FIT VUT v Brně **MATEMATIKA 2010** **II B**

(součet celkem 1000 bodů)

Jméno a příjmení: Podpis:

1. Rovnice $x + \sqrt{x^2 - 12} = 2$ má v oboru reálných čísel řešení

   a) $x = 5$ b) $x = 4$
   c) $x = 3$ d) $x = 2$
   e) nemá řešení

   (30) - 6

2. Rovnice $y = \frac{1}{x-1}$ je rovnicí

   a) elipsy b) paraboly
   c) přímky d) dvojice přímek
   e) hyperboly

   (30) - 6

3. Pro všechna $x \neq -1$ platí $(x+1)^{-2}(x^2+1) =$

   a) 0 b) 1
   c) $1 + \frac{1}{2x}$ d) $2 + x^2 + x^{-2}$
   e) $\frac{x^2+1}{x^2+2x+1}$

   (30) - 6

4. Z 25 studentů ve třídě se 7 zúčastnilo matematické olympiády, 4 soutěže v recitaci a 2 se zúčastnili obou akcí. Kolik studentů se účastnilo alespoň jedné z uvedených akcí?

   a) 8 b) 9
   c) 11 d) 13
   e) 16

   (30) - 6

5. Množina všech řešení nerovnice $\left|\frac{3x-2}{4}\right| > 1$ je

   a) $(2, \infty)$ b) $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
   c) $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (2, \infty)$ d) $(-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (2, \infty)$
   e) $(-\frac{2}{3}, 2)$

   (30) - 6

6. Definičním oborem funkce $y = 3\log(x+2)$ je množina všech $x \in \mathbf{R}$, pro která platí

   a) $x > 0$ b) $x > \frac{3}{2}$
   c) $x > -\frac{3}{2}$ d) $x > 2$
   e) $x > -2$

   (40) - 8

7. Řešeními nerovnice $3^{x-2} \leq 1$ jsou právě všechna $x \in \mathbf{R}$, pro která platí

   a) $x \geq 0$ b) $x \geq 2$
   c) $x \leq 2$ d) $x \leq -2$
   e) $2 \leq x \leq 3$

   (40) - 8

8. $\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) =$

   a) $\sin x$ b) $\sin \frac{\pi}{6}$
   c) $\cos x$ d) $\cos \frac{\pi}{6}$
   e) $2\sin \frac{\pi}{6}$

   (40) - 8

9. Je-li $x^3 - (2x)^4 = 0, x \neq 0$, pak $8x =$

   a) 0,5 b) 18
   c) 12 d) 1
   e) 2

   (40) - 8

10. Jestliže druhý člen geometrické posloupnosti je $a_2 = 6$ a součet prvních dvou členů této posloupnosti je 8, pak čtvrtý člen posloupnosti je

    a) $\frac{2}{9}$ b) 9
    c) 14 d) 24
    e) 54

    (40) - 8

11. Až bude Karlovi tolik let, kolik je teď Honzovi, bude Honza dvakrát starší, než je Karel teď. Až bude Karlovi o deset let víc, než je dnes Honzovi, bude Honzovi třikrát víc, než je teď Karlovi. Kolik je nyní Honzovi?

a) 15 b) 20
c) 25 d) 30
e) 35

(50) - 10

12. Přímka, která svírá s kladným směrem osy x úhel 45° a na ose y vytíná úsek $q = -3$, má rovnici

a) $y = x - 3$ b) $y = 3$
c) $y = 2x + 3$ d) $3x + 2y - 6 = 0$
e) $2x + 3y = 1$

(50) - 10

13. $\binom{5}{0} + \binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} =$

a) 25 b) 20
c) 30 d) 32
e) 5!

(50) - 10

14. Vypočtěte: $\frac{(1-i)^2 \cdot (\sqrt{3}+i)}{1-i\sqrt{3}} =$

a) 1 b) 2
c) 3 d) 4
e) 5

(50) - 10

15. Čtverec má plošný obsah 2 m^2. Čtverec, jehož strana je úhlopříčka prvního čtverce, má obsah

a) $2\sqrt{2}$ m^2 b) 4 m^2
c) $2\sqrt{3}$ m^2 d) $4\sqrt{3}$ m^2
e) 2 m^2

(50) - 10

16. Rovina rovnoběžná s rovinou $3x - 6y - 2z + 14 = 0$, která má od ní vzdálenost 3, má rovnici

a) $3x - 6y - 2z + 11 = 0$ b) $3x - 6y - 2z + 7 = 0$
c) $3x - 6y - 2z = 0$ d) $3x - 6y - 2z - 7 = 0$
e) $3x - 6y - 2z - 10 = 0$

(80) - 16

17. Množina řešení rovnice $2\cos^2 x = 3\sin x$ na intervalu $\langle 0; 2\pi \rangle$ je právě

a) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ b) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right\}$
c) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right\}$ d) $\left\{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\right\}$
e) $\left\{\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right\}$

(80) - 16

18. V krabici jsou předměty různých vlastností. Víme, že všechny kovové předměty jsou šedé a všechny šedé předměty mají tvar válce. Jaký závěr ohledně předmětů v krabici z těchto informací můžeme vyvodit?

a) Žádný válec není kovový. b) Žádný kovový předmět nemá tvar válce.
c) Všechny válce jsou kovové. d) Všechny kovové předměty mají tvar válce.
e) Žádné z předchozích tvrzení z uvedených předpokladů neplyne.

(80) - 16

19. Operace $\ominus$ je definována jako $\ominus a = 3 - 4a$. Určete x, víme-li, že $\ominus(x + 2) = -13$.

a) 0 b) -2
c) 2 d) -4
e) 4

(80) - 16

20. Dvě pumpy vyčerpají cisternu za 3,75 hodiny. První pumpou by se cisterna vyprázdnila o 4 hodiny dříve než druhou pumpou. Za kolik hodin by se cisterna vyprázdnila pouze druhou (méně výkonnou) pumpou?

a) 7 b) 8
c) 9 d) 10
e) 11

(80) - 16