

**Vysoké učení technické v Brně  
Fakulta strojního inženýrství**

Ústav mechaniky těles

Ing. Jana Horníková

**K problematice lineární lomové mechaniky  
trhlin s mikroskopicky křivolkým čelem**

On the Linear Fracture Mechanics for Cracks  
with Microscopically Tortuous Front

Teze disertační práce  
obor Inženýrská mechanika

Školitel: Prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc.

*oponenti:*

Prof. Ing. Ivan Dvořák, CSc.  
Prof. RNDr. Zdeněk Kněsl, CSc.  
Doc. RNDr. Bohumil Vlach, CSc.

*datum obhajoby: 18. 4. 2001*

© 2001 Jana Horníková  
ISBN 80 - 214 - 1562 - 2

# OBSAH

1. FORMULACE CÍLŮ ŘEŠENÍ . . . . .	5
1.1. Analýza problému . . . . .	5
1.2. Metody řešení . . . . .	6
2. SOUČASNÉ SMĚRY V LOMOVÉ MECHANICE . . . . .	7
2.1. Jednoparametrová lineární lomová mechanika . . . . .	7
2.2. Dvouparametrová lineární lomová mechanika . . . . .	8
2.3. Smíšený zátěžný mód . . . . .	9
2.4. Nelineární lomová mechanika . . . . .	9
3. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ . . . . .	10
3.1. Dvojrozměrné modely . . . . .	10
3.2. Trojrozměrné modely . . . . .	11
4. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE . . . . .	12
4.1. Oblast vlivu lokálního smíšeného zátěžného módu . . . . .	12
4.2. Vliv mikrokřivolakosti trhliny ve směru její délky na efektivní součinitel intenzity napětí . . . . .	13
4.3. Vliv křivolakosti čela v rovině trhliny na efektivní součinitel intenzity napětí . . . . .	14
4.4. Efektivní součinitel intenzity napětí na čele modelu interkryystalické trhliny . . . . .	15
4.5. Aproximace křivolaké trhliny trhlinou se šikmým rovinným čelem . . . . .	16
5. ZÁVĚR . . . . .	17
6. SUMMARY . . . . .	18
6.1. Formulation of the problem . . . . .	18
6.2. Remarks on analysed problems and methods . . . . .	19
6.3. Discussion of results and conclusion . . . . .	20
7. LITERATURA . . . . .	21
8. CURRICULUM VITAE . . . . .	24



# 1. FORMULACE CÍLŮ ŘEŠENÍ

Smyslem mého vědeckého výzkumu konaného v rámci doktorského studia je zabývat se problematikou stability mikroskopicky křivolakých trhlin v tělesech zatížených vnějšími silami.

Cílem disertační práce je zejména aplikace numerických trojrozměrných metod lineární lomové mechaniky na některé prakticky důležité problémy materiálového inženýrství, jako jsou např. lomová houževnatost vysocepevných ocelí a keramických materiálů nebo lomové charakteristiky kovových materiálů v korozním prostředí. Právě v těchto případech se může významně projevit vliv stínění čela trhliny indukovaného jejím interkrystalickým šířením. Výpočty jsou z praktického hlediska důležité pro separaci vlivu stínění ze standardně naměřených hodnot  $K_{Ic}$  a získání inherentní složky odporu materiálu vůči iniciaci a šíření trhliny.

## 1.1. Analýza problému

V dosavadních modelech trhlin s křivolakým čelem známých z literatury se užívalo řešení buď na bázi dvojrozměrných modelů, popřípadě velmi zjednodušených analytických trojrozměrných modelů, splňujících předpoklad infinitizimálních ohybů a zkrutů na čele trhliny a jednoduché geometrie. Přístupy nově uvažované v disertační práci počítají s trojrozměrnými modely, které respektují reálnou mikrogeometrii čela trhliny v polykrystalických materiálech při zkouškách lomové houževnatosti.

V homogenním kontinuu (ideální materiálové matrici) se trhlina šíří tak, aby byl maximalizován zátěžný mód I, tj. ve směru kolmém na maximální hlavní napětí. Existují-li v materiálu místa s fyzikálními charakteristikami značně odlišnými od matrice, dochází k interakci čela trhliny s těmito místy a jeho větvení. Mikrogeometrie trhlin je pak výrazně ovlivněna strukturou materiálu, což současně vede i k ovlivnění jejich stability při zatížení. I při prostém vzdáleném zátěžném módu I v takovém případě existuje lokální smíšený zátěžný mód a popis stability trhliny pouze v módu I není relevantní. Větvení trhliny vždy způsobuje snížení hnací síly trhliny oproti případu trhliny rovné a je tedy jedním z nejúčinnějších stínicích efektů [1]. Poněvadž v kovových materiálech jsou stabilní šíření trhlin i nestabilní lom vždy doprovázeny alespoň lokální plastickou deformací, je nejčastějším poškozovacím mikromechanismem nakupení dislokací na rozhraní částic sekundární fáze a matrice nebo na hraničích zrn v rámci plastické zóny. Tím dochází ke vzniku mikrotrhlin, které interagují s magistrální trhlinou a dochází k jejich propojení nejčastěji smykovým mechanismem nebo interkrystalickou dekohezí [2]. To má za následek

vznik křivolkého čela nebo deviacie trhliny jako celku od optimálního směru. Je zřejmé, že pravděpodobnost takových procesů roste s klesající povrchovou energií v oblasti poruch a jejich rostoucí koncentrací. Roste však i s rostoucí délkou nakupení resp. střední volnou drahou dislokací, která může naopak úzce souviset s rostoucí vzdáleností částic sekundární fáze (klesající koncentrací) nebo s rostoucí velikostí zrna. Velikost odchylek roste s klesající koncentrací částic a rostoucí střední velikostí zrna. Kromě uvedených fyzikálních a geometrických parametrů částic sekundární fáze nebo hranic zrn rozhoduje o úrovni větvení i poměr velikosti plastické zóny a charakteristického strukturního rozměru (rozměrový poměr).

## 1.2. Metody řešení

Prostorová křivolkost čela trhliny vynucuje obecné trojrozměrné řešení napěťové deformačního pole za přítomnosti lokálního smíšeného módu působícího na čele trhliny v tělese konečných rozměrů. Tento problém lze v principu řešit dostupnými numerickými metodami a interkrystalické šíření trhliny je možno uspokojivě popsat v rámci modelů na bázi stochastické geometrie [3]. Přitom se soustředím zejména na převažující vnější zátěžný mód I, který se nejčastěji vyskytuje v experimentální i exploatační praxi. Při tomto způsobu zatížení lze navíc zanedbat některé komplikující jevy, jako např. přídavné odpory materiálu způsobené smykovým třením lomových ploch. Separace stínění od celkové úrovni odporu materiálu proti šíření trhliny pomocí teoretických modelů poskytuje mnohem přesnější obraz o skutečných (inherentních) vlastnostech materiálu. Naopak jeho nerespektování může vést k přecenění odolnosti a kvality materiálu. To se ukáže v lepším případě na výsledcích jiných než lomových mechanických zkoušek, v horším případě až v průběhu exploatace konstrukce.

Typickým příkladem nesprávné interpretace stupně křehkosti materiálu pouze na základě měření hodnot  $K_{Ic}$  jsou protichůdné závislosti hodnot lomové a vrubové houževnatosti na střední velikosti původního austenitického zrna u vysocepevných nízkolegovaných ocelí [4]. V důsledku efektu interkrystalického stínění přítomného u zkoušek lomové houževnatosti vykazují materiály s hrubým zrnem vyšší hodnoty  $K_{Ic}$  než materiály s jemným zrnem. Naproti tomu hodnoty vrubové houževnatosti vykazují opačný trend, neboť v důsledku rozsáhlé plastické zóny u kořene vrubu je efekt větvení potlačen.

## 2. SOUČASNÉ SMĚRY V LOMOVÉ MECHANICE

### 2.1. Jednoparametrová lineární lomová mechanika

Přibližně od poloviny 60. let začal ve světě intenzivní rozvoj teoretických a experimentálních metod lomové mechaniky. Ukázalo se, že v oblasti křehkého lomu a vysokocyklové únavy (tzv. dlouhých trhlin) lze pro popis prahových podmínek, rychlosti stabilního šíření trhlin i podmínek nestability s úspěchem využívat aparátu nejjednodušší partie lomové mechaniky - jednoparametrové lineární teorie. V průběhu 70. let se tento přístup začal prosazovat i v pevnostních výpočtech materiálů a konstrukcí. Byly zpracovány rozsáhlé příručky součinitelů intenzity napětí  $K$  pro všechny zátěžné módy I, II a III a různé typy vzorků i součástí s trhlinami. Za hlavní přínos těchto katalogů pro inženýrskou praxi se pokládala jejich dostatečná univerzálnost a jednoduché použití. Přitom se obecně přijímala hypotéza, v řadě případů experimentálně ověřená, že se s jejich pomocí mohou výsledky získané na malých laboratorních vzorcích normovaného tvaru snadno přenést do pevnostních výpočtů reálných rozměrných konstrukcí. Již koncem 70. let však bylo zřejmé, že lineární lomová mechanika v jednoparametrovém pojetí a při zanedbání mikrogeometrie trhliny je pouze prvním přiblížením k tomuto cíli a při nekvalifikované aplikaci může vést i k velmi nekonzervativním odhadům. Přesto je tento přístup nejen prvním nutným krokem k osvojení lomové mechaniky, nýbrž i užitečným nástrojem pro kvantifikaci mezních stavů materiálů a konstrukcí za některých vymezených podmínek.

Mezi technickou veřejností je nejznámější klasická Irwinova teorie [5]. Je založena na předpokladu, že trhлина v tělese se začne nestabilně šířit v okamžiku, kdy rozhodující složka tenzoru napětí na jejím čele (podle způsobu zatížení) dosáhne kritické hodnoty, tj. kohezní pevnosti materiálu. Velikost všech 6 složek tenzoru napětí v blízkém okolí čela trhliny lze, při zadaném vnějším silovém působení, pro všechny zátěžné módy a výlučně elastickou deformaci jednoznačně charakterizovat hodnotami příslušných *součinitelů intenzity napětí*  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$ . Tyto veličiny tedy musí nabývat svých kritických hodnot a platí

$$K_j(\sigma, a, L) = K_{jc}(\dot{\varepsilon}, T), \quad j = \text{I, II, III}, \quad (2.1)$$

kde  $\sigma$ ,  $a$ ,  $L$  jsou nominální napětí, délka trhliny a parametr(y) charakterizující rozměry tělesa,  $\dot{\varepsilon}$  je rychlosť deformace a  $T$  je teplota. Hodnota  $K_{jc}(\dot{\varepsilon}, T)$  se nazývá *lomovou houževnatostí* a je v rámci lineární lomové mechaniky pokládána za materiálovou konstantu. To vše za předpokladu dvojrozměrné rovinné úlohy (2D) pro těleso z homogenního izotropního materiálu a existence singularity složek tenzoru napětí na čele trhliny ( $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$  pro  $r \rightarrow 0$ ). Irwin

dále ukázal, že hodnoty  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $K_{III}$  jednoznačně souvisí s tzv. *hnací silou trhliny*  $G$  ( $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$ ), tj. s energií (prací) uvolněnou (vykonanou) při jednotkovém prodloužení trhliny v tělese jednotkové tloušťky. Tato skutečnost propojila Irwinův a Griffithův přístup [6] a dala  $K$ -přístupu rozumnou fyzikální interpretaci na bázi 1. termodynamické věty. Ukázala totiž, že energie (hrazená z elastické napjatosti tělesa nebo vnější vykonané práce), která se spotřebuje na vytvoření nových volných povrchů (porušení meziatomových vazeb, vznik vlnění), přímo souvisí s hodnotou součinitele  $K$ . Umožnila tak zahrnout do této teorie i korekci na velikost  $r_p$  plastické zóny ve směru trhliny na její špici (tj. proces plastické disipace) o hodnoty

$$r_p \approx \frac{1}{3\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_K} \right)^2 \quad - \text{rovinná deformace (RD)}, \quad (2.2)$$

$$r_p \approx \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_K} \right)^2 \quad - \text{rovinná napjatost (RN)}, \quad (2.3)$$

kde  $\sigma_K$  je mez kluzu. Tato teorie však stále obsahuje poměrně silný předpoklad, že podmínka nestabilního lomu je určena složkami elastického pole napětí za touto plastickou zónou. Ukázalo se, že platnost této teorie je omezena velmi malým rozsahem plastické zóny - tzv. *small scale yielding* (SSY) a stavem rovinné deformace. Plastická zóna musí tedy být nejméně řádově menší než délka trhliny, tloušťka tělesa a v dostatečné vzdálenosti od okrajů tělesa.

## 2.2. Dvouparametrová lineární lomová mechanika

I v případě malé plastické zóny má na odpor materiálu proti šíření trhliny vliv tzv. *míra stísněnosti deformace*, kterou lze vyjádřit např. parametrem triaxiality  $\alpha = \sigma_m/\sigma_i$ . Tento parametr je podíl středního hydrostatického napětí ( $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ ) a intenzity napětí na čele trhliny ( $\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{1/2}$ ), kde  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  jsou hlavní napětí. Zatímco např. při RD (masivní tělesa, trojosá tahová napjatost) je stísněnost nejvyšší a lomová houževnatost nejnižší, při RN (tenká tělesa, dvojosá tahová napjatost) je tomu naopak a navíc zde odpor materiálu, označovaný jako  $R$ , závisí na délce trhliny (zpravidla s rostoucí délkou monotoně roste). Proto se u tenkých těles začaly zjišťovat tzv.  $R$ -křivky. Tuto nepříjemnou skutečnost se současná lineární lomová mechanika snaží řešit zavedením dalšího parametru napěťového pole na špici trhliny - tzv.  $T$ -napětí. Toto napětí je druhým členem nekonečné mocninné řady rozvoje složky  $\sigma_{xx}$  tenzoru napětí při zátěžném módu I, který nezávisí na vzdálenosti od čela trhliny, na rozdíl od prvního členu (jehož „amplitudu“ definuje součinitel  $K$ ),

který se vzdáleností rychle klesá. Bylo ukázáno, že  $T$ -napětí souvisí s parametrem  $\alpha$  (např. [7,8]), a tak byly položeny základy tzv. dvouparametrové lineární lomové mechaniky, která pro popis mezního stavu lomu pokládá za řídící oba parametry  $K$  a  $T$ . Přenos hodnot lomové houževnatosti z malých laboratorních těles na rozměrné součásti konstrukcí je podle této teorie možný pouze tehdy, když jsou v těchto případech stejné hodnoty  $K$  i  $T$  na špici trhliny. V současné době se tedy začínají vytvářet kromě již zmiňovaných katalogů součinitelů  $K$  i katalogy součinitelů  $T$  (např. [9]).

### 2.3. Smíšený zátěžný mód

Dalším problémem při aplikaci lineární lomové mechaniky je velmi častý praktický případ obecného smíšeného zátěžného módu I+II+III na čele trhliny, který nemusí být způsoben pouze složitou konfigurací vnějších zátěžních sil, nýbrž i mikroskopicky složitým, strukturně indukovaným tvarem čela trhliny. To úzce souvisí s efektem *stínění čela trhliny* (např. [1,10]). Ve srovnání s rovným čelem trhliny pak totiž i při makroskopicky jednoduchém zátěžném módu I dochází ke snížení hnací síly trhliny, vyjádřené např. tzv. *lokální efektivní hnací silou*  $g_{ef} = g_1 + g_2 + g_3$ . Zde již tedy zpravidla nestačí aplikace dvojrozměrné lomové mechaniky a je nutné její zobecnění na trojrozměrnou teorii. Obecný trojrozměrný výpočet hodnot  $g_{ef}$  je velmi obtížný. Přesto již existují specializované počítačové programy, umožňující řešení tohoto problému [11]. S jejich pomocí pak lze řešit např. tak složité úlohy, jako je výpočet  $g_{ef}$  podél čela interkrystalické trhliny i její střední integrální hodnoty [12,13].

### 2.4. Nelineární lomová mechanika

V případech, kdy na čele trhliny existuje rozsáhlá plastická zóna, není použití lineární lomové mechaniky na popis stability trhliny relevantní. Koncem 60. let zavedl Rice [14] křívkový integrál, tzv. *J-integrál*, který má v *nelineárním elastickém* prostředí stejný fyzikální význam jako hnací síla  $G$ ,

$$J = \int_{\Gamma} \left( W_E dy - T_u \frac{\partial u}{\partial x} ds - T_v \frac{\partial v}{\partial x} ds - T_w \frac{\partial w}{\partial x} ds \right), \quad (2.4)$$

kde  $W_E$  je hustota deformační energie,  $T_u, T_v, T_w$  jsou složky trakčního vektoru napětí na integrační křivce  $\Gamma$ ,  $u, v, w$  jsou složky vektoru posunutí na  $\Gamma$  a  $ds$  je délkový element orientované křivky  $\Gamma$ , začínající a končící na lomových plochách a vedené kolem špice trhliny. Zdálo se tedy, že tento integrál bude dokonalým lomovým parametrem, alespoň v případě monotonného zatěžování těles s elasticko-plastickou charakteristikou. Další výzkum však ukázal, že při rozsáhlejších nelineárních elastických deformacích ztrácí *J-integrál* význam hnací síly a i jeho použití má své limity. Navíc jeho numerický výpočet

je složitější než v případě parametrů  $K$  resp.  $G$  v lineární lomové mechanice. Přesto je kritická hodnota  $J_c$  mnohem lepší materiálovou lomovou charakteristikou než  $K_c$  v případech, kdy nelze předpokládat SSY.

Z dalších kritérií jednoparametrové nelineární lomové mechaniky uvedeme COD resp. CTOD (kritické otevření trhliny resp. špice trhliny) [15] a Sihovo  $S$ -kritérium [16] (kritická hustota deformační energie). Zatímco kritéria COD se dnes používá jen ve velmi speciálních případech (např. při porušení tlakových nádob),  $S$ -kritérium našlo poměrně široké uplatnění, především pro predikci směru šíření trhlin při smíšeném zátěžném módu [17].

V posledních deseti letech se rozvíjí i dvouparametrová nelineární lomová mechanika, kde se zavádí součinitel stísněnosti  $Q$ , určitá obdoba  $T$ -parametru v lineární lomové mechanice.

### 3. ZVOLENÉ METODY ZPRACOVÁNÍ

Analýza všech modelů těles s trhlinami byla prováděna za předpokladu zatížení v nominálním módu I a v rámci platnosti jednoparametrové lineární lomové mechaniky. To zejména znamená, že jsou uvažovány podmínky malé plastické zóny a rovinné deformace na čele trhliny. Jako podmínka stability křivolkých trhlin bylo užito energetické kritérium vyjádřené pomocí efektivního součinitele intenzity napětí

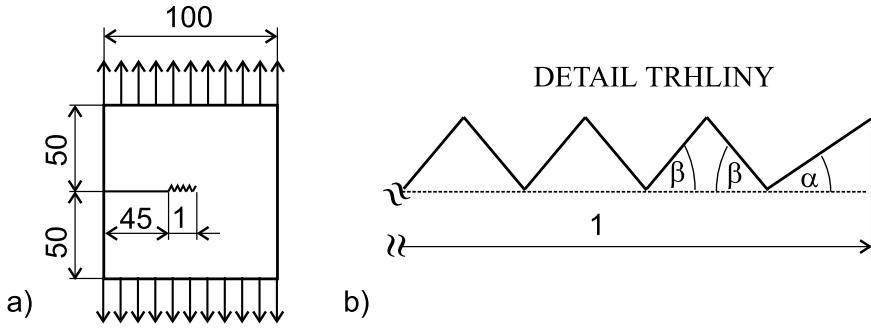
$$k_{ef}^2 = k_1^2 + k_2^2 + \frac{1}{1-\nu} k_3^2,$$

kde  $\nu$  je Poissonovo číslo a  $k_1$ ,  $k_2$  and  $k_3$  jsou lokální součinitele intenzity napětí v daném bodě čela trhliny. V celé práci jsou uváděny tyto součinitele jako poměrné, vztažené k hodnotě  $K_I$ . Poněvadž trojrozměrná analýza křivolkých trhlin věrně simulujících realitu je extrémně časově náročná, bylo nutno vyhodnotit některé vhodně zkonztruované dvojrozměrné modely, které pak posloužily ke zjednodušení výpočtů v trojrozměrných modelech.

#### 3.1. Dvojrozměrné modely

První z těchto dvojrozměrných modelů se týkal vybraných podstatných konfigurací rovné a jednoduše vyhnuté trhliny, které umožnily transformovat CT vzorek reálné velikosti do mnohem menšího objektu, sestávajícího z konce trhliny obklopené krychlí zatíženou ekvivalentními okrajovými posuvy.

Druhá dvojrozměrná analýza byla prováděna na trhlinách s periodickou trojúhelníkovou geometrií (obr. 3.1), která umožnila převod reálné trhliny s plošnou drsností na model dlouhé rovné trhliny, zakončené krátkým prostorově křivolkým pásem [18,19]. V obou těchto dvojrozměrných modelech byl využíván program ANSYS [20], založený na metodě konečných prvků.



Obr. 3.1: Schéma mikrokřivolakosti trhliny ve směru její délky.

### 3.2. Trojrozměrné modely

První z trojrozměrných modelů simuluje interakci malých koplanárních výstupků, které jsou v inženýrské praxi pozorovány na počátku testů lomové houževnatosti v korozním prostředí [21–23]. Současně výsledky tohoto modelu poskytly kvalitativní informaci o příspěvku křivolakosti čela trhliny v její makroskopické rovině k efektu drsnostně indukovaného stínění [1]. Přitom bylo použito numerické metody FRANC3D [11] založené na metodě hraničních prvků.

Nejdůležitější výpočetní postup simuloval těleso s reálnou interkrystalicky roзвětvenou trhlinou. Tato konfigurace je charakteristická pro testy lomové houževnatosti vysocepevných ocelí a konstrukčních keramických materiálů nebo obecně všechny kovové materiály porušované v agresivním prostředí. Křivolaký pás, approximující skutečnou interkrystalickou větev, byl konstruován pomocí počítačové procedury, která vytváří interkrystalickou lomovou plochu uvnitř trojrozměrného polykrystalického agregátu, modelovaného Voronoiovou mozaikou. K výpočtu lokálních součinitelů  $k_1, k_2, k_3$  a  $k_{ef}$  i globálního součinitele  $K_{ef}$  bylo opět použito programu FRANC3D. Odpovídající zdánlivé zvýšení inherentní lomové houževnatosti  $K_{Ic}$  bylo stanoveno pomocí vztahu [24]

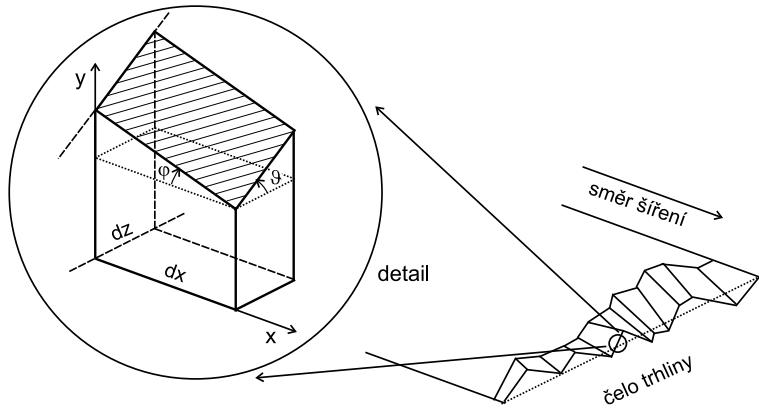
$$K_{Ic}^k = \frac{(l_s)^{1/2}}{\left( \int_0^B (k^*)^2(z) dz \right)^{1/2}} K_{Ic}, \quad (3.1)$$

kde  $k^* = k_{ef}/K_I^k$  a  $K_I^k$  je zdánlivá (měřená) inherentní lomová houževnatost a  $l_s$  může být vyjádřeno jako

$$l_s = \int_0^B \frac{dz}{\cos \varphi(z) \cos \vartheta(z)},$$

kde  $\varphi$  a  $\vartheta$  jsou úhly vyhnutí na čele trhliny (obr. 3.2) a  $B$  je tloušťka vzorku.

Dále byl učiněn pokus nalézt ekvivalentní jednoduchou konfiguraci nahrazující prostorově složitou křivolakou trhlinu. Byla zvolena geometrie rovinné



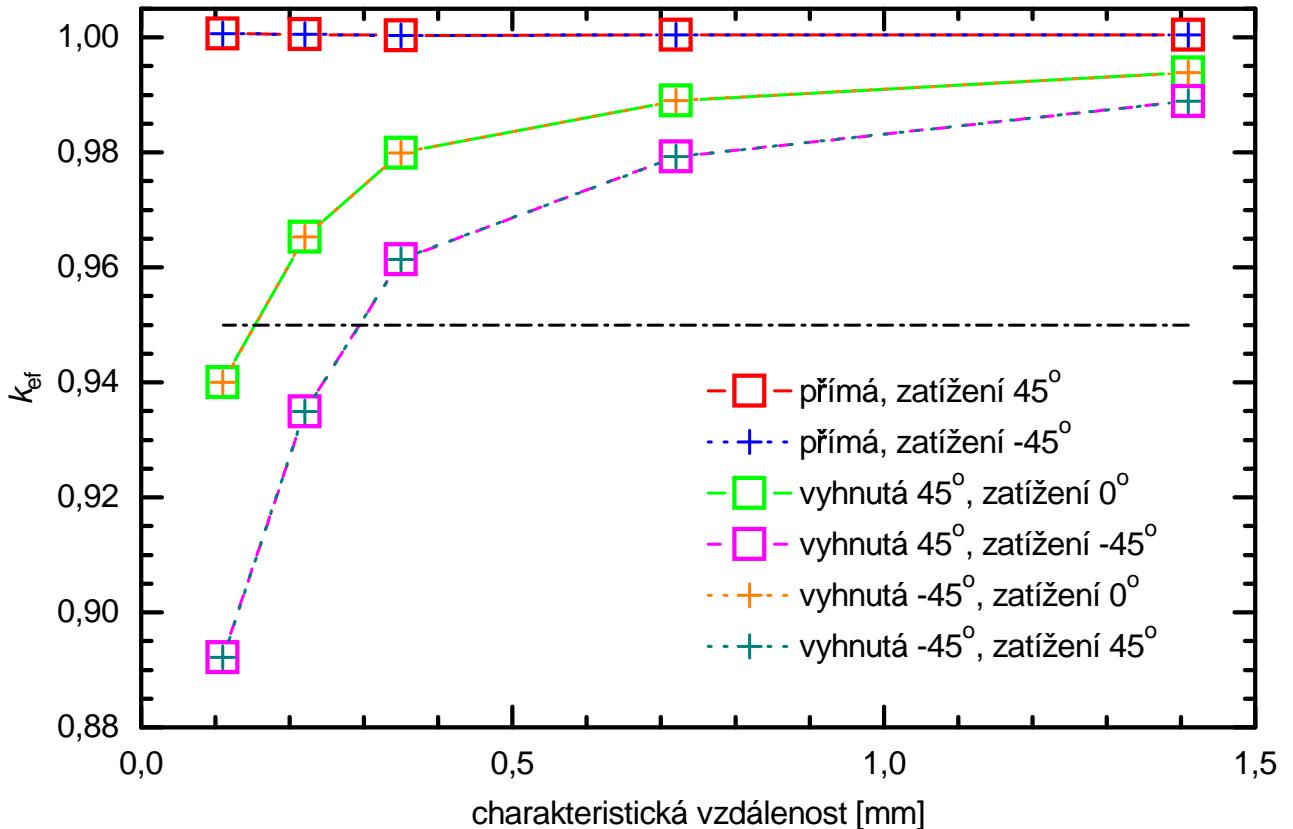
Obr. 3.2: Schéma elementu nově vzniklého povrchu na mikroskopicky křivolakém čele trhliny.

trhliny zakončené šikmým prostorovým pásem s rovným čelem, který má stejnou směrodatnou odchylku od makroskopické roviny trhliny jako prostorově křivolaký pás.

## 4. HLAVNÍ VÝSLEDKY PRÁCE

### 4.1. Oblast vlivu lokálního smíšeného zátěžného módu

V rámci minimalizační procedury byla za nejmenší možnou oblast dostatečně reprezentující celý vzorek s trhlinou pokládána oblast, pro niž maximální po-



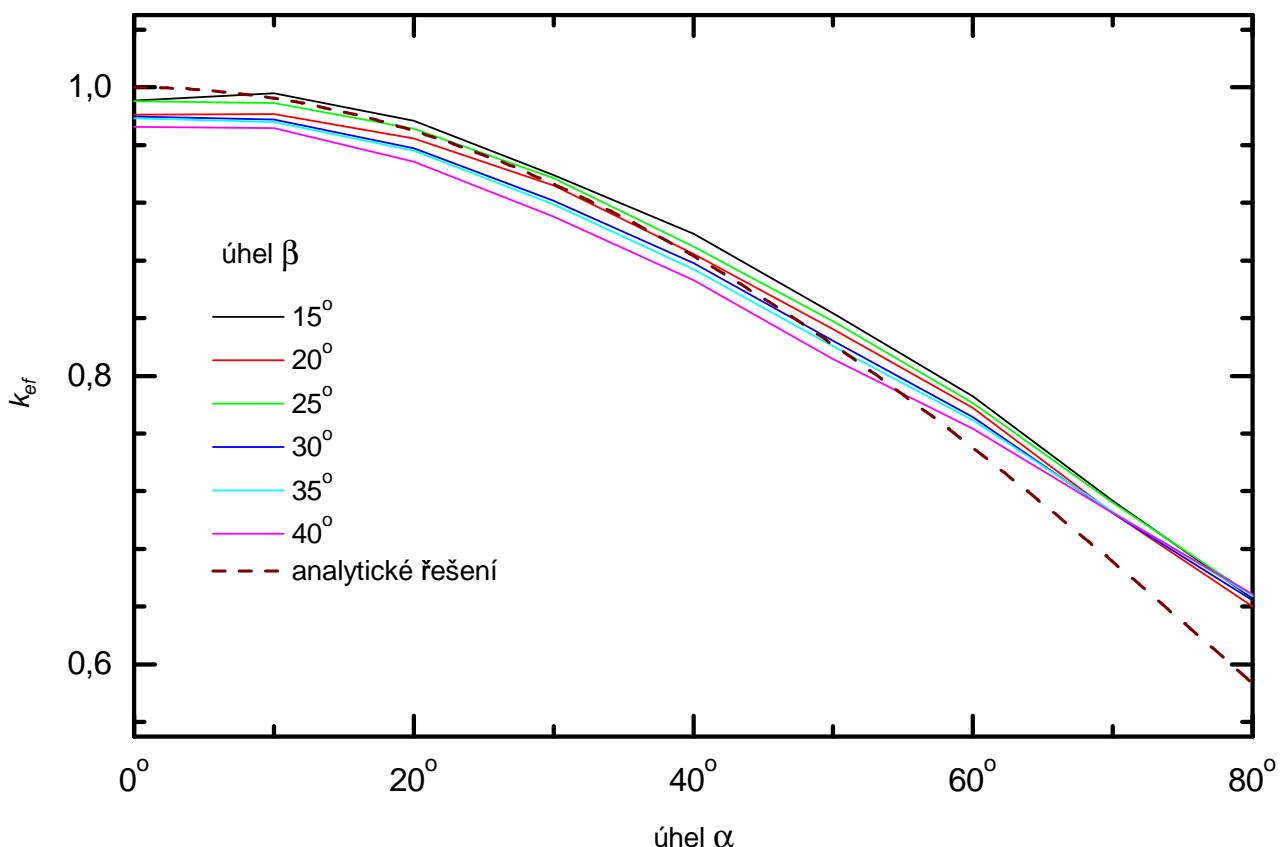
Obr. 4.1: Závislost  $k_{ef}$  na charakteristické vzdálenosti špice trhliny od hranice výřezu.

měrná odchylka  $k_{ef}$  od hodnot z reálného vzorku pro všechny uvažované tvary trhliny je kolem 5%. Tento postup zabezpečuje, že pole napětí, generovaná různými tvary čela trhliny, jsou na hranici vybrané oblasti prakticky stejná.

V grafu na obr. 4.1 jsou vyneseny závislosti efektivního součinitele intenzity napětí  $k_{ef}$  na charakteristické vzdálenosti špice trhliny od hranice výřezu pro všechny uvažované kombinace výřezů, tvarů trhliny a zatížení. V grafu je vyznačena pětiprocentní hranice, odpovídající požadované přesnosti. Je zřejmé, že této přesnosti ještě vyhovuje oblast se střední vzdáleností přibližně 0,25 mm, která odpovídá 50 000 násobnému zmenšení původního modelu reálného CT vzorku.

## 4.2. Vliv mikrokřivolakosti trhliny ve směru její délky na efektivní součinitel intenzity napětí

Možnost náhrady křivolaké trhliny na obr. 3.1 rovnou trhlinou s elementárním ohybem lze nejlépe posoudit podle grafu 4.2, na němž je vynesen efektivní součinitel intenzity napětí  $k_{ef}$  trojúhelníkové trhliny společně s čárkovanou čarou, představující navrhovanou approximaci.



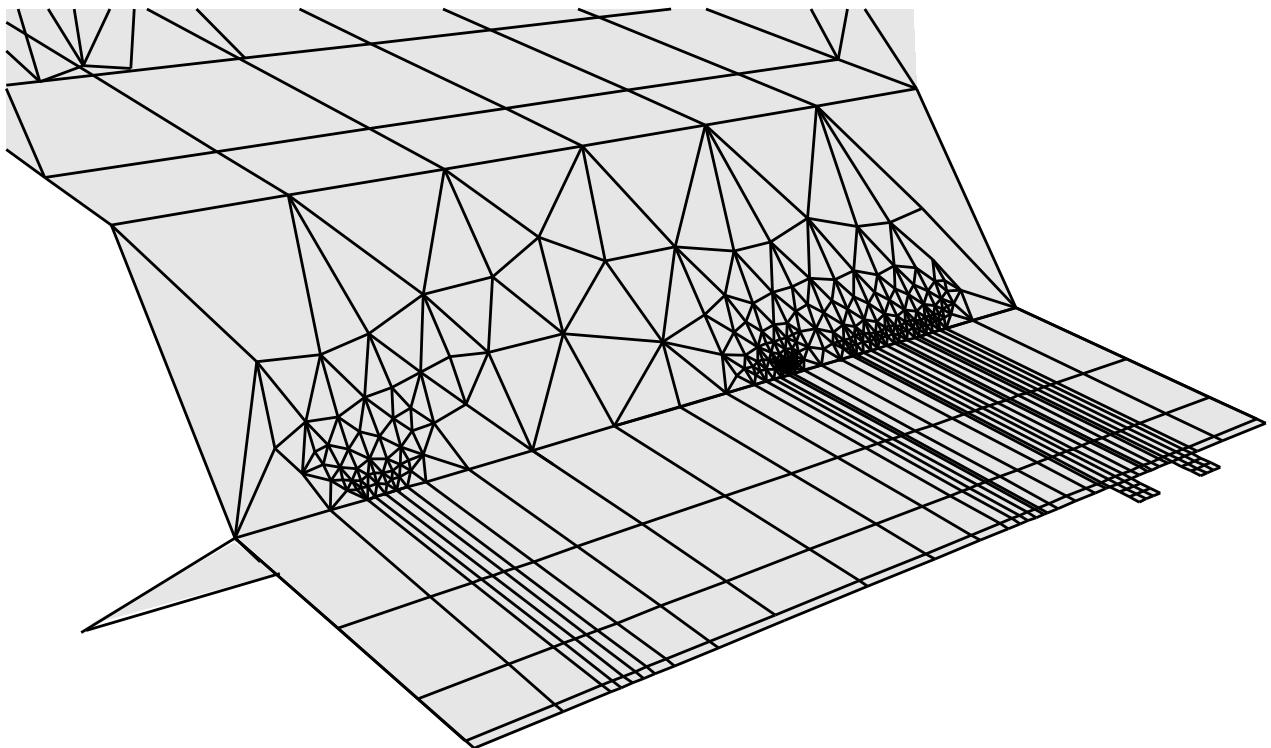
Obr. 4.2: Závislost  $k_{ef}$  na úhlech vyhnutí mikrokřivolaké trhliny .

Je patrno, že hodnoty  $k_{ef}$  pro všechny uvažované křivolaké konfigurace se prakticky shodují s hodnotami elementárně vyhnuté trhliny s odpovídajícím

úhlem vyhnutí  $\alpha$  na konci trhliny a téměř nezávisí na předchozím tvaru trhlín, tedy úhlu odklonu části  $\beta$ . Aproximace jednoduchého ohybu se tedy jeví jako velmi uspokojivá simulace reality v dále konstruovaném trojrozměrném modelu.

#### 4.3. Vliv křivolakosti čela v rovině trhliny na efektivní součinitel intenzity napětí

Pro posouzení vzájemné interakce dvou elementárních koplanárních výstupků byla vytvořena řada modelů s výstupky o různé vzdálenosti. Jeden z nich je na obr. 4.3.



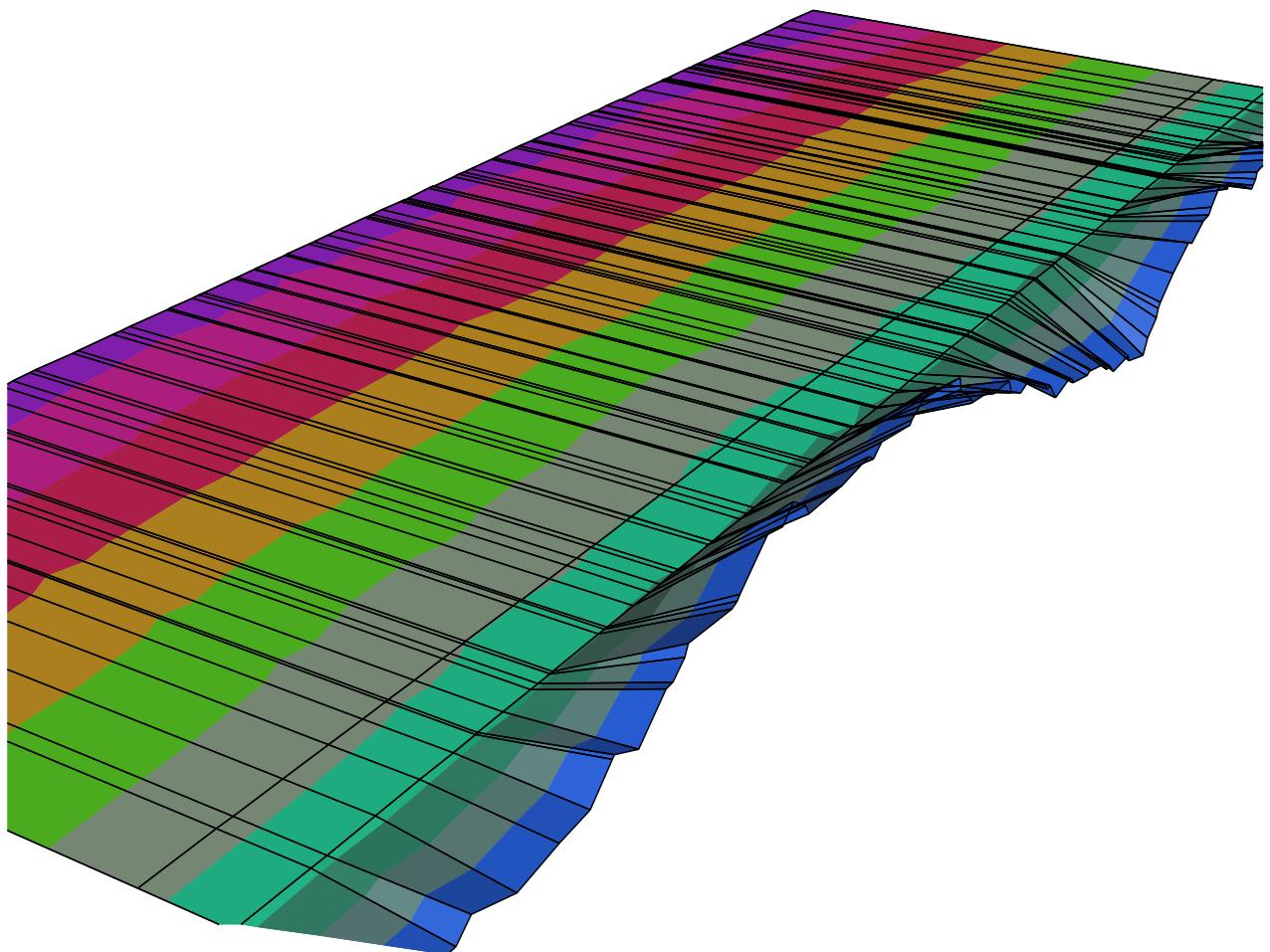
Obr. 4.3: Model rovinné trhliny s výstupky.

Výsledky výpočtů zejména umožňují následující kvalitativní predikci kinetiky růstu korozních výstupků:

1. Bezprostředně po iniciaci elementárních výstupků ve slabých místech na čele apriorní trhliny dojde k jejich růstu podél čela trhliny, tj. jejich rozširování.
2. V případě iniciace blízkých výstupků dojde k jejich přednostnímu propojení.
3. Snížení globální hodnoty  $K_{ef}$  vlivem jednotlivých elementárních výstupků lze zanedbat vzhledem k obvykle pozorovanému značnému rozptylu hodnot iniciační lomové houževnatosti v agresivním prostředí.

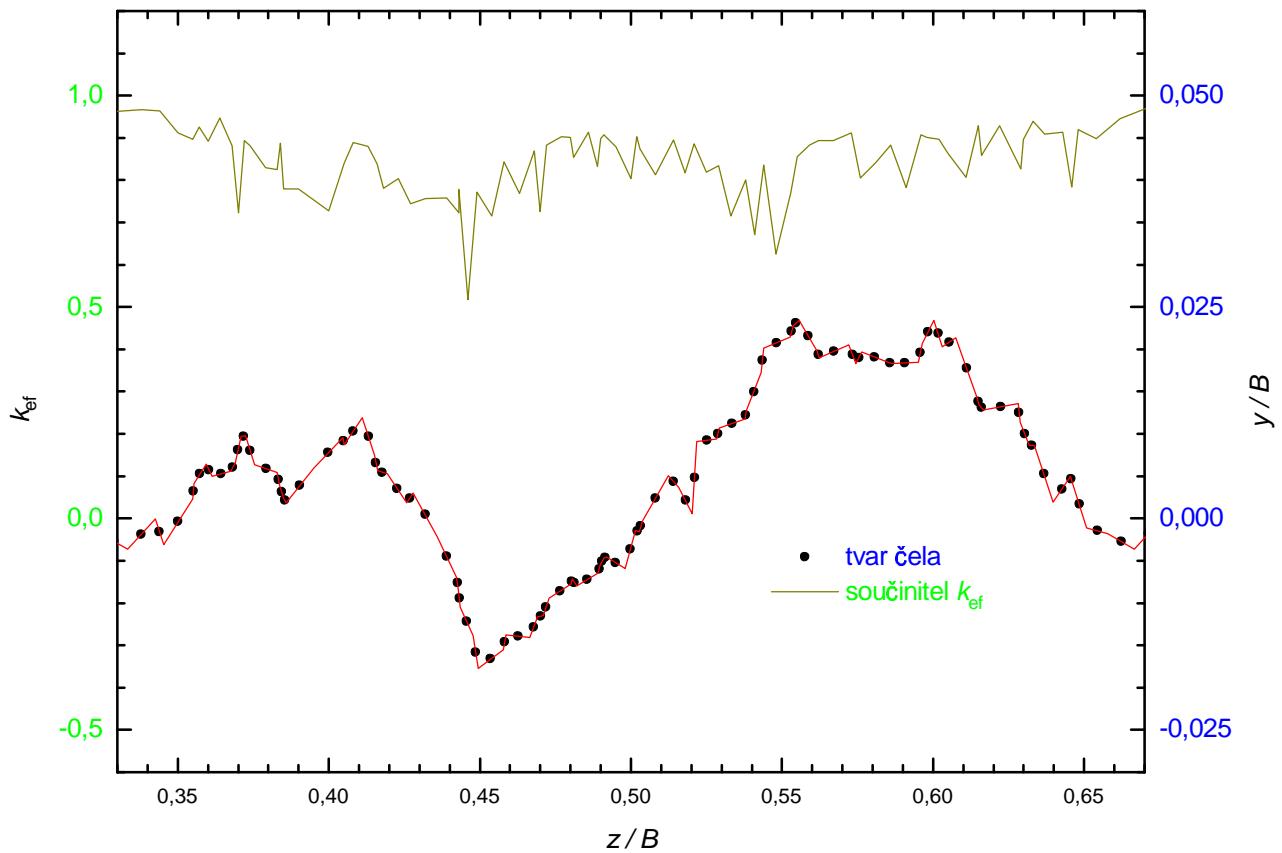
#### 4.4. Efektivní součinitel intenzity napětí na čele modelu interkrytalické trhliny

Křivolaký tvar lomových ploch je možno modelovat užitím Voronoiových mozaik. Postupný vývoj modelu [19,25–27] umožnil zkonstruovat tvar blízký reálné interkrytalické trhlině, jehož model je znázorněn na obr. 4.4.



Obr. 4.4: Trojrozměrný model křivolakého čela trhliny.

Na obrázku 4.5 je uvedena závislost poměrného efektivního součinitele intenzity napětí  $k_{ef}$  na relativní souřadnici podél čela trhliny. Na základě tohoto průběhu byla stanovena „globální“ hodnota  $k_{glob} = K_{Ic}/K_{Ic}^k = 0,750$ , související se zdánlivým zvýšením lomové houževnatosti podle vztahu (3.1). Pro studovanou křivolakou trhlinu tedy platí  $K_{Ic}^k = 1,3332 * K_{Ic}$ . Toto zvýšení lomové houževnatosti může být pokládáno za nejnižší odhad reálného zvýšení v případě čistě interkrytalické morfologie lomové plochy.



Obr. 4.5: Průběh lokálního efektivního součinitele intenzity napětí  $k_{ef}$  podél čela trhliny.

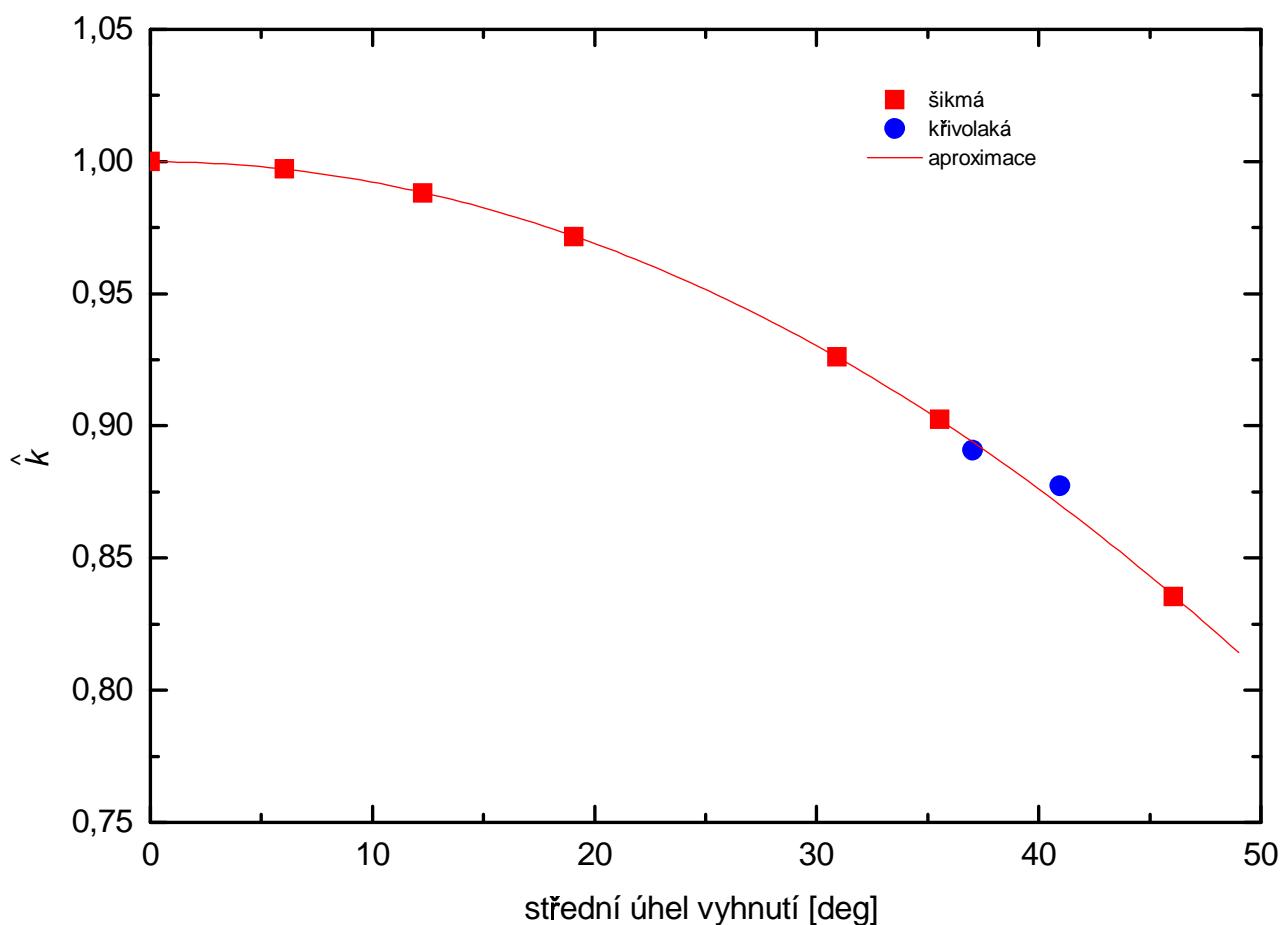
#### 4.5. Aproximace křivolaké trhliny trhlinou se šikmým rovinným čelem

K nahrazení křivolaké trhliny modelem jednoduše vyhnuté prostorově šikmé trhliny s rovným čelem musíme charakterizovat vliv tvaru trhliny na souhrnné stínění odděleně, tedy samostatně hodnotit vliv středního úhlu vyhnutí trhliny a jeho střední kvadratické odchylky a zvlášť vliv drsnosti. Proto bylo použito hodnoty  $\hat{k}$ , charakterizující pouze úhlové vlivy, položením  $l_s = B$  (ve vztahu (3.1)):

$$\hat{k} = \frac{\left( \int_0^B (k^*)^2(z) dz \right)^{1/2}}{B^{1/2}}. \quad (4.1)$$

V grafu na obr. 4.6 je tedy vynesena úhlově závislá část globálního součinitele intenzity napětí pro šikmé trhliny společně s její kvadratickou aproximačí a jako jednotlivé body jsou pro srovnání uvedeny výsledky  $\hat{k}$  dvou dostatečně dlouhých částí křivolaké trhliny.

Je patrné, že hodnoty součinitelů  $\hat{k}$  částí křivolaké trhliny jsou ve velmi dobrém souladu s hodnotami  $\hat{k}$  šikmé trhliny.



Obr. 4.6: Porovnání úhlově závislých částí stínění součinitele intenzity napětí  $\hat{k}$ .

Uvedený způsob nahrazení křivolaké trhliny trhlinou šikmou s dodatečným zahrnutím vlivu drsnosti se jeví jako dobrý základ pro nalezení přijatelné aproximace křivolakých trhlin. Je potřeba vyhodnotit řadu křivolakých trhlin s různými středními kvadratickými hodnotami úhlu vyhnutí - tj. s různou drsností.

## 5. ZÁVĚR

Hlavní výsledky předložené disertační práce lze stručně shrnout do následujících bodů:

1. Podpůrné 2D modely křivolaké trhliny umožnily jednak minimalizovat problém 3D modelu křivolaké trhliny a jednak zjednodušit 3D geometrii trhliny na rovinnou trhlinu zakončenou krátkým křivolakým lemem.
2. Analýza efektivního součinitele intenzity napětí v okolí koplanárních výstupků umožňuje kvalitativně posoudit kinetiku vývoje tvaru čela trhliny při zkouškách iniciační lomové houževnatosti kovových materiálů v agresivním prostředí. Tato analýza dále umožňuje kvalitativně posoudit vliv koplanární křivolakosti, která není do 3D modelu zahrnuta.

3. Byly spočteny lokální i globální efektivní součinitele intenzity napětí na čele modelu křivolaké trhliny v CT vzorku. Tento model simuluje podmínky existující na čele interkrystalicky rozvětvených trhlin v kovových a keramických materiálech při zkouškách lomové houževnatosti. Výpočet ukázal, že interkrystalická mikrokřivolakost může způsobit podstatné snížení hnací síly trhliny oproti idealizované geometrické konfiguraci trhliny, uvažované v normovaných vyhodnocovacích postupech.
4. Ukazuje se, že má smysl nahradit časově i softwarově náročný problém stanovení hnací síly mikroskopicky křivolaké trhliny podstatně jednodušším postupem přiřazení ekvivalentní šikmé trhliny s rovným čelem. Ověřováním tohoto inženýrsky efektivního postupu bude věnována další výzkumná práce.

Předložená práce ukázala použitelnost numerických metod k výpočtům hodnot lomově mechanických veličin v okolí trhliny s křivolakým čelem. Výsledky budou užitečné jak pro obecnou teorii stability a šíření trhlin s komplikovanou mikrogeometrií, tak pro experimentální stanovení inherentní lomové houževnatosti polykrystalických materiálů při interkrystalickém lomu. Korekce standardně naměřených hodnot na příspěvek geometricky indukovaného stínění přiblíží měřené hodnoty ke skutečné fyzikální hodnotě povrchové energie hranič zrn.

## 6. SUMMARY

### 6.1. Formulation of the problem

During the last twenty years, some new problems appeared in connection with deformation and fracture of advanced engineering materials as high strength steels and ceramics. Due to their reduced plasticity, fracture characteristics can be significantly influenced by the crack front tortuosity induced by microstructure. Namely, this complex microgeometry causes a local mixed mode 1+2+3 at the crack front even in case of the remote mode I loading. However, this shielding effect is not taken into account in standard procedures for evaluation of fracture characteristics. Therefore, in contradiction to all other mechanical characteristics, fracture toughness values  $K_{Ic}$  or fatigue threshold values  $\Delta K_{th}$  are usually higher for coarse grained materials. It can obviously lead to the overestimation of the general quality of particular material since the geometrically induced shielding does not represent an intrinsic resistance against the crack initiation and growth. Consequently, it is very useful to know what a part of the measured value is determinated by the contribution of geometrical shielding effect.

The main aim of this work is to perform a 3D analysis of the stress-strain field at the front of real-like cracks with tortuous geometry by using numerical methods. Results of this analysis are evaluated in terms of effective stress intensity factor  $k_{eff}$  in the framework of linear elastic fracture mechanics (LEFM). Quantitative estimations of the shielding level obtained by means of this approach can be used for correcting values of fracture characteristics obtained in standard testing procedures of advanced materials.

## 6.2. Remarks on analysed problems and methods

Analysis of all models of cracked bodies was performed under the assumption of the remote mode I loading case and in the framework of the one-parameter LEFM. It particularly means that conditions of small scale yielding and plain strain are considered to be fulfilled at the crack front. Moreover, the energetic criterion for stability of tortuous cracks was used in terms of the effective stress intensity factor as

$$k_{eff}^2 = k_1^2 + k_2^2 + \frac{1}{1-\nu} k_3^2,$$

where  $\nu$  is the Poisson ratio and  $k_1$ ,  $k_2$  and  $k_3$  are the local stress intensity factors related to the particular site at the crack front. Since the 3D analysis of real-like cracks with complicated geometry is very time-consuming, some related 2D models had to be considered in order to simplify the numerical solution of 3D stress-strain fields.

The first 2D model dealing with some significant configurations of straight and simply kinked cracks was analysed in order to transform the CT specimen into the very much smaller object consisting of the crack tip surrounded by a cube loaded by equivalent boundary deformations. The second 2D model dealing with various cracks of periodical triangle geometry transfers the real crack of planar roughness to the model of a long straight crack with the short, sparcely tortuous strip at its end. In both cases, the program ANSYS based on finite element method was used for calculating relevant LEFM quantities.

The first simple 3D model simulates the interaction of small co-planar ledges initiating at the crack front during the test on stress corrosion cracking. Simultaneously, it yields a qualitative information on the contribution of in-plane crack front tortuosity to the roughness induced shielding. The numerical procedure called FRANC3D based on boundary element method was used in this analysis.

The most important calculation procedure simulates the real intergranular branching of the crack front often occurring in coarse grained high strength steels or advanced ceramics and, generally, in all metallic materials fractured

in aggressive environment. A tortuous strip approximating the intergranular branch was constructed by means of an artificial procedure producing an intergranular crack surface within a 3D polycrystalline aggregate modeled by the Voronoi tessellation. Local stress intensity factors  $k_1, k_2, k_3$  and  $k_{eff}$  as well as the global factor  $K_{eff}$  were calculated by means of the FRANC3D. The related apparent enhancement of intrinsic fracture toughness value  $K_{Ic}$  was determined according the following formula

$$K_{Ic}^k = \frac{(l_s)^{1/2}}{\left( \int_0^B (k^*)^2(z) dz \right)^{1/2}} K_{Ic},$$

where  $k^* = k_{eff}/K_I^k$  and  $K_{Ic}^k$  is apparent (measured) fracture toughness and  $l_s$  can be expressed as

$$l_s = \int_0^B \frac{dz}{\cos \varphi(z) \cos \vartheta(z)},$$

where  $\varphi$  and  $\vartheta$  are the crack front inclination angles and  $B$  is the specimen thickness. Additionally, the global  $K_{eff}$  factor for an equivalent crack with oblique straight front was calculated in dependence on the deviation angle. This angle was related to that of the tortuous crack by matching their standard deviations.

### 6.3. Discussion of results and conclusion

The reduction procedure could as many as 50,000 times reduce the volume necessary for FEM meshing. This allowed us to produce an adequately fine grid to follow the microgeometry of the intergranular crack front along sufficiently long distance. It was shown further that the roughness developing along the crack growth direction can be replaced by a simple geometry consisting of a long straight crack with an elementary kink.

The 3D analysis of co-planar ledges yields a qualitative prediction of their growth kinetics. Immediately after initiation, the small ledges start to grow along the crack front with the growth rate the higher the closer is the interledge distance.

The calculated value  $K_{Ic}^k = 1.333K_{Ic}$  for intergranular crack shows a significant shielding effect even when a low band intergranular roughness value was chosen for the analysed tortuous strip.

The idea of using a simple oblique crack instead of the tortuous crack appears to be very encouraging. However, the final acceptance of this conclusion needs a further careful verification by calculating  $K_{eff}$  for tortuous cracks with different standard deviations.

The submitted work shows the efficiency of modern numerical approaches for calculating values of fracture mechanical quantities associated with cracks with tortuous fronts. Results of performed analyses will be useful either for the general theory on stability and growth of cracks with complicated microgeometry or for experimental determination of intrinsic fracture toughness of polycrystalline materials fractured under intergranular mode. Correction of standardly measured  $K_{Ic}$  values by taking to account the contribution of geometrically induced shielding brings the measured data closer to the real value of surface energy at grain boundaries.

## 7. LITERATURA

- [1] Ritchie, R. O. **Mechanisms of Fatigue Crack Propagation in Metals, Ceramics and Composites: Role of Crack Tip Shielding.** *Materials Science and Engineering.* 1998, A 103, s. 15-28.
- [2] Pokluda, J. **Stabilita rozvětvených trhlin v konstrukčních materiálech.** Ve sb. Švejcar, J. (ed.) *Materiálové vědy na prahu 3. milénia.* FSI VUT v Brně, 1999, s. 104-114.
- [3] Šandera, P., Ponížil, P., Pokluda, J. **Modeling Intergranular Crack Growth in 2D and 3D Voronoi Cells.** Ve sb. Petit, J. (ed.) *ECF11 Mechanisms and Mechanics of Damage and Failure.* EMAS, Poitiers, 1996, vol. 1, s. 491-496.
- [4] Zeman, J., Rolc, S., Buchar, J., Pokluda, J. **Microstructure and Fracture Toughness of Cast and Forget UHSLA Steels.** ASTM - Special Technical Publication. 1990, 1074, s. 396-418.
- [5] Irwin, G. R. *Handbuch der Physik VI.* Springer Verlag, 1958, s. 551.
- [6] Griffith, A. A. **The Phenomena of Rupture and Flow in Solids.** *Philosophical Transaction of Royal Society.* 1920, A 221, s. 163-183.
- [7] Leevers, P. S., Radon, J. C. **Inherent Stress Biaxiality in Various Fracture Specimen Geometries.** *International Journal of Fracture.* 1982, 19, s. 311-325.
- [8] Parks, D. M. Ve sb. Argon, A. S. (ed.) *Topics in Fracture and Fatigue.* Springer, 1992, s. 58-82.
- [9] Knésl, Z., Bednář, K. *Dvouparametrová lomová mechanika: Výpočet parametrů a jejich hodnoty.* ÚFM AV ČR, Brno, 1997. 48 s.
- [10] Pokluda, J. **Intergranular Crack Branching.** Ve sb. Parilák, L. (ed.) *Fractography '94.* IMR SAS Košice, 1994, s. 195-202.

- [11] Ingrafea, T. et al. **FRANC3D - 3D FRacture ANalysis Code**. The Cornell University Fracture Group, Cornell University 1996, Ithaca, NY.
- [12] Šandera, P., Horníková, J., Pokluda, J. **Effective Stress Intensity Factor of a Real-like 3D Intergranular Crack Front**. Ve sb. Miller K. J. et al. (ed.) *ECF12 Fracture from Defects*. Sheffield: EMAS, 1998, s. 811-816.
- [13] Horníková, J., Šandera, P., Pokluda, J. **K problematice 3D výpočtu lokálního efektivního součinitele intenzity napětí na čele rozvětvené trhliny**. Ve sb. Koubová, E. (ed.) *Inženýrská mechanika '98*. Žďár nad Sázavou: Žďas a.s., 1998, s. 251-256.
- [14] Rice, J. R. **A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentrations by Notches and Cracks**. *Journal of Applied Mechanics*. 1968, 35, s. 379-386.
- [15] ČSN 42 0347 *Zkoušení kovů. Zkouška lomové houževnatosti  $K_{Ic}$  kovů při rovinné deformaci. Obdobné zahraniční normy ASTM E 399, BS 5762*.
- [16] Sih, G. C. **Some Basic Problems in Fracture Mechanics and New Concepts**. *Engineering Fracture Mechanics*. 1973, 5, s. 365-379.
- [17] Knésl, Z. *Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures*. Elsevier, 1994, 551 s.
- [18] Horníková, J., Šandera, P. **Calculation of Effective Value of Stress Intensity Factor of Intergranularly Kinked Crack**. Ve sb. Parílák, L. (ed.) *International Conference on Fractography '97*. IMR SAS Košice, 1997, s. 169-174.
- [19] Horníková, J., Šandera, P., Pokluda, J. **Efektivní součinitel intenzity napětí pro dvojnásobně vyhnutou trhlinu ve Voronoiově mozaice**. *Inženýrská mechanika*. 1999, 6, s. 97-102.
- [20] **ANSYS. Users Manual**. Revision 5.0, I-IV. Swanson Analysis System, Houston, USA, 1992.
- [21] Horníková, J., Šandera, P. **K vlivu interkrystalických korozních výstupků na iniciační hodnoty korozní lomové houževnatosti**. Ve sb. „*Materiálové vědy na prahu 3. milénia*“. FSI VUT v Brně, 1999, s. 322-325.
- [22] Horníková, J., Šandera, P., Pokluda, J. **Effective Stress Intensity Factor for the Straight Crack Front with 3D ledges**. Ve sb. Bréchet, Y. (ed.) *Microstructures, Mechanical Properties and Processes - Euromat '99*. Weinheim: Wiley-VCH, 2000, s. 232-235.

- [23] Horníková, J., Šandera, P., Pokluda, J. **Vliv strukturní nehomogenity a stínění čela trhliny na hodnoty lomové houževnatosti oceli v korozním prostředí**. Ve sb. Kratochvíl, C., Kotek, V., Krejsa, J. (ed.) *Inženýrská mechanika '99*. VUT Brno, 1999, vol. 2, s. 351-356.
- [24] Pokluda, J. **Lineární lomová mechanika trhlin se složitou mikrogeometrií**. Ve sb. Parilák, L. (ed.) *International Conference on Fractography 2000*. IMR SAS Košice, 2000, s. 82-93.
- [25] Šandera, P., Horníková, J., Pokluda, J. **Užití Voronoiových mozaik v simulaci procesů poškozování**. Ve sb. Bokůvka, O. (ed.) *Letná škola únavy materiálov '96*. Vysoká škola dopravy a spojov v Žilině, 1996, s. 146-149.
- [26] Horníková, J., Šandera, P., Pokluda, J. **Calculation of the Shielding Effect Caused by a Real-like 3D Intergranular Crack Front**. Ve sb. *Junior Euromat '98*. Lausanne: Deutsche Gesellschaft für Materialkunde e.V., 1998, s. 96-97.
- [27] Šandera, P., Horníková, J. **Simulace sítě hranic zrn v polykrystalech pomocí Voronoiových teselací**. Ve sb. Kupka, J. (ed.) *Přínos metalografie pro řešení výrobních problémů*. Ostrava: Tanger, s.r.o., 1999, s. 289-290.

## 8. CURRICULUM VITAE

**Jméno:** Ing. Jana Horníková  
rodné příjmení: Kohoutková  
**Narozena:** 3. května 1957 v Brně  
**Adresa:** Vejrostova 6, 635 00 Brno  
**Zaměstnání:** Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství,  
Technická 2, 616 69 Brno  
**E-mail:** Hornikova@umt.fme.vutbr.cz  
**Telefon:** (+420-5) 41142866

### Vzdělání

1963 - 1972 základní devítiletá škola v Brně, Zemědělská ul.  
1972 - 1976 gymnázium v Brně, Elgartova ul.  
1976 - 1981 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojní  
1993 dosud distanční doktorské studium na FSI VUT

### Odborná praxe

1981 - 1986 výpočtové oddělení, Královopolská strojírna Brno  
1986 dosud odborná asistentka na Ústavu mechaniky těles  
FSI VUT v Brně,  
zaměření: mechanika těles, lomová mechanika

Po absolvování vysoké školy jsem nastoupila jako výpočtářka ve státním podniku Královopolská strojírna Brno, kde jsem pracovala ve skupině výpočtů chemických aparátů a zabývala se pevnostními výpočty tlakových nádob.

V roce 1986 jsem byla přijata jako vědecko-pedagogická pracovnice katedry technické mechaniky, pružnosti a pevnosti FS VUT a po transformaci kateder na ústavy jsem byla zařazena do odboru statiky, pružnosti, pevnosti a numerických metod Ústavu mechaniky těles.

Po dobu svého působení na fakultě strojní jsem vedla cvičení z předmětu Statika, Pružnost a pevnost v denním inženýrském i bakalářském studiu. Od roku 1995 také přednáším tytéž předměty.

V roce 1993 jsem zahájila distanční doktorské studium na FSI VUT, ovšem vzhledem k problematické komunikaci se školitelem, který nebyl zaměstnancem školícího pracoviště, mi bylo v roce 1995, po schválení oborovou radou, změněno téma i školitel. Od té doby jsem se specializovala na problematiku křivolkých trhlin v rámci lineární lomové mechaniky, podílela se na řešení grantových úkolů v této oblasti a jako spoluautorka publikovala 19 příspěvků na konferencích (z toho 8 mezinárodních) a 1 článek v časopise.