



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

SROVNÁNÍ PROGRAMŮ PRO OPTIMALIZACI A COMPARISON OF OPTIMIZATION PROGRAMMES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

DUŠAN KOVÁŘÍK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. RNDr. Ing. MILOŠ ŠEDA, Ph.D.

BRNO 2015

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav automatizace a informatiky

Akademický rok: 2014/2015

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Dušan Kovářík

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Aplikovaná informatika a řízení (3902R001)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Srovnání programů pro optimalizaci

v anglickém jazyce:

A Comparison of Optimization Programmes

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Pro výpočty optimalizačních problémů existují specializované toolboxy ve vyspělých profesionálních programech MATLAB a MATHEMATICA. Ty jsou však velmi drahé, a proto využívané jen ve větších organizacích. Některé specializované optimalizační programy (např. GAMS nebo Xpress-IVE) jsou však dostupné i v demonstračních verzích a pro mnohé úlohy s menším počtem rozhodovacích proměnných zcela vyhovují, podobně jako Řešitel, který je doplňkem Excelu. Úkolem je uvést možnosti dostupných optimalizačních programů a na modelech optimalizačních problémů je vyzkoušet a porovnat.

Cíle bakalářské práce:

Cílem práce je vybrat vhodné optimalizační programy, které jsou dostupné zdarma, ukázat jejich programovací nástroje, na konkrétních optimalizačních problémech ověřit jejich možnosti z hlediska počtu vstupních dat a porovnat je mezi sebou, případně s nástrojem Řešitel, který je dostupný v programu MS Excel.

Seznam odborné literatury:

- [1] Bazaraa, M.S., Jarvis, J.J. and Sherali, H.D.: Linear Programming and Network Flows. Wiley-Interscience, New York, 2004.
- [2] Klapka, J., Dvořák, J, Popela, P.: Metody operační analýzy. VUT FSI, Brno, 2001.
- [3] Zelinka, I., Oplatková, Z., Šeda, M., Ošmera, P., Včelař, F.: Evoluční výpočetní techniky. Principy a aplikace. BEN – technická literatura, Praha, 2009.

Vedoucí bakalářské práce: prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 30.11.2014

L.S.

Ing. Jan Roupec, Ph.D.
Ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
Děkan fakulty

Abstrakt

Práce se zabývá problematikou softwaru, který je zaměřen na optimalizaci a je dostupný zdarma. V první části práce je nastíněn současný stav nabídky optimalizačního softwaru. Dále práce podrobněji pojednává o vybraných optimalizačních softwarových produktech. Konkrétně se jedná o GAMS, LINGO, webovou službu QMS (Quantitative Methods Software) a nástroj Řešitel v aplikaci MS Office Excel. Závěrečná část práce testuje a vzájemně porovnává tyto aplikace na řešených optimalizačních úlohách.

Klíčová slova

Optimalizační software, GAMS, LINGO, Řešitel, optimalizace

Abstract

The thesis is focused on various free available software, designed for mathematical optimization. In the first section, the current offerings on the optimization software market are introduced. Further on, the thesis is dealing in details with selected pieces of software products – specifically GAMS, LINGO, QMS web service (Quantitative Methods Software) and Investigator tool, embedded in MS Office Excel application. The closing part, then, is concerned with testing and comparison of above presented software products, employing the performance tests with pre-selected optimization tasks.

Key words

Optimization software, GAMS, LINGO, Investigator tool, optimization

Bibliografická citace

KOVÁŘÍK, D. Srovnání programů pro optimalizaci. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 43 s. Vedoucí bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Miloš Šeda, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Srovnání programů pro optimalizaci vypracoval samostatně pod vedením prof. RNDr. Ing. Miloše Šedy, Ph.D. a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou uvedeny v seznamu literatury.

V Brně dne 29.5.2015

Dušan Kovářík

Poděkování

Děkuji svému vedoucímu bakalářské práce prof. RNDr. Ing. Miloši Šedovi, Ph.D. za odbornou pomoc, cenné podněty, nasměrování a konkrétní rady při psaní mé práce. Dále děkuji Ing. Jiřímu Kovářovi, Ph.D. za profesionálně odvedený seminář k bakalářské práci. Mé osobní poděkování patří mé matce, která mě velice podporovala po celou dobu studia a také kamarádce Bc. Pavlíně Chovancové, která mi poskytla velkou osobní podporu a povzbuzovala mě v krizových obdobích při tvorbě této práce.

OBSAH

1	ÚVOD	13
2	OPTIMALIZAČNÍ SOFTWARE – SOUČASNÝ STAV	15
2.1	TYPY OPTIMALIZAČNÍHO SOFTWARE	15
2.1.1	Rozdělení z různých obecných hledisek	15
2.1.2	Rozdělení z hlediska formy finálního softwarového produktu	15
2.2	MOŽNOSTI Z HLEDISKA UŽIVATELE	16
3	VÝBĚR PROGRAMŮ DOSTUPNÝCH ZDARMA.....	17
3.1	KRITÉRIA PRO VÝBĚR OPTIMALIZAČNÍCH PROGRAMŮ	17
3.2	KONKRÉTNÍ VYBRANÉ PROGRAMY	17
4	POPIS VLASTNOSTÍ VYBRANÝCH PROGRAMŮ	19
4.1	PROGRAM GAMS.....	19
4.1.1	Demoverze a její omezení	19
4.1.2	Ovládání programu GAMS	19
4.1.3	Struktura programu v aplikaci GAMS	20
4.1.4	Dostupná dokumentace	21
4.1.5	Profesionální verze programu GAMS	21
4.2	PROGRAM LINGO	21
4.2.1	Zkušební (trial) verze a její omezení	22
4.2.2	Základy práce v programu LINGO	22
4.2.3	Množiny (sets).....	23
4.2.4	Sekce data.....	24
4.2.5	Dostupná dokumentace	25
4.2.6	Srovnání zkušební a profesionálních licencí programu LINGO.....	26
4.3	QMS – QUANTITATIVE METHODS SOFTWARE.....	26
4.3.1	Způsob používání	27
4.3.2	Omezení aplikace z hlediska vstupních dat	29
4.3.3	Dostupná dokumentace	29
4.3.4	Volná verze aplikace vs. předplatné	29
4.4	ŘEŠITEL PROGRAMU MS OFFICE EXCEL.....	29
4.4.1	Konfigurace	29
4.4.2	Způsob používání	30
5	POROVNÁNÍ PROGRAMŮ NA VYBRANÝCH ÚLOHÁCH.....	33
5.1	PŘÍKLAD Č. 1: SMĚŠOVACÍ PROBLÉM.....	33
5.1.1	Řešení v programu GAMS	34
5.1.2	Řešení v programu LINGO	34
5.1.3	Řešení ve webové aplikaci QMS.....	35
5.1.4	Řešení pomocí nástroje Řešitel programu Excel	35
5.2	PŘÍKLAD Č. 2: PŘÍRAZOVACÍ PROBLÉM.....	35
5.2.1	Řešení v programu GAMS	36
5.2.2	Řešení v programu LINGO	37
5.2.3	Řešení ve webové aplikaci QMS.....	37
5.2.4	Řešení pomocí nástroje Řešitel programu Excel	38
5.3	SHRNUTÍ VÝSLEDKŮ	38
6	ZÁVĚR	39

1 ÚVOD

Dnešní prostředky informačních technologií disponují velmi vysokým výpočetním výkonem. To umožňuje vývojářům softwaru vytvářet vysoce sofistikované aplikace poskytující uživatelům výkonné nástroje, které jsou schopny pomáhat řešit velmi složité a komplexní problémy ze všech možných inženýrských oblastí i každodenního života.

Jednou takovou oblastí je matematická optimalizace. I zde jsou k dispozici velmi vyvinuté a výkonné softwarové aplikace, které obsahují nástroje k řešení optimalizačních úloh. Takovými programy jsou např. MATLAB, MATHEMATICA nebo Maple.

Jejich hlavní nevýhodou ale je, že jsou velmi drahé a ne každý člověk potřebuje ve své každodenní praxi řešit tak rozsáhlé a složité problémy, jaké jsou tyto programy schopny zvládnout. Takové uživatele může zajímat, jaké alternativy – nabízející sice menší, ale pro řešení mnoha problémů zcela dostačující možnosti – jsou k dispozici. Tyto alternativy by pro ně měly být co nejvíce dostupné, to znamená takové, které se v ideálním případě dají pořídit zcela zdarma.

Proto se tato práce zaměřuje na výběr, popis možností a porovnání právě takovýchto programů.

V první části práce pojednáme o současné nabídce optimalizačního softwaru a zejména o tom, v jakých formách je k dispozici, abychom získali lepší představu o širším kontextu konkrétní obsahové náplně práce. Potom podrobněji popíšeme vybrané softwarové produkty, konkrétně programy GAMS a LINGO, u kterých mimo jiné popíšeme základy programování optimalizačních úloh v jejich programovacích prostředích, dále webovou aplikaci QMS a nástroj Řešitel programu Excel. V závěrečné části práce v každé z těchto aplikací provedeme řešení dvou optimalizačních úloh a porovnáme vypočtené výsledky.

Cílem práce není jen samotné porovnání těchto programů, ale také poskytnout případnému zájemci, který s vybranými aplikacemi dosud nemá žádné zkušenosti a chtěl by se s nimi seznámit, prvotní vodítko k jejich používání.

2 OPTIMALIZAČNÍ SOFTWARE – SOUČASNÝ STAV

Dnešní optimalizační software nabízí vysoce sofistikované a výkonné nástroje pro řešení velmi komplexních a složitých problémů ze všech možných oblastí každodenního života a je dostupný v širokém spektru variant, ať už jde o jeho možnosti, konkrétní zaměření, formu nebo jiné vlastnosti. Existuje celá řada různých hledisek, dle kterých můžeme tento software hodnotit, posuzovat a dělit do kategorií.

2.1 Typy optimalizačního softwaru

Dávno již uplynula doba, kdy se pod slovem software zpravidla rozuměl jeden ucelený program, zahrnující v sobě všechny svoje funkce a schopnosti, který se nainstaloval na jeden konkrétní počítač. Dnešní možnosti se s rozvojem informačních technologií stávají stále širší a pestřejší. Do hry tak vstupují webové aplikace, cloudové služby, paralelní aplikace běžící na mnoha počítačích spojených do sítě a podobně. Optimalizační software není v tomto směru žádnou výjimkou.

2.1.1 Rozdělení z různých obecných hledisek

Chceme-li dnešní optimalizační software určitým způsobem roztrždit do kategorií, abychom získali alespoň základní přehled o jeho typech, můžeme tak učinit hned z několika různých obecných hledisek, z nichž některé uvádí následující seznam:

- oblast použití – existují optimalizační programy, které jsou více či méně specializované na určité oblasti, například na ekonomiku, logistiku, výrobu, projektování složitých technických systémů, vojenskou činnost a podobně,
- univerzálnost použití – ta může sahát od sofistikovaných modelovacích prostředí, které – pokud je možné vytvořit odpovídající matematický model – lze použít pro řešení problému z jakékoli oblasti lidské činnosti, až po úzce specializované aplikace (například program pro určení optimálního způsobu rozřezání určitého typu dřevěných desek od konkrétního výrobce),
- licencování – jedná se většinou o různé verze stejného softwaru, které se od sebe liší účelem, ke kterým smí být užívány, a případně stupněm omezení dostupných funkcí nebo počtem vstupních dat a podobně. Nejčastější typy licencí jsou plné verze (většinou komerční), dále akademické, studentské, demonstrační (demo) a zkušební (trial) verze, volné (free) verze, Open Source a tak dále,
- obsažené výpočetní algoritmy – jsou to metody použité pro řešení úloh lineárního programování, celočíselného programování, nelineárního programování a mnoho dalších dnes již velmi pokročilých a robustních algoritmů.

2.1.2 Rozdělení z hlediska formy finálního softwarového produktu

Dalším a důležitým hlediskem, dle kterého můžeme rozdělit optimalizační software, je forma konečného produktu, který si jeho uživatel může obstarat či zakoupit. V praxi se můžeme nejčastěji setkat s následujícími typy produktů:

- nezávislá aplikace – ucelený „balík“, obsahující vše potřebné pro plnění svých funkcí (uživatelské rozhraní, řešící algoritmy, funkce pro import a export dat a podobně),
- modelovací prostředí – program pro tvorbu matematických modelů daného problému obvykle používající některý matematický modelovací jazyk,
- řešič – ta část softwaru, která ve vhodném formátu (zpravidla v syntaxi některého modelovacího jazyka) převezme zadání úlohy jako vstup a jako výstup vrátí řešení vypočtené některým z jejích algoritmů,

- řešič a modelovací prostředí integrované do jednoho programu,
- rozšiřující modul (obvykle nazývaný toolbox) nějakého již existujícího a zavedeného programu,
- add-in – software poskytující optimalizační funkcionalitu jinému programu využívající například jeho uživatelské rozhraní (nejčastěji pro MS Office Excel),
- webové aplikace,
- knihovna procedur a tříd pro programovací jazyky či vývojové platformy (C, C++, .NET, Java, Python a další),
- zdrojové kódy softwaru (tzv. open source – doména Linuxu),
- předkompilované binární soubory (tzv. binaries – doména Windows).

Jak tento přehled naznačuje, možností je opravdu spousta a mnohé z nich se dokonce dají různě kombinovat. Například celý komplexní optimalizační software s vlastním vývojovým prostředím i řešiči může být součástí ještě rozsáhlejší (například ekonomické) aplikace nebo podnikového informačního systému.

2.2 Možnosti z hlediska uživatele

Vezmeme-li v úvahu, že pro každý druh softwaru z výše uvedeného přehledu existuje opět mnoho konkrétních produktů, je zřejmé, že uživatel má nespočet možností, jaký software si vybere. Zřejmě největší vliv na jeho volbu bude mít role, kterou zastává ve své praxi. Manažer nebo ekonom si spíše vybere hotovou aplikaci, která obsahuje všechny potřebné komponenty v jednom balíku, zatímco programátor vyvíjející vlastní software, jehož součástí bude implementace optimalizačních algoritmů, bude pátrat po vhodných knihovních funkcích k některému programovacímu jazyku.

Ale i pro manažera či ekonoma nemusí být výběr konkrétní ucelené aplikace tou nejlepší volbou, protože existuje řada různých výpočetních algoritmů, které jsou implementovány v řešičích, z nichž některé mohou být vysoce efektivní pro řešení určitého druhu problémů, zatímco pro jiné úlohy mohou být nevhodné. V takovýchto případech je lepší vybrat si k danému modelovacímu prostředí řešič samostatně a každou z těchto částí softwaru nainstalovat zvlášť. To je také častý důvod faktu, proč někteří výrobci či prodejci optimalizačního softwaru nabízí ke svým produktům plnou technickou podporu i v případě jejich zkušebních verzí. Uživatel si tak například může v daném modelovacím prostředí postupně vyzkoušet několik různých řešičů a posléze si zvolit takový, který se ukáže být pro jeho konkrétní potřeby nejefektivnějším [1]. Navíc má během tohoto testování možnost konzultovat své otázky s technickou podporou, jak již bylo zmíněno.

Existuje ale i opačná možnost – a sice vyzkoušet si více modelovacích prostředí pro konkrétní řešič.

Z toho vyplývá, že výběr toho správného produktu (nebo kombinace produktů), nemusí být vůbec snadnou záležitostí a může si vyžádat poměrně hodně času stráveného testováním. Vzhledem k šíři palety problémů každodenní inženýrské praxe ve všech možných oblastech lidské činnosti může ale takovýto postup výběru být v mnoha případech nezbytný. Možností je spousta a čas ztracený testováním vhodného softwaru alespoň částečně kompenzuje nabídka mnoha prodejců otestovat si různé varianty zdarma.

3 VÝBĚR PROGRAMŮ DOSTUPNÝCH ZDARMA

Na začátku této kapitoly uvedu kritéria, které jsem zvolil pro výběr optimalizačních programů, z nichž o některých dále podrobněji pojednám a popíši jejich programovací nástroje a možnosti.

3.1 Kritéria pro výběr optimalizačních programů

Jelikož se tato práce zabývá optimalizačními programy dostupnými zdarma, prvotním kritériem, které jsem zvolil pro jejich výběr, je druh jejich licence. Zde připadají v úvahu demoverze nebo zkušební (trial) verze profesionálních optimalizačních programů anebo volné (free) verze (zpravidla jednodušších) programů. Akademické a studentské verze programů jsem do výběru nezahrnul, protože chci pojednat pouze o takových programech, které si může vyzkoušet každý uživatel bez ohledu na svůj akademický nebo studentský status. Další kritéria pro výběr, jejichž úplný seznam uvádím dále, jsem volil taková, aby tyto programy byly pro uživatele nejen snadno dostupné a použitelné, ale také jednoduché z hlediska jejich instalace a připravenosti k okamžitému používání.

Programy jsem tedy volil tak, aby splňovaly následující požadavky:

- jsou dostupné v demo, trial nebo free licenci,
- jsou nezávislými aplikacemi, které nevyžadují ke svému fungování žádný další software,
- mají integrované modelovací prostředí a řešič v jedné aplikaci bez nutnosti instalovat každou tuto komponentu zvlášť,
- lze je stáhnout z oficiálních stránek jejich tvůrce nebo prodejce,
- mají vlastní instalátor, a není tedy třeba kompilovat jejich zdrojový kód nebo provádět jiné složité instalační či konfigurační úkony před začátkem jejich používání,
- disponují grafickým uživatelským rozhraním – nejedná se tedy o konzolové aplikace,
- jsou plně kompatibilní s operačním systémem Windows 8 (nejnovější verze Windows v době vzniku této práce).

Alternativně se může jednat o webovou aplikaci.

3.2 Konkrétní vybrané programy

Sestavit úplný výčet programů, splňujících daná kritéria, je vzhledem k jejich nepřebernému množství nemožné. Proto jsem vybral pouze několik reprezentantů z této kategorie, které jsou nějakým způsobem známé, více používané nebo, řekněme, oblíbené a sestavil jejich seznam, který ukazuje Tabulka 1.

Všechny programy jsem nainstaloval na svůj počítač a po jejich otestování jsem z nich vybral 3, které se mi z hlediska jejich používání jeví jako nejlepší a přidal jsem k nim ještě nástroj Řešitel z aplikace MS Office Excel.

Tím vznikl konečný výčet, který obsahuje tyto konkrétní aplikace:

- GAMS (General Algebraic Modeling System)
- LINGO
- QMS (Quantitative Methods Software)
- Řešitel v aplikaci Excel

O těchto 4 programech podrobněji pojednáme v samostatných kapitolách a v závěrečné kapitole provedeme na každém z nich 2 optimalizační úlohy pro ověření jejich funkčnosti a vzájemné porovnání.

Na závěr této kapitoly se ještě zmíním o důvodech, proč jsem do svého konečného výběru některé programy, které obsahuje Tabulka 1, nezahrnul.

CPLEX Optimization Studio od společnosti IBM je po funkční stránce bezvadný program, nicméně pro začínajícího uživatele až příliš rozsáhlý a komplexní. Existuje reálné riziko, že se v něm uživatel, během své snahy o jeho osvojení, může poněkud ztratit. To samé se dá říci i o programu AIMMS, který je ale jinak rovněž velmi kvalitní a dokonce funguje jako portal aplikace, takže si jej uživatel může nainstalovat například na USB disk a pak jej používat na libovolném počítači, se kterým zrovna pracuje.

Programy Analytica a Frontier Analyst jsou zase hodně zaměřené graficky a tím pádem vhodné například pro manažery, kteří potřebují získat rychlé a ucelené informace z velkého množství analyzovaných dat. Navíc jejich osvojení také není zrovna nejsnadnější.

U programu LPL Modeling System jsem měl potíže s jeho funkčností. Často se stávalo, že program zobrazil systémové chybové hlášení a přestal pracovat.

Tabulka 1 Vybrané programy splňující daná kritéria

Produkt	Společnost (prodejce)	Verze zdarma
AIMMS	Paragon Decision Technology, Inc.	trial 30 dnů
Analytica	Lumina Decision Systems	trial 30 dnů
CPLEX Optimization Studio 12.5	IBM Corporation	trial 90 dnů
Frontier Analyst	Banxia Software Ltd	demo
GAMS	GAMS Development Corporation	demo
LINGO	LINDO Systems, Inc.	demo 6 měsíců
LPL Modeling System	Virtual Optima	trial 30 dnů
QMS – Quantitative Methods Software	QuantMethods	webová služba

Poznámka: Známy optimalizační program Xpress-MP od společnost Dash Optimization, který měl také svou demoverzi, je dnes vyvíjen a prodáván pod hlavičkou společnosti FICO jako produkt FICO® Xpress Optimization Suite. Ten je však nyní nabízen pouze v komerční licenci, a proto jsem jej do svého výběru nezahrnul.

4 POPIS VLASTNOSTÍ VYBRANÝCH PROGRAMŮ

V této kapitole podrobněji pojednám o vybraných programech a popíši jejich programovací nástroje, omezení z hlediska množství vstupních dat a další vlastnosti.

Pro ukázkou syntaxe jejich kódu budu používat následující **demonstrační příklad**, jehož zadání jsem převzal z [2] (porovnání programů na jiných řešených úlohách provedu v další kapitole):

Čokoládovna vyrábí 5 druhů výrobků: V_1 , V_2 , V_3 , V_4 , V_5 . Spotřebovává k tomu 3 základní suroviny: tuk, kakao a cukr, které jsou k dispozici v omezeném množství, v uvedeném pořadí 1500 kg, 300 kg a 450 kg na den. Odbytové ceny jednotlivých výrobků v uvedeném pořadí jsou: 20,- Kč, 120,- Kč, 100,- Kč, 140,- Kč a 40,- Kč na 1 kg. Spotřeba surovin v kg na 1 kg výrobku ukazuje Tabulka 2.

Tabulka 2 Spotřeba surovin v kilogramech na 1 kg výrobku

	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5
tuk	–	0,4	0,3	0,6	0,6
kakao	0,05	0,2	0,1	0,4	–
cukr	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2

Úkolem je stanovit takový denní výrobní program, aby hodnota výroby byla maximální.

4.1 Program GAMS

GAMS (General Algebraic Modeling Systém) je vysokoúrovňový modelovací systém pro matematické programování a optimalizaci. Obsahuje kompilátor matematického jazyka a několik integrovaných řešičů [3]. Byl vyvinut týmem Světové banky v 80. letech minulého století.

4.1.1 Demoverze a její omezení

Používání volné demoverze software na rozdíl od většiny jiných optimalizačních programů není časově omezeno. Vytvářený model je omezen následujícími limity [4]:

- počet proměnných a omezujících podmínek je 300,
- počet nenulových elementů je 2000, z nichž 1000 může být nelineárních,
- počet diskretních proměnných je 50,

Další omezení se týká jednoho z výkonných integrovaných řešičů – konkrétně Global Solver – kde horní limit počtu omezujících podmínek a proměnných je 10.

4.1.2 Ovládání programu GAMS

GAMS disponuje jednoduchým, přehledným, a intuitivním uživatelským rozhraním (viz Obrázek 1), které nerozptyluje přehnaným počtem ovládacích elementů, panelů nástrojů, ikon a tak dále, což uživateli umožňuje nejen se rychleji naučit program používat, ale také lépe se soustředit na řešení problému.

Naučit se základy modelovacího jazyka je rovněž relativně snadné, což i uživateli, který se s tímto modelovacím systémem teprve seznamuje, umožňuje rychle se naučit jeho nejdůležitější základy. Může tak v relativně krátké době začít program používat pro své řešené úlohy a další sofistikovanější vlastnosti jazyka si osvojovat postupně během dalšího používání programu.

4.1.3 Struktura programu v aplikaci GAMS

Program v aplikaci GAMS má zpravidla následující strukturu:

1. Direktiva \$TITLE následovaná názvem programu.
2. Příkaz SETS: slouží k deklaraci indexových množin (vektorů nebo matic).
3. Oddíl vstupních dat, ve kterém se deklarují a inicializují vstupní parametry. Zde mohou být příkazy SCALAR určený pro konstanty, PARAMETERS pro pole a TABLE pro matice.
4. Příkaz VARIABLES pro deklaraci rozhodovacích proměnných a účelové funkce.
5. Příkaz EQUATIONS pro zápis rovnic a omezujících podmínek.
6. Příkaz MODEL pro sestavení modelu úlohy.
7. Příkaz SOLVE, který provede řešení úlohy.
8. Příkaz DISPLAY pro výstup vypočtených výsledků.

Následuje ukázka kódu v GAMSU pro řešení demonstračního příkladu z úvodu této kapitoly (zadání viz strana 19).

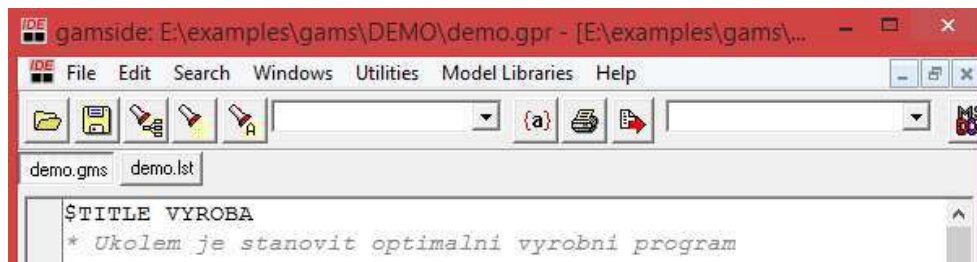
```

1  $TITLE VYROBA
2  * Ukořím je stanovit optimalni vyrobní program
3
4  SETS
5      I suroviny /1*3/
6      J výrobky /1*5/;
7
8  PARAMETERS
9      B(I) prave strany /1 1500, 2 300, 3 450/
10     C(J) cenove koeficienty /1 20, 2 120, 3 100, 4 140, 5 40/;
11
12  TABLE A(I,J)
13      1      2      3      4      5
14      1      0.0    0.4    0.3    0.6    0.6
15      2      0.05   0.2    0.1    0.1    0.0
16      3      0.1    0.2    0.2    0.1    0.2;
17
18  VARIABLES
19      X(J) rozhodovací promenne
20      Z ucelova funkce;
21  POSITIVE VARIABLE X;
22
23  EQUATIONS
24      ZISK ucelova funkce
25      RADEK(I) omezující podmínky;
26      ZISK .. Z =E= SUM(J, C(J)*X(J));
27      RADEK(I) .. SUM(J, A(I,J)*X(J)) =L= B(I);
28
29  MODEL VYROBA /ALL/;
30  SOLVE VYROBA USING LP MAXIMIZING Z;
31  DISPLAY Z.L, X.L;

```

Výhodou syntaxe jazyka programu GAMS je možnost indexování vzorců, jak můžeme vidět v ukázce na řádce 27. Zde jsou pomocí jednoho výrazu vyjádřeny všechny 3 omezující podmínky pomocí indexu I. Znak =L= znamená „menší nebo rovno“. Kdyby v příkladu byly ještě jiné podmínky s jiným relačním operátorem (=E= pro „rovná se“, nebo =G= pro „větší nebo rovno“), pak by nebylo možné je všechny vyjádřit jediným výrazem,

ale při vhodném seřazení omezovacích podmínek bychom je stále mohli sdružit do skupin podle druhu relačního operátoru a jejich zápis by byl stále velmi kompaktní.



Obrázek 1 Grafické uživatelské rozhraní programu GAMS

4.1.4 Dostupná dokumentace

Off-line nápověda (Help) programu GAMS obsahuje pouze elementární informace a popis položek z příkazové nabídky nebo panelu nástrojů programu, které tvoří jeho grafické uživatelské rozhraní.

On-line dokumentace na oficiálních stránkách softwaru (www.gams.com) je mnohem bohatší. Pro rychlé seznámení se s programem GAMS tak, aby jej uživatel mohl začít co nejdříve používat, lze jednoznačně doporučit zejména 26 stránkový PDF dokument *A GAMS Tutorial by Richard E. Rosenthal* [5]. Obsahuje pěkně popsany úvod do používání aplikace, popis struktury vytvářeného matematického programu a syntaxe nejpoužívanějších příkazů. Podrobné informace o programu obsahuje PDF dokument *GAMS – A User's Guide Tutorial by Richard E. Rosenthal* [6], který má 314 stran. Nejvíce vyčerpávající je pak *Expanded GAMS User Guide by Bruce McCarl*, který je na stránkách k dispozici ve formátech HTML i PDF [7] (PDF dokument má 896 stran).

4.1.5 Profesionální verze programu GAMS

Profesionální neomezená verze programu GAMS pro jednoho uživatele a jednu konkrétní platformu se skládá ze základního modulu a široké nabídky volitelných řešičů. Základní modul zahrnuje všechny fundamentální součásti softwaru a několik základních řešičů. Obsahuje i všechny volitelné řešiče, které jsou ovšem limitované počtem proměnných i omezujících podmínek. Cena základního modulu činí 3 200,- USD.

K základnímu modulu je možno si dokoupit licence z nabídky dalších přídavných řešičů, jejichž cena se mezi 1 600,- a 9 600,- USD [8].

4.2 Program LINGO

LINGO je produkt společnosti LINDO Systems, která je známá především díky svému softwaru LINDO API, což je vývojový nástroj pro vytváření vlastních optimalizačních aplikací. Dalším známým produktem této společnosti je software What'sBest!. (Jedná se o optimalizační add-in pro Excel.)

LINGO je rozsáhlý softwarový nástroj určený k vytváření a řešení optimalizačních modelů. Poskytuje kompletní integrovaný balík, který zahrnuje výkonný jazyk pro vytváření optimalizačních modelů, plnohodnotné prostředí pro budování a editaci řešených problémů a sadu rychlých zabudovaných řešičů [9]. Aktuální verze LINGO 15.0 nabízí několik významných vylepšení a nových vlastností. Obecně se dá říci, že LINGO patří mezi vyspělé optimalizační nástroje disponující pokročilými vlastnostmi a funkcemi.

4.2.1 Zkušební (trial) verze a její omezení

Trial verzi programu lze používat až po dobu 6 měsíců, což je oproti jiným programům výrazný nadprůměr. Takovou dobu na vyzkoušení softwaru nabízí jen málokdo. Pro uživatele je to nesporně velká výhoda – poskytuje mu dostatečný čas, aby si mohl software vyzkoušet a podrobněji se s ním seznámit.

Datové limity zkušební verze jsou následující [10]:

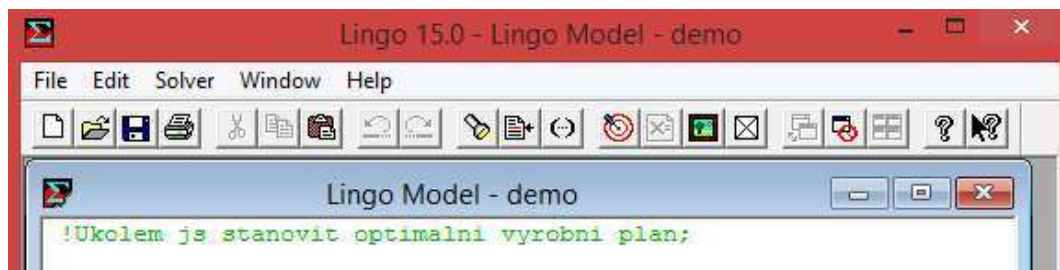
- počet omezujících podmínek: 150,
- počet proměnných: 300,
- počet celočíselných proměnných: 30
- počet nelineárních proměnných: 30
- počet globálních proměnných: 5

Dále je v trial verzi umožněno používat „pouze“ tyto typy řešičů:

- primární simplexový
- duální simplexový
- branch-and-bound
- nelineární
- barrier
- kvadratický
- globální
- multistart
- stochastický
- kónický

4.2.2 Základy práce v programu LINGO

Za jeden z velkých kladů produktu LINGO považuji fakt, že i přes svou technickou pokročilost je velice snadné se jej (alespoň na základní úrovni) naučit používat a rychle v něm začít pracovat. Program mě podobně jako GAMS velice mile překvapil jednak jednoduchostí a přehledností svého grafického uživatelského rozhraní (viz Obrázek 2), ale i syntaxí svého jazyka. Ta je totiž – alespoň co se týká jeho základů – nejen jednoduchá, ale také velice podobná syntaxi běžně používaných programovacích jazyků, takže uživatel, který má alespoň elementární programátorské zkušenosti, může začít řešit jednodušší optimalizační úlohy v programu LINGO prakticky okamžitě.



Obrázek 2 Grafické uživatelské rozhraní programu LINGO

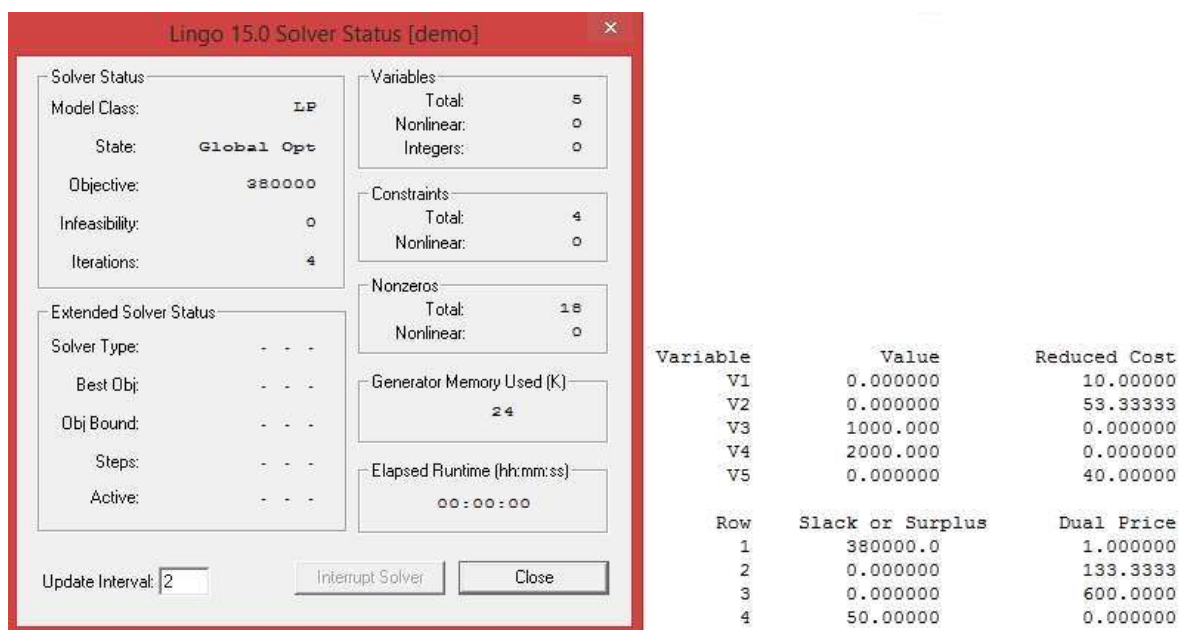
Podívejme se nyní na ukázkou kódu, který reprezentuje opět naši demonstrační úlohu ze začátku této kapitoly (zadání viz strana 19):

```

1  !Ukolem je stanovit optimalni vyrobní plan;
2
3  !Ucelova funkce;
4  MAX = 20*V1 + 120*V2 + 100*V3 + 140*V4 + 40*V5;
5
6  !Omezující podmínky;
7      0.4*V2 + 0.3*V3 + 0.6*V4 + 0.6*V5 <= 1500;
8  0.05*V1 + 0.2*V2 + 0.1*V3 + 0.1*V4 <= 300;
9  0.1*V1 + 0.2*V2 + 0.2*V3 + 0.1*V4 + 0.2*V5 <= 450;

```

Pokud nebudeme brát v potaz komentáře, které začínají znakem ! a končí středníkem (tak jako každý jiný příkaz), a prázdné řádky, vidíme, že program má pouze 4 řádky! Po jejich zadání stačí kliknout na ikonu  nebo použít příkaz Solver -> Solve a objeví se dialogové okno Solver Status s výsledkem (viz Obrázek 3 a), kde mimo jiné vidíme vypočtenou hodnotu účelové funkce 380000 (položka Objective) a také okno Solution Report s podrobným výpisem údajů týkajících se řešení úlohy, jehož malý výřez ukazuje Obrázek 3 b. Zde vidíme vypočtené hodnoty rozhodovacích proměnných.



Obrázek 3 a) Dialogové okno Solver Status, b) výřez okna Solution Report

4.2.3 Množiny (sets)

Samozřejmě, že modelovací jazyk prostředí LINGO, podobně jako GAMS, umožňuje tvořit strukturovanější kód, který je u rozsáhlejších úloh přehlednější a lépe se spravuje. Největší síla takového kódu je ale v jeho kompaktnosti, což velmi urychluje a usnadňuje vytváření i velice rozsáhlých modelů.

Základní programovací strukturou, která to umožňuje, jsou *množiny (sets)*, což jsou skupiny souvisejících objektů. Může se jednat například o seznam produktů, surovin a zaměstnanců. Každý člen dané množiny může mít jednu nebo více vlastností, které jsou s ním spojeny. Tyto vlastnosti se nazývají *atributy*. Hodnoty atributů mohou být známe předem nebo jsou to neznámé, jejichž hodnoty hledáme. Například každý produkt v množině produktů může mít atribut cena, každá surovina v množině surovin může mít atribut

množství a každý zaměstnanec v množině zaměstnanců může mít atributy plat a datum narození.

LINGO rozlišuje dva druhy množin: *základní* (*primitive sets*) a *odvozené* (*derived sets*).

Základní množiny jsou množiny obsahující pouze takové objekty, které již nemohou být dále redukovány na soubor menších objektů, zatímco odvozené množiny jsou definovány s použitím jedné nebo více jiných (rodičovských) množin.

Před tím, než v modelu použijeme nějaké množiny, musíme je definovat v sekci množin (*sets section*). Tato sekce začíná klíčovým slovem SETS: (včetně dvojtečky) a končí klíčovým slovem ENDSETS. Model může mít několik sekcí množin, jednu sekci množin nebo nemusí mít žádnou sekci množin.

Syntaxe definice základní množiny:

název_množiny [/ *seznam_členů* /] [: *seznam_atributů*];

Poznámka: Použití hranatých závorek označuje volitelné položky.

Syntaxe definice odvozené množiny:

název_množiny(*seznam_rodičovských_množin*) [/ *seznam_členů* /]
[:*seznam_atributů*];

Element *seznam_rodičovských_množin* je seznam dříve definovaných množin. Pokud nespecifikujeme *seznam_členů*, LINGO vytvoří všechny kombinace členů z každé rodičovské množiny, čímž vzniknou členy odvozené množiny.

4.2.4 Sekce data

Podobně jako sekce množin slouží k definici množin, jejich členů a atributů, sekce *data* (*data section*) slouží k jejich inicializaci. Sekce data umožňuje izolovat data modelu od jeho rovnic. Sekce data začíná klíčovým slovem DATA: (včetně dvojtečky) a končí klíčovým slovem ENDDATA.

Výrazy, pomocí kterých v sekci data inicializujeme množiny a atributy, které jsme definovali v sekci množin, mají tuto syntaxi:

seznam_objektů = *seznam_hodnot*;

Následuje ukázka kódu našeho demonstračního příkladu (zadání viz str. 19), který je zapsán pomocí právě popsaných struktur SETS a DATA.

```

1  !Ukolem je stanovit optimalni vyrobní plan;
2  MODEL:
3  SETS:
4      SUROVINA: DODAVKA;
5      VYROBEK: CENA, PRODUKCE;
6      STRUKT_MATICE( SUROVINA, VYROBEK): RECEPT;
7  ENDSETS
8
9  DATA:
10     SUROVINA,      DODAVKA =
11         TUK          1500
12         KAKAO        300
13         CUKR         450;
14
15     VYROBEK,      CENA =
16         V1           20
17         V2          120
18         V3          100

```

```

19      V4          140
20      V5          40;
21
22      RECEPT = 0    0.4  0.3  0.6  0.6
23              0.05  0.2  0.1  0.1  0
24              0.1   0.2  0.2  0.1  0.2;
25  ENDDATA
26
27  MAX = @SUM( VYROBEK( J): CENA( J) * PRODUKCE( J));
28
29  @FOR( SUROVINA( I):
30  @SUM( VYROBEK( J):
31  RECEPT( I, J) * PRODUKCE( J)) <= DODAVKA( I)
32  );
33  END

```

Sekce množin začíná na řádce 3 a končí na řádce 7. Obsahuje definici 3 množin. Množiny SUROVINA a VYROBEK jsou základní množiny (primitive sets) a množina STRUKT_MATICE je množinou odvozenou (derived set). Množina SUROVINA má atribut DODAVKA, který udává množství dané suroviny (tuk, kakao a cukr) v kg na 1 den. Množina VYROBEK má atributy 2. První atribut CENA určuje prodejní ceny jednotlivých výrobků (V1 až V5) a druhý atribut PRODUKCE jsou rozhodovací proměnné, které hledáme, tedy množství jednotlivých výrobků v kg vyrobených za 1 den. Prvky odvozené množiny STRUKT_MATICE vzniknou kombinací všech prvků svých rodičovských množin SUROVINA a VYROBEK. Atribut RECEPT pak vlastně určuje hodnoty strukturální matice řešené úlohy.

Hodnoty všech atributů jednotlivých množin jsou inicializovány v sekci data, která začíná na řádce 9 a končí na řádce 25.

Zbytek zdrojového kódu pak tvoří rovnice pro výpočet hodnoty účelové funkce a hodnot rozhodovacích proměnných.

Pro tak jednoduchý příklad, který používáme k demonstraci programovacích nástrojů jednotlivých optimalizačních programů, je takto strukturovaný kód zbytečně dlouhý a složitý. Při rostoucí rozsáhlosti řešených problémů však začnou jeho výhody a kompaktnost silně převažovat nad úsilím, které bychom museli vynaložit, kdybychom tyto struktury při jeho psaní nepoužívali.

4.2.5 Dostupná dokumentace

Další věcí, která mě na produktu LINGO příjemně překvapila, je jeho nápověda (Help). Ta obsahuje popis všech podstatných věcí týkajících se používání programu, od úvodního popisu obecných vlastností aplikace až po používání sofistikovaných datových struktur a pokročilých nástrojů a funkcí. A to formou, která není ani příliš stručná, ani zbytečně rozsáhlá. Také je zde hodně řešených příkladů včetně slovního popisu. Z těchto důvodů bych uživateli, který se chce s programem rychle obeznámit a začít v něm pracovat, jednoznačně doporučil jako první učební materiál právě tuto nápovědu.

Další dokumentaci lze najít na webových stránkách LINDO Systems (<http://www.lindo.com/>), z níž bych zmínil například sadu dokumentů PDF *Optimization Modeling with LINGO by Linus Schrage* [11], která obsahuje 19 kapitol o celkovém rozsahu 614 stran a poměrně vyčerpávajícím způsobem popisuje všechna klíčová témata: teorii optimalizace, analýzu řešeného problému, proces tvorby modelu a celou řadu dalších. Tento materiál je tedy vhodný pro uživatele, kteří se chtějí něco naučit nejen o samotné aplikaci, ale i něco o teorii optimalizace. Další obsáhlý studijní materiál tvoří PDF dokument LINGO

User's Manual [12], který je zaměřen více prakticky na používání samotného softwaru a jeho rozsah je 885 stran.

4.2.6 Srovnání zkušební a profesionálních licencí programu LINGO

Kromě trial verze je LINGO dostupné ve 4 profesionálních edicích. Jejich přehled ukazuje Tabulka 3.

Tabulka 3 Porovnání zkušební verze a profesionálních verzí programu LINGO

Verze	Cena	Kapacita		
		Omezující podmínky	Proměnné	Celočíselné proměnné
Trial	–	150	300	30
Super LINGO	495 USD	1000	2000	200
Hyper LINGO	995 USD	4000	8000	800
Industrial LINGO	2 995 USD	16000	32000	3200
Extended LINGO	4 995 USD	neomezeno	neomezeno	neomezeno

V tabulce jsou uvedeny pouze základní ceny, za které uživatel získá software schopný vytvářet a řešit pouze lineární modely. Za rozšíření funkcionality softwaru je nutno si připlatit. Kompletní ceník najde čtenář v [13]

4.3 QMS – Quantitative Methods Software

Produkt QMS funguje jako webová aplikace, jejímž poskytovatelem je QuantMethods (<http://www.quantmethods.com/>).

Na těchto stránkách jsou poskytovány dva produkty, které si jsou podobné a liší se jen skladbou nabídky některých výpočetních služeb:

1. QuantMethods Management Science
2. QuantMethods Production and Operations Management

Mnoho těchto služeb je zahrnuto v obou produktech, ale některé jsou součástí jen prvního produktu a jiné zase jen produktu druhého. Přístup k oběma službám najde uživatel v hlavním menu webu pod položkou Products. Aby se nabídka služeb zobrazila, je třeba nejdříve kliknout na tlačítko New. Tlačítkem Exit se vrátíme na hlavní webovou stránku QuantMethods.

Služby každého produktu jsou rozděleny do kategorií. První kategorie je obsažena v obou produktech a má název Mathematical Programming Models. Obsahuje 4 výpočetní služby, které se všechny týkají řešení optimalizačních úloh (v závorkách jsou uvedeny jejich názvy v originále):

- Lineární programování (Linear Programming)
- Celočíselné lineární programování (Integer Linear Programming)
- Přiřazovací problém (Assignment)
- Dopravní problém (Transportation)

Poznámka: Při testování stránek nefungovala služba pro řešení dopravního problému v prvním produktu. Proto doporučuji při výběru produktu zvolit druhý, tj. QuantMethods Production and Operations Management.

4.3.1 Způsob používání

Používání služeb QuantMethods je velmi jednoduché. Po kliknutí na tlačítko New a výběru typu úlohy se zobrazí webová stránka s formulářem, do jehož polí lze zapisovat jednotlivé hodnoty a parametry.

Ukážeme si to opět na našem demonstračním příkladu (zadání viz str. 19). V nabídce služeb klikneme na položku Linear Programming ze skupiny Mathematical Programming Models. Zobrazí se formulář, který ukazuje Obrázek 4.

Linear Programming

Problem:

Linear Programming ▼

Number of Variables 2

Number of Constraints 2

Resize

Z	X	Y			
Maximize ▼					
			≤ ▼		
			≤ ▼		

Solve

If you have specified an incorrect number of variables or constraints, go back to the top of this page, re-enter the correct number, and click **Resize**.

Obrázek 4 Prázdný formulář pro lineární programování ve výchozím stavu

Protože naše úloha má 5 proměnných a 3 omezující podmínky, je třeba nejdříve tyto hodnoty zadat do formulářových polí Number of Variables a Number of Constraints a poté kliknout na tlačítko Resize. Formulář se překreslí dle nových parametrů, jak ukazuje Obrázek 5.

Linear Programming

Problem:

Linear Programming ▼

Number of Variables 5

Number of Constraints 3

Resize

Z	X	Y			
Maximize ▼					

Solve

If you have specified an incorrect number of variables or constraints, go back to the top of this page, re-enter the correct number, and click **Resize**.

Obrázek 5 Formulář po aplikaci funkce Resize

Nyní zadáme do jednotlivých polí všechny hodnoty. Pole v horním řádku pod tlačítkem Resize slouží k zadání názvů rozhodovacích proměnných. Do polí o řádek níže se zadávají odpovídající cenové koeficienty a v rozevírací nabídce vlevo si zvolíme, zda chceme účelovou funkci maximalizovat nebo minimalizovat. Následující tři řádky slouží k zadání omezujících podmínek. Do prvního sloupce zadáme názvy zdrojů a do dalších pak

hodnoty strukturální matice. Vpravo pak můžeme pomocí rozevíracích nabídek pro každý řádek zvolit relační operátor a do posledního sloupce zadáme pravé strany rovnic či nerovnic – v našem případě množství zdrojů v kg na jeden den. Vyplněný formulář dle zadání naší demonstrační úlohy ukazuje Obrázek 6.

Linear Programming

Problem:

Linear Programming ▼

Number of Variables: 5

Number of Constraints: 3

Resize

Z	X1	X2	X3	X4	X5	
Maximize ▼	20	120	100	140	40	
TUK	0	0.4	0.3	0.6	0.6	≤ 1500
KAKAO	0.05	0.2	0.1	0.1	0	≤ 300
CUKR	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2	≤ 450

Solve

If you have specified an incorrect number of variables or constraints, go back to the top of this page, re-enter the correct number, and click **Resize**.

Obrázek 6 Vyplněný formulář

Nyní už stačí jen kliknout na tlačítko Solve a zobrazí se řešení úlohy, které ukazuje Obrázek 7.

Problem:

Z	X1	X2	X3	X4	X5
Maximize	20	120	100	140	40
TUK	0	0.4	0.3	0.6	0.6 ≤ 1,500
KAKAO	0.05	0.2	0.1	0.1	0 ≤ 300
CUKR	0.1	0.2	0.2	0.1	0.2 ≤ 450

Solution:

Variable	Value
X3	1,000
X4	2,000
Slack 3	50

Maximum Z = 380,000

Obrázek 7 Řešení demonstrační úlohy

Dodejme ještě, že pokud je počet proměnných u lineárního a celočíselného programování 2, pak se zobrazí i grafické řešení úlohy (což je pro větší počet proměnných samozřejmě nemožné, protože příslušná polyedrická množina by měla více než 2 rozměry).

4.3.2 Omezení aplikace z hlediska vstupních dat

Maximální hodnoty vstupů u jednotlivých druhů úloh matematického programování ukazuje Tabulka 4.

Tabulka 4 Omezení aplikace QMS u úloh lineárního programování

Modul	Maximální velikost úlohy	Omezení pro graf
Lineární programování	nelimitováno	2 proměnné
Celočíselné programování	nelimitováno	2 proměnné
Přiřazovací problém	25 řad x 25 sloupců	bez grafického výstupu
Dopravní problém	25 cílů x 25 výchozích míst	bez grafického výstupu

4.3.3 Dostupná dokumentace

K aplikaci existuje poměrně podrobný PDF dokument o celkovém počtu 185 stran, přičemž čtyřem službám patřícím do kategorie matematického programování, jimiž jsem se v této kapitole zabýval, je věnováno celkem 40 stran. Tento dokument se zobrazí po kliknutí na tlačítko Manual v menu aplikace. Stručnější nápovědu k aplikaci lze zobrazit tlačítkem Help.

4.3.4 Volná verze aplikace vs. předplatné

Jak je na webových stránkách QuantMethods uvedeno, používání aplikace si lze zaplatit formou předplatného [14]. Výše předplatného činí 19,95 USD na dobu 150 dnů.

Tyto informace se mi ale nepodařilo ověřit. Nikde jsem například nenalezl platební bránu nebo jiný prostředek, kterým by se dalo předplatné uhradit. Vše, co jsem objevil, je hypertextový odkaz k přihlášení, ale ten vede pouze na přihlášení k účtu Google, a když jsem se přihlásil, nic se nestalo. Nicméně nic mi nebránilo používat aplikaci zdarma, pouze se mi v menu nezobrazují tlačítka Save a Open, pomocí nichž by dle uvedené dokumentace mělo být možné ukládat si řešené úlohy na disk a následně je opět otevírat, což je jediné omezení, na které jsem během testování aplikace narazil.

4.4 Řešitel programu MS Office Excel

Řešitel je nástroj, který je součástí programu MS Office Excel. Program Excel sice není zdarma, ale je součástí softwarového balíku MS Office, který je nainstalován na drtivě většině počítačů ve firmách i jinde. Proto uživateli nic nebrání používat Řešitele v Excelu k řešení optimalizačních úloh zdarma, když už si zaplatil (nebo firma zaplatila) celou sadu Office pro jiné běžné kancelářské účely. Z tohoto důvodu jsem se ho rozhodl zahrnout i do této práce.

4.4.1 Konfigurace

Ve své sadě MS Office 2013 jsem si musel nástroj Řešitel do aplikace nejprve přidat pomocí příkazu Možnosti na kartě Soubor, kterým se zobrazí dialogové okno Možnosti aplikace Excel. Z nabídky v jeho levé části bylo potřeba zvolit položku Doplnky a následně ve spodní části okna kliknout na tlačítko Přejít vedle rozevírací nabídky Spravovat, v níž byla předzvolená položka Doplnky aplikace Excel. To vedlo k zobrazení dialogového okna

Doplňky, v jehož levé části jsem zaškrtnl políčko u položky Řešitel a následně klikl na tlačítko OK. Teprve potom na kartě Data přibyla skupina Analýza obsahující položku Řešitel.

4.4.2 Způsob používání

Způsob použití Řešitele si ukážeme opět na naší demonstrační úloze (zadání viz str. 19). První část matematického modelu si vytvoříme v klasické tabulce Excelu – vyplníme buňky hodnotami, přičemž provedeme tři přídatné úkony. Všechny se týkají žlutě zvýrazněných buněk na následujících obrázcích.

Za prvé do tabulky doplníme řádek (vektor) s rozhodovacími proměnnými, kterým přidělíme nějaké výchozí hodnoty (v našem případě jedničky). Dále přidáme sloupec Skutečná spotřeba, do jehož polí zadáme vzorce pro výpočet levých stran omezujících podmínek, což jsou skalární součiny vektoru počátečních hodnot s vektory koeficientů nerovnic. Tuto část úlohy ukazuje Obrázek 8, na kterém můžeme vidět i vzorec levé strany první nerovnice v řádku vzorců aplikace Excel, který je zadáný v buňce G3. Pokud do vzorce zadáme adresy buněk s počátečními hodnotami jako absolutní, pak další vzorce pro výpočet levých stran snadno doplníme do dalších buněk (G4, G5) roztažením řady.

G3		: X ✓ fx		=B3*\$B\$7+C3*\$C\$7+D3*\$D\$7+E3*\$E\$7+F3*\$F\$7				
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Výrobky	V1	V2	V3	V4	V5	Skutečná spotřeba	Omezení [kg/den]
2	Suroviny							
3	Tuk	0	0,4	0,3	0,6	0,6	1,9	1500
4	Kakao	0,05	0,2	0,1	0,1	0	0,45	300
5	Cukr	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,8	450
6	Prodejní cena [Kč/kg]	20	120	100	140	40		
7	Rozhodovací proměnné	1	1	1	1	1		0
8	Hodnota účelové funkce (maximalizace zisku)							0

Obrázek 8 Tabulka s demonstrační úlohou a vzorci pro výpočet levých stran

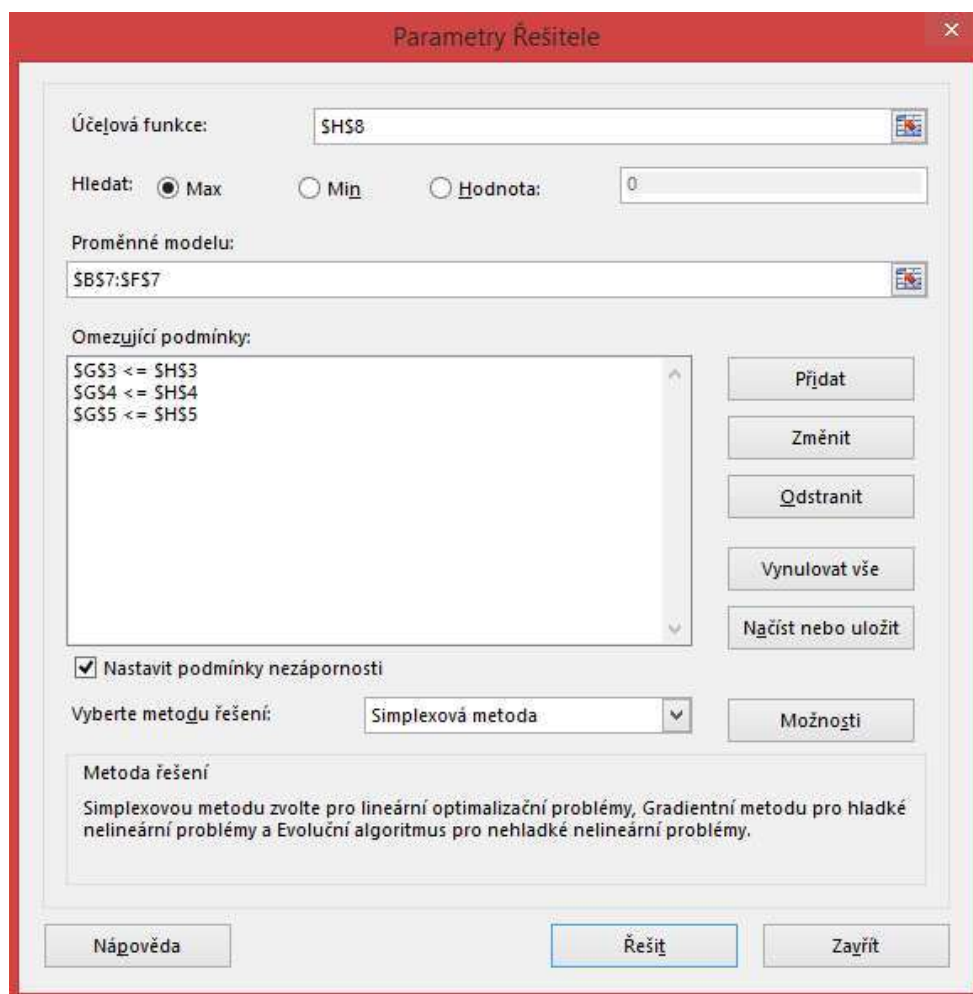
Nakonec do nějaké prázdné buňky vložíme vzorec pro výpočet účelové funkce – v našem případě H8. (Na geometrickém uspořádání tabulky nezáleží, důležitý je princip, o kterém zde pojednáváme.) Kompletně připravenou tabulku i vzorec účelové funkce ukazuje Obrázek 9.

H8		: X ✓ fx		=B6*\$B\$7+C6*\$C\$7+D6*\$D\$7+E6*\$E\$7+F6*\$F\$7				
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Výrobky	V1	V2	V3	V4	V5	Skutečná spotřeba	Omezení [kg/den]
2	Suroviny							
3	Tuk	0	0,4	0,3	0,6	0,6	1,9	1500
4	Kakao	0,05	0,2	0,1	0,1	0	0,45	300
5	Cukr	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,8	450
6	Prodejní cena [Kč/kg]	20	120	100	140	40		
7	Rozhodovací proměnné	1	1	1	1	1		0
8	Hodnota účelové funkce (maximalizace zisku)							420

Obrázek 9 Tabulka a vzorec pro výpočet účelové funkce

Nyní již můžeme použít nástroj Řešitel:

1. Na kartě Data ve skupině Analýza klikneme na příkaz Řešitel. Zobrazí se dialogové okno parametry řešitele (viz Obrázek 10).
2. Do pole účelová funkce zadáme adresu buňky obsahující vzorec pro její výpočet.
3. V nabídce hledat zvolíme Max.
4. Do pole Proměnné modelu zadáme rozsah adres buněk s rozhodovacími proměnnými.
5. Označíme zaškrtnutím políčko Nastavit podmínky nezápornosti.
6. Z rozevírací nabídky Vyberte metodu řešení vybereme Simplexová metoda.



Obrázek 10 Dialogové okno Parametry řešitele

Nyní vložíme omezující podmínky:

1. Klepneme na tlačítko Přidat. Zobrazí se dialog Přidat omezující podmínku (viz Obrázek 12).
2. Do polí Levá strana a Pravá strana zadáme adresy buněk, mezi kterými tvoříme požadované relace (v našem případě G3 a H3).
3. V nabídce uprostřed vybereme příslušný relační operátor (v našem případě <=).
4. Zbývající omezující podmínky vložíme opakováním kroků č. 1 až 3.
5. Klepneme na tlačítko OK.

Klepnutím na tlačítko Řešit dostaneme řešení naší úlohy, jak ukazuje Obrázek 11, kde můžeme vidět vypočtenou hodnotu účelové funkce i rozhodovacích proměnných.

H8	:				=B6*\$B\$7+C6*\$C\$7+D6*\$D\$7+E6*\$E\$7+F6*\$F\$7			
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Výrobky	V1	V2	V3	V4	V5	Skutečná spotřeba	Omezení [kg/den]
2	Suroviny							
3	Tuk	0	0,4	0,3	0,6	0,6	1500	1500
4	Kakao	0,05	0,2	0,1	0,1	0	300	300
5	Cukr	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	400	450
6	Prodejní cena [Kč/kg]	20	120	100	140	40		
7	Rozhodovací proměnné	0	0	1000	2000	0		0
8	Hodnota účelové funkce (maximalizace zisku)							380000

Obrázek 11 Tabulka s řešením úlohy

Přidat omezující podmínku

Levá strana:

\$G\$3

<=

Pravá strana:

=H\$3

OK

Přidat

Storno

Obrázek 12 Dialog Přidat omezující podmínku

5 POROVNÁNÍ PROGRAMŮ NA VYBRANÝCH ÚLOHÁCH

V této kapitole provedeme řešení dvou optimalizačních úloh v jednotlivých aplikacích popsaných v kapitole 6 a z tohoto hlediska porovnáme tyto aplikace mezi sebou.

Budeme řešit úlohy typu:

- směšovací problém (lineární programování),
- přiřazovací problém (celočíslné programování),

Hlavními kritérii pro porovnání bude:

- výsledek účelové funkce
- hodnoty vypočtených rozhodovacích proměnných
- složitost implementace řešeného příkladu v dané aplikaci

5.1 Příklad č. 1: Směšovací problém

Zadání: Stanovte co nejlevnější složení kovové vsázky do kuplovný tak, aby vsázka měla vlastnosti, které určuje Tabulka 5. (Zadání úlohy jsem převzal z [15].)

Tabulka 5 Koncentrace prvků v požadovaném materiálu

Prvek	Koncentrace
C	2,33 – 2,5%
Mn	1 – 1,25%
Si	1,33 – 1,55%
P	max. 0,2%
S	max. 0,08%

Tabulka 6 udává vlastnosti 4 druhů vsázkového materiálu, který je k dispozici, jejich ceny a obsah prvků.

Tabulka 6 Vlastnosti vsázkového materiálu

Surovina	Obsah prvku [%]					Cena [Kč/kg]
	C	Mn	Si	P	S	
1. Hematit	3,6	0,8	2,1	0,15	0,03	0,85
2. Ocelový odpad	0,3	0,6	0,3	0,05	0,04	0,30
3. Vratný odpad	3,1	0,7	2,1	0,20	0,10	0,30
4. Zrcadlovin	0,6	12,0	1,0	0,30	0,03	0,90

Poznámka: Uvedené ceny zhruba odpovídají roku 1992.

Označíme proměnné x_1, x_2, x_3, x_4 , jako váhový podíl hematitu, ocelového odpadu, vratného odpadu a zrcadlovin ve vsázce v tomto pořadí.

Nyní sestojíme matematický model úlohy.

Hledáme nezáporné hodnoty proměnných $x_j \geq 0$ ($j = 1, 2, 3, 4$) vyhovující nerovnostem

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \quad (5.1)$$

$$3,6 x_1 + 0,3 x_2 + 3,1 x_3 + 0,6 x_4 \leq 2,50 \quad (5.2)$$

$$3,6 x_1 + 0,3 x_2 + 3,1 x_3 + 0,6 x_4 \geq 2,33 \quad (5.3)$$

$$0,8 x_1 + 0,6 x_2 + 0,7 x_3 + 12,0 x_4 \leq 1,25 \quad (5.4)$$

$$0,8 x_1 + 0,6 x_2 + 0,7 x_3 + 12,0 x_4 \geq 1,00 \quad (5.5)$$

$$2,1 x_1 + 0,3 x_2 + 2,1 x_3 + 1,0 x_4 \leq 1,55 \quad (5.6)$$

$$2,1 x_1 + 0,3 x_2 + 2,1 x_3 + 1,0 x_4 \geq 1,33 \quad (5.7)$$

$$0,15 x_1 + 0,05 x_2 + 0,20 x_3 + 0,30 x_4 \leq 0,20 \quad (5.8)$$

$$0,03 x_1 + 0,04 x_2 + 0,10 x_3 + 0,03 x_4 \leq 0,08 \quad (5.9)$$

a minimalizující účelovou funkci

$$z = 0,85 x_1 + 0,30 x_2 + 0,30 x_3 + 0,90 x_4 \quad (5.10)$$

5.1.1 Řešení v programu GAMS

Vypočtené hodnoty rozhodovacích proměnných převedené na procenta ukazuje Tabulka 7.

Tabulka 7 Výsledky vypočtené v programu GAMS

Surovina	Váhový podíl
1. Hematit	21,4 %
2. Ocelový odpad	28,9 %
3. Vratný odpad	47,0 %
4. Zrcadloovina	2,7 %

Vypočtená hodnota účelové funkce je 0,434 Kč/kg. Délku výpočtu GAMS počítá s přesností na ms. Zobrazený výsledek byl 0,000 s.

Vytvoření úlohy v programu GAMS bylo relativně snadné. Syntaxe jeho kódu umožňuje pomocí indexování vzorců kompaktnější zápis. Počet řádků kódu s rovnicemi a nerovnicemi díky tomu lze zredukovat na 3, protože v úloze máme 3 druhy rovností a nerovností (=, <=, >=), podle nichž je lze sdružit.

5.1.2 Řešení v programu LINGO

Vypočtené hodnoty rozhodovacích proměnných převedené na procenta ukazuje Tabulka 8. Jak vidíme, tento program zobrazil všechna čísla na 7 platných míst. V případě naší úlohy nemá tak vysoká přesnost význam – čísla jsem ponechal bez zaokrouhlení čistě pro ukázkou, jak program ve standardním nastavení zobrazuje výsledky.

Tabulka 8 Výsledky vypočtené v programu LINGO

Surovina	Váhový podíl
5. Hematit	21,40446 %
6. Ocelový odpad	28,89264 %
7. Vratný odpad	46,98177 %
8. Zrcadloovina	2,721134 %

Vypočtená hodnota účelové funkce je 0,434051 Kč/kg. Délku výpočtu LINGO zobrazuje v hodinách, minutách a sekundách. Výsledek byl 00:00:00.

Složitost a délka vytvoření úlohy v programu LINGO jsou srovnatelné s programem GAMS.

5.1.3 Řešení ve webové aplikaci QMS

Vypočtené hodnoty rozhodovacích proměnných převedené na procenta ukazuje Tabulka 9.

Tabulka 9 Výsledky vypočtené webovou aplikací QMS

Surovina	Váhový podíl
1. Hematit	21,4 %
2. Ocelový odpad	28,9 %
3. Vratný odpad	47,0 %
4. Zrcadloovina	2,7 %

Vypočtená hodnota účelové funkce je 0,434 Kč/kg. Délku výpočtu aplikace QMS nezobrazuje, nicméně subjektivně jsem nezaznamenal žádné znatelné zpoždění mezi okamžiky, kdy jsem klikl na tlačítko Solve a kdy se objevil výsledek.

Vytvoření úlohy v aplikaci QMS je poměrně pracné, neboť vyžaduje manuální zadání všech hodnot (nelze například zkopírovat řádky, které mají stejné levé strany a liší se jen relačním operátorem a hodnotou pravé strany).

5.1.4 Řešení pomocí nástroje Řešitel programu Excel

Vypočtené hodnoty rozhodovacích proměnných převedené na procenta ukazuje Tabulka 10.

Tabulka 10 Výsledky vypočtené Řešitelem

Surovina	Váhový podíl
1. Hematit	21,40 %
2. Ocelový odpad	28,89 %
3. Vratný odpad	46,98 %
4. Zrcadloovina	2,72 %

Vypočtená hodnota účelové funkce je 0,4341 Kč/kg. Doba řešení byla 16 ms.

Vytvoření úlohy v Excelu je relativně jednoduché a rychlé. Výhodou je, že v jeho interaktivním uživatelském prostředí lze například snadno zkopírovat řádky s rovnicemi a nerovnicemi, které mají stejné levé strany (tato úloha takové obsahuje), použít funkci roztahování řad a podobně. Odkazy na buňky s levými a pravými stranami je nutné zadávat po jednotlivých položkách pomocí dialogu, ale i to je v mezích rozumné únosnosti.

5.2 Příklad č. 2: Přiřazovací problém

Typickým příkladem přiřazovacího problému je úloha, kdy například máme k dispozici n pracovníků a je potřeba splnit n úkolů, přičemž každý pracovník spotřebuje na každý úkol jiný čas. Cílem takové úlohy je přidělení jednotlivým pracovníkům jednotlivé úkoly tak, aby se minimalizoval čas jejich vykonání.

Zadání úlohy uvedeme obecně. Přiřazovací problém vyřešíme pro hodnoty, které byly vygenerovány náhodně pomocí funkce RANDBETWEEN v aplikaci Excel v rozsahu 1 až 9 a ukazuje je Tabulka 11, kde i jsou indexy řádků a j jsou indexy sloupců.

Matematický model přiřazovacího problému je následující:

minimalizovat

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (5.11)$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5.13)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.14)$$

Vztah (7.12) vyjadřuje skutečnost, že každý úkol je řešen právě jednou osobou a vztah (7.13), že každá osoba řeší právě jeden úkol. Dále platí, že $x_{ij} = 1$ právě tehdy, když i-tá osoba řeší j-tý úkol.

Tabulka 11 Zadání přiřazovací úlohy

i \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	7	3	6	5	9	8	8	8	2	7
2	2	5	9	2	7	3	1	7	2	7
3	8	3	4	9	5	4	9	7	5	4
4	2	5	1	3	4	2	5	5	1	3
5	3	1	5	3	1	4	1	5	4	8
6	7	1	2	6	1	3	5	2	1	3
7	8	2	1	5	6	1	9	1	6	2
8	1	2	5	1	5	4	9	7	1	6
9	9	1	3	8	2	6	5	2	7	3
10	6	1	6	5	1	3	9	5	9	1

5.2.1 Řešení v programu GAMS

Ve zkušební verzi programu GAMS je limit diskretních proměnných 50 a v případě řešení přiřazovacího problému, kde $n = 10$, jejich počet činí 100 a proto je nemůžeme deklarovat jako datový typ BINARY VARIABLE. To by ale nemělo vadit, neboť při řešení lineárních problémů, jako je např. přiřazovací nebo dopravní problém s celočíselnými hodnotami pravých stran omezení, je i přes zanedbání podmínek celočíselnosti a použití simplexové metody teoreticky zaručeno získání optimálního řešení [2].

Tento poznatek ověříme na zredukované úloze, kdy zvolíme $n = 7$ a za koeficienty strukturální matice zvolíme prvních 7 řádků a prvních 7 sloupců, které obsahuje Tabulka 11. Tím se počet diskretních proměnných sníží na 49 a výpočet provedeme dvakrát – jednou při

deklaraci datového typu rozhodovacích proměnných jako BINARY, podruhé bez ní a výsledky porovnáme.

Tabulka 12 Výsledky přiřazovací úlohy pro $n = 7$ pro reálné a celočíselné proměnné

	Typ deklarace BINARY							
i	ano pro j_1 / ne pro j_2	1	2	3	4	5	6	7
j_1	ano	2	3	4	1	6	7	5
j_2	ne	2	3	4	1	6	7	5

Tabulka 12 ukazuje, že výsledky rozhodovacích proměnných jsou v obou případech stejné. Rovněž výsledek účelové funkce byl v obou případech stejný – jeho hodnota je 14.

Dodejme ještě, že ve druhém případě bylo třeba rozhodovací proměnné deklarovat jako POSITIVE VARIABLE.

Nyní již můžeme přistoupit k řešení původní úlohy, tj. pro $n = 10$. Výsledky přiřazení ukazuje Tabulka 13.

Tabulka 13 Výsledky přiřazení v programu GAMS

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j	2	9	4	8	6	3	5	7	1	10

Výsledek účelové funkce je 15. Délka výpočtu byla 62 ms.

Vytvoření úlohy v programu GAMS bylo snadné a rychlé (hodnoty strukturální matice lze do něj zkopírovat přes schránku Windows).

5.2.2 Řešení v programu LINGO

Výsledky přiřazení ukazuje Tabulka 14.

Tabulka 14 Výsledky přiřazení v aplikaci LINGO

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j	9	1	6	3	7	5	8	4	2	10

Výsledek účelové funkce je 15. Délku výpočtu LINGO zobrazuje v hodinách, minutách a sekundách. Výsledek byl 00:00:00.

Vytvoření úlohy v programu LINGO bylo díky kompaktní syntaxi jeho modelovacího jazyka velmi snadné a rychlé, podobně jako v programu GAMS. Stejně tak snadno lze do něj zkopírovat přes schránku Windows hodnoty strukturální matice.

5.2.3 Řešení ve webové aplikaci QMS

Výsledky přiřazení ukazuje Tabulka 15.

Tabulka 15 Výsledky přiřazení v aplikaci QMS

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j	9	1	2	3	7	5	6	4	8	10

Aplikace dále zobrazila hlášení, že úloha má mnohonásobné řešení. Jako výsledek vypočtené účelové funkce vrátila hodnotu 15. Délku výpočtu aplikace nezobrazila, ale výsledek se zobrazil prakticky okamžitě po kliknutí na tlačítko Solve.

Nevýhodou řešení tohoto příkladu v aplikaci QMS je dlouhé ruční zadávání všech hodnot.

5.2.4 Řešení pomocí nástroje Řešitel programu Excel

Výsledky přiřazení ukazuje Tabulka 16.

Tabulka 16 Výsledky přiřazení nástrojem Řešitel

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j	2	9	4	8	6	3	5	7	1	10

Hodnota účelové funkce je 15. Délka výpočtu byla 62 ms.

Vytvoření tabulkové části modelu je velmi snadné a rychlé. Poněkud zdlouhavé je zadávání omezujících podmínek, kterých v tomto případě bylo 20, ale jelikož do polí pro všechny pravé strany se zadávala stejná hodnota (číslo 1), nedá se říci, že by tato procedura uživatele příliš zdržovala.

5.3 Shrnutí výsledků

Všechny aplikace zvládly vyřešit obě úlohy přesně a rychle. Výsledky rozhodovacích proměnných i účelové funkce u směšovacího problému byly u všech programů prakticky stejné. Stejně tak výsledek účelové funkce u přiřazovacího problému byl u všech aplikací stejný. Rozdíly byly pouze v jednotlivých přiřazeních, což ale není nijak překvapující, protože tato úloha má více možných řešení pro stejnou optimální hodnotu účelové funkce. Za nejdůležitějším hledisko pro srovnání testovaných programů na těchto úlohách lze považovat náročnost vytvoření této úlohy v každé z nich, z čehož můžeme vyvodit následující závěry:

- Programy GAMS a LINGO jsou si podobné stylem programování a náročnost vytvoření úlohy je v obou přibližně na stejné úrovni. Jsou vhodné zejména pro rozsáhlejší problémy, které obsahují velký počet rovnic a omezujících podmínek, neboť obsahují programové konstrukce, které umožňují skupiny těchto rovnic či podmínek sdružit do jediného příkazu. Tím se dosáhne kompaktnějšího a tedy i kratšího zápisu řešené úlohy.
- Řešitel v aplikaci Excel umožňuje vytvořit první část modelu úlohy formou tabulky, což je poměrně pohodlné a příjemné. Má to i tu výhodu, že s tabulkami v Excelu umí zacházet spousta běžných uživatelů, kteří se tak nebudou muset učit syntaxi nějakého modelovacího jazyka. Nevýhodou je, že zadávání omezujících podmínek je nutné provádět postupně jednu po druhé, ale pokud jejich počet není příliš vysoký, je to ještě docela snesitelné i časově únosné.
- Webová aplikace QMS může být vhodnou pomůckou, kterou má uživatel kdykoli po ruce a může ji tak použít prakticky na jakémkoli počítači připojeném k Internetu, aniž by na něm musel být nainstalován jakýkoli optimalizační software. Nehodí se však pro rozsáhlejší úlohy, protože všechny hodnoty je nutno zadávat ručně do webového formuláře, což je poněkud otravné a především časově náročné.

6 ZÁVĚR

V této bakalářské práci jsme se seznámili s aktuálním stavem a vlastnostmi softwaru určeného pro optimalizaci, který je dostupný zdarma. Dále jsme vybrali 4 konkrétní produkty, konkrétně GAMS, LINDO, webovou aplikaci QMS a nástroj Řešitel programu Excel. Snažil jsem se vybrat takové aplikace, které splňují určitá základní kritéria, a dále jsou relativně snadno osvojitelné i uživatelsky přívětivé. Domnívám se, že tento výběr dané podmínky splňuje.

Dále jsme o těchto softwarových produktech podrobněji pojednali a na jednoduchém demonstračním příkladu jsme si ukázali, jak se s nimi pracuje. Nebylo samozřejmě možné napsat ke každé aplikaci manuál poskytující podrobný návod k jejich používání a nebylo to ani cílem této práce. Nicméně jsme popsali alespoň základy a případného zájemce o další studium odkázali na vhodné externí zdroje.

Vybrané produkty jsme popsali a porovnali z různých hledisek, jako například délka zkušební licence programu, její omezení z hlediska maximálního počtu použitých proměnných různých typů, omezujících podmínek a případně jiné funkcionality a také jsme pro srovnání uvedli aktuální ceny jejich profesionálních verzí. Rovněž jsme hodnotili rozsah a kvalitu dostupné dokumentace k těmto aplikacím.

V závěrečné části práce jsme provedli v každé aplikaci řešení dalších dvou optimalizačních úloh a porovnali jsme nejen vypočtené výsledky, ale i náročnost vytvoření těchto úloh v jednotlivých programech a popsali jsme, v jakých situacích a k jakým úlohám je ta která aplikace vhodná.

Seznam použitých zdrojů

1. FOURER, Robert. Linear Programming Software Survey. *INFORMS*. [Online] Červen 2013. [Citace: 2. Květen 2015.] <https://www.informs.org/ORMS-Today/Public-Articles/June-Volume-40-Number-3/Linear-Programming-Software-Survey>.
2. KLAPKA, Jindřich, Dvořák, Jiří a Popela, Pavel. *Metody operačního výzkumu*. Brno : VUTIUM, 2001. ISBN 80-214-1839-7.
3. GAMS Home Page. *GAMS*. [Online] [Citace: 2. Květen 2015.] <http://www.gams.com/>.
4. Download GAMS Distribution 24.4.5. *GAMS*. [Online] [Citace: 2. Květen 2015.] <http://www.gams.com/download/>.
5. ROSENTHAL, Richard. On-line Documentation. *GAMS*. [Online] [Citace: 8. Květen 2015.] <http://www.gams.com/dd/docs/gams/Tutorial.pdf>.
6. —. On-line Documentation. *GAMS*. [Online] Květen 2015. [Citace: 23. Květen 2015.] <http://www.gams.com/dd/docs/bigdocs/GAMSUsersGuide.pdf>.
7. McCARL, Bruce. McCarl GAMS User Guide. *GAMS*. [Online] 9. Březen 2014. [Citace: 23. Květen 2015.] http://www.gams.com/mccarl/mccarlgamsuserguide_web.pdf.
8. GAMS – Commercial Price List. *GAMS*. [Online] 20. Prosinec 2014. [Citace: 8. Květen 2015.] <http://www.gams.com/sales/commercialp.pdf>.
9. LINGO 15.0 - Optimization Modeling Software for Linear, Nonlinear, and Integer Programming. *LINDO Systems Inc.* [Online] 2015. [Citace: 8. Květen 2015.] http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=2&Itemid=10.
10. Downloads: LINDO Systems Inc. *LINDO Systems Inc.* [Online] 2015. [Citace: 9. Květen 2015.] http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=34&Itemid=15.
11. SCHRAGE, Linus. LINGO Documentation, Optimization Modeling with LINGO by Linus Schrage. *LINDO Systems Inc.* [Online] 2015. [Citace: 10. Květen 2015.] http://www.lindo.com/index.php?option=com_content&view=article&id=38&Itemid=24.
12. User Manuals: LINDO Systems Inc. *LINDO Systems Inc.* [Online] 2013. [Citace: 10. Květen 2015.] <http://www.lindo.com/downloads/PDF/LINGO14.PDF>.
13. LINDO On-line Store - Lingo. *LINDO Systems Inc.* [Online] [Citace: 10. Květen 2015.] <http://www.lindo.com/store/lingo.html>.
14. QuantMethods - FAQ. *QuantMethods*. [Online] [Citace: 15. Duben 2015.] <http://www.quantmethods.com/faq>.
15. KOCH, Miloš a Rais, Karel. *Sbírka příkladů z operační a systémové analýzy, řešených na osobních počítačích, Část I*. Brno : Vysoké učení technické v Brně, 1992. ISBN 80-214-0398-5.
16. ZELINKA, Ivan, a další. *Evoluční výpočetní techniky, Principy a aplikace*. Praha : BEN - technická literatura, 2009. ISBN 978-80-7300-218-3.
17. BARILLA, Jiří, Simr, Pavel a Sýkorová, Květuše. *Excel 2013, Podrobná uživatelská příručka*. Brno : Computer Press, 2013. ISBN 978-80-251-4114-4.

Seznam příloh

A. DVD obsahující:

1. elektronickou verzi této bakalářské práce,
2. zdrojové kódy a tabulky s optimalizačními příklady použité v této práci pro programy GAMS, LINGO a Řešitele v Excelu.

Seznam obrázků

- Obrázek 1 Grafické uživatelské rozhraní programu GAMS
Obrázek 2 Grafické uživatelské rozhraní programu LINGO
Obrázek 3 a) Dialogové okno Solver Status, b) výřez okna Solution Report
Obrázek 4 Prázdný formulář pro lineární programování ve výchozím stavu
Obrázek 5 Formulář po aplikaci funkce Resize
Obrázek 6 Vyplněný formulář
Obrázek 7 Řešení demonstrační úlohy
Obrázek 8 Tabulka s demonstrační úlohou a vzorci pro výpočet levých stran
Obrázek 9 Tabulka a vzorec pro výpočet účelové funkce
Obrázek 10 Dialogové okno Parametry řešitele
Obrázek 11 Tabulka s řešením úlohy
Obrázek 12 Dialog Přidat omezující podmínku

Seznam tabulek

- Tabulka 1 Vybrané programy splňující daná kritéria
Tabulka 2 Spotřeba surovin v kilogramech na 1 kg výrobku
Tabulka 3 Porovnání zkušební verze a profesionálních verzí programu LINGO
Tabulka 4 Omezení aplikace QMS u úloh lineárního programování
Tabulka 5 Koncentrace prvků v požadovaném materiálu
Tabulka 6 Vlastnosti vsázkového materiálu
Tabulka 7 Výsledky vypočtené v programu GAMS
Tabulka 8 Výsledky vypočtené v programu LINGO
Tabulka 9 Výsledky vypočtené webovou aplikací QMS
Tabulka 10 Výsledky vypočtené Řešitelem
Tabulka 11 Zadáni přiřazovací úlohy
Tabulka 12 Výsledky přiřazovací úlohy pro $n = 7$ pro reálné a celočíselné proměnné
Tabulka 13 Výsledky přiřazení v programu GAMS
Tabulka 14 Výsledky přiřazení v aplikaci LINGO
Tabulka 15 Výsledky přiřazení v aplikaci QMS
Tabulka 16 Výsledky přiřazení nástrojem Řešitel