 90° doprava. Poslední část obrázku popisuje další otočení o 90° a to v případě sepnutí fáze B v opačném smyslu. Otáčení opačným směrem spočívá v opačném postupu buzení fází tedy A, B, A a B, kde B a A označuje sepnutí fáze v obráceném smyslu než A a B.



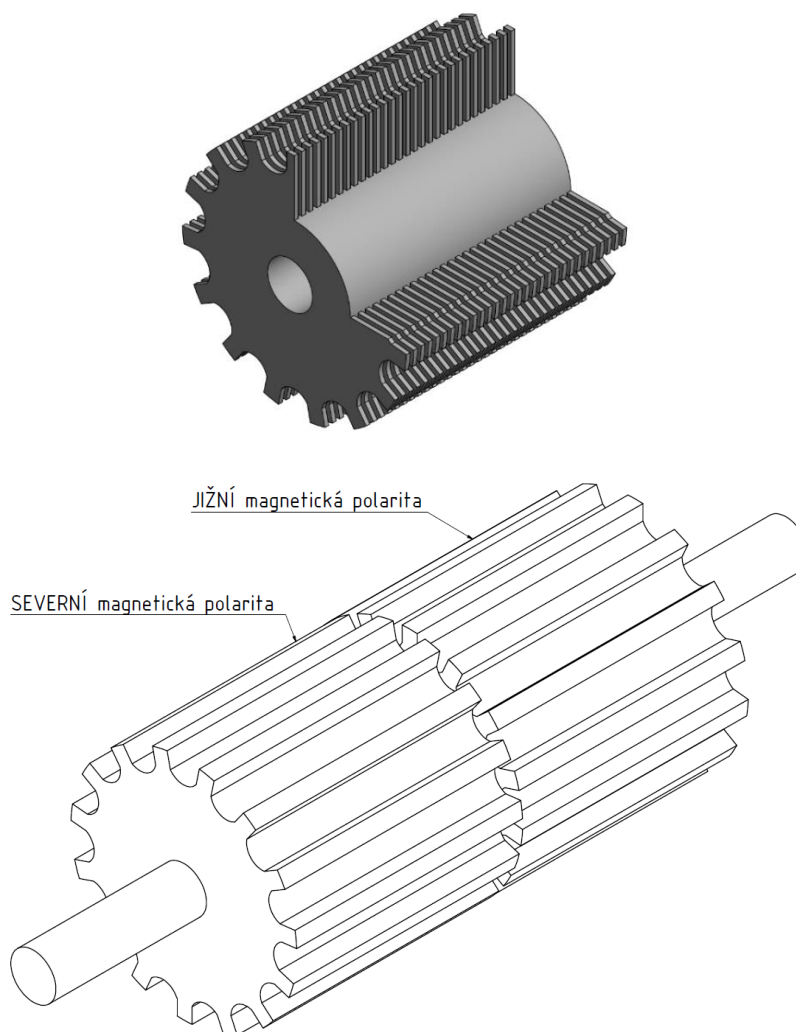
Obrázek 4 Princip činnosti krokového motoru s PM

2.4. Hybridní krokový motor

Z názvu vyplývá, že tyto motory jsou kombinací výhod obou předešlých konstrukcí především malý krok a vysoký moment v malém rozměru. Tento druh motorů je nejpoužívanější.

Stator je stejný jako u VR motoru, složen z magneticky měkkých plechů s pólovými nástavci rozdělenými na zuby.

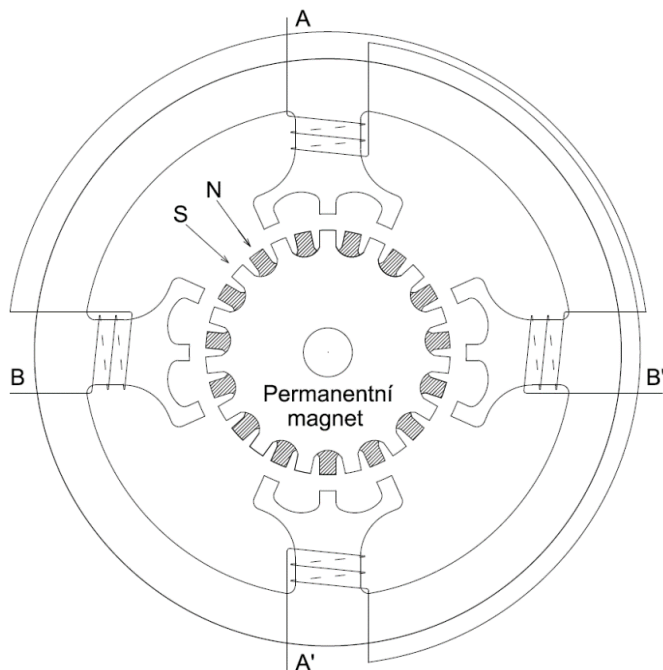
Výrazná změna je ovšem v konstrukčním řešení rotoru. Rotor je složen jak z permanentního magnetu, tak z křemíkových plechů. Průřez rotorem je na obrázku 5. Zobrazené pólové nástavce jsou zdvojené a vůči sobě posunuté. Potom všechny pravé nástavce mají severní polaritu a levé jižní. Nejčastější počet zubů nástavce je 50. Vzhledem k tomu, že jsou nástavce dva, je celkový počet dvojnásobný. Ve výsledku při použití dvojfázového krokového motoru je výsledný počet kroků 200, což odpovídá úhlu natočení $1,8^\circ$.



Obrázek 5 Rotor hybridního krokového motoru

Popis činnosti je popsán pro dvoufázový krokový motor s čtyřmi pólovými nástavci, které se dělí na další 3 zuby. Princip je velmi jednoduchý a lze ho rozdělit do čtyř kroků, které vedou k otočení o jeden rotorový zub. V prvním kroku je sepnuto vinutí fáze A, kde proud vytváří magnetické pole. Pól 1 bude mít jižní magnetickou polaritu, a proto bude přitahovat severní magnetický pól rotoru. Vzhledem k tomu bude mít pól 3 severní magnetickou polaritu a bude přitahovat jižní magnetický pól rotoru. Druhý krok nastává v případě sepnutí vinutí fáze B. V případě, kdy budeme brát pól 2 za severní magnetický pól, bude přitahovat jižní rotorový. Pól 4 pracuje v opačném magnetickém smyslu. Tedy můžeme říci, že dojde k posunutí rotoru o čtvrt rotorového zubu doprava. Následuje krok 3, ve kterém je sepnuta fáze A v obrácené polaritě proti kroku 1. Dochází k přeorientování magnetických pólů, to znamená, že pól 1 zaujímá severní magnetickou polaritu a pól 3 jižní. Rotor se vychýlí tak, aby byla magnetické póly přitahovány a otočí se o další čtvrt otáčku. Čtvrtý krok nastává při sepnutí vinutí fáze B opačnou polaritou oproti kroku 2. Póly 2 a 4 mají opět obráceně polarizované magnetické póly, které přitahují opačné magnetické póly rotoru. Následuje pootočení rotoru o čtvrtéční vzdálenost rotorových zubů.

Otočením rotoru na druhou stranu tedy doleva je dosaženo záměnnou kroků. Sled kroků bude mít následující schéma krok 4, krok 3, krok 2 a krok 1. Nevýhodou dvoufázového hybridního motoru s čtyřmi statorovými nástavci je nevýhoda v generování nesymetrického momentu na hřídeli. Proto se častěji používá motor s osmi pólovými nástavci. V tomto případě je pak spojené vinutí statoru pro dvě cívky.

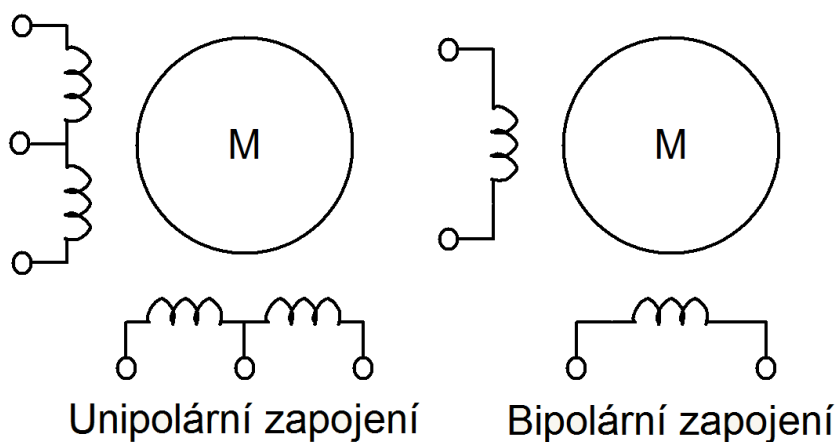


Obrázek 6 Průřez hybridním krokovým motorem

2.5. Řízení krokových motorů

U krokových motorů je možné se setkat s dvěma způsoby vnitřního zapojení. První možností je unipolární zapojení. Výhoda unipolárního zapojení krokového motoru spočívá v buzení motoru pouze jednou polaritou napětí, což umožňuje použití jednoduššího budicího obvodu, avšak komplikuje vnitřní uspořádání motoru. Další významná výhoda spočívá v tom, že má krokový motor dvojnásobnou frekvenci napětí a proudu, což způsobuje menší zvlnění proudu na výstupu a zároveň akustický hluk se posune na vyšší frekvence.

Druhé možné zapojení je bipolární. Použití spočívá v měnění polarity buzeného napětí. Při použití bipolárního buzení bude obvodem při nulové střední hodnotě výstupního napětí protékat střídavý proud, což může být bráno jako nevýhoda oproti unipolárnímu buzení, kdy obvodem při nulové střední hodnotě řídicího napětí neteče žádný proud. K buzení se používá H-můstek, který se skládá ze čtyř tranzistorů pro jednu fázi. Na první pohled lze rozlišit, o jaký druh motoru se jedná dle počtu přívodních vodičů. Unipolární má vodičů šest případně pět v případě, kdy jsou středy vinutí spojené v jeden vodič. Bipolární má čtyři přívodní vodiče, jak lze vidět na obrázku 7.

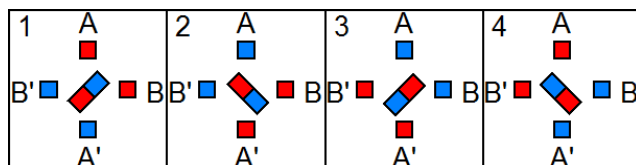


Obrázek 7 Unipolární a bipolární zapojení krokového motoru

2.6. Řízení v módu Full-Step

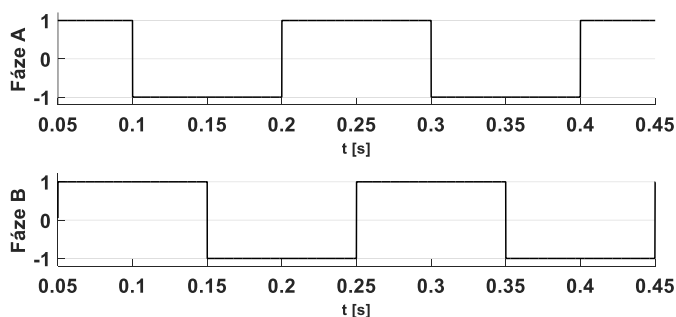
Full-Step řízení označuje pojem, kdy se motor otáčí o celý krok, tedy o jeden zub při buzení fází motoru. Na obrázku 8 je schematicky zobrazeno postupné buzení jednotlivých fází pro čtyřpólový motor s tyčovým permanentním magnetem při dvoufázovém řízení tak, aby se motor otočil o jednu otáčku. V obrázku jsou červenou barvou vyznačeny póly se severním magnetickým pólem a modrou s jižním. Vinutí jsou označena jako A a B a jejich opačné póly jako A' a B'. Otáčku lze rozdělit do čtyř kroků, kde v každém kroku jsou sepnuty vždy obě vinutí, ale se změnou smyslu průtoku proudu. V prvním kroku jsou nabuzeny vinutí A a B kladně, rotor se vychýlí pod úhlem 45° . Ve druhém případě, kdy je fáze B buzena ve stejném smyslu jako v předchozím kroku a vinutím A nyní prochází proud v opačném smyslu, tedy severní pól se nachází na pólu A'. Rotor se pootočí o 90° . Třetí krok je inverzní ke kroku 1, tedy obě vinutí jsou protékána obrácenou polaritou proudu, což způsobí otočení rotoru o dalších 90° . Poslední krok je opět inverzní, ale ke kroku 2. Rotor se vychýlí opět o 90° . Pro změnu smyslu otáčení krokového motoru lze fáze budit v opačném pořadí.

V praxi lze použít i režim Full-step při buzení pouze jedné fáze, to by představovalo, že se permanentní magnet nebude vychylovat v prvním kroku pod úhlem 45° , ale jeho pohyb bude závislý na ose cívky. Pohybovat se tedy bude v úhlech 0° , 90° , 180° a 270° .



Obrázek 8 Dvoufázové bipolární řízení krokového motoru v módu Full-Step

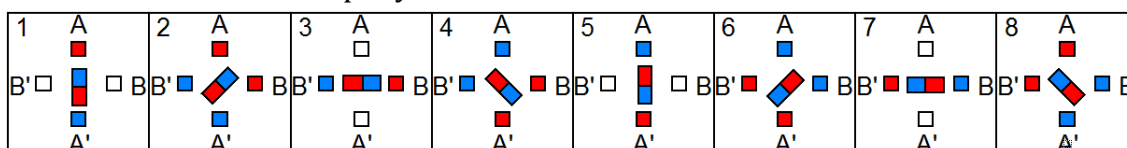
Obrázek 9 potom zobrazuje průběh napětí na jednotlivých fázích A a B. Jak lze vidět z průběhů napětí má stejný průběh a ve Fázi B je o čtvrt periody posunuto.



Obrázek 9 Průběh fázových napětí krokovým motorem pro Full-Step řízení

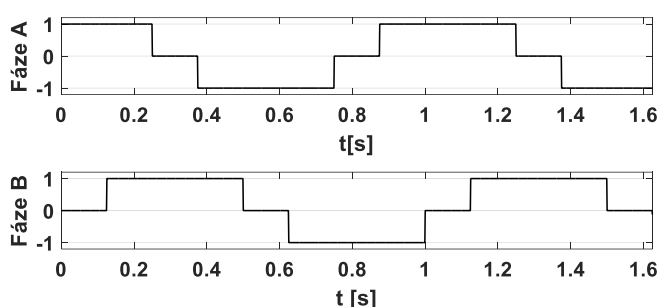
2.7. Řízení v módu Half-Step

Half-Step neboli osmitaktní řízení se liší od čtyřtaktního v tom, že jsou při řízení použity půl kroky, tedy jsme schopni jemněji nastavovat výchylku rotoru. Avšak za cenu proměnlivého momentu na hřídeli motoru. Ovšem i tato nevýhoda může být odstraněna za předpokladu, že budeme budit vinutí v případech, kdy je buzena pouze jedna fáze vyšším proudem. Na obrázku 10 je zobrazeno postupné buzení pro případ, kdy se rotor otáčí doprava. Posloupnost buzení je následující A – AB – B – BA' – A' – A'B' – B' – B'A. Pro pohyb rotoru doleva se sled buzení fází obrátí.



Obrázek 10 Dvoufázové bipolární řízení krokového motoru v módu Half-Step

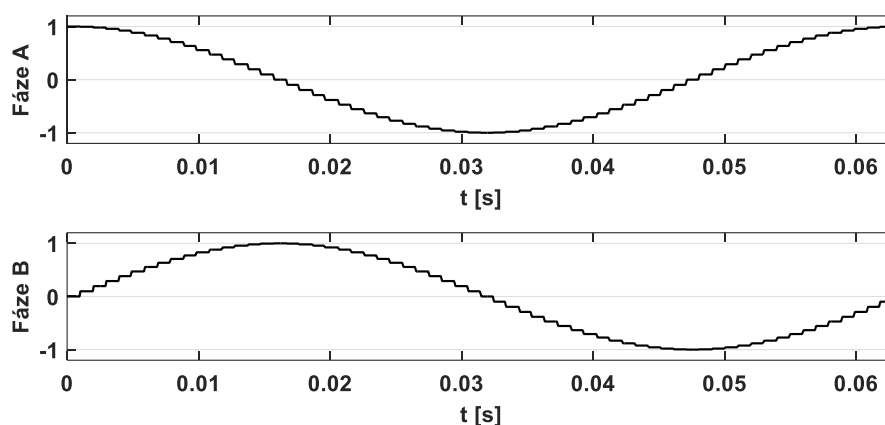
Průběhy napětí jsou potom zobrazeny na obrázku 11, ze kterého lze vidět, že signály mají stejný průběh a jsou o čtvrt periody fázově posunuty.



Obrázek 11 Průběh fázových napětí krokovým motorem pro Half-Step řízení

2.8. Řízení v módu Microstepping

Microstepping neboli také nazývané mikrokrokování je druh řízení při kterém se jednotlivé kroky dělí na další drobné kroky. Docílení takového způsobu řízení je možno za předpokladu, že se motor bude budit pomocí modulovaného sinusového signálu. Průběh pro dvou fázový motor je zobrazen na obrázku 12. Jednotlivé sinusové průběhy jsou vzájemně posunuty o čtvrt periody, což umožňuje plynule procházet jednotlivými kroky.



Obrázek 12 Průběh budícího napětí v módu Microstepping

Výhoda mikrokrokování spočívá nejen ve zvětšení počtu kroků, ale také v omezení akustického hluku vydávaného krokovým motorem a plynulejším chodem. Nevýhodou je omezení maximální rychlosti otáčení krokového motoru. Omezení vyplývá právě z dělení jednotlivých kroků. Při zvětšování vzdálenosti od pólových nastavců rotoru se zmenšuje točivý moment, čímž klesá okamžitý magnetický tok. V případě zatížení rotoru lze připočítat skluz od ideální polohy. Skluz se projevuje jako nelinearita na sinusovém průběhu buzení. Kdy právě při oddalování od pólového nastavce je rotor brzděn vlastním přídržným momentem. Jednotlivé mikrokroky jsou jakoby zkracovány na rozdíl od případu, kdy se rotorový nastavec blíží k pólovému nastavci. Zde opět působí síla přídržného momentu, který strhává polohu rotoru blíže k poloze celého kroku, a mikrokroky jsou natahovány.

3 MODELOVÁNÍ KROKOVÝCH MOTORŮ

Modelování krokových motorů lze rozdělit na modely motoru s proměnnou reluktancí a motory obsahující permanentní magnet.

3.1. Parkova transformace

Vzhledem k tomu, že ve stacionárním systému jsou proměnné závislé na rychlosti a čase lze využít Parkovy transformace pro přepočet proměnných na stejnosměrné veličiny. Tedy jedná se převedení rovnic ze stacionárního systému do systému rotujícího, který se pohybuje shodnou rychlostí s točivým magnetickým polem, což lze pochopit jako otáčení soustavy o úhel φ kolem společného počátku. Lze odvodit následující vztahy

$$d = a \cos \varphi + b \sin \varphi \quad (3.1)$$

$$q = -a \sin \varphi + b \cos \varphi$$

Pro inverzi Parkovy transformace platí

$$a = d \cos \varphi - q \sin \varphi \quad (3.2)$$

$$b = d \sin \varphi + q \cos \varphi$$

3.2. Model motoru s proměnnou reluktancí

Model popisuje dvou fázový krokový motor s proměnnou reluktancí. Motor je popisován následujícími rovnicemi. Rovnice pro elektrickou část motoru

$$U_a = R_a I_a + \frac{d}{dt} \Psi_a = R_a I_a + \frac{d}{dt} (L_{aa} I_a + L_{ab} I_b) \quad (3.3)$$

$$U_b = R_b I_b + \frac{d}{dt} \Psi_b = R_b I_b + \frac{d}{dt} (L_{bb} I_b + L_{ab} I_a) \quad (3.4)$$

, kde

$$L_{aa} = L_0 + L_p \cos(2RT\theta_m) \quad (3.5)$$

$$L_{bb} = L_0 + L_p \sin(2RT\theta_m) \quad (3.6)$$

$$L_{ab} = L_0 + L_p \sin(2RT\theta_m) \quad (3.7)$$

Rovnice popisující mechanickou část motoru

$$M_{em} = M_z + J\epsilon_m + B\omega_m \quad (3.8)$$

Ovšem vzhledem k řešitelnosti rovnic za pomoci simulace, je nutné provést přepočet rovnic na diferenciální rovnice 1. řádu. Rovnice pro proudy vinutími A a B

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dt} \\ \frac{dI_b}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ab} & L_{bb} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} U_a - R_a I_a \\ U_b - R_b I_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ab} & L_{bb} \end{bmatrix}^{-1} \\ &\cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial L_{aa}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta_m} \\ \frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial L_{bb}}{\partial \theta_m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} \cdot \frac{d\theta_m}{dt} \end{aligned} \quad (3.9)$$

, kde

$$\frac{\partial L_{aa}}{\partial \theta_m} = -2RTL_p \sin(2p_z \theta_m) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial L_{bb}}{\partial \theta_m} = 2RTL_p \cos(2RT\theta_m) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta_m} = 2RTL_p \cos(2RT\theta_m) \quad (3.12)$$

Rovnice pro mechanický pohyb po přepočtu na diferenciální rovnice 1. řádu

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} \left(M_{em} - M_z - B \frac{d\theta_m}{dt} \right) \quad (3.13)$$

, kde

$$M_{em} = \frac{1}{2} \left(I_a^2 \frac{\partial L_{aa}}{\partial \theta_m} + I_b^2 \frac{\partial L_{bb}}{\partial \theta_m} \right) + I_a I_b \frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta_m} \quad (3.14)$$

Z rovnice pro mechanickou úhlovou rychlost (3.13), lze dostat díky integraci čtvrtou rovnici pro úhlovou polohu rotoru

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m \quad (3.15)$$

Rovnice byly převzaty z [6]. Za pomoci rovnic (3.9), (3.13) a (3.15) lze v programu Matlab/Simulink namodelovat chování krokového motoru s proměnnou reluktancí.

3.3. Model krokového motoru s permanentním magnetem

Model popisuje dvoufázový hybridní krokový motor. Motor je popisován rovnicemi. Rovnice pro elektrickou část motoru

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_a} [-R_a i_a + RT\psi_m \omega_m \sin(RT\theta_m) + U_a] \quad (3.16)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L_b} [-R_b i_b - RT\psi_m \omega_m \cos(RT\theta_m) + U_b] \quad (3.17)$$

Rovnice pro mechanickou část motoru, tedy úhlovou rychlost motoru, která je dána rovnicí

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} [RT\psi_m [-i_a \sin(RT\theta_m) + i_b \cos(RT\theta_m)] - B\omega_m - M_z] \quad (3.18)$$

Ovšem vztah (3. 19) lze považovat za celkový generovaný moment M_c . K tomuto vztahu se dá připočíst moment generovaný permanentním magnetem vyjádřen v rovnici (3. 22).

$$RT\psi_m [-i_a \sin(RT\theta_m) + i_b \cos(RT\theta_m)] \quad (3.19)$$

Momenty generované jednotlivými vynutími

$$M_a = -RT\psi_m i_a \sin(RT\theta_m) \quad (3.20)$$

$$M_b = RT\psi_m i_b \cos(RT\theta_m) \quad (3.21)$$

Ovšem při použití permanentních magnetů mají krokové motory vlastní přídržný moment, který je vyjádřen následující rovnicí

$$M_d = -M_{dm} \sin(RT\theta_m) \quad (3.22)$$

Výsledný moment motoru je dán součtem jednotlivých momentů generovaných motorem dle rovnice (3. 23) a lze potom do výpočtu obsáhnout i moment síly permanentního magnetu.

$$M_c = M_a + M_b + M_d \quad (3.23)$$

Výraz pro celkové tření B lze rozepsat na vztah pro viskózní tření a pro Coulombovo tření v [7] jsou uvedeny vztahy

$$B_v = f_v \theta_m \quad (3.24)$$

$$B_c = C_r \operatorname{sgn} \theta_m \quad (3.25)$$

Výsledné tření je potom dáno součtem výše uvedených složek

$$B = B_c + B_v \quad (3.26)$$

Úhlová rychlost je potom dána rovnicí

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} [M_c - B\omega_m - M_z] \quad (3.27)$$

Obdobně jako u krokového motoru s proměnnou reluktancí lze odvodit vztah pro polohu krokového motoru za pomoci integrace úhlové rychlosti, tím získáme čtvrtou stavovou rovnici

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m \quad (3.28)$$

Rovnice byly převzaty z [8], [7], [9]. Opět získáváme čtyři stavové rovnice (3.16), (3.17), (3.27) a (3.28) za pomoci, kterých lze sestavit výpočetní schéma pro Matlab/Simulink.

S využitím Parkovy transformace lze výsledné rovnice zjednodušit. Toto zjednodušení, tedy převádí rovnice ze stacionárního systému α - β do rotujícího systému d-q. Lze vidět na následujících rovnicích (3.29) až (3.32), že jsou podstatně jednodušší, z čehož vyplývá, že bude jednodušší i výsledné modelovací schéma.

$$\frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q} [-R_q i_q - \psi_m \omega_m - L_d i_d \omega_m + u_q] \quad (3.29)$$

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d} [-R_d i_d + L_q i_q \omega_m + u_d] \quad (3.30)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} [RT\psi_m i_q - B\omega_m - M_z] \quad (3.31)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \omega_m \quad (3.32)$$

Pro většinu případů lze motor modelovat za pomoci výše uvedených rovnic, avšak pro případ, kdy je potřeba podrobnější analýzy motoru je vhodné využít následující rovnice (3.33) a (3.34). K rovnicím je vhodné započíst vliv vzájemných indukčností vinutí. Pro hybridní motor lze uvažovat i působení sil obdobně jako u motoru s proměnnou reluktancí. Indukčnosti motoru jsou opět popisovány funkcemi dle rovnic (3.5), (3.6) a (3.7) stejně jako jejich derivace dle proměnné θ_m odpovídají rovnicím (3.10), (3.11) a (3.12).

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_a}{dt} \\ \frac{dI_b}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ab} & L_{bb} \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.33)$$

$$\cdot \begin{bmatrix} U_a - R_a I_a + RT\psi_m \omega_m \sin(RT\theta_m) \\ U_b - R_b I_b - RT\psi_m \omega_m \cos(RT\theta_m) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} \\ L_{ab} & L_{bb} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial L_{aa}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta_m} \\ \frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial L_{bb}}{\partial \theta_m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} \cdot \frac{d\theta_m}{dt}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} & \left[RT\psi_m [-i_a \sin(RT\theta_m) + i_b \cos(RT\theta_m)] \right. \\ & + \frac{1}{2} \left(I_a^2 \frac{\partial L_{aa}}{\partial \theta_m} + I_b^2 \frac{\partial L_{bb}}{\partial \theta_m} \right) - I_a I_b \frac{\partial L_{ab}}{\partial \theta_m} \\ & \left. - M_{dm} \sin(RT\theta_m) - B\omega_m - M_z \right] \quad (3.34) \end{aligned}$$

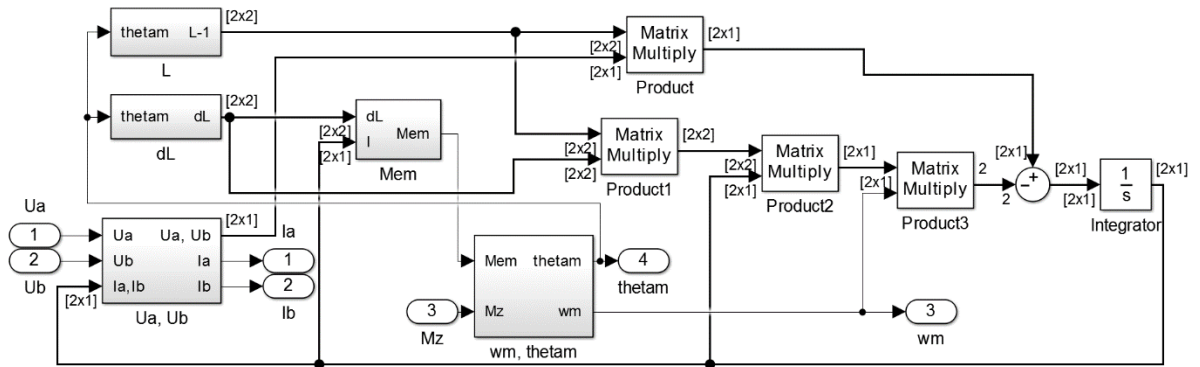
V rovnici pro mechanickou část hybridního motoru se k působení celkového momentu přičte moment M_{em} , generovaný elektromechanickou vazbou a výsledný moment M_c udává rovnice (3.35).

$$M_c = M_a + M_b + M_d + M_{em} \quad (3.35)$$

Druhá rovnice mechanické části motoru zůstává beze změn.

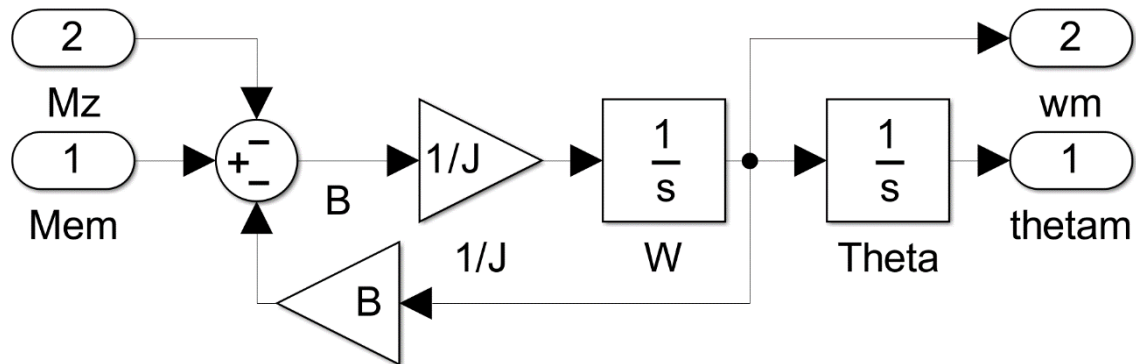
3.4. Vlastní model krokového motoru s proměnnou reluktancí

Vlastní model krokového motoru byl modelován za pomoci stavových rovnic uvedených v kapitole 3.2. Dle těchto rovnic bylo sestaveno modelovací schéma zobrazené na obrázku 13. Model je rozdělen na menší subbloky, za pomoci vzájemných vazeb, jako u předchozích modelů, jsou propojeny vstupy a výstupy bločků. Vstupem modelu je budící napětí vinutí U_a , U_b a zátěžný moment M_z . Výstupy jsou fázové proudy I_a a I_b , úhlová rychlost ω_m a poloha rotoru θ_m . Zapojení se liší od předchozích modelovacích schémat modelů motorů o způsob výpočtů. Vzhledem k složitějšímu vyjádření inverze matice z rovnice (3.9), obsahující indukčnosti vinutí A, B a vzájemné indukčnosti AB bylo zvoleno využití maticových počtů. Zvýrazněné propojení jednotlivých elementů obsahují označení (například [2x2]), o jaký rozměr signálu se jedná, což zjednodušuje orientaci ve schématu.



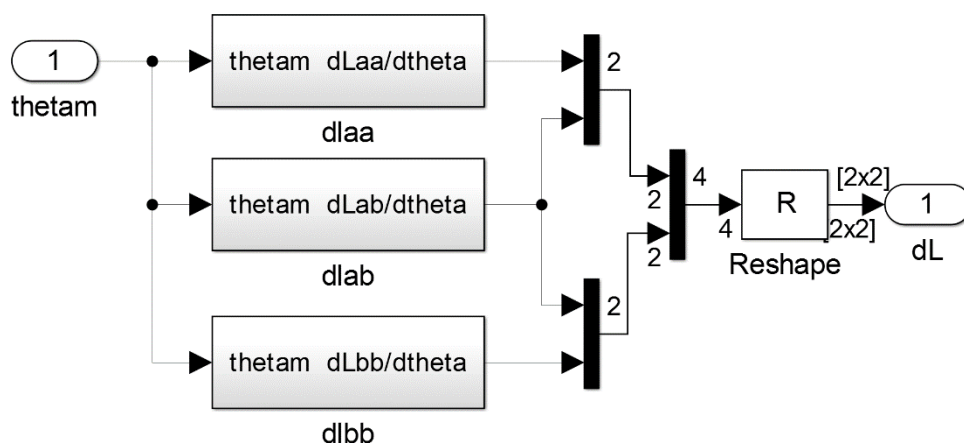
Obrázek 13 Modelovací schéma krokového motoru s proměnnou reluktancí

Blok w_m, θ_{tam} představuje mechanickou část motoru. Vstupujícím prvkem je moment M_{em} , představující generovaný elektromechanický moment motoru. Výstupem jsou poloha θ_{tam} a rychlost w_m motoru.



Obrázek 14 Modelovací schéma bloku w_m, θ_{tam} krokového motoru s proměnnou reluktancí

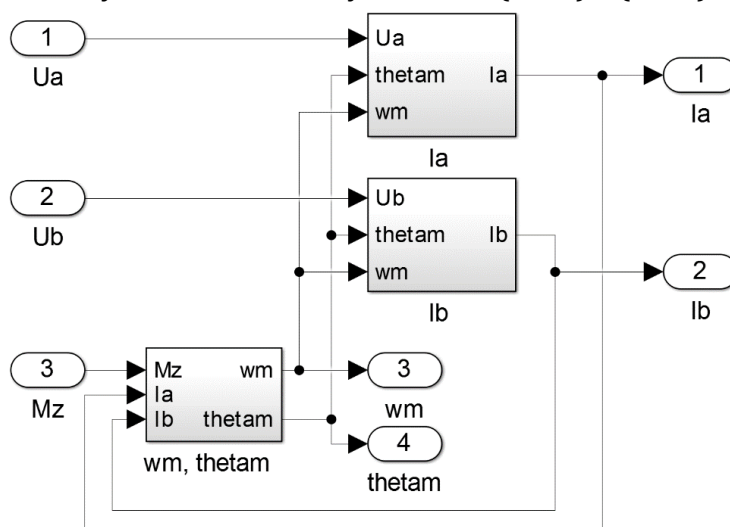
U_a, U_b blok představuje druhý člen násobku v rovnici (3. 9). Blok L a dL potom představují třetí a čtvrtý člen téže rovnice. Blok U_a, U_b není vzhledem jednoduchosti schéma zobrazen a zobrazeno je schéma pouze pro blok dL na obrázku 15. Vzhledem k tomu, že se příliš neliší od bloku L , jen zde uvedené další subbloky jsou pojmenovány odlišně.



Obrázek 15 Modelovací schéma bloku dL krokového motoru s proměnnou reluktancí

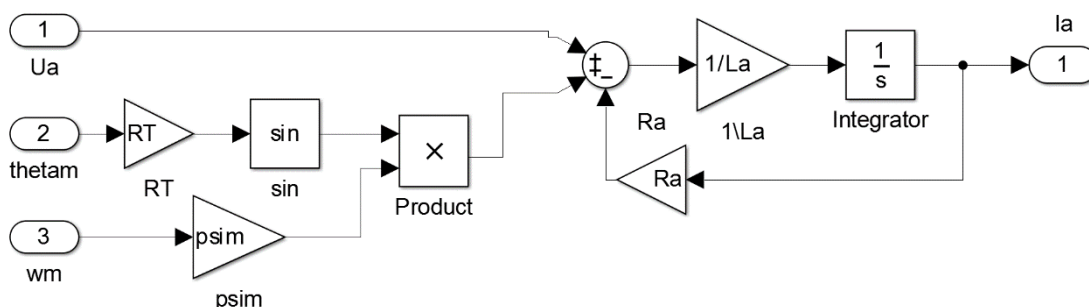
3.5. Vlastní model krokového motoru s permanentním magnetem

V následující kapitole budou jednotlivé stavové rovnice rozděleny do bloků, pomocí kterých bude následně možné sestavit celý model krokového motoru s permanentním magnetem a jejich možný způsob modelování v prostředí Matlab/Simulink. Rozdělení systému na bloky bylo voleno z důvodu větší přehlednosti. Na obrázku 16 je zobrazeno zapojení bloků Ia , Ib a blok $wm, thetam$, které jsou zapojeny v jeden celek tvořící model krokového motoru s permanentními magnety. Blok Ia představuje stavovou rovnici proudu dle (3. 16). Blok Ib potom představuje stavovou rovnici proudu dle (3. 17) a třetí blok $wm, thetam$ představuje mechanické chování systému dle stavových rovnic (3. 27) a (3. 28).



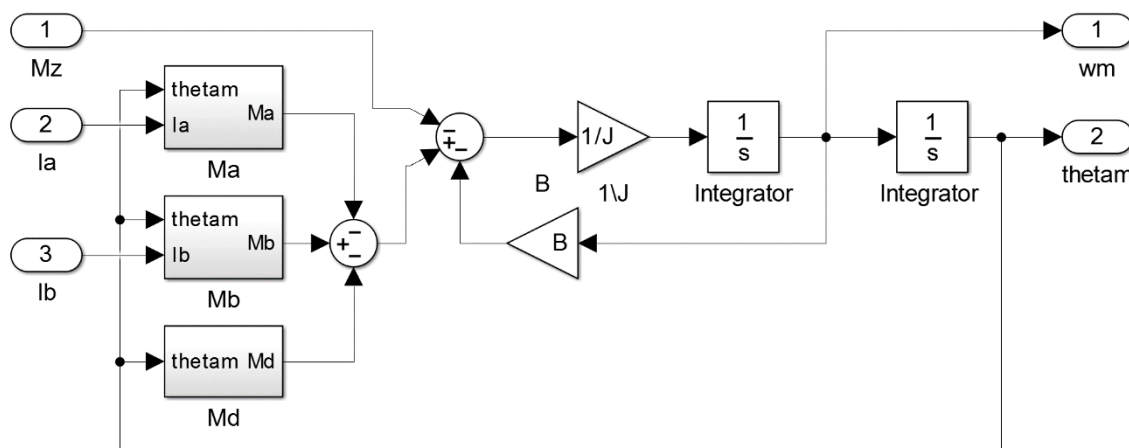
Obrázek 16 Model krokového motoru s permanentními magnety

Vnitřní uspořádání bloku I_a je zobrazeno na obrázku 17. Ze zapojení na předcházejícím obrázku lze vidět, že blok má jeden výstup, tedy fázový proud I_a . Na jeho vstupy jsou potom přivedeny signály U_a značící řídicí signál napětí vstupující do obvodu, signál θ_{tam} označuje aktuální mechanickou polohu rotoru a signál ω_m značí aktuální rychlost rotoru. Schéma zapojení pak koresponduje s rovnicí (3. 16). Blok I_b je obdobně uspořádaný s výjimkou použití proměnných pro druhou fázi motoru.

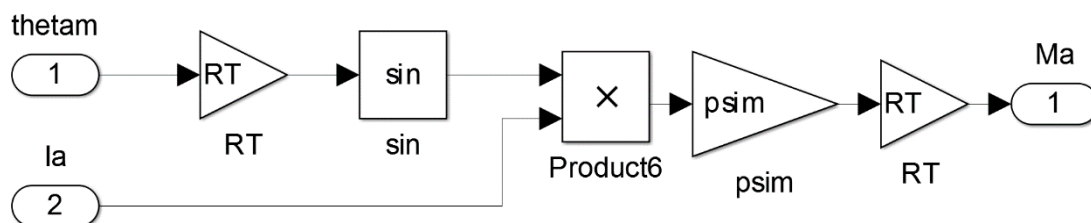


Obrázek 17 Model fázového proudu I_a krokového motoru s permanentními magnety

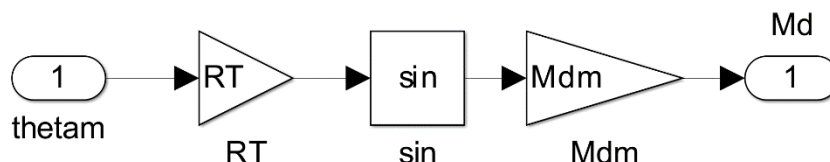
Uspořádání bloku ω_m , θ_{tam} lze vidět na obrázku 18. Vstupy tohoto bloku jsou fázové proudy I_a a I_b a zátěžný moment působící na hřídel motoru M_z . Modelovací schéma odpovídá mechanickým stavovým rovnicím (3. 27) a (3. 28). Generovaný moment M_c je potom rozdělen dle dílčích příspěvků od fázových vinutí a přídržného momentu M_d generovaný pomocí permanentních magnetů. Vzhledem k tomu, že modelovací schéma pro moment M_a a moment M_b je obdobné, je zobrazeno pouze zapojení schéma pro blok M_a . Zobrazení jednotlivých momentových bloků je možno vidět na obrázcích 19 a 20.



Obrázek 18 Model bloku mechanické části krokového motoru s permanentními magnety



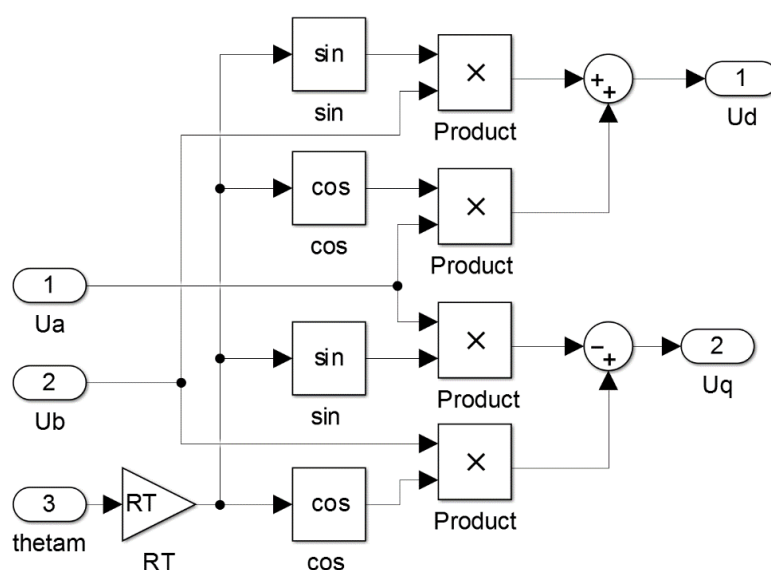
Obrázek 19 Modelovací schéma generovaného momentu M_a fázovým proudem I_a



Obrázek 20 Modelovací schéma generovaného momentu M_d permanentním magnetem motoru

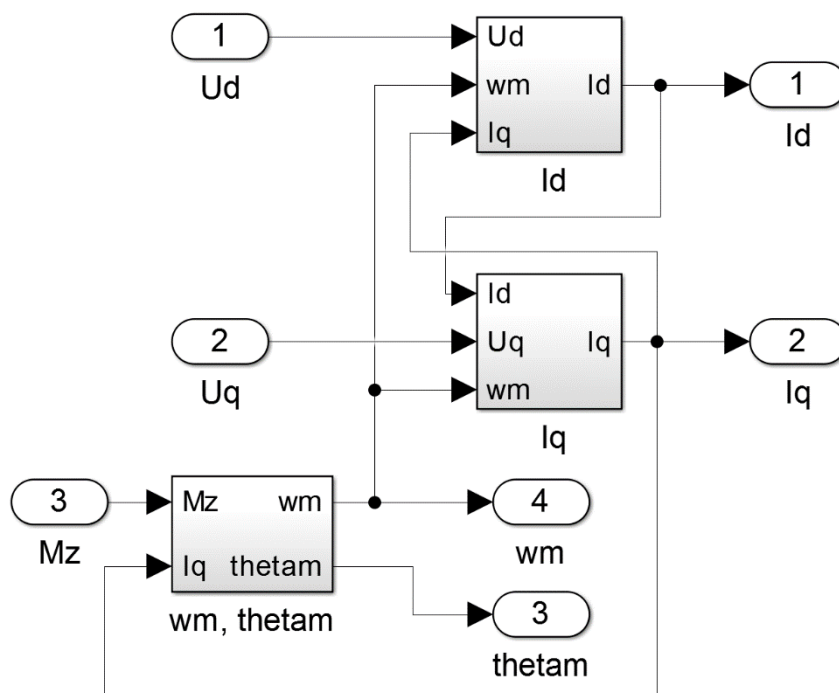
3.6. Vlastní model krokového motoru s permanentními magnety v d-q souřadnicích

Tento model zahrnuje namodelování dříve zmiňované Parkovy transformace. Její modelovací schéma je zobrazeno na obrázku 21. Vzhledem k velké podobnosti modelovacího schéma je zobrazena pouze Parkova transformace namísto zobrazení i inverzní Parkovy transformace. Násobení úhlu transformace počtem rotorových zubů motoru vychází z původních rovnic pro model v souřadnicích α - β .



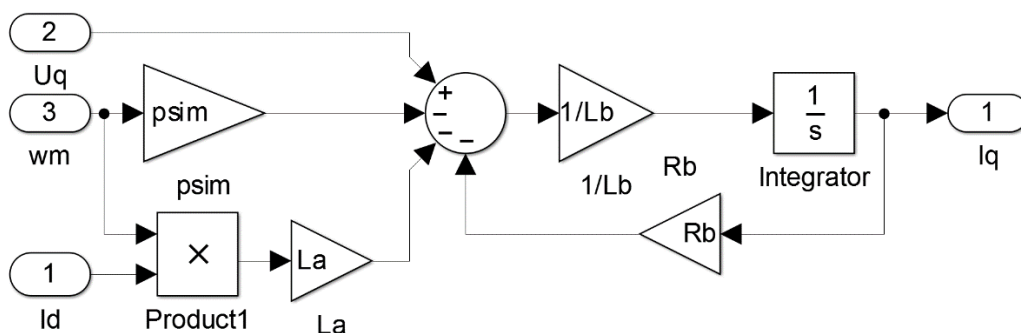
Obrázek 21 Modelovací schéma Parkovy transformace

Následující obrázek 22 zobrazuje modelovací schéma krokového motoru s PM v d - q osách. Na první pohled zde není vidět velký rozdíl od obrázku 16. Skládá se také ze tří bloků, dva pro fázové proudy I_d a I_q a bloku mechanické vazby ω_m , θ_{tam} . Avšak lze si povšimnout, že blok ω_m , θ_{tam} již není závislý na obou fázových proudech, což zajišťuje jisté zjednodušení vnitřního uspořádání bloku.



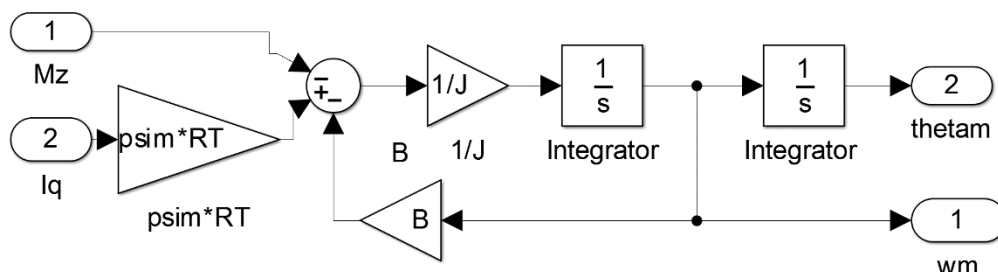
Obrázek 22 Modelovací schéma KM PM v d-q souřadnicích

Fázový proud I_q a jeho modelovací schéma je zobrazeno v obrázku 23. Schéma popisuje možný způsob přepsání rovnice (3. 29) do prostředí Simulink. Vstupní hodnoty jsou řídicí napětí U_q , mechanická úhlová rychlost ω_m a fázový proud druhého vinutí I_d . Výstupem je potom fázový proud I_q . Vzhledem k podobnosti s modelovacím schématem pro fázový proud I_d s výjimkou vazby $\omega_m \psi_m$, která je přivedena na vstup sumačního elementu modelu, je zobrazeno pouze schéma pro jedno vinutí motoru.



Obrázek 23 Modelovací schéma fázového proudu I_q v d-q souřadnicích

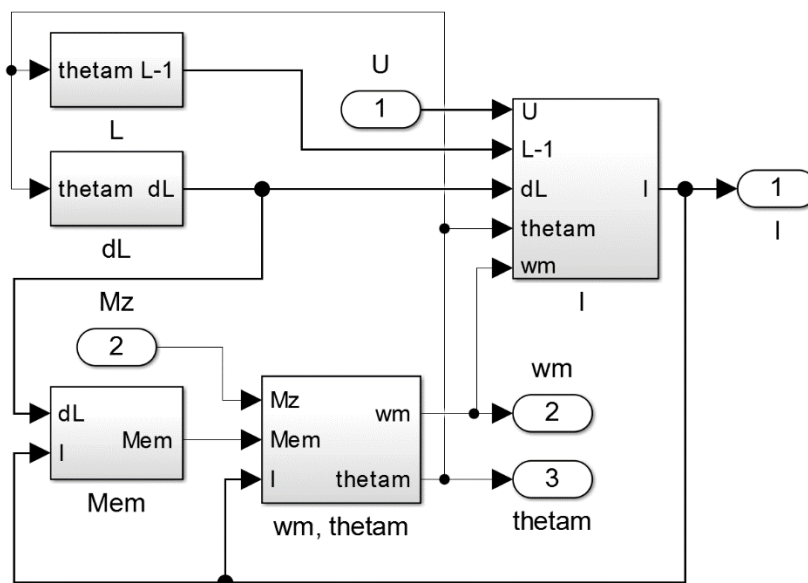
Velké zjednodušení lze pozorovat při porovnání rovnic (3. 27) a (3. 31), kde se během transformace projeví zjednodušení vedoucí k schématu zobrazeném na obrázku 24. Zde lze vidět schéma k mechanickému chování krokového motoru. Nyní jsou zde již jen dva vstupy a to zátěžný moment působící na hřídel motoru M_z a fázový proud I_q . Výstupem jsou potom úhlová rychlost ω_m a poloha rotoru θ_m .



Obrázek 24 Modelovací schéma úhlové rychlosti ω_m a polohy rotoru θ_m v d-q souřadnicích

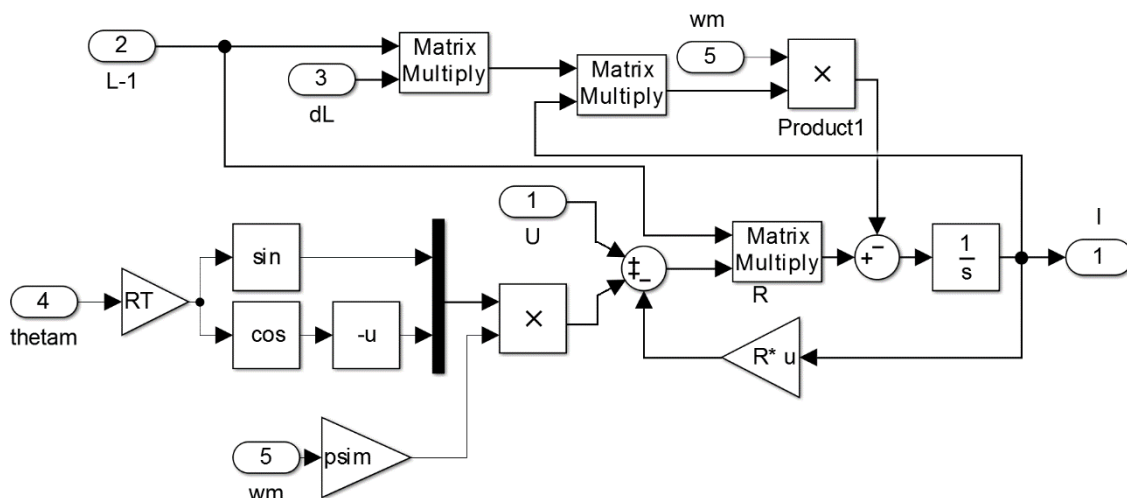
3.7. Vlastní podrobný model krokového motoru s permanentním magnetem

Principiálně se jedná o spojení dvou modelů motoru jednak motoru s permanentním magnetem a motoru s proměnnou reluktancí a dalo by se říct, že se spíše jedná o hybridní motor. Tlustou čarou jsou propojeny bloky, kde se objevují skalární případně maticové signály. První blok modelu znázorněný na obrázku 25 má stejnou strukturu jako předchozí modely se vstupujícím napětím U a zátěžným momentem M_z . Výstupy z motoru jsou fázové proudy I a úhlová poloha motoru θ_m s úhlovou rychlostí ω_m .



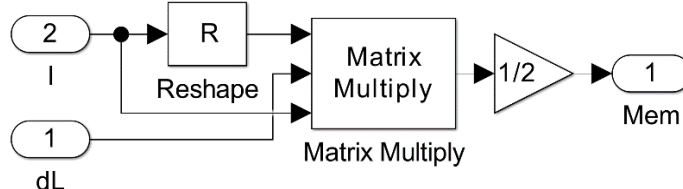
Obrázek 25 Modelovací schéma podrobného krokového motoru

Blok I zobrazen na obrázku 26 představuje elektrickou část motoru. Vstupy bloku jsou inverze matice vlastních a vzájemných indukčností L^{-1} , jejich derivací dle úhlové polohy motoru dL , úhlová rychlost ω_m s úhlovou polohou θ_{em} a vstupní napětí U . Výstupem jsou fázové proudy motoru I .



Obrázek 26 Model fázových proudů I KM PM

Blok mechanické části se od bloku zobrazeného na obrázku 18 liší pouze v součtovém prvku momentů, kde vstupuje s kladným znaménkem elektromechanický moment M_{em} . Model elektromechanického momentu je zobrazen na obrázku 27. Vstupem jsou fázové proudy motorem I a derivace matice indukčností dle úhlové polohy dL .



Obrázek 27 Model elektromechanického momentu M_{em}

3.8. Porovnání modelu se skutečnými naměřenými hodnotami

Parametry modelu byly zadány dle naměřených případně hodnot získaných z datasheetu pro krokový motor QSH2818 – 51-07-012. Ovšem tyto uvedené hodnoty parametrů motoru se nemusí shodovat s reálnými hodnotami. Odchytky udávaných a skutečných hodnot potom mohou způsobovat nepřesnosti. V tabulce 1 jsou uvedeny použité hodnoty pro model s permanentním magnetem i podrobný model

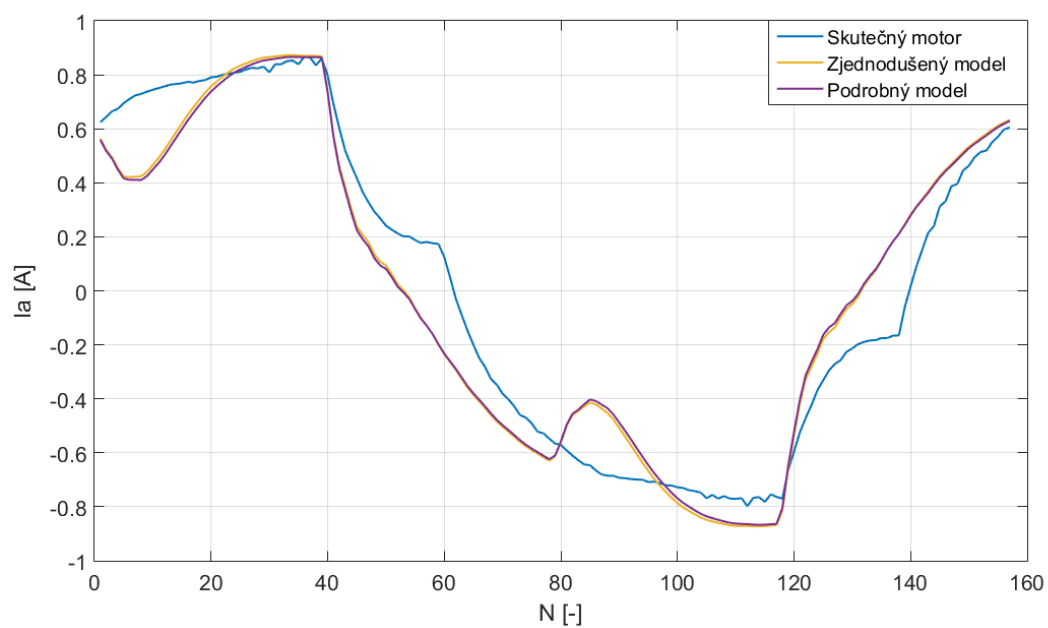
krokového motoru s permanentním magnetem. V závorkách jsou potom uvedeny proměnné v simulačním schématu. [10]

$R_a = 11,6 \, \Omega$	$J = 1,8 \cdot 10^{-6} \, \text{kg} \cdot \text{m}^2$	$M_{dm} = 0.12 \, \text{Nm}$
$R_b = 11,6 \, \Omega$	$B = 1 \cdot 10^{-3} \, \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$	$M_z = 0 \, \text{Nm}$
$L_a = 7,5 \, \text{mH}$	(psim) $\Psi_m = 0,65 \, \text{Nm} \cdot \text{A}^{-1}$	$U_a = 9,52 \, \text{V}$
$L_b = 7,5 \, \text{mH}$	$RT = 50$	$U_b = 9,52 \, \text{V}$
$L_{ab} = 25 \, \mu\text{H}$	$L_p = 50 \, \mu\text{H}$	

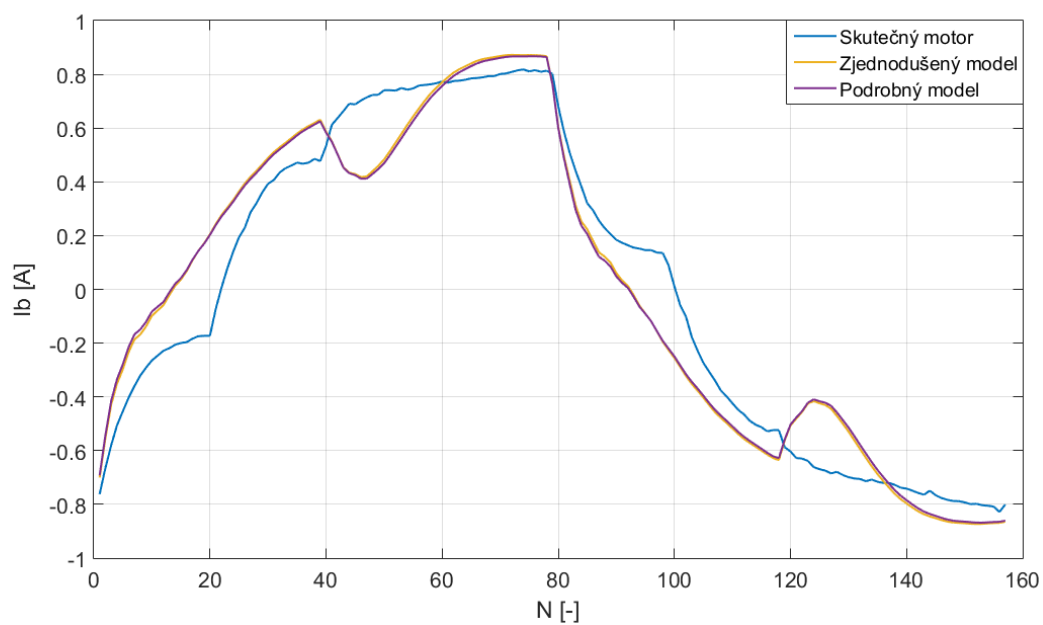
Tabulka 1 Zadané hodnoty parametrů pro model krokového motoru s PM

Vzhledem k tomu, že je možno v reálném prostředí měřit pouze proudy, bylo zvoleno porovnávání fázových proudů vinutí. Porovnání je možno vidět na grafech 3 a 4, kde jsou porovnávány režimy řízení Full-step a Half-step. Pro řízení v režimu Microstepping není vhodné porovnávat naměřené průběhy se simulovanými, vzhledem k tomu, že ve skutečnosti režim Microstepping obsahuje řízení proudů. Použitá perioda krokování byla $T_{Step} = 0,0157 \, \text{s}$, což přibližně odpovídá frekvenci 64 Hz.

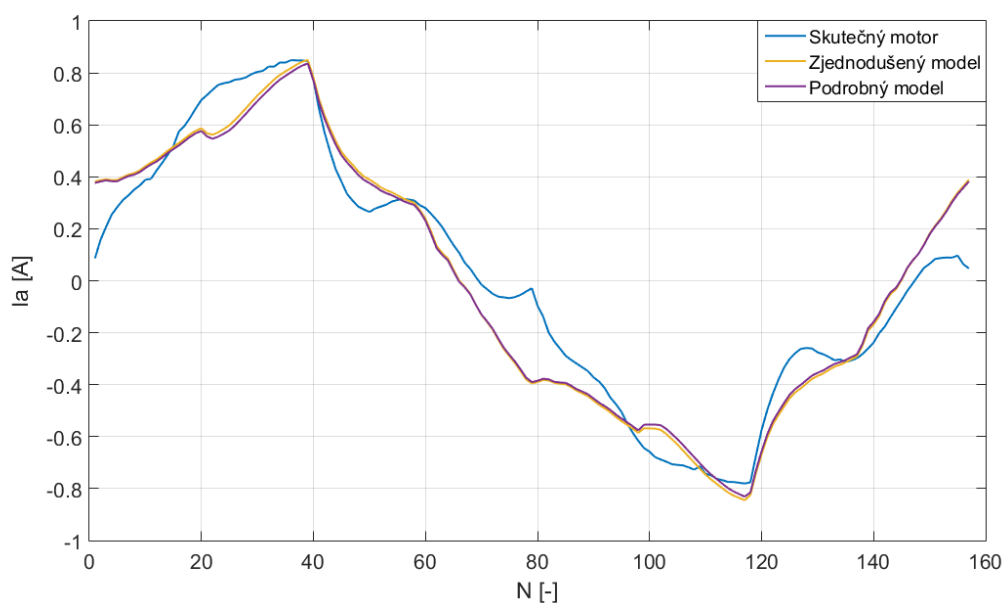
První ze zmíněných obrázků představuje porovnání fázových proudů pro režim Full-step. Z grafu 3 lze vidět, že se průběhy liší, což může být nejpravděpodobněji způsobeno zjednodušením některých skutečností, například to že motor má nelineární sycení magnetického obvodu. Rovnice neřeší konstrukci motoru, což se může projevit na vzdálenosti rotorových pólů od statorových pólů, případně rotorové pólové nastavce nemusí být všechny stejně vzdálené od statorových. Rozdíl velikosti amplitud je dán úbytkem napětí na H-můstku řízení, se kterým nebylo v modelu počítáno. Úbytky se projevují i na ostatních průbězích.



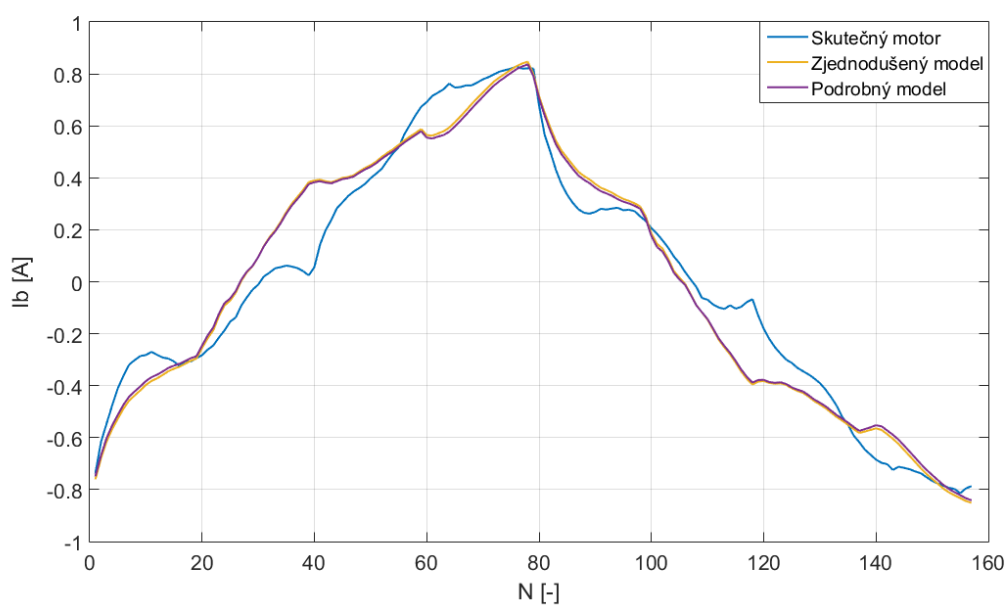
Graf 3 Průběh měřeného a simulovaných proudů vinutí A pro režim Full-step



Graf 4 Průběh měřeného a simulovaných proudů vinutí B pro režim Full-step



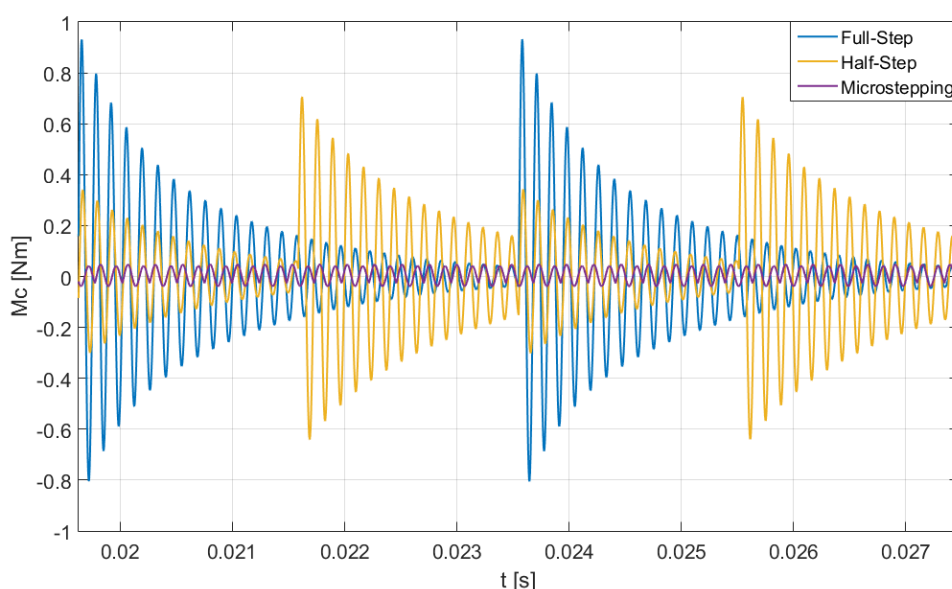
Graf 5 Průběhy měřeného a simulovaného proudu vinutí A pro režim Half-Step



Graf 6 Průběhy měřeného a simulovaného proudu vinutí B pro režim Half-Step

Graf 7 zobrazuje generovaný moment krokového motoru při jednotlivých režimech řízení. Na grafu lze vidět průběh momentu během půl otáčky krokového motoru. Jak lze vidět největší hodnotu momentu M_c motor generuje při režimu plného kroku a jeho maximální hodnota při tomto režimu dosahuje hodnoty $M_{c \text{ Full-Step}} = 0,9310 \text{ Nm}$. Při použití režimu polovičních kroků dosahuje moment nižších hodnot. Hodnota maximálního momentu dosahuje hodnot $M_{c \text{ Half-Step}} = 0,7058 \text{ Nm}$.

Dle teorie se jedná o okamžik během jedné otáčky motoru, kdy jsou sepnuty obě vinutí. V okamžiku, kdy je sepnuto jedno vinutí motoru dosahuje celkový moment hodnoty $M_{c \text{ Half-Step}} = 0,3426 \text{ Nm}$. Hodnota momentu pro mikrokrokování dosahuje hodnot $M_{c \text{ Microstepping}} = 0,0471 \text{ Nm}$. Dle průběhu generovaného momentu je vidět, že není potřeba generovat, tak vysoký moment oproti ostatním režimům řízení, což bude mít za následek plynulejší chod motoru.



Graf 7 Průběhy generovaného momentu M_c krokovým motorem v závislosti na režimu buzení

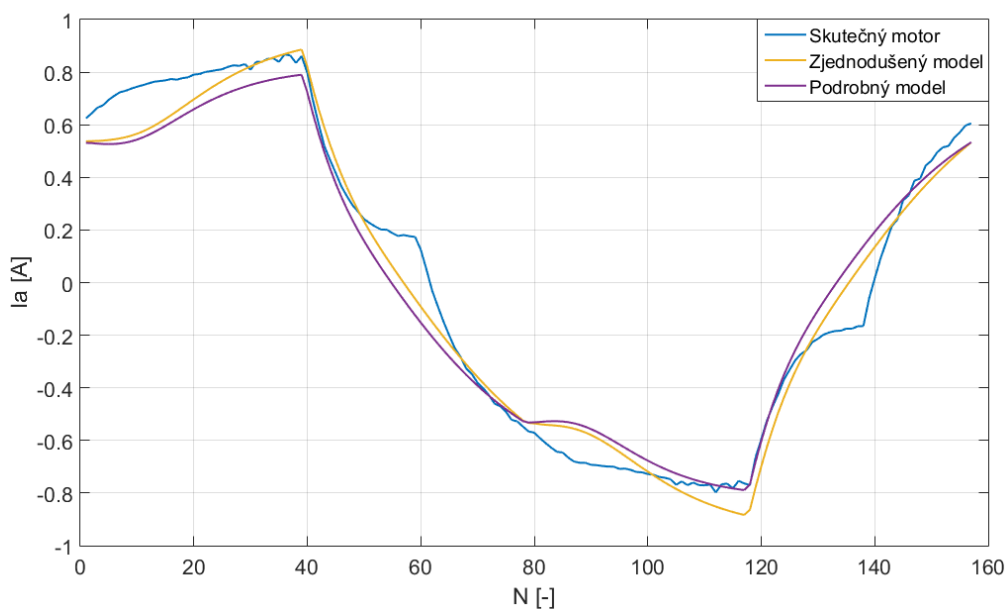
K zajištění větší shody s reálným krokovým motorem byla použita funkce `fminsearch`, kde jako kritérium shody bylo použito kvadratické kritérium. Funkce hledá minimální hodnotu, kterého lze dosáhnout změnou parametrů modelu. Ve funkci bylo nutné omezit rozsah hledaných parametrů, vzhledem k náchylnosti přesnosti hledaného minima funkce. V případě, že rozsahy nebyly omezené, funkce měla snahu zvyšovat moment setrvačnosti na vyšší hodnoty než by bylo skutečně možné, čímž dosáhla lokálního minima funkce, ale avšak ne globálního minima funkce. Porovnání zidentifikovaného systému pomocí funkce `fminsearch` pro režim Full-Step v grafech 8 a 9. Pro identifikaci byl použit jak model zjednodušený, tak podrobný. Tabulka 2 zaznamenává nalezené hodnoty identifikovaných proměnných pro zjednodušený model. Koeficient kk je hodnota kvadratického kritéria, tedy udává shodu naměřeného průběhu s průběhem srovnávaným. Tabulka 3 udává nalezené hodnoty identifikovaných proměnných pro podrobný model.

$R_a = 9,9527 \Omega$	$J = 2,5084 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^{-2}$
$R_b = 10,0977 \Omega$	$B = 8,9174 \cdot 10^{-4} \text{ kg s}^{-1}$
$L_a = 17,5 \text{ mH}$	$(psim) \Psi_m = 0,4094 \text{ Nm A}^{-1}$
$L_b = 17,5 \text{ mH}$	$M_{dm} = 1,5653 \text{ mNm}$
$kk = 0,02844$	

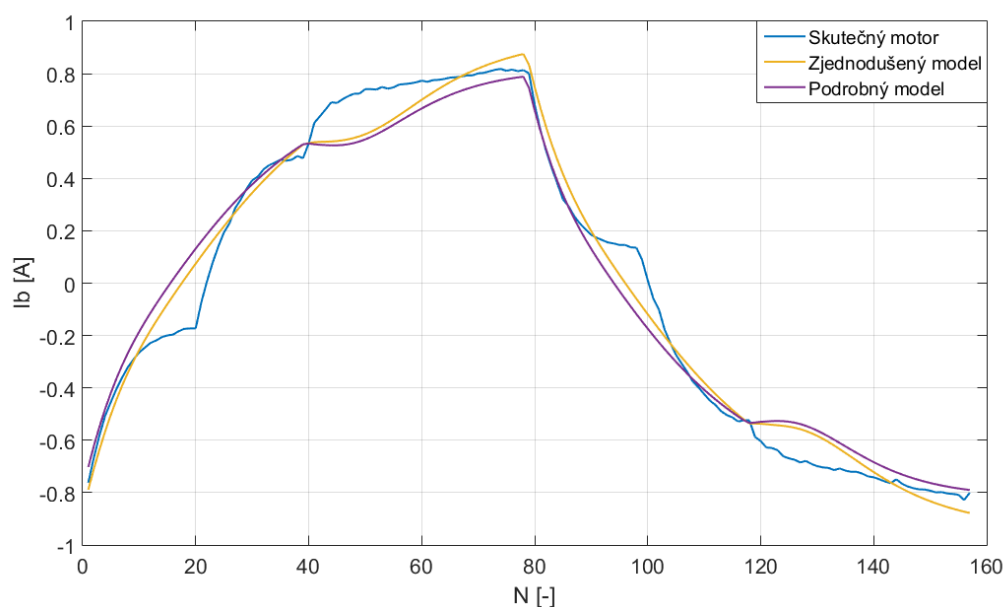
Tabulka 2 Získané hodnoty zjednodušeného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Full-Step

$R_a = 9,6163 \Omega$	$J = 1,0753 \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$
$R_b = 9,7374 \Omega$	$B = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
$L_a = 17,5 \text{ mH}$	$(psim) \Psi_m = 0,3719 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$
$L_b = 17,5 \text{ mH}$	$M_{dm} = 18,1 \text{ mNm}$
$L_{ab} = -28,740 \mu\text{H}$	$L_p = 6,9157 \mu\text{H}$
$kk = 0,02754$	

Tabulka 3 Získané hodnoty podrobného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Full-Step

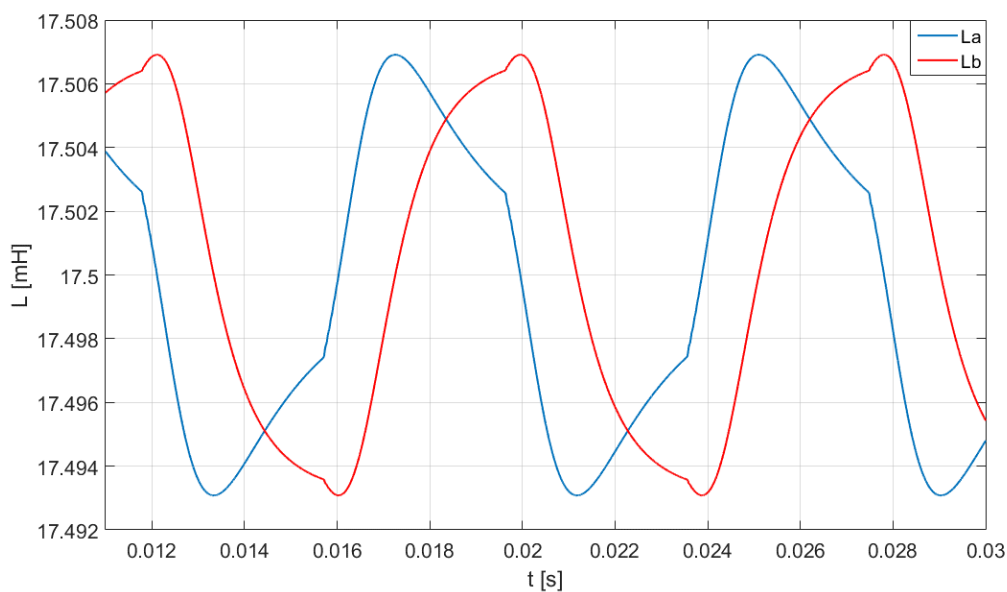


Graf 8 Průběhy proudu vinutím A s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Full-Step



Graf 9 Průběhy proudu vinutím B s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Full-Step

Zajímavým aspektem je průběh indukčnosti modelované u podrobného modelu. Kde je indukčnost popsána rovnicí závislou na poloze rotoru. Vlastní rovnice popisuje indukčnost jako sinusový případně jako kosinový průběh. Avšak indukčnosti zobrazeny na grafu 10 pro režim Full-Step. Jsou značně ovlivněny polohou natočení rotoru. Průběh odpovídá v časové oblasti předešlým navzorkovaným grafům. Vzájemná indukčnost L_{ab} má stejný průběh jako průběh L_b , avšak je posunut s offsetem na hodnotu -0.028 mH .



Graf 10 Průběh indukčností podrobného modelu krokového motoru pro režim Full-Step

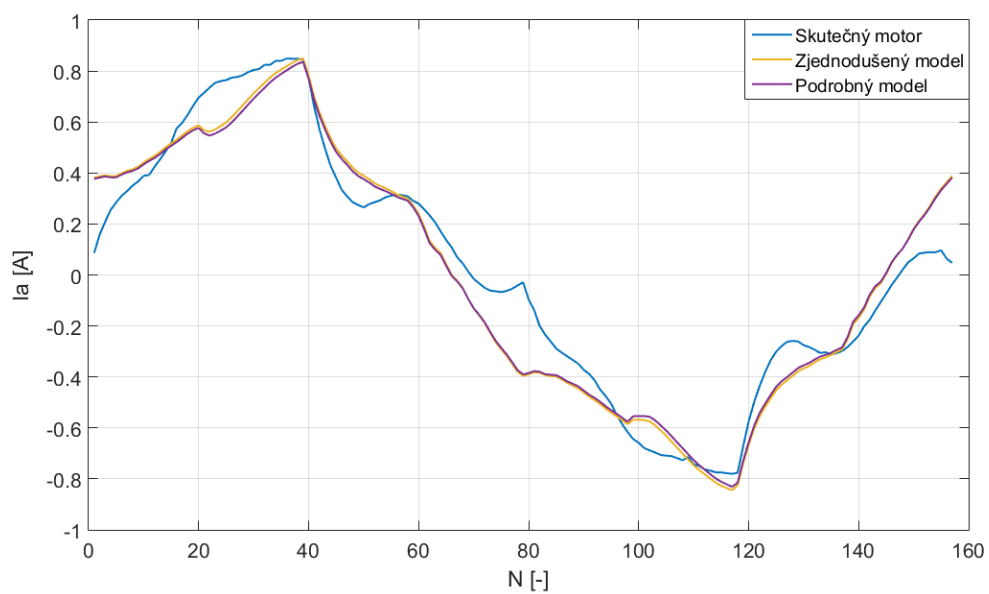
Grafy 11 a 12 zachycují průběhy proudu vinutími motoru pro srovnání dosažených výsledků po identifikaci parametrů modelu vzhledem k reálnému motoru. V tabulkách 4 a 5 jsou uvedeny hodnoty koeficientů pro režim řízení Half-Step.

$R_a = 11,7686 \Omega$	$J = 2,2149 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$
$R_b = 11,9145 \Omega$	$B = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg s}^{-1}$
$L_a = 4,6 \text{ mH}$	$(psim) \Psi_m = 0,8731 \text{ Nm A}^{-1}$
$L_b = 4,6 \text{ mH}$	$M_{dm} = 25,6 \text{ mNm}$
$kk = 0,03928$	

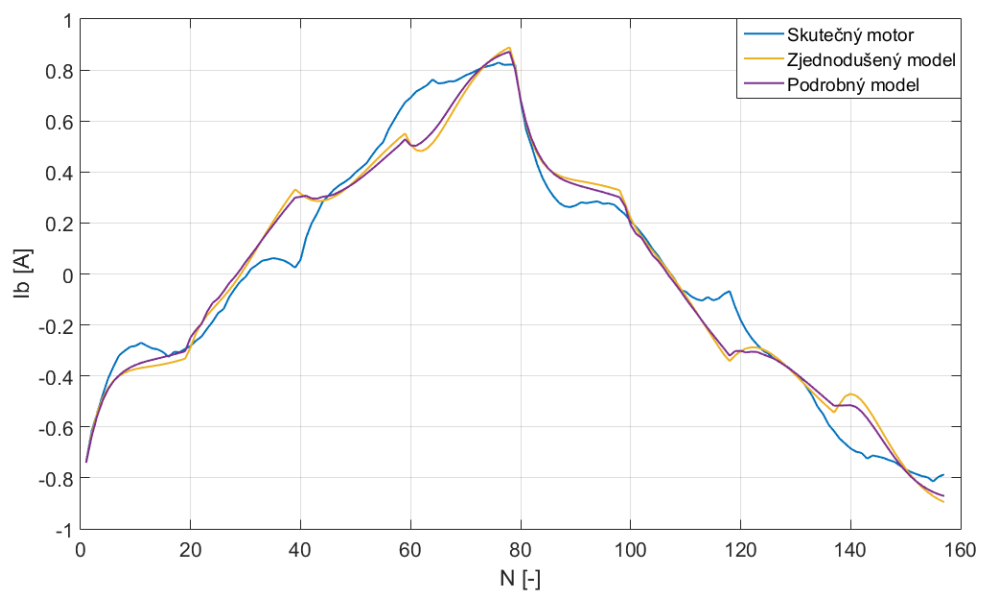
Tabulka 4 Získané hodnoty zjednodušeného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Half-Step

$R_a = 11,0835 \Omega$	$J = 3,7994 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$R_b = 11,9632 \Omega$	$B = 15,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$
$L_a = 4,7 \text{ mH}$	$(psim) \Psi_m = 0,7784 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$
$L_b = 5,9 \text{ mH}$	$M_{dm} = 231,3 \text{ mNm}$
$L_{ab} = 115,6 \mu\text{H}$	$L_p = 1,3 \text{ mH}$
$kk = 0,03425$	

Tabulka 5 Získané hodnoty podrobného modelu za pomoci identifikace systému funkcí fminsearch pro režim Half-Step

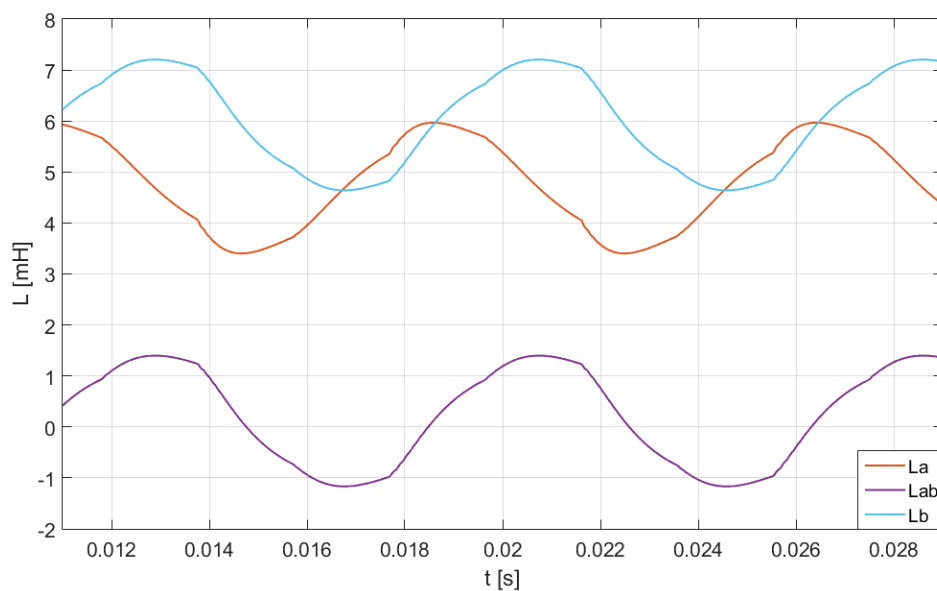


Graf 11 Průběhy proudu vinutím A s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Half-Step



Graf 12 Průběhy proudu vinutím B s výslednými parametry po identifikaci systému pomocí funkce fminsearch režimu Half-Step

Graf 13 potom zachycuje indukčnosti modelu pro režim Half-Step. Indukčnosti vinutí se pohybují v rozmezí hodnot 3,3 až 7,2 mH , zatím co vzájemná indukčnost se pohybuje okolo nulové hodnoty. Průběhy připomínají na rozdíl od režimu Full-Step více sinusové funkce.

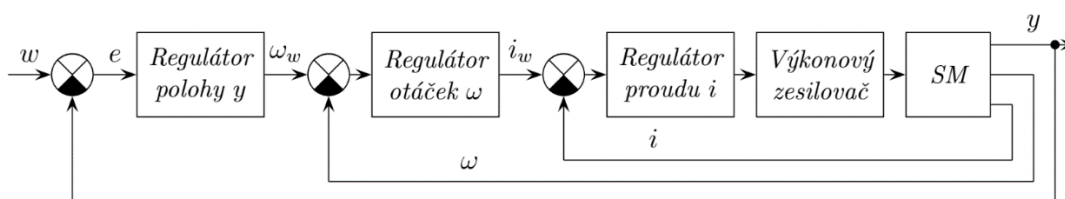


Graf 13 Průběhy indukčností podrobného modelu krokového motoru pro režim Half-Step

4 ZPĚTNOVAZEBNÍ ŘÍZENÍ

4.1. Rozvětvená regulační struktura řízení

Zpětnovazební řízení motorů se nejčastěji provádí za pomoci rozvětvených struktur regulačních obvodů. S výhodou lze použít tzv. obvody s pomocnou regulovanou veličinou, které se využívá například i u polohových servomechanizmů. Blokové schéma struktury je zobrazeno na obrázku 28. V obrázku je označení pro požadovanou hodnotu polohy w , výstup ze soustavy y a rozdíl těchto hodnot je označen jako e , což označuje odchylku výstupní hodnoty od hodnoty požadované. Požadovaná hodnota otáček ω_w je zapojena ve zpětné vazbě s čidlem otáček a skutečná hodnota otáček je označena jako ω , požadovaná hodnota proudu pak jako i_w , a skutečná hodnota proudu statorového vinutí motoru jako i .



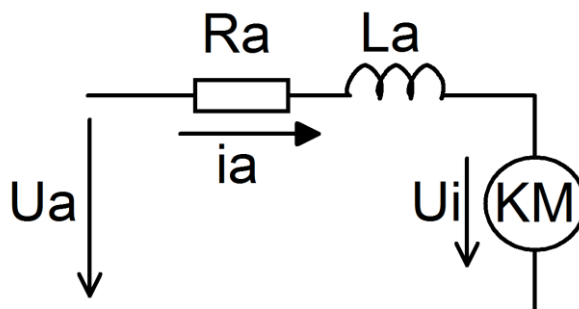
Obrázek 28 Rozvětvená struktura zpětnovazebního řízení polohového servomechanismu [11]

Při požadavku řízení na polohu je nutné použít tři čidla a to čidlo polohy rotoru, čidlo otáček rotoru a čidlo proudu případně proudů vinutími. Avšak v případě, že je potřeba řídit běh motoru pouze jako volbu rychlosti otáčení, lze z řízení vynechat nejvyšší zpětnovazební smyčku, tedy polohovou smyčku. Stejně tak lze vynechat i regulátor otáček v případě požadavku řízení proudu vinutími.

4.2. Návrh regulátoru proudu

Při návrhu regulátoru proudu je nutné zaaretovat rotor motoru. To platí všeobecně pro libovolný motor, v případě požadavku řízení proudu. Poté lze připojit na budící vinutí dostatečně malé napětí, tak aby nedocházelo k otáčení rotoru, ale zároveň dostatečně velkém, aby bylo možné změřit procházející proud vinutím. Vzhledem k nepohyblivému se rotoru motoru, lze říci, že se nevytváří zpětné indukované napětí ve statorových vinutích vznikajícího otáčením rotoru v magnetickém poli statorového vinutí, naměřený průběh potom odpovídá přechodové charakteristice

1. řádu, čímž lze i ověřit regulaci proudu. Ovšem pro náš případ lze odvodit přenos motoru neboli proudu, v případě zanedbání mechanických dějů, které jsou časově několikanásobně delší, než odezvy elektrické. Z náhradního schéma zapojení uvedeno na obrázku 29. Lze odvodit, přenosovou funkci systému, kde výstupem systému je proud vinutím a vstupem je rozdíl napětí přiloženého na vinutí a napětí indukovaného dle rovnice (4. 1)



Obrázek 29 Náhradní schéma zapojení krokového motoru

$$F_m(p) = \frac{I_x}{U_x - U_i} = \frac{1}{R_x + pL_x} = \frac{\frac{1}{R_x}}{1 + p\tau_a} = \frac{K_m}{1 + p\tau_a} \quad (4. 1)$$

$$\tau_a = \frac{L_x}{R_x} \quad (4. 2)$$

,kde τ_a je elektrická časová konstanta motoru. Avšak k modelu motoru je vhodné zahrnout i model měniče. Jehož přenos lze odvodit obdobně jako přenos motoru, ovšem je zde zahrnuto i zpoždění, které se dá aproximovat jako polovina periody PWM signálu, lze tedy psát

$$F_{me}(p) = \frac{K_{me}}{1 + p\tau_{me}} \quad (4. 3)$$

,kde

$$\tau_{me} = \frac{1}{2f_{pwm}} \quad (4. 4)$$

Hodnota proměnné K_{me} bývá nejčastěji udávána jako poměr budícího napětí ku napětí řídicímu, tedy napětí které spíná tranzistory uvnitř H-můstku. Pro zjednodušení lze říci, že hodnota K_{me} bude rovna jedné.

Regulátor lze navrhnout pomocí metody frekvenčních charakteristik, optimálního modulu, symetrického optima, případně navrhnout diskrétní korekční člen s konečnou dobou trvání přechodného děje. Nejčastěji navrhovaný regulátor

proudu je PI regulátor. S ohledem lze využít s výhodou návrhové metody optimálního modulu, pro svojí jednoduchost. Využívá se především pro soustavy, které neobsahují astatismus. Tato metoda se vyznačuje překmitem 4,3% a doby dosažení požadované hodnoty za 4,7 hodnoty časové konstanty regulátoru. Tato metoda pracuje s požadovaným tvarem frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky. Na optimálnost průběhu jsou kladeny dva požadavky. První lze formulovat jako $|F_w(j\omega)| \doteq 1$ do co největších frekvencí. Druhá podmínka pak klade požadavek na monotónnost celého průběhu, což popisuje rovnice (4. 5)

$$\frac{d|F_w(j\omega)|}{d\omega} \leq 0 \quad (4. 5)$$

Pro přenos řízení v operátorovém tvaru platí

$$F_w(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (4. 6)$$

, kde $m < n$. Pro vyjádření frekvenčního přenosu dosadíme $p = j\omega$ a dostaneme vektory $A(j\omega)$ a $B(j\omega)$ vyjádřené pomocí komplexních čísel.

$$F_w(j\omega) = \frac{\Re\{B(j\omega)\} + \Im\{B(j\omega)\}}{\Re\{A(j\omega)\} + \Im\{A(j\omega)\}} \quad (4. 7)$$

Výpočet modulu frekvenčního přenosu udává rovnice (4. 8)

$$|F_w(j\omega)| = \sqrt{\frac{\Re\{B(j\omega)\}^2 + \Im\{B(j\omega)\}^2}{\Re\{A(j\omega)\}^2 + \Im\{A(j\omega)\}^2}} \quad (4. 8)$$

Vzhledem k tomu, že podmínka zmíněná v rovnici (4. 5) platí i pro druhou mocninu modulu nemusíme pracovat s odmocninou. Z čehož plyne rovnice

$$|F_w(j\omega)|^2 = \frac{B_m \omega^{2m} + B_{m-1} \omega^{2(m-1)} + \dots + B_1 \omega^2 + B_0}{A_n \omega^{2n} + A_{n-1} \omega^{2(n-1)} + \dots + A_1 \omega^2 + A_0} \quad (4. 9)$$

Při porovnání jednotlivých mocnin úhlové frekvence dostaneme vztahy mezi koeficienty A_i , a_i , B_i a b_i .

$$\begin{aligned} B_0 &= b_0^2 & A_0 &= a_0^2 \\ B_1 &= b_1^2 - 2b_0b_2 & A_1 &= a_1^2 - 2a_0a_2 \\ B_2 &= b_2^2 - 2b_1b_3 + 2b_0b_4 & A_2 &= a_2^2 - 2a_1a_3 + 2a_0a_4 \\ B_3 &= b_3^2 - 2b_2b_4 + 2b_1b_5 - 2b_0b_6 & A_3 &= a_3^2 - 2a_2a_4 + 2a_1a_5 - 2a_0a_6 \\ B_{m-1} &= b_{m-1}^2 - 2b_{m-2}b_m & A_{m-1} &= a_{m-1}^2 - 2a_{m-2}a_m \\ B_m &= b_m^2 & A_m &= a_m^2 \end{aligned}$$

Předchozí podmínky pro optimální průběh $|F_w(j\omega)|$ přecházejí do tvaru rovnice (4. 10). Ta zaručuje monotónnost průběhu. Počet koeficientů splňující tuto podmínku pak určuje frekvenci, po kterou bude $|F_w(j\omega)|$ mít průběh požadovanou hodnotu $\doteq 1$. Počet koeficientů je závislý na počtu volitelných konstant korekčních členů v obvodě.

$$\frac{B_i}{A_i} \leq \frac{B_0}{A_0} \quad (4. 10)$$

4.2.1. Výpočet regulátoru metodou optimálního modulu

Výpočet parametrů přenosové funkce krokového motoru pro fázi A

$$K_m = \frac{1}{R_a} = \frac{1}{11,6} = 0,0862 \, \Omega^{-1} \quad (4. 11)$$

$$\tau_a = \frac{L_a}{R_a} = \frac{7,5 \cdot 10^{-3}}{11,6} = 6,4655 \cdot 10^{-4} \, s \quad (4. 12)$$

Výsledný přenos motoru

$$F_m(p) = \frac{K_m}{1 + p\tau_a} = \frac{0,0862}{1 + p6,4655 \cdot 10^{-4}} \quad (4. 13)$$

Výpočet parametrů přenosové funkce

$$K_{me}(p) = \frac{U_a}{U_{\text{ř}}} = 1 \quad (4. 14)$$

$$\tau_{me} = \frac{1}{2f_{pwm}} = \frac{1}{2 \cdot 20 \cdot 10^3} = 2,5 \cdot 10^{-5} \, s \quad (4. 15)$$

Výsledný přenos měniče

$$F_{me}(p) = \frac{K_{me}}{1 + p\tau_{me}} = \frac{1}{1 + p2,5 \cdot 10^{-5}} \quad (4. 16)$$

Výsledný přenos soustavy je dán součinem dílčích přenosů, tedy pro tento případ přenos měniče a samotného krokového motoru. V případě, že by vykazovalo nezanedbatelnou setrvačnost i čidlo měřeného proudu, bylo by nutné jej zahrnout do výsledného přenosu soustavy. Přenos čidla by byl obdobný přenosu frekvenčního měniče, avšak za konstantu měniče dosadíme podíl řídicího napětí ku maximálnímu měřitelnému proudu.

$$F_s(p) = \frac{K_s}{(1 + \tau_{me}p)(1 + \tau_ap)} \quad (4.17)$$

$$= \frac{0,0862}{(1 + p6,4655 \cdot 10^{-4})(1 + p2,5 \cdot 10^{-5})}$$

S využitím návrhu pomocí metody optimálního modulu a při návrhu PI regulátoru je jeho přenos

$$F_r(p) = K_r \frac{1 + \tau_r p}{p} \quad (4.18)$$

Potom přenos uzavřené smyčky získáme jako

$$F_w(p) = \frac{F_s(p)F_r(p)}{1 + F_s(p)F_r(p)} = \frac{\frac{K_s K_r (1 + \tau_r p)}{(1 + \tau_{me}p)(1 + \tau_ap)p}}{1 + \frac{K_s K_r (1 + \tau_r p)}{(1 + \tau_{me}p)(1 + \tau_ap)p}} \quad (4.19)$$

$$= \frac{K_s K_r (1 + \tau_r p)}{(1 + \tau_{me}p)(1 + \tau_ap)p + K_s K_r (1 + \tau_r p)}$$

Po úpravě na tvar potřebný pro použití návrhové metody podle optimálního modulu viz rovnice (4. 6)

$$F_w(p) = \frac{K_s K_r \tau_r p + K_s K_r}{\tau_{me} \tau_a p^3 + (\tau_{me} + \tau_a) p^2 + (1 + K_s K_r \tau_r) p + K_s K_r} \quad (4.20)$$

Dosazením do rovnic koeficientů je možné vypočítat koeficienty regulátoru.

$$B_0 = b_0^2 = (K_s K_r)^2 \quad A_0 = a_0^2 = (K_s K_r)^2$$

$$B_1 = b_1^2 - 2b_0 b_2 \quad A_1 = a_1^2 - 2a_0 a_2$$

$$= (K_s K_r \tau_r)^2 - 2K_s K_r \cdot 0 \quad = (1 + K_s K_r \tau_r)^2$$

$$= (K_s K_r \tau_r)^2 \quad - 2K_s K_r (\tau_{me} + \tau_a)$$

$$B_2 = b_2^2 - 2b_1 b_3 + 2b_0 b_4 \quad A_2 = a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_0 a_4$$

$$= 0^2 - 2K_s K_r \tau_r \cdot 0 \quad = (\tau_{me} + \tau_a)^2$$

$$+ 2K_s K_r \cdot 0 = 0 \quad - 2(1 + K_s K_r \tau_r) \tau_{me} \tau_a$$

$$\quad + 2K_s K_r \cdot 0$$

$$= (\tau_{me} + \tau_a)^2$$

$$\quad - 2(1 + K_s K_r \tau_r) \tau_{me} \tau_a$$

Z podmínky vyjádřené v rovnici (4. 10) na první pohled vyplývá, že podíl koeficientů B_1/A_1 a B_2/A_2 musí být rovno nebo menší než jedna. Pro zjednodušení položíme koeficienty rovny jedné. Z podmínky poté vyplyne, že koeficient $A_2 = B_2$, stejně jako $B_1 = A_1$. Z čehož vyplyne soustava rovnic (4. 21). Ze soustavy rovnic lze vypočítat zesílení regulátoru K_r a integrační časovou konstantu τ_r .

$$\begin{aligned} (\tau_{me} + \tau_a)^2 - 2(1 + K_s K_r \tau_r) \tau_{me} \tau_a &= 0 \\ (1 + K_s K_r \tau_r)^2 - 2K_s K_r \tau_{me} \tau_a &= (K_s K_r \tau_r)^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$K_r = 2,3233 \cdot 10^5 \quad \tau_r = 6,4659 \cdot 10^{-4}$$

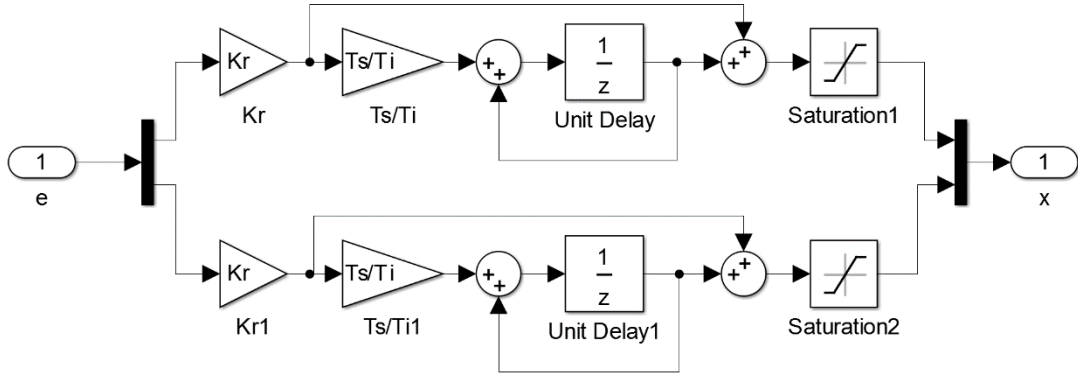
Vzhledem k řízení pomocí mikrokontroleru je nutné výsledný regulátor přepočítat na diskretní regulátor pracující s vzorkovací frekvencí $f_s = 20kHz$. Výsledný vypočtený přenos regulátoru a jeho úprava pro možnost diskretizace dle vztahu (4.24)

$$F_r(p) = K_r \frac{1 + \tau_r p}{p} = 2,3233 \cdot 10^5 \frac{1 + 6,4659 \cdot 10^{-4} p}{p} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} F_R(p) &= K_r \frac{1 + \tau_r p}{p} = K_R \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right) = K_r \tau_r \left(1 + \frac{1}{\tau_r p} \right) \\ &= 150,2243 \left(1 + \frac{1}{p 6,4659 \cdot 10^{-4}} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} F_R(z^{-1}) &= K_R \left(1 + \frac{T_s}{T_I} \frac{1}{1 - z^{-1}} \right) = K_R \left(1 + \frac{\frac{1}{f_s}}{T_I} \frac{1}{1 - z^{-1}} \right) \\ &= 150,2243 \left(1 + \frac{0,0773}{1 - z^{-1}} \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

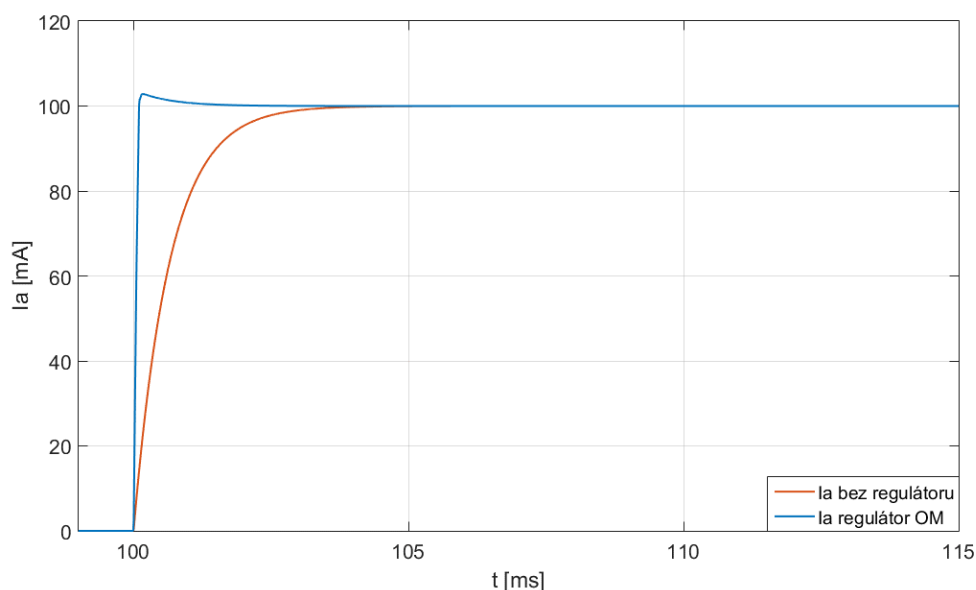
Namodelovaný regulátor je zobrazen na obrázku 30, kde je akční zásah omezen pomocí saturace na hodnotu proudu $I = 9,52V$ vzhledem k maximální hodnotě napětí. Tedy vstupní hodnotou je proud a výstupní hodnotou akční veličiny je napětí tak, aby bylo zajištěno napěťové buzení vinutí krokového motoru.



Obrázek 30 Modelovací schéma PI regulátoru proudu

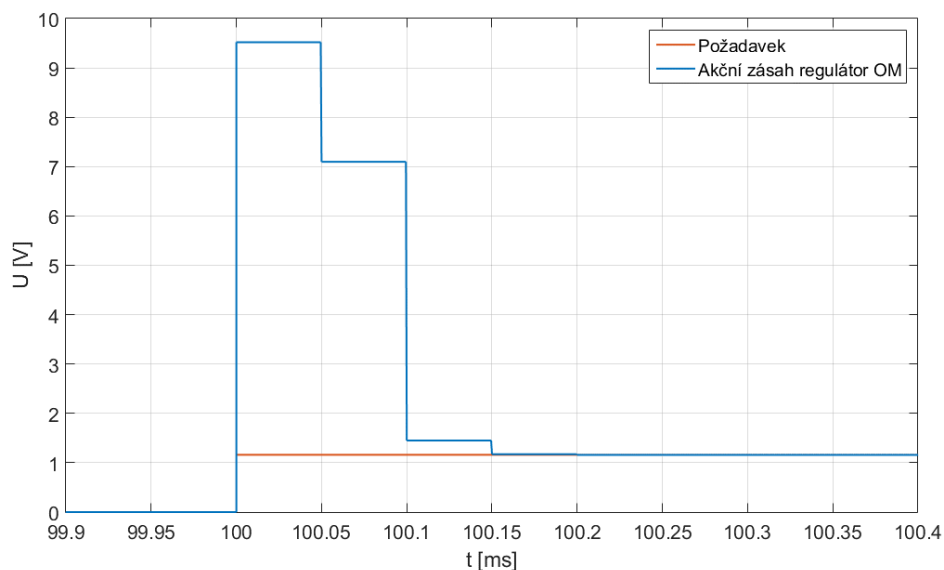
Graf 14 zobrazuje odezvu na jednotkový skok vstupní veličiny v čase $t = 100 \text{ ms}$ na hodnotu $I_a = 100 \text{ mA}$. Lze vidět výše zmíněný překmit, kterým se metoda optimálního modulu vyznačuje, maximální hodnota proud

$I_{a \max} = 102,9 \text{ mA}$, což odpovídá překmitu 2,9%. Také si lze povšimnout, že doba ustálení se shoduje pro oba průběhy.



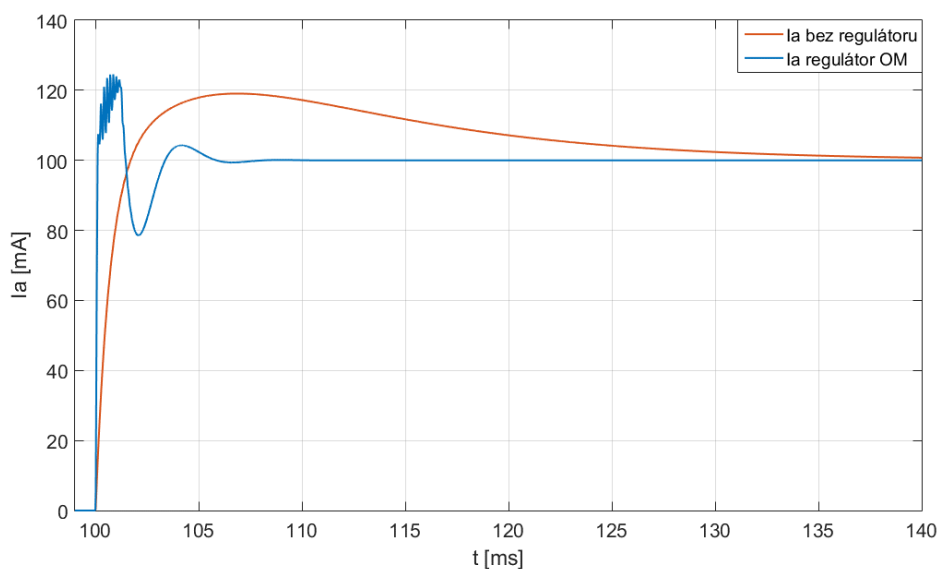
Graf 14 Přejchodová charakteristika vinutí A krokového motoru při zabrzděném rotoru

Graf 15 zobrazuje průběh akčního zásahu pro případ, jak bez řízení, tak s řízením. Na modrém průběhu připadající regulátoru navrhnutému dle metody OM lze vidět změna akčního zásahu odpovídající frekvenci 20kHz, což odpovídá periodě vzorkování proudu vinutím $T_s = 50\mu\text{s}$. Pro případ červeného průběhu se jedná o požadavek na vstupu modelu krokového motoru o hodnotě napětí $U = 1,16\text{V}$. Tato hodnota napětí odpovídá proudu vinutím $I = 100\text{mA}$.

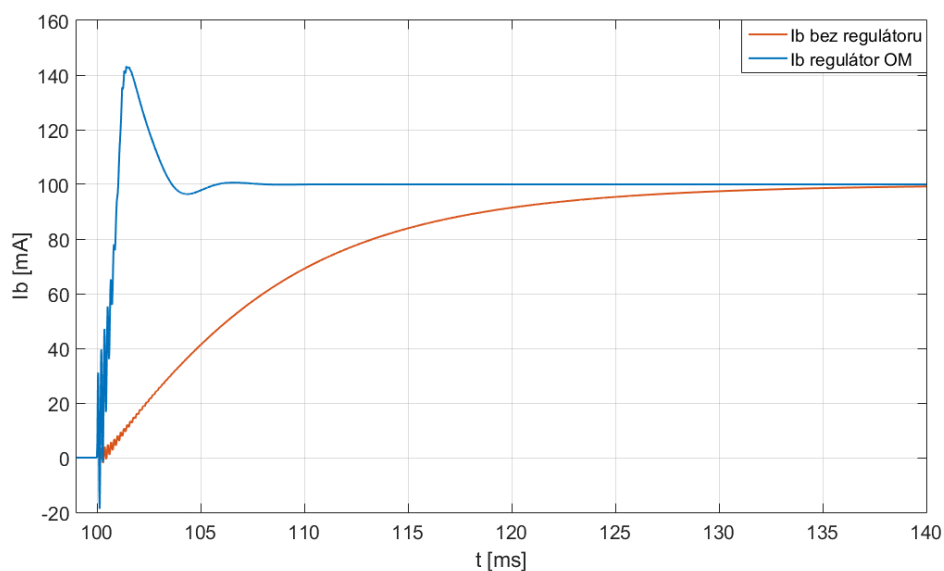


Graf 15 Akční zásah regulátoru pro motor se zabrzděným rotorem

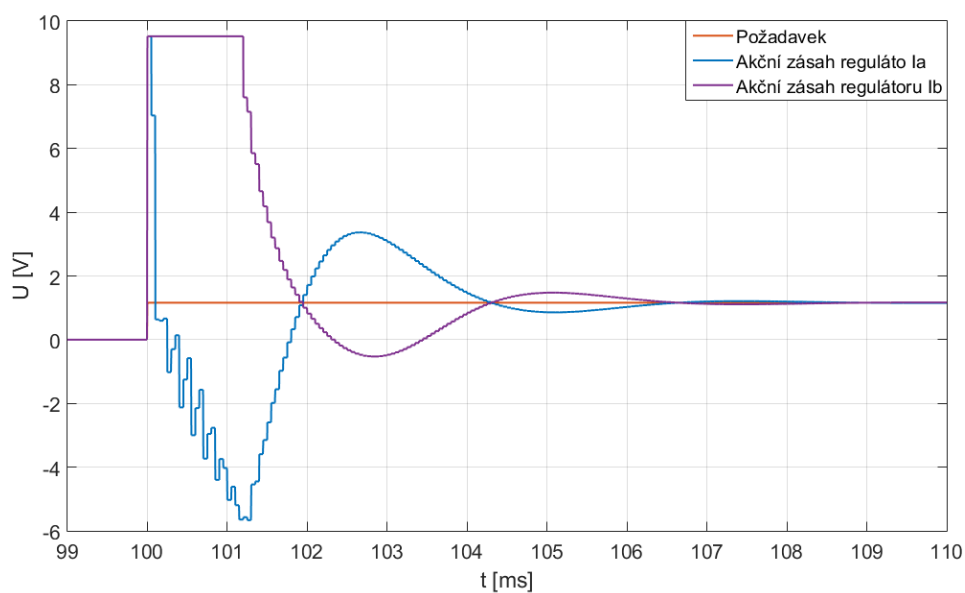
Vzhledem k tomu, že je motor zabrzděný průběhy vinutím A a B se shodují. Graf 16 a 17 zobrazují výsledné průběhy proudu při skokové změně proudu na hodnotu $I = 0,1\text{ A}$, nyní již s uvolněným rotorem (v simulaci spojená vazba mezi sumátorem a blokem $1/J$ viz obrázek 18). Z uvedených grafů lze vidět rozdíl v době ustálení jednotlivých proudů a její závislost mezi nimi. Akční zásahy jsou zobrazeny v grafu 18. Pro červený průběh opět platí, že se jedná o požadavek napětí $U = 1,16\text{ V}$.



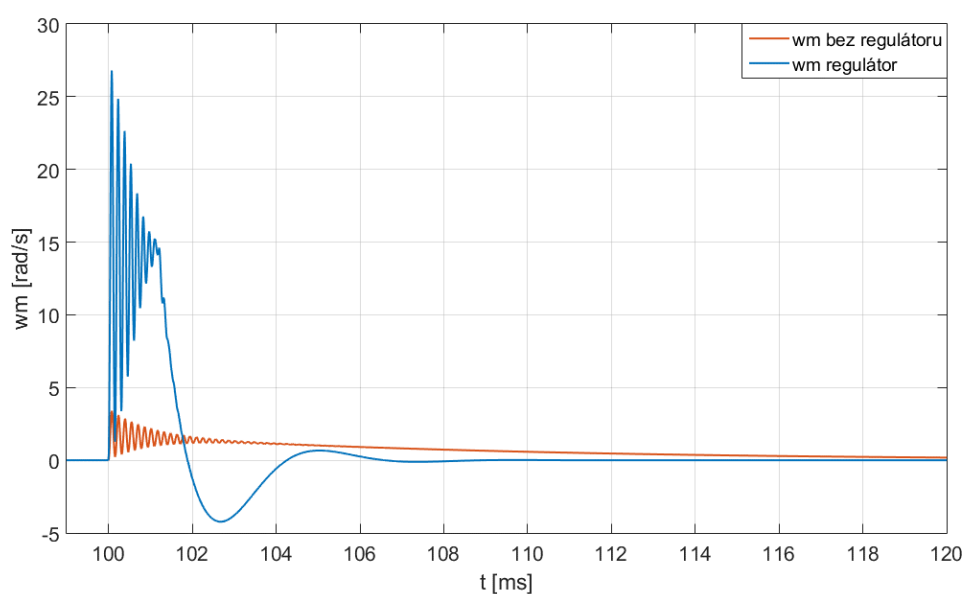
Graf 16 Odezva proudu I_a na skokovou změnu požadavku pro krokový motor s odbrzděným rotorem



Graf 17 Odezva proudu I_b na skokovou změnu požadavku pro krokový motor s odbrzděným rotorem



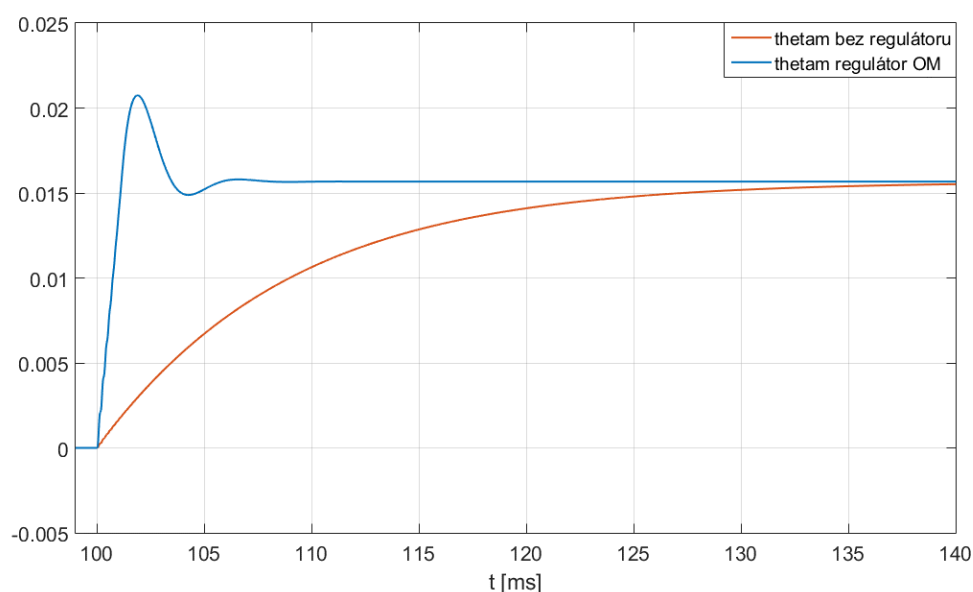
Graf 18 Akční zásahy regulátorů pro motor s odbrzděným rotorem



Graf 19 Úhlové rychlosti ω_m při jednotkovém skoku žádaného proudu

Graf 19 zachycuje průběh úhlové rychlosti, kde si můžeme všimnout, že průběh rychlosti pro případ bez regulátoru je rychlost rotoru méně kmitavá na rozdíl při použití regulátoru, avšak s použitím regulátoru dochází k překmitu do záporných hodnot, což ve skutečnosti znamená, že se motor točí v opačném směru.

Dále je vidět, že rychlost motoru bez použití regulátoru je po dvaceti milisekundách stále nenulová.



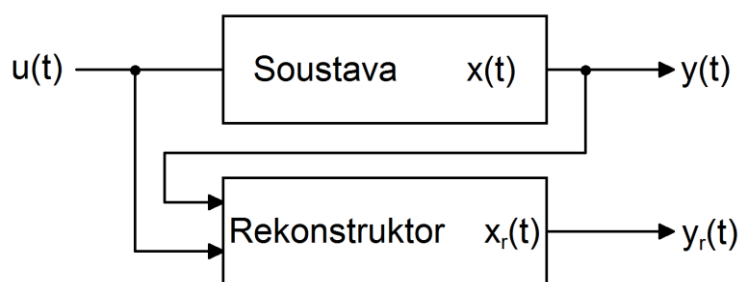
Graf 20 Polohy θ_m při jednotkovém skoku žádaného proudu

Na základě grafu 20 lze potvrdit, že se motor skutečně otáčí v opačném směru v momentě, kdy modrý průběh začne klesat. Průběh natočení pro regulátor dosahuje výsledné polohy mnohem dříve. Za to průběh bez použití regulátoru dosahuje koncové polohy za čas až o čtyřicet milisekund delší než při použití regulátoru.

4.3. Regulace otáček a polohy motoru

Pro regulátory otáček a polohy je nutné znát aktuální rychlost a polohu rotoru. Snímání nejčastěji zajišťují rotační enkodéry. Avšak při použití snímače bychom mohli mluvit spíše o servomotoru, který již obsahuje zpětnou vazbu o poloze, než o krokovém motoru.

U soustav, které jsme schopni matematicky popsat a namodelovat je možné zpětnou vazbu obstarat i jiným způsobem. Například za využití stavového rekonstruktoru. Rekonstruktor využívá vstupy a výstupy soustavy dle obrázku 31. Vstupem soustavy je signál $u(t)$. Vnitřní stavy soustavy jsou označeny jako $x(t)$, $x_r(t)$ potom označuje vnitřní stavy rekonstruktoru. Analogicky jsou označeny i výstupy $y(t)$ pro soustavu a $y_r(t)$ pro rekonstruktor.

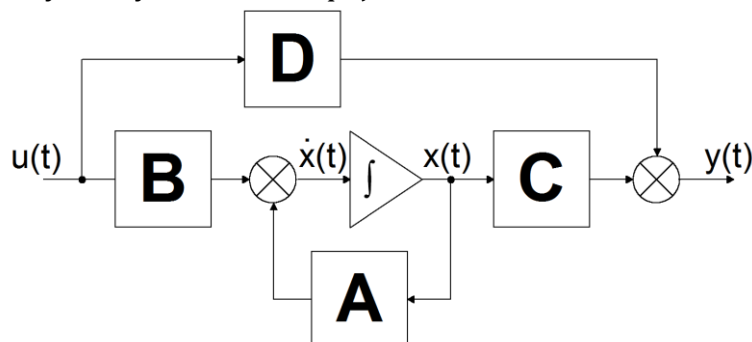


Obrázek 31 Připojení rekonstruktoru stavů k soustavě

Návrh rekonstruktoru pracuje se stavovými maticemi soustav. Popis soustavy ve stavovém prostoru lze popsat rovnicí (4. 25)

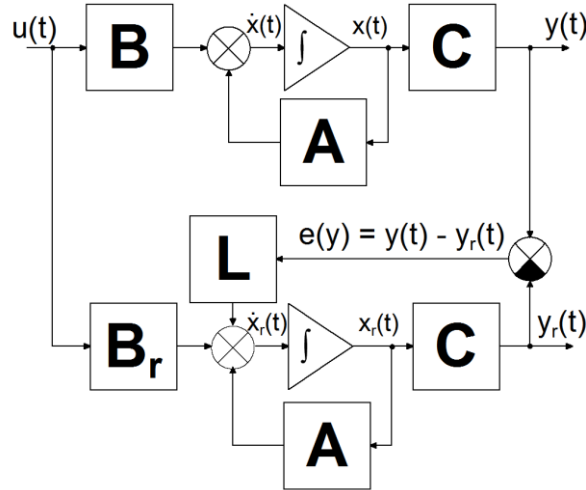
$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t)\end{aligned}\quad (4. 25)$$

Kde koeficienty $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ představují matice soustavy. Matice $\mathbf{A}$ se nazývá zpětnovazební, $\mathbf{B}$ označuje matici vstupů, $\mathbf{C}$ označuje matici výstupů a $\mathbf{D}$ matice přímých vazeb. Výsledný model lze zapojit dle obrázku 32.



Obrázek 32 Soustava ve stavovém prostoru

Návrh rekonstruktoru neuvažuje působení matice $\mathbf{D}$. Soustava společně s rekonstruktorem ve stavovém prostoru jsou znázorněny na obrázku 33. Aby bylo možné dosáhnout stejných stavů, je nutné, aby byla matice $\mathbf{A}$ soustavy totožná s maticí $\mathbf{A}$ rekonstruktoru. Ovšem ve většině případů se bude lišit systémová matice $\mathbf{B}$ od matice $\mathbf{B}_r$ rekonstruktoru, vzhledem k působení poruch a šumů na vstupu reálného systému.



Obrázek 33 Model rekonstruktoru stavů s modelem soustavy ve stavovém prostoru

Vektor stavových proměnných $x(t)$ je shodný s vektorem stavových proměnných rekonstruktoru $x_r(t)$, ovšem jejich hodnoty se mohou lišit. Nejvíce nás bude zajímat jejich odchylka derivací stavů a výstupů vyjádřená rovnicemi (4. 26) a (4. 27).

$$\dot{e}_x(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_r(t) \quad (4. 26)$$

$$e_y(t) = y(t) - y_r(t) \quad (4. 27)$$

Ve většině případů odchylky nebudou rovny nule, a proto je nutné dosáhnout vyšší shody stavů, pokud chceme využít zrekonstruované stavy k dalším výpočtům. V obrázku 33 je uvedena matice L . Jedná se o sloupcový vektor se stejným počtem koeficientů, jako je počet stavových proměnných. Vhodnou volbou jednotlivých koeficientů jsme schopni ovlivnit rychlost konvergence odchylek k nule. Zásah koeficientů L do odchylek, lze odvodit ze stavových rovnic rekonstruktoru (4. 28)

$$\begin{aligned} \dot{x}_r(t) &= Ax_r(t) + B_r u(t) + L(y(t) - y_r(t)) \\ y_r(t) &= Cx_r(t) \end{aligned} \quad (4. 28)$$

Dosazením do rovnice (4. 26) za derivaci stavů soustavy $\dot{x}(t)$ uvedenou v rovnici (4. 25) a derivaci stavů rekonstruktoru z rovnice (4. 28) jsme schopni vyjádřit odchylku ve tvaru dle rovnice (4. 29)

$$\dot{e}_x(t) = (A - LC)e_x(t) + (B - B_r)u(t) \quad (4. 29)$$

Dle uvedené rovnice je snaha o co nejrychlejší dosažení nulové odchylky derivací stavů $\dot{e}_x(t)$. Z čehož vyplývá skutečnost, dřívější shody stavových proměnných rekonstruktoru $\dot{x}_r(t)$ se stavovými proměnnými soustavy $\dot{x}(t)$. Této shody se dosáhne v případě, že vlastní čísla matice $(A - LC)$ budou víc vlevo než vlastní čísla matice A .

5 ZÁVĚR

V úvodu práce je představen krátký přehled typů krokových motorů s jejich vnitřním uspořádáním i popisem funkce, také se zde nachází přehled řídicích mechanismů používaných pro ovládání či řízení krokových motorů.

Povedlo se vytvořit model krokového motoru s proměnnou reluktancí i s permanentními magnety. Modely krokového motoru s permanentními magnety byl porovnáván se skutečným motorem. Porovnávání probíhalo za pomoci měření proudu jednotlivých vinutí motoru pro metody řízení Full-Step a Half-Step jak je vidět na grafech 3 až 6. Naměřené průběhy proudu byly porovnávány se dvěma modely, z nichž zjednodušený motor zanedbává vzájemnou indukčnost vinutí, proměnnou indukčnost vinutí v závislosti na natočení rotoru, ale i veškeré elektromechanické působení spojené s proměnnou reluktancí motoru. Podrobnější motor poté obsahuje zmíněné působení zanedbané ve zjednodušeném modelu.

Větší shody naměřených průběhů proudu s průběhy simulovanými bylo dosaženo za pomoci funkce `fminsearch`, jako prostředek k identifikaci neznámých a nepřesných parametrů modelu. Výsledné zidentifikované hodnoty pro modely jsou uvedeny v tabulkách 2 až 5. Průběhy jsou zachyceny v grafech 8 až 11.

Pomocí modelu bylo možno ověřit režimy řízení v otevřené smyčce, tedy Full-step a Half-step. Ověření probíhalo za pomoci generovaného momentu motoru, kde jako nejhorší vzhledem k potřebné velikosti generovaného momentu pro otočení motorem se ukázal režim Full-step, jak je patrné z grafu 7. Jako nejvýhodnější režim se poté ukázal režim Microstepping vzhledem k nejnižšímu potřebnému momentu pro otáčení motorem.

V závěru práce je popisován návrh regulační struktury řízení se zpětnou vazbou za pomoci měření proudů. Navržen byl regulátor proudu dle metody optimálního modulu. Grafy 14 až 18 se zabývají porovnáváním průběhů proudů vinutím a akčních zásahů regulátoru. Grafy 19 a 20 ilustrují chování rotoru při regulaci proudu oproti motoru bez regulace. Ověření správnosti návrhu regulátoru však proběhlo pouze na modelu.

K řízení na požadované otáčky motoru případně na polohu je zapotřebí zpětná vazba, měla být získána za pomoci stavového rekonstruktoru. Ovšem během převodu modelu do stavového prostoru, byl použit podrobný model. Výsledný stavový model se neshodoval za žádných okolností s vytvořeným modelem dle rovnic. Shoda nenastala nejpravděpodobněji kvůli zaokrouhlování programu Matlab/Simulink.

Další vývoj práce by se mohl zabývat návrhem řízení se zpětnou vazbou za pomoci modelu, případně řídit motor na požadovanou rychlost otáčení či na žádanou polohu natočení.

Výsledné modely krokových motorů jsou přiloženy v příloze v souboru *Krokový motor.zip*, který obsahuje soubory pro prostředí Matlab a Matlab/Simulink. Přílohy jsou děleny do složek dle obsahu.

6 LITERATURA

- [1] NOVÁK, P. *Mobilní roboty, pohony senzory řízení*. Praha: Technická literatura BEN, 2005.
- [2] KENJO, T. *Stepping motors and their microprocessor controls*. Oxford UK: Clarendon Press, 1984.
- [3] RYDLO, P. *Krokové motory a jejich řízení*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2000.
- [4] KOLÁČNÝ, J. *Elektrické mikropohony*. Brno: Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií Vysoké učení technické v Brně, 2009.
- [5] HRABOVCOVÁ, V. et al. *Moderné elektrické stroje*. Žilina: Žilinská univerzita, 2001.
- [6] GHINEA, M. et al. The simulation of the stepper motor with variable reluctance by Matlab-Simulink. In: KAWABE, T. et al. *Recent Advances in Robotics, Aeronautical & Mechanical Engineering*. Greece, Athens: WSEAS Press, 2013, s. 106-111. ISBN 978-1-61804-185-2.
- [7] DELPOUX, R. M. BODSON a T. FLOQUET. Parameter estimation of permanent magnet stepper motors without. In: KUGI, A. *Control Engineering Practice*. Volume 26. Elsevier, 2014, s. 178-87.
- [8] LYSHEVSKI, S. E. Microstepping and high-performance control of permanent-magnet stepper motors. In: BOJIC, M. et al. *Energy Conversion and Management*. Volume 85. Elsevier, 2014, s. 245-53.
- [9] SALLOUM, R. M. R. ARVAN a B. MOAVENI. Modeling and Variables Estimation of a Twophase. In: DR. REYNOLDS, N. *International Journal of Scientific & Engineering Research*. Volume 4, Issue 9. IJSER, 2013, s. 702-08.
- [10] *Datasheet QMot QSH2818 family* [online]. V1.04. Germany, Hamburg: Trinamic Motion Control GmbH & Co. KG, 2010 [cit. 2016-21-12]. Dostupné z: http://www.trinamic.com/fileadmin/assets/Products/Motors_Documents/QSH2818_manual.pdf
- [11] BLAHA, P. a P. VAVŘÍN. *Řízení a regulace I*. v. 1. 3. 3. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2009.
- [12] PIVOŇKA, P. *Číslicová řídící technika*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2012.

- [13] *Datasheet SMR 300-100-RI/24* [online]. Nový Bor: REGULACE – AUTOMATIZACE BOR spol s.r.o. 2007 [cit. 2016-12-21]. Dostupné z: http://www.elektromotory-bor.cz/downloads/pdf/katalog_km.pdf
- [14] NING, S. a Z. FAN. Modeling and Characteristics Investigation of Three-phase Step Motor. In: MOHAMED, O. *Applied Mechanics and Materials*. Volumes 229-231. Switzerland: Trans Tech Publications, 2012, s. 2010-14.
- [15] ŠOLC, F. P. VÁCLAVEK a P. VAVŘÍN. *Řízení a regulace II: Analýza a řízení nelineárních systémů*. 2011. Brno: Vysoké učení technické v Brně, 2011.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

B	Třecí síla	[N]
B_c	Coulombovo tření	[N]
B_v	Viskózní tření	[N]
$F_m(p)$	Přenos motoru v Laplaceově transformaci	[-]
$F_{me}(p)$	Přenos měniče v Laplaceově transformaci	[-]
$F_o(p)$	Přenos otevřené smyčky	[-]
$F_R(p)$	Přenos regulátoru v Laplaceově transformaci	[-]
$F_R(z^{-1})$	Přenos regulátoru v Z-transformaci	[-]
f_s	Frekvence vzorkování	[Hz]
f_{Step}	Frekvence krokování krokového motoru	[Hz]
f_{pwm}	Frekvence pulzně šířkové modulace	[Hz]
$F_S(p)$	Přenos soustavy v Laplaceově transformaci	[-]
I_a, I_b	Proud vinutími A, B	[A]
J	Moment setrvačnosti motoru	[kg/m ²]
kk	Koeficient kvadratického kritéria	[-]
K_m	Konstanta zesílení motoru	[-]
K_{me}	Konstanta zesílení měniče	[-]
K_s	Konstanta zesílení soustavy	[-]
K_r	Zesílení regulátoru	[-]
$L_{aa}, L_{bb}, L_{ab}, L_{ba}$	Indukčnost vinutí A, B, vzájemná	[H]
L_p	Proměnná indukčnost	[H]
L_o	Indukčnost vinutí A, B	[Nm]
m	Počet vinutí motoru	[-]
M_a, M_b	Moment síly jednotlivých vinutí	[Nm]
M_c	Celkový generovaný moment motoru	[Nm]
$M_{c \text{ Full-step}}$	Celkový generovaný moment režimu Full-step	[Nm]
$M_{c \text{ Half-step}}$	Celkový generovaný moment režimu Half-step	[Nm]
$M_{c \text{ Microstepping}}$	Celkový generovaný moment režimu Microstepping	[Nm]
M_d	Přídržný moment síly	[Nm]
M_{dm}	Přídržný moment síly magnetu	[Nm]
M_{em}	Elektromechanický moment	[Nm]
M_z	Zátěžný moment	[Nm]
n	Otáčky motoru	[ot/min]

p	Laplaceův operátor	[-]
R_a, R_b	Odpor vinutí A, B	[Ω]
RT	Počet rotorových zubů	[-]
U_a	Napětí na vinutí A	[V]
U_b	Napětí na vinutí B	[V]
U_d	Napětí na vinutí A v d-q souřadnicích	[V]
U_q	Napětí na vinutí B v d-q souřadnicích	[V]
T_l	Integrační časová konstanta regulátoru	[-]
T_s	Perioda vzorkování	[s]
T_{Step}	Perioda krokování krokového motoru	[s]
T_1	Časová konstanta	[s]
U_a, U_b	Napětí na vinutích A, B	[V]
z	Operátor Z-transformace	[-]
θ_m	Úhlová poloha rotoru	[rad]
φ	Velikost kroku	[°]
τ_a	Elektrická časová konstanta krokového motoru	[s]
τ_{me}	Časová konstanta měniče	[s]
$\tau_{0,1}$	Časové konstanty regulátoru	[s]
τ_σ	Časová konstanta otevřené smyčky	[s]
τ_r	Časová konstanta regulátoru	[s]
ψ_m	Konstanta stroje	[Vs]
Ψ_a, Ψ_b	Magnetický tok vinutí A, B	[Wb]
ω_m	Úhlová rychlost	[rad/s]
ω	Mechanická úhlová rychlost	[rad/s]
I	Integrační složka regulátoru	
KM	Krokový motor	
OM	Optimální modul	
PM	Permanentní magnet	
VR	Variable reluctance (proměnná reluktance)	