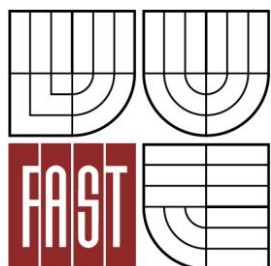




VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STAVEBNÍ
ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING
INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

NELINEÁRNÍ ANALÝZA ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ

NONLINEAR ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Petr Král

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. PETR HRADIL, Ph.D.

BRNO 2013



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Studijní program	B3607 Stavební inženýrství
Typ studijního programu	Bakalářský studijní program s prezenční formou studia
Studijní obor	3608R001 Pozemní stavby
Pracoviště	Ústav stavební mechaniky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Student Petr Král

Název Nelineární analýza železobetonových konstrukcí

Vedoucí bakalářské práce Ing. Petr Hradil, Ph.D.

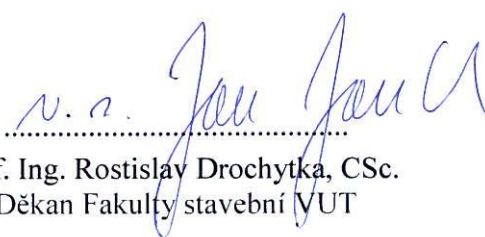
Datum zadání bakalářské práce 30. 11. 2012

Datum odevzdání bakalářské práce 24. 5. 2013

V Brně dne 30. 11. 2012


.....
prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.
Vedoucí ústavu




.....
prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc.
Děkan Fakulty stavební VUT

Podklady a literatura

ČSN EN 1991-1 Zatížení konstrukcí

ČSN EN 1992-1 Navrhování betonových konstrukcí

ANSYS, Inc., Theory, Release 14.0, 2011

Hughes T.J.R. The finite element method, linear statics and dynamic finite element analysis, Prentice-Hall International, ISBN 0-13-317017-9

Zásady pro vypracování (zadání, cíle práce, požadované výstupy)

Student se seznámí s prostředím programového systému ANSYS. Bude se zabývat výpočty pomocí nelineárních materiálových modelů na vybraných železobetonových konstrukcích.

Struktura bakalářské/diplomové práce

VŠKP vypracujte a rozdělte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

Petr Hradil

.....
Ing. Petr Hradil, Ph.D.
Vedoucí bakalářské práce

Abstrakt

Cílem práce je provedení a vyhodnocení nelineárních analýz trámů, jež budou namáhány čtyřbodovým ohybem. Nelineární analýza bude provedena a vyhodnocena na třech modelech trámu, z nichž první bude z prostého betonu, druhý z železobetonu s výztuží umístěnou v oblasti tahových napětí a třetí z železobetonu s výztuží umístěnou v oblastech tahových a tlakových napětí. Obsahem práce bude vytvoření vhodných MKP modelů, provedení nelineárních výpočtů s použitím materiálového modelu z knihovny nelineárních materiálových modelů multiPlas v programovém prostředí výpočetního systému ANSYS a následné vyhodnocení výsledků. Vyhodnocení výsledků bude sestávat ze zhodnocení nelineárních analýz trámů a ze zhodnocení analýz trámů dle normy ČSN EN 1992 – 1 – 1 bez výztuže a s výztuží v daných variantách, dále ze srovnání nelineárních analýz trámů s analýzami trámů dle normy ČSN EN 1992 – 1 – 1 a nakonec ze zhodnocení podmínky plasticity, jež bude aplikována na trámy.

Abstract

The aim is to design and evaluate nonlinear beams analysis, which will be subjected by four – point bending. Nonlinear analysis will be performed and evaluated on three beam models, the first of which will be made from plain concrete, the second of which will be made from reinforced concrete with reinforcement bars in the domain of tensile stress and the third of which will be made from reinforced concrete with reinforcement bars in domains of tensile and compressive stress. The thesis will be included formation of appropriate FE models, performance of nonlinear calculations with using nonlinear material model from a library of nonlinear material models multiPlas in the programming environment of software ANSYS and subsequent evaluation of results. Evaluation of results will consist from evaluation of nonlinear beams analysis and from evaluation of beams analysis according to ČSN EN 1992 – 1 – 1 without reinforcement bars and with reinforcement bars in these variants, next from comparison of nonlinear beams analysis with a beams analysis according to ČSN EN 1992 – 1 – 1 and finally from evaluation of the yield condition, which will be applied to the beams.

Klíčová slova

Nelineární analýza, trám, prostý beton, železobeton, ANSYS, Mechanical APDL, multiPlas, modifikovaný Drucker – Prager, materiálový model, plasticita, výpočtový model, metoda konečných prvků, zatížení, okrajové podmínky.

Keywords

Nonlinear analysis, beam, plain concrete, reinforced concrete, ANSYS, Mechanical APDL, multiPlas, modified Drucker – Prager, material model, plasticity, computational model, finite element method, loads, boundary conditions.

Bibliografická citace VŠKP

KRÁL, Petr. *Nelineární analýza železobetonových konstrukcí*. Brno, 2013. 95 s., 6 s. příl. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Petr Hradil, Ph.D..

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně a že jsem uvedl všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 25. 4. 2013

.....

podpis autora
Petr Král

Poděkování:

Rád bych poděkoval svému vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Petru Hradilovi, Ph.D. za odbornou pomoc a podporu, kterou mi věnoval v průběhu tvorby této práce, a také za přátelský přístup k mé osobě, za což jsem mu velmi vděčný. Dále bych chtěl poděkovat panu Ing. Aleši Nevařilovi, Ph.D., který nás v zimním semestru seznámil se základy práce v programu ANSYS. V neposlední řadě bych chtěl poděkovat také své rodině a přítelkyni za podporu a toleranci při tvorbě této práce.

Obsah:

1. Úvod	1
2. Cíle práce	3
3. Řešené příklady	4
3.1. Volba a popis řešených konstrukčních prvků	4
3.2. Empirické stanovení rozměrů trámů	5
4. Výpočetní systém ANSYS	7
4.1. Popis systému ANSYS	7
4.2. Pracovní prostředí Mechanical APDL	8
4.3. Knihovna nelineárních materiálových modelů multiPlas	10
4.3.1. Oblasti využití materiálové knihovny multiPlas	10
4.3.2. Nelineární elasto – plastický materiálový model pro beton	10
4.3.3. Obecný popis plasticity pro elasto – plastický model	11
4.3.4. Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity	13
5. Výpočtové modely trámů pro nelineární analýzu	16
5.1. Vytvoření geometrických modelů	16
5.2. Použité typy konečných prvků	17
5.3. Materiálové parametry použitých materiálových modelů	19
5.3.1. Beton	20
5.3.2. Betonářská výztuž	22
5.4. Vytvoření výztužných vložek	23
5.5. Vytvoření MKP modelů	23
5.6. Zatížení a okrajové podmínky	25
6. Nelineární výpočet	28
7. Vyhodnocení nelineární analýzy	30
7.1. Zhodnocení změn napjatosti, poměrných přetvoření a průhybů trámů v průběhu zatěžování	31

7.1.1. Vliv působení ohybových momentů	31
7.1.2. Vliv působení posouvajících sil	45
7.2. Zhodnocení nelineárních analýz charakteristických průřezů	53
7.2.1. Prostý ohyb	53
7.2.2. Smyk za ohybu	63
7.3. Zhodnocení analýz charakteristických průřezů dle ČSN EN 1992 – 1 – 1 (EC 2)	68
7.4. Srovnání nelineárních analýz charakteristických průřezů s analýzami charakteristických průřezů dle ČSN EN 1992 – 1 – 1 (EC 2)	73
7.5. Aplikace modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity na modely trámů a její vyhodnocení	77
7.6. Zobrazení hydrostatických a oktaedrických tečných napětí na modelech trámů pro vyhodnocení podmínky plasticity	80
8. Závěr	84
Seznam použitých zdrojů	86
Seznam použitých symbolů	87
Seznam obrázků a tabulek	89
Seznam příloh	95
 Příloha A – Výpočet maximálních svislých sil F_y a průhybů u_y u trámů z prostého betonu a železobetonu s použitím norem ČSN EN 1992 – 1 – 1 a ČSN EN 1991 – 1 – 1	

Kapitola 1

Úvod

Využívání statických analýz pro vyšetřování chování konstrukcí nebo konstrukčních prvků z různých materiálů je dnes již běžným postupem při návrhu konstrukce nebo konstrukčního prvku. V dnešní době je možné provádět přesné statické analýzy i u tvarově nebo konstrukčně komplikovaných konstrukcí v důsledku stále se rozvíjejícího spektra výpočetních programů založených na principu metody konečných prvků. Vhodnou volbou výpočetního programu je možné navrhovat konstrukce pomocí statických analýz v rozsahu od nejjednodušších lineárních analýz až po nejsložitější nelineární analýzy, jež bez použití výpočetního programu prakticky není možné řešit.

Pro návrh konstrukcí z prostého betonu a železobetonu lze použít několik typů statických analýz. Používají se:

- lineárně pružná analýza
- lineárně pružná analýza s omezenou redistribucí
- plastická analýza
- nelineární analýza

Nejčastěji používaným typem statické analýzy pro betonové a železobetonové konstrukce je lineárně pružná analýza, při které se pracuje s kvantilovými hodnotami vlastností materiálů a hodnoty zatížení a vlastností materiálů jsou při této analýze upraveny použitím metody dílčích součinitelů. Z hlediska bezpečnosti je návrh konstrukce prostřednictvím lineárně pružné analýzy nejbezpečnější, ale zároveň je z ekonomického hlediska nejméně hospodárný. Lineárně pružná analýza s omezenou redistribucí vychází z lineárně pružné analýzy bez redistribuce, platí při ní tedy stejná pravidla s jediným rozdílem a to takovým, že je při této analýze možné přerozdělit vnitřní síly v konstrukci nebo konstrukčním prvku za předpokladu vzniku trhlin v určitých místech. Plastická analýza se používá za předpokladu plného plastického působení konstrukce nebo konstrukčního prvku, přičemž se pracuje s kvantilovými hodnotami vlastností materiálů a hodnoty zatížení a vlastností materiálů jsou upraveny pomocí metody dílčích součinitelů. Nejsložitějším typem statické analýzy je nelineární analýza. Při nelineární analýze se pracuje s reálnými hodnotami vlastností materiálů, jež představují v pracovních diagramech střední hodnoty, přičemž metoda dílčích součinitelů se při této analýze, vzhledem ke snaze přiblížit chování konstrukce co nejvíce realitě, neuplatňuje. Z hlediska

bezpečnosti je návrh konstrukce prostřednictvím nelineární analýzy nejméně bezpečný, jelikož se výrazně blíží skutečnému stavu konstrukce, ale zároveň je velmi přesný a také nejehospodárnější z ekonomického hlediska.

Z výše uvedeného vyplývá, že použití nelineární analýzy vede u betonových a železobetonových konstrukcí k nalezení mnohem efektivnějšího a levnějšího řešení návrhu, než je tomu v případě použití lineární analýzy. Další výhodou použití nelineární analýzy u betonových a železobetonových konstrukcí je také nalezení vhodných dimenzí a vhodného způsobu vyztužení konstrukčních prvků, ze kterých jsou konstrukce sestaveny.

V této práci se tedy zaměřím na aplikaci nelineární analýzy na konstrukční prvky z prostého betonu a železobetonu, konkrétně na trámy. Součástí práce bude také aplikace lineární analýzy na trámy dle normy ČSN EN 1992 – 1 – 1 a následné srovnání nelineárních analýz trámů s analýzami trámů dle normy, jež potvrdí zmíněné výhody aplikace nelineární analýzy na konstrukce nebo konstrukční prvky při návrhu oproti aplikaci lineární analýzy. Na závěr bude vyhodnocena podmínka plasticity aplikovaná na trámy.

Kapitola 2

Cíle práce

- Vytvoření modelů trámů z prostého betonu a z železobetonu s vyztužením ve dvou variantách ve výpočetním programu ANSYS a následné provedení simulací čtyřbodové zkoušky ohybem a výpočtů pomocí nelineární analýzy.
- Vyhodnocení nelineárních analýz trámů a zjištění maximálních únosností trámů při aplikaci nelineární analýzy.
- Vyhodnocení analýz trámů dle normy ČSN EN 1992 – 1 – 1 a zjištění maximálních únosností trámů při aplikaci analýzy dle této normy.
- Srovnání použitých způsobů analýzy.
- Vyhodnocení podmínky plasticity aplikované na trámy.

Kapitola 3

Řešené příklady

V této kapitole bude vysvětlena volba konstrukčních prvků, které jsem se rozhodl v této práci řešit. Bude zde také popsána geometrie konstrukčních prvků a dále bude obsaženo také empirické stanovení rozměrů konstrukčních prvků dle zásad pro navrhování betonových a železobetonových konstrukcí.

3. 1. Volba a popis řešených konstrukčních prvků

Jako konstrukční prvky, které budou následně zatíženy a vyřešeny prostřednictvím nelineární analýzy, byly zvoleny celkem tři trámy o stejné geometrii a stejných rozměrech, z nichž jeden je z prostého betonu a dva jsou z železobetonu s odlišně umístěnou výztuží. Volba konstrukčních prvků byla učiněna právě takto, protože železobetonové trámy se vyskytují převážně jako stropní trámy pod železobetonovou stropní deskou nebo jako příčle a průvlaky u železobetonových skeletových konstrukcí často ve velkém množství, přičemž jejich vylevnění zajištěné pomocí užití nelineární analýzy při návrhu a tedy i vylevnění celé konstrukce je vzhledem k takovému množství jistě žádoucí.

Geometrie, rozměry a vyztužení trámů jsou následující:

Trám z prostého betonu

Trám má tvar pravidelného čtyřbokého hranolu s délkou 6 m, výškou podstavy 0,5 m a šířkou podstavy 0,2 m. Rozměry podstavy značí zároveň rozměry průřezu trámu. Rozměry trámu jsou stanoveny empiricky v části 3. 2. Empirické stanovení rozměrů trámů. Z takto stanovené geometrie trámu je zřejmé, že délka trámu jasně převažuje nad zbývajícími dvěma rozměry, což znamená, že se jedná o prutový konstrukční prvek. Geometrie a rozměry trámu z prostého betonu jsou znázorněny na obr. 3. 1. 1.

Trám z železobetonu:

a) výztuž v oblasti tahových napětí

Geometrie a rozměry trámu z železobetonu s variantou vyztužení a) jsou stejné jako v případě trámu z prostého betonu, jedná se tedy o prutový konstrukční prvek. Trám je vyztužen betonářskou tyčovou výztuží v oblasti předpokládaného vzniku tahových napětí v důsledku působícího zatížení, kde

bude výztuž přenášet tah tehdy, kdy beton vzhledem k malé pevnosti v tahu již nebude schopen přenášet tahová napětí. Výztuž je tvořena třemi výztužnými vložkami v jedné řadě o průměrech 10 mm a délkách 6 m. Geometrie, rozměry a vyztužení trámu z železobetonu s variantou vyztužení a) jsou znázorněny na obr. 3. 1. 2.

b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí

Geometrie a rozměry trámu z železobetonu s variantou vyztužení b) jsou stejné jako v případě obou předchozích trámů, jedná se tedy o prutový konstrukční prvek. Trám je vyztužen betonářskou tyčovou výztuží v oblasti předpokládaného vzniku tahových napětí v důsledku působícího zatížení ze stejných důvodů jako v případě železobetonového trámu s variantou vyztužení a), ale zároveň je vyztužen i v oblasti předpokládaného vzniku tlakových napětí v důsledku působícího zatížení. Tato tlačená výztuž bude přispívat k přenosu tlakových napětí, tlaková napětí tedy nebude přenášet pouze beton, ale i výztuž, a přispěje tak k celkové únosnosti trámu. Tlačená výztuž je tvořena třemi výztužnými vložkami v jedné řadě o průměrech 8 mm a délkách 6 m. Tažená výztuž je tvořena třemi výztužnými vložkami v jedné řadě o průměrech 10 mm a délkách 6 m. Geometrie, rozměry a vyztužení trámu z železobetonu s variantou vyztužení b) jsou znázorněny na obr. 3. 1. 3.

3. 2. Empirické stanovení rozměrů trámů

Zvolené trámy, jež budou řešeny pomocí nelineární analýzy, mají všechny stejnou geometrii a stejné rozměry z důvodů, aby bylo možné sledovat vliv vyztužení na zvyšování únosnosti prvku. Stanovované rozměry jsou délka trámu, výška a šířka průřezu trámu:

- délka trámu L: zvolena

$$L = 6 \text{ m}$$

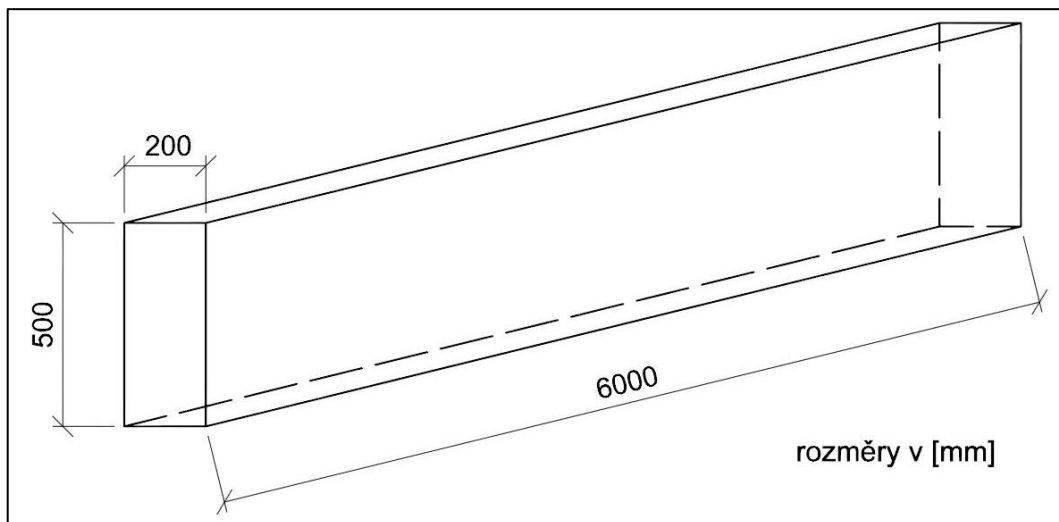
- výška průřezu trámu h: stanovena na základě délky trámu L

$$h = (1/15 - 1/12) \cdot L = (1/15 - 1/12) \cdot 6 = 0,4 - 0,5 \text{ m} \Rightarrow \text{zvolena výška } h = 0,5 \text{ m}$$

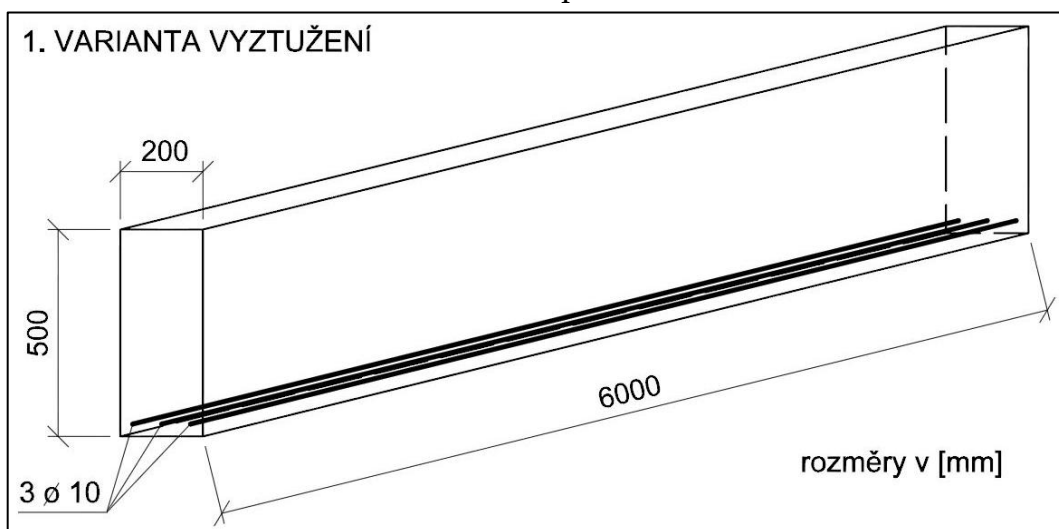
- šířka průřezu trámu b: stanovena na základě výšky průřezu trámu h

$$b = (0,33 - 0,4) \cdot h = (0,33 - 0,4) \cdot 0,5 = 0,165 - 0,2 \text{ m} \Rightarrow \text{zvolena šířka } b = 0,2 \text{ m}$$

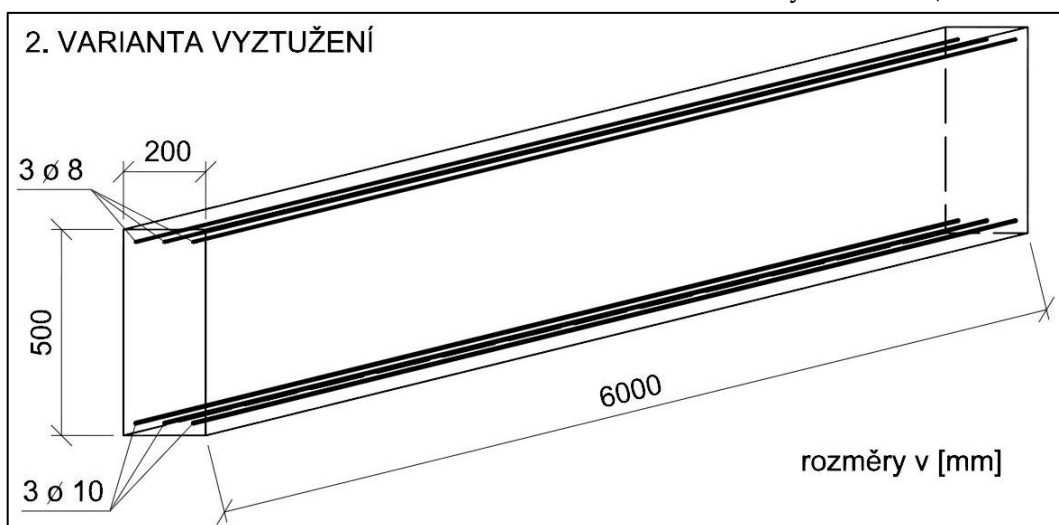
Rozměry trámů jsou stanoveny na základě empirických vztahů uvedených v literatuře [1].



Obr. 3. 1. 1: Trám z prostého betonu



Obr. 3. 1. 2: Trám z železobetonu s variantou vyztužení a)



Obr. 3. 1. 3: Trám z železobetonu s variantou vyztužení b)

Kapitola 4

Výpočetní systém ANSYS

Nelineární analýza trámů z prostého betonu a železobetonu bude provedena pomocí výpočetního systému ANSYS, jenž nabízí široké spektrum konečných prvků a materiálových modelů pro modelování betonu i betonářské výztuže. Pro modelování betonu bude v mém případě využit materiálový model z knihovny nelineárních materiálových modelů multiPlas. V této kapitole bude tedy popsán výpočetní systém ANSYS a knihovna nelineárních materiálových modelů multiPlas se zaměřením na materiálový model pro beton, jenž bude využit při tvorbě výpočtových modelů trámů.

4. 1. Popis systému ANSYS

Výpočetní systém ANSYS (Analysis Systems) je obecně nelineární výpočetní program, jenž od počátku své existence patří ke špičkovým inženýrským systémům obsahujícím robustní algoritmus pro řešení různých typů analýz. Je založen na řešení numerického modelu pomocí metody konečných prvků (Finite element method), přičemž pro odlišné typy analýz používá různé specifické konečné prvky, čímž se odlišuje od jiných výpočetních programů známých ze stavební praxe. Tento program zahrnuje různé typy analýz od strukturálních a termodynamických analýz až po analýzy proudění kontinua nebo akustické analýzy. Zmíněné typy analýz lze v programu provádět jednotlivě nebo je lze vzhledem k multifyzikálnímu pojetí programu sloučit do jediné komplexní analýzy. Výpočtové modely v programu ANSYS jsou parametrické, což umožňuje jednoduše řešit i citlivostní a optimalizační analýzy. Systém ANSYS umožňuje uživateli pracovat ve dvou základních pracovních prostředích a to buď v pracovním prostředí Mechanical APDL, nebo v pracovním prostředí Workbench. Pracovní prostředí Workbench je uživatelsky přívětivější, přehlednější a jednodušší než pracovní prostředí Mechanical APDL, které je zase naopak programátorsky přívětivější. Obě pracovní prostředí však využívají stejný řešič a to řešič pracovního prostředí Mechanical APDL. V systému ANSYS je výsledným výstupem řešení úlohy průběh napětí, ze kterého lze zpětně dopočítat vnitřní síly. ANSYS je velmi výkonným pomocníkem především u numericky obtížných úloh, kde se bezpochyby řadí modelování nelineárních problémů, kdy program umožňuje zadávání vlastních materiálů včetně materiálových konstant

všeho druhu, což je velkou výhodou, které bude při modelování a řešení trámů z prostého betonu a železobetonu v programu využito. Některé uvedené informace jsou převzaty z literatury [2].

4. 2. Pracovní prostředí Mechanical APDL

Pracovní prostředí Mechanical APDL (ANSYS Parametric Design Language) je jedním ze dvou pracovních prostředí ve výpočetním systému ANSYS, které má vlastní programovací jazyk. Tohle prostředí je uživatelsky méně přívětivé vzhledem k velmi široké nabídce různých nástrojů a dialogů, čímž se prostředí stává méně přehledným, ale na druhou stranu je tohle prostředí programátorsky přívětivé, neboť umožňuje práci provádět bez složitého procházení nabídek prostřednictvím příkazů, čímž se práce značně zrychluje a zefektivňuje.

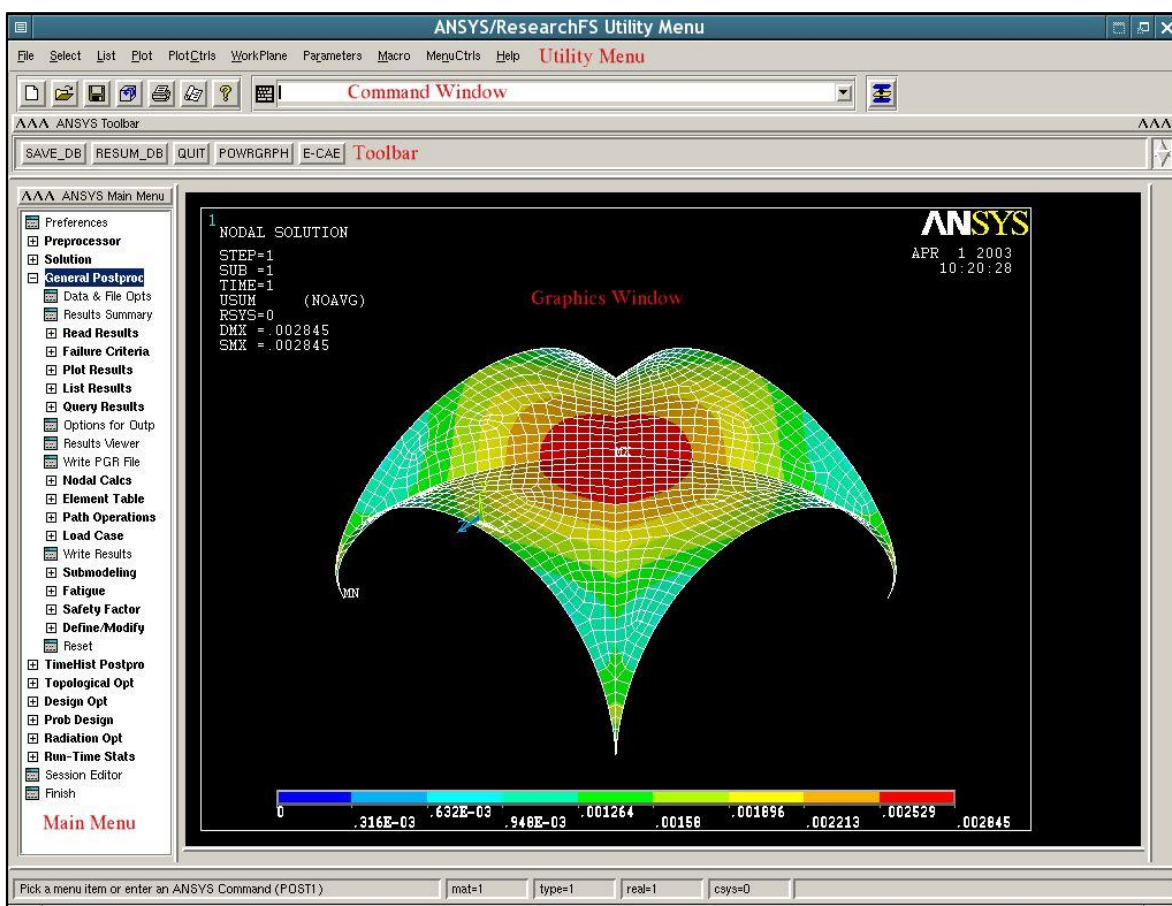
Základními částmi uživatelského rozhraní v pracovním prostředí Mechanical APDL (obr. 4. 2. 1) jsou:

- úvodní obrazovka – slouží k nastavení parametrů programu při spuštění.
- hlavní nabídka (Main Menu) – nejdůležitější ovládací prvek grafického prostředí. Poskytuje přístup k funkcím pro tvorbu výpočtového modelu, výpočet a práci s výsledky. Nejdůležitější obsažené položky jsou:
 - *Preprocessor* – nástroj pro tvorbu výpočtového modelu.
 - *Solution* – řešič.
 - *General Postprocessor* – nástroj pro vyhodnocování (výpisy vykreslování) výsledků. Pracovní prostředí Mechanical APDL umožňuje prohlížet výsledky jak v grafickém, tak v textovém formátu s podrobným popisem.
 - *TimeHist Postprocessor* – slouží k vyhodnocování výsledků časově závislých analýz (např. dynamických a nelineárních výpočtů).
- grafické okno (Graphic Window) – slouží pro zobrazování provedených operací a zadaných příkazů.
- lišta tlačítek (Toolbar) – uživatelsky konfigurovatelná lišta tlačítek. Standardně obsahuje především tlačítka:
 - SAVE_DB pro uložení dat.
 - RESUM_DB pro načtení uložených dat na disk.
 - QUIT pro ukončení práce s programem.
- příkazové okno (Command Window) – okno sloužící pro zadávání příkazů.

NELINEÁRNÍ ANALÝZA ŽELEZOBETONOVÝCH KONSTRUKCÍ

- nabídka nástrojů (Utility Menu) – nabídka pro konfiguraci systému ANSYS a provádění akcí s globální platností (uložení a načtení dat, výběry položek, ukončení programu).
- okno výstupů (Output Window) – okno, do kterého program vypisuje hlášení o svých aktivitách.

Obecný postup při řešení jakékoliv úlohy v pracovním prostředí Mechanical APDL výpočetního systému ANSYS při využití nabídek nebo příkazů je takový, že nejprve uživatel vytvoří geometrický model, jenž záhy pokryje síť konečných prvků, přičemž správná volba typu konečných prvků závisí na mnoha aspektech (např. na tvaru sítě, poloze působícího zatížení, typu analýzy), konečným prvkům přiřadí materiálové modely a následně MKP modelu přiřadí zatížení a okrajové podmínky. Následuje výpočet a řešení končí zpracováním výsledků. Některé uvedené informace a obr. 4. 2. 1 jsou převzaty z internetových stránek [3].



Obr. 4. 2. 1: Uživatelské rozhraní v pracovním prostředí Mechanical APDL

4. 3. Knihovna nelineárních materiálových modelů multiPlas

MultiPlas je knihovna nelineárních materiálových modelů, která rozšiřuje základní materiálovou knihovnu výpočetního programu ANSYS.

4. 3. 1. Oblasti využití materiálové knihovny multiPlas

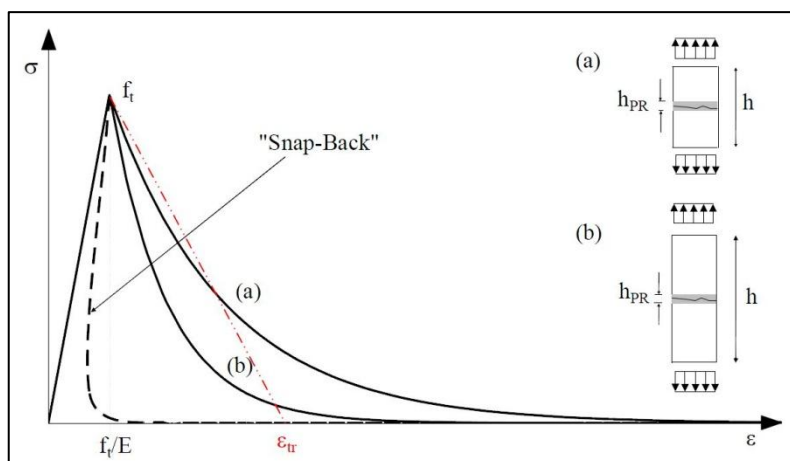
Knihovna nelineárních materiálových modelů multiPlas se zaměřuje na materiálové modely používané ve stavebnictví, konkrétně na materiálové modely pro beton, zdivo a dřevo, a také se zaměřuje na materiálové modely používané v geotechnice, konkrétně na izotropní a anizotropní Mohr – Coulombův a Drucker – Pragerův model. Materiálové modely obsažené v této knihovně jsou elasto – plastické založené na podmínce plasticity s asociativním nebo neasociativním zákonem tečení. Pro analýzy, jež jsou založené na metodě konečných prvků, má multiPlas robustní algoritmus s materiálovými modely s jednou plochou plasticity (single surface plasticity) i s více plochami plasticity (multi surface plasticity). Uvedené informace jsou převzaty z literatury [4] [5].

Pro modelování betonu bude z této materiálové knihovny použit nelineární elasto – plastický materiálový model pro beton.

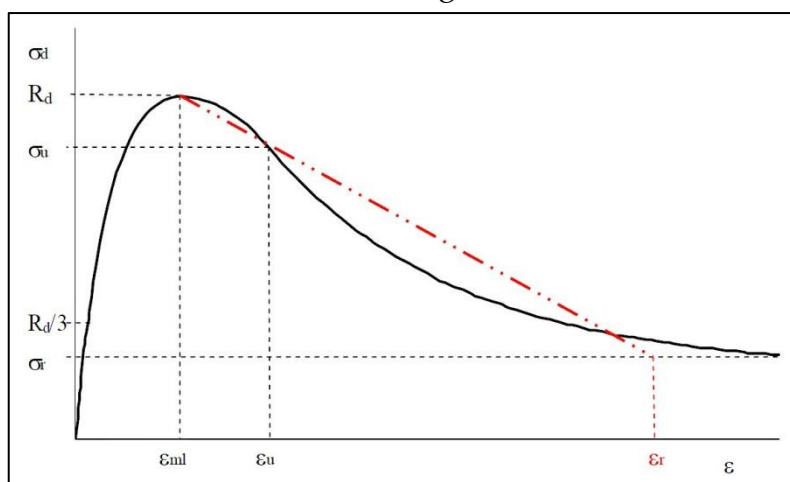
4. 3. 2. Nelineární elasto – plastický materiálový model pro beton

Pro modelování trámů z prostého betonu a železobetonu bude v případě modelování betonu použit nelineární modifikovaný elasto – plastický Drucker – Pragerův materiálový model se změkčením (modified Drucker – Prager model), jenž je jedním z materiálových modelů v materiálové knihovně multiPlas. Tento materiálový model je založen na podmínce plasticity, která se skládá z kritérií, kterými lze realisticky popsat pevnost betonu v tahu, tlaku i smyku. Bližší popis podmínky plasticity, jenž se uplatňuje při použití tohoto materiálového modelu je uveden v části 4. 3. 4. Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity. Chování betonu v jednoosém tahu je při použití tohoto materiálového modelu založeno na nelineární lomové mechanice v kombinaci s metodou šířky pásu trhlin a konceptem rozetřených trhlin. Změkčení v tahu je definováno exponenciální funkcí a lomovou energií. Funkce změkčení je stanovena individuálně pro každý konečný prvek, aby byl zachován vztah pro šířku otevření trhliny a zajištěna nezávislost na síti konečných prvků. Pracovní diagram betonu popisující chování betonu v jednoosém tahu při použití tohoto materiálového

modelu je na obr. 4. 3. 1. Při popisu chování betonu v jednoosém tlaku materiálový model uvažuje nelineární závislost mezi napětím a přetvořením se změkčením podle obr. 4. 3. 2, na kterém je znázorněn pracovní diagram betonu, jenž popisuje chování betonu v jednoosém tlaku při použití tohoto materiálového modelu. Uvedené informace a obr. 4. 3. 1, 4. 3. 2 jsou převzaty z literatury [4] [5].



Obr. 4. 3. 1: Pracovní diagram betonu v tahu

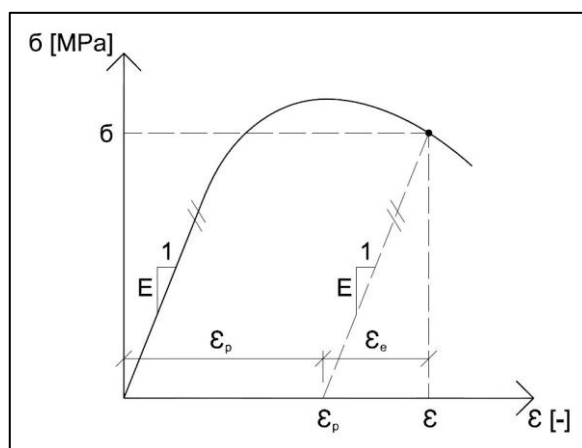


Obr. 4. 3. 2: Pracovní diagram betonu v tlaku

4. 3. 3. Obecný popis plasticity pro elasto – plastický model

Pro popis plasticity libovolných konstrukčních i nekonstrukčních materiálů, jejichž chování vystihují ve výpočetních programech materiálové modely, se používají funkce plasticity $f(\sigma)$, které mohou být různé v závislosti na fyzikálně – mechanických vlastnostech popisovaného materiálu, jsou tedy závislé na použitém materiálu. Nejinak je tomu i v případě materiálů vykazujících elasto – plastické chování. Pro specifikaci stavu, ve kterém se materiál nebo konstrukce v příslušném okamžiku zatěžování nachází, se používá podmínka plastické přípustnosti, zjednodušeně podmínka plasticity, která pro své vyhodnocení

využívá funkci plasticity odpovídající danému materiálu. V případě, kdy se podmínka plasticity rovná nulové hodnotě, se materiál nebo konstrukce nachází ve stavu plastickém. V případě záporné hodnoty podmínky plasticity se materiál nebo konstrukce nachází ve stavu pružném. Kladná hodnota podmínky plasticity značí stav nepřipustný. Znamenalo by to, že daný materiál nebo konstrukce nemůže působící zatížení přenést. Zápis podmínky plasticity, jež vystihuje zmíněná fakta, se běžně provádí prostřednictvím obecného kritéria $f(\sigma) \leq 0$ a toto kritérium se běžně zobrazuje i graficky a to nejčastěji pomocí plochy ohraničené uzavřenou křivkou v rovině napětí, kde množina bodů na křivce charakterizuje plastický stav materiálu nebo konstrukce a množina bodů na ploše uvnitř křivky charakterizuje pružný stav materiálu nebo konstrukce. Konkrétní grafický tvar podmínky plasticity a počet kritérií, ze kterých se podmínka plasticity skládá, je závislý na konkrétním použitém materiálu. Hodnota funkce plasticity je závislá na hlavních napětích, která závisí na případě osově napjatosti (jednoosá, dvouosá, tříosá) a získávají se na základě napětí a jim příslušných poměrných přetvoření v pracovních diagramech. Obecně vznikají dva druhy napětí a to normálová a tečná napětí. Celková poměrná přetvoření lze u elasto – plastických materiálů rozdělit obecně do dvou složek dle vztahu $\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}$, kde ε_{el} je elastická (pružná, dočasná) složka poměrných přetvoření a ε_{pl} je plastická (tvárná, trvalá) složka poměrných přetvoření, viz obr. 4. 3. 3. Nelineární elasto – plastický materiálový model se změkčením, jenž bude využit pro modelování betonu, je založen na modifikované Drucker – Pragerově podmínce plasticity, jejíž bližší popis bude uveden v části 4. 3. 4. Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity. Některé uvedené informace jsou převzaty z literatury [6].



Obr. 4. 3. 3: Obecný pracovní diagram materiálu, jenž vykazuje elasto – plastické chování – rozdělení celkového poměrného přetvoření na složku elastickou (ε_{el}) a plastickou (ε_{pl})

4. 3. 4. Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity

Nelineární elasto – plastický materiálový model se změkčením, jenž bude využit pro modelování betonu, je založen na modifikované Drucker – Pragerově podmínce plasticity, která se skládá ze dvou kritérií $f_1(\sigma) \leq 0$ a $f_2(\sigma) \leq 0$, nebo z jednoho kritéria $f(\sigma) \leq 0$, kterými lze realisticky popsat pevnost betonu v tahu, tlaku i smyku. Způsob plnění těchto kritérií udává stav, ve kterém se materiál nebo konstrukce nachází při jakémkoli případě osově napjatosti. Aktivita kritérií $f_1(\sigma) \leq 0$ a $f_2(\sigma) \leq 0$ závisí na oblastech podmínky plasticity. Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity se dělí na čtyři oblasti dle obr. 4. 3. 5:

- oblast tah – tah (t – t)
- oblast tah – tlak (t – c)
- oblast tlak – tah (c – t)
- oblast tlak – tlak (c – c)

t z anglického slova tension (tah)

c z anglického slova compression (tlak)

Kritérium $f_1(\sigma) \leq 0$ je aktivní v případě stavu materiálu nebo konstrukce, který spadá do oblastí tah – tah a tah – tlak. Kritérium $f_2(\sigma) \leq 0$ je aktivní v případě stavu materiálu nebo konstrukce, který spadá do oblastí tlak – tah a tlak – tlak. Grafické znázornění modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity v oktaedrické rovině je na obr. 4. 3. 6 a v prostoru na obr. 4. 3. 4. Kritéria $f_1(\sigma) \leq 0$ a $f_2(\sigma) \leq 0$ modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity se analyticky vyjadřují prostřednictvím následujících vztahů:

$$f_1(\sigma) = \sigma_s + \beta_t \cdot \sigma_m + \sigma_{yt} \cdot \Omega_1 \leq 0$$

$$\beta_t = \frac{\sqrt{3} \cdot (f_c - f_t)}{f_c + f_t}$$

$$\sigma_{yt} = \frac{2 \cdot f_c \cdot f_t}{\sqrt{3} \cdot (f_c + f_t)}$$

$$\sigma_s = \sqrt{J_2} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$f_2(\sigma) = \sigma_s + \beta_c \cdot \sigma_m + \sigma_{yc} \cdot \Omega_2 \leq 0$$

$$\beta_c = \frac{\sqrt{3} \cdot (f_{c2} - f_c)}{2 \cdot f_{c2} - f_c}$$

$$\sigma_{yc} = \frac{f_{c2} \cdot f_c}{\sqrt{3} \cdot (2 \cdot f_{c2} - f_c)}$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

kde: $f_1(\sigma) = F_1$ funkce plasticity kritéria $f_1(\sigma) \leq 0$ modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity [Pa]

$f_2(\sigma) = F_2$ funkce plasticity kritéria $f_2(\sigma) \leq 0$ modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity [Pa]

σ_m hydrostatické napětí [Pa]

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ hlavní napětí [Pa]

J_2 druhý invariant deviátoru hlavních napětí [Pa²]

$f_t = R_z$ pevnost v jednoosém tahu [Pa]

$f_c = R_d$ pevnost v jednoosém tlaku [Pa]

$f_{c2} = R_u$ pevnost ve dvouosém tlaku [Pa]

Ω_1, Ω_2 funkce zpevňování a změkčování [-]

kde: v oblastech tlakových napětí $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_c$

v oblastech tahových napětí $\Omega_1 = \Omega_t$

τ_{oct} oktaedrické tečné napětí [Pa]

Modifikovanou Drucker – Pragerovu podmínku plasticity je možné vyjádřit také s použitím pouze jednoho kritéria $f(\sigma) \leq 0$ prostřednictvím následujícího analytického vztahu:

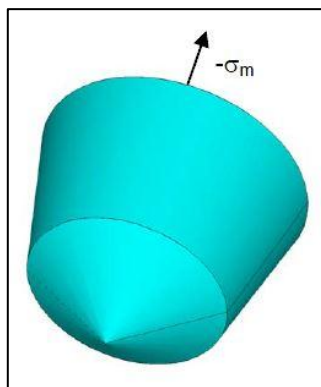
$$f(\sigma) = \left(\frac{m-1}{2}\right) \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \left(\frac{m+1}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} - f_c$$

$$f(\sigma) \leq 0$$

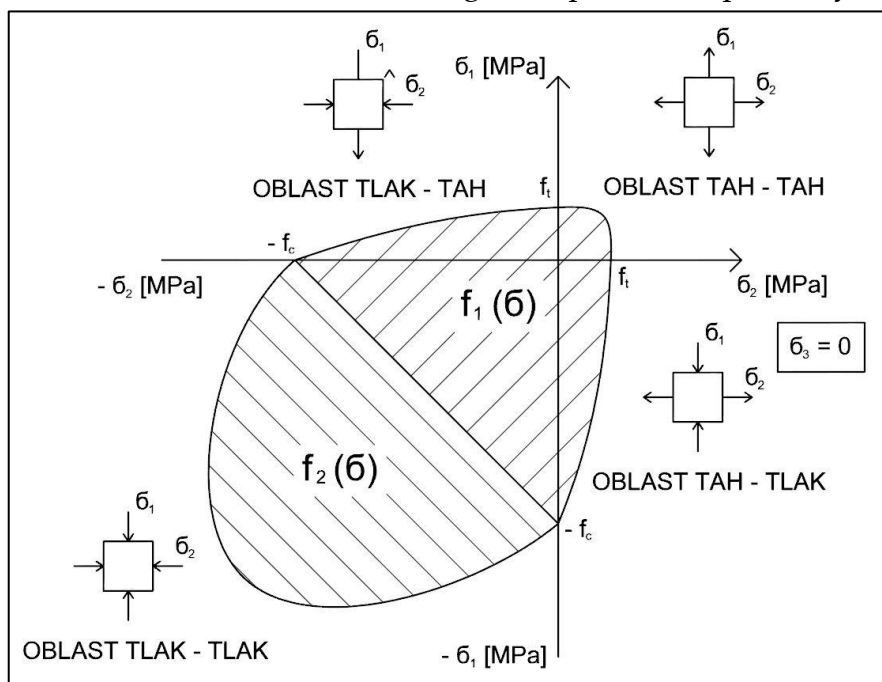
$$m = \frac{f_c}{f_t}$$

kde: $f(\sigma)$ funkce plasticity kritéria $f(\sigma) \leq 0$ modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity [Pa]

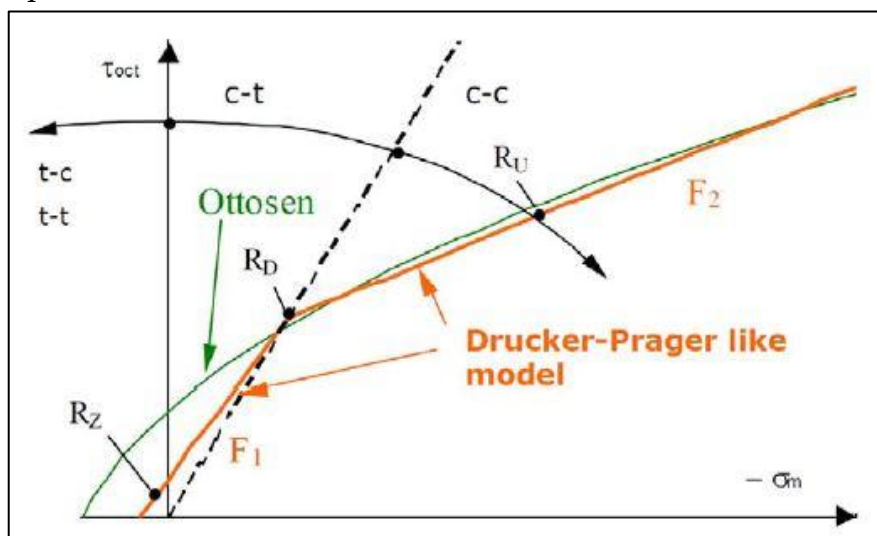
Některé uvedené informace, uvedené vztahy a obr. 4. 3. 4, 4. 3. 6 jsou převzaty z literatury a internetu [4] [5] [10].



Obr. 4. 3. 4: Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity v prostoru



Obr. 4. 3. 5: Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity v rovině hlavních napětí



Obr. 4. 3. 6: Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity v oktaedrické rovině

Kapitola 5

Výpočtové modely trámů pro nelineární analýzu

V této kapitole bude v jednotlivých částech postupně popsán postup tvorby výpočtových modelů trámů z prostého betonu a železobetonu řešených v této práci v pracovním prostředí Mechanical APDL výpočetního systému ANSYS s využitím systémových funkcí a příkazů, vhodných typů konečných prvků z širokého spektra konečných prvků, jež tento program nabízí, dále s využitím nelineárního elasto – plastického materiálového modelu se změkčením pro modelování betonu a bilineárního elasto – plastického materiálového modelu se zpevněním pro modelování betonářské výztuže.

5. 1. Vytvoření geometrických modelů

Geometrické modely trámů jsou pro případ trámu z prostého betonu i pro případ trámů z železobetonu zcela totožné, jelikož všechny tři řešené trámy mají stejnou geometrii a rozměry, a jejich vytvoření spočívá u všech tří případů trámů ve vytvoření pravidelného čtyřbokého hranolu s délkou 6 m, šířkou podstavy (průřezu) 0,2 m a výškou podstavy (průřezu) 0,5 m.

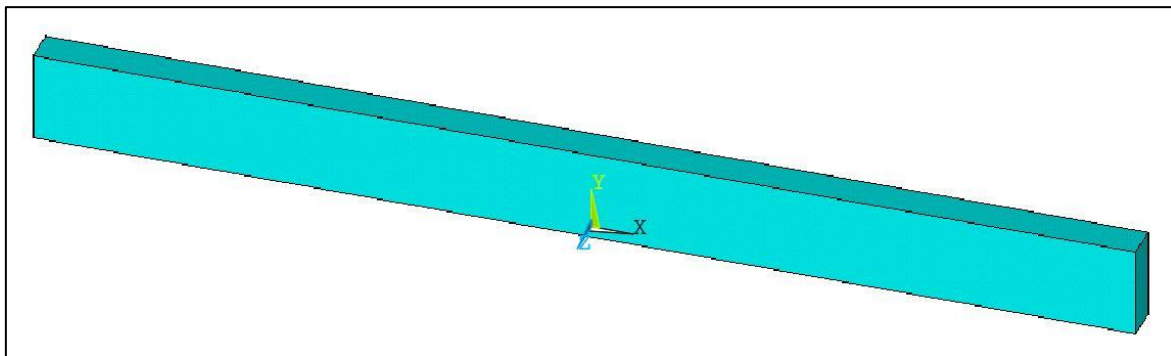
Při použití výpočetního systému ANSYS lze v pracovním prostředí Mechanical APD vytvořit geometrické modely trámů, nebo obecně jakékoli geometrické modely, třemi způsoby:

- 1) Prostřednictvím funkcí patřících do nástroje Preprocessor obsaženého v hlavní nabídce (Main Menu).
- 2) Prostřednictvím příkazů zadaných do příkazového okna (Command Window).
- 3) Prostřednictvím kombinací zmíněných funkcí s příkazy.

Pro účely této práce byly geometrické modely trámů vytvořeny prostřednictvím funkcí, jež nabízí nástroj obsažený v hlavní nabídce Preprocessor, a to konkrétně touto funkční cestou:

“Main Menu – Preprocessor – Modeling – Create – Volumes – Block – By dimensions”

Geometrický model trámu pro případ trámu z prostého betonu i pro případ trámů z železobetonu je na obr. 5. 1. 1.



Obr. 5. 1. 1: Geometrický model trámu pro případ trámů z prostého betonu a železobetonu

5. 2. Použité typy konečných prvků

Výpočetní systém ANSYS nabízí široké spektrum různých typů konečných prvků. Použití různých typů konečných prvků může být odlišné z hlediska tvaru a typu geometrického modelu, který má být pokryt sítí konečných prvků, dále z hlediska vybraného materiálového modelu, jeho parametrů a konstant nebo z hlediska typu analýzy, jež má být aplikována na model pokrytý sítí konečných prvků. Důležité je, aby použitý konečný prvek umožňoval splnění požadavků, jež jsou na model pokrytý sítí konečných prvků kladeny z hlediska uživatelských potřeb.

Trámy, ať jsou betonové nebo železobetonové, jsou vzhledem k jednomu výrazně převažujícímu rozměru, kterým je délka trámu, nejčastěji uvažovány jako prutové konstrukční prvky. Nicméně pro účely této práce budou trámy modelovány jako konstrukční prvky prostorové, aby byla vystižena tříosá napjatost, takže síť konečných prvků, jež pokryje jednotlivé geometrické modely trámů, bude tvořena prostorovými 3D konečnými prvky. Betonová část geometrických modelů trámů bude tedy pokryta sítí 3D konečných prvků SOLID45. Betonářská výztuž bude tvořena sítí 3D konečných prvků REINF264.

Při použití výpočetního systému ANSYS lze v pracovním prostředí Mechanical APDL zadat typy konečných prvků pro následné vytvoření sítí konečných prvků třemi způsoby, jež jsou shodné se zmíněnými třemi možnými způsoby vytvoření geometrických modelů.

Pro účely této práce byly typy konečných prvků zadány prostřednictvím funkcí, jež nabízí nástroj obsažený v hlavní nabídce Preprocessor, a to konkrétně touto funkční cestou:

“Main Menu – Preprocessor – Element Type – Add/Edit/Delete”

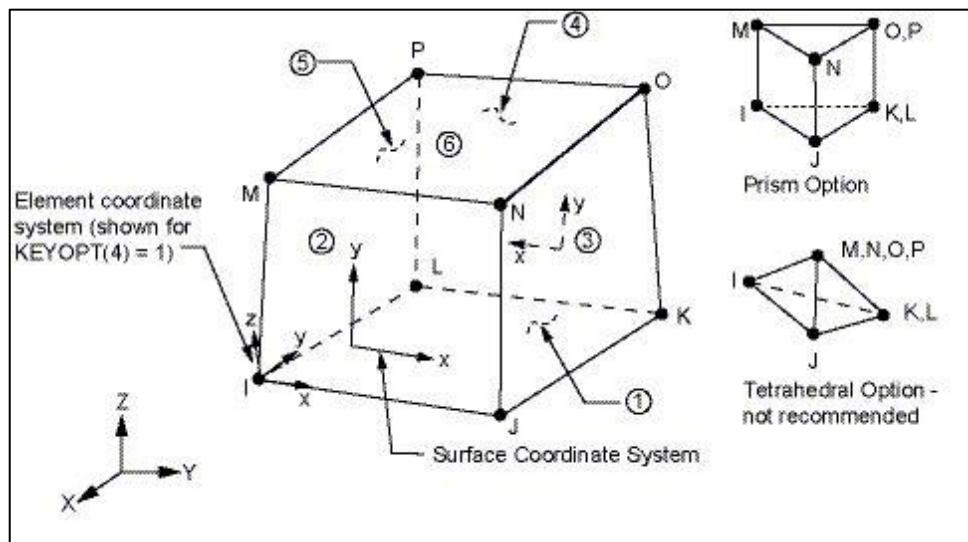
Charakteristika použitých typů konečných prvků:

SOLID45

Konečný prvek SOLID45 je 3D prvek, který se používá pro 3D modelování mechaniky kontinua. Je definován osmi uzly, z nichž každý má tři stupně volnosti, což jsou posuny ve směru lokálních souřadnicových os x , y a z . Prvek umožňuje modelování nelineárního (plastického) materiálového chování, velikých deformací a rotací. Má také schopnost smíšené formulace pro simulaci deformací téměř nestlačitelných elasto – plastických materiálů a plně nestlačitelných hyperelastických materiálů. Prvek je k dispozici ve dvou formách jako:

- Izotropní konečný prvek SOLID45
- Anizotropní konečný prvek SOLID45

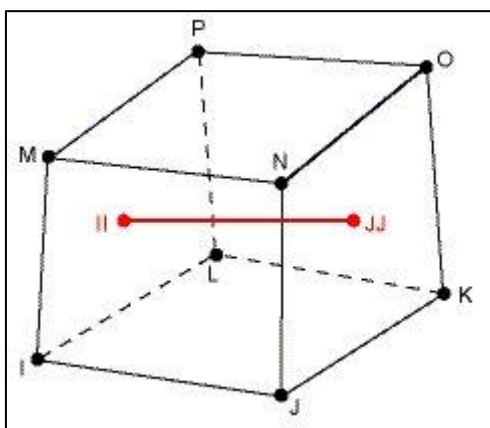
Pro účely této práce byl použit Izotropní konečný prvek SOLID45. Geometrie prvku je znázorněna na obr. 5. 2. 1. Uvedené informace a obr. 5. 2. 1 jsou převzaty z programu ANSYS [7].



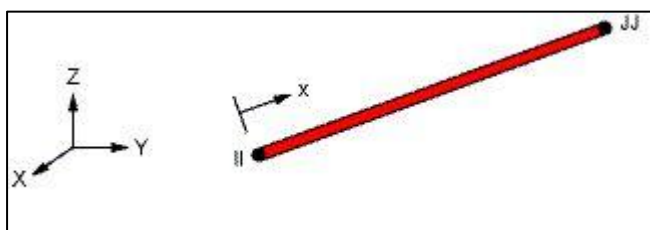
Obr. 5. 2. 1: Izotropní konečný prvek SOLID45

REINF264

Konečný prvek REINF264 je 3D prvek, který se používá pro 3D diskretní posilování a vyztužování základních konečných prvků, jež se používají pro 3D modelování mechaniky kontinua. Prvek umožňuje modelování nelineárního (plastického) materiálového chování, velikých deformací a rotací. Je vhodný pro simulaci vyztužení prostřednictvím výztužných vláken v libovolných směrech. Každé vlákno je modelováno odděleně jako nosník, který má pouze jednoosou tuhost. Je možné zadat více různě orientovaných vláken v jednom prvku REINF264. Vyztužené konečné prvky prostřednictvím prvků REINF264 mají uzlová místa a stupně volnosti stejné jako základní konečné prvky, což je vidět na obr. 5. 2. 2. Geometrie výztužného vlákna je na obr. 5. 2. 3. Uvedené informace a obr. 5. 2. 2, 5. 2. 3 jsou převzaty z programu ANSYS [7].



Obr. 5. 2. 2: Konečný prvek REINF264



Obr. 5. 2. 3: Výztužné vlákno konečného prvku REINF264

5. 3. Materiálové parametry použitých materiálových modelů

Výpočetní systém ANSYS nabízí celou řadu různých materiálových modelů, které jsou uloženy v základní materiálové knihovně programu, vhodných pro modelování prakticky jakéhokoli materiálu nebo média s možností vložení materiálových parametrů a konstant jak lineárních, tak nelineárních. Program ANSYS umožňuje také zadávání vlastních materiálů, jež jsou nejčastěji vyvíjeny specializovanými firmami a rozšiřují základní materiálovou knihovnu programu, včetně materiálových parametrů a konstant všeho druhu.

Při použití výpočetního systému ANSYS lze v pracovním prostředí Mechanical APDL zadat materiálové modely a jejich parametry a konstanty třemi

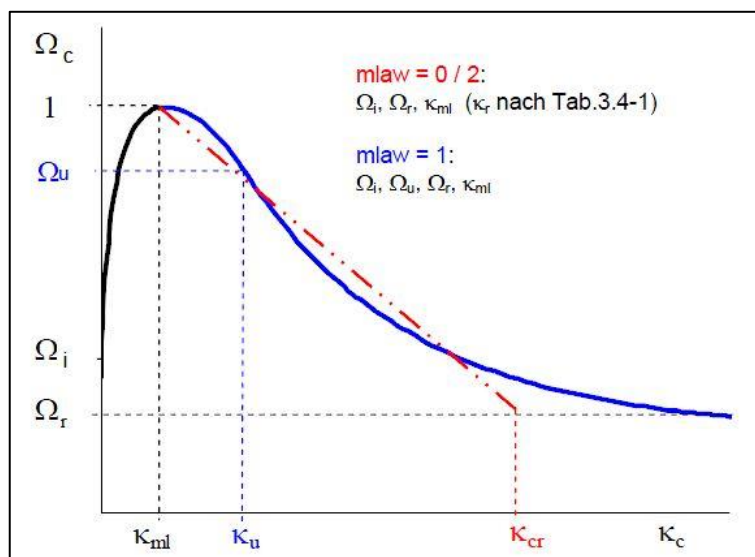
způsoby, jež jsou shodné se zmíněnými třemi možnými způsoby vytvoření geometrických modelů.

Pro účely této práce byly materiálové modely a jejich parametry a konstanty zadány prostřednictvím funkcí, jež nabízí nástroj obsažený v hlavní nabídce Preprocessor, a to konkrétně touto funkční cestou:

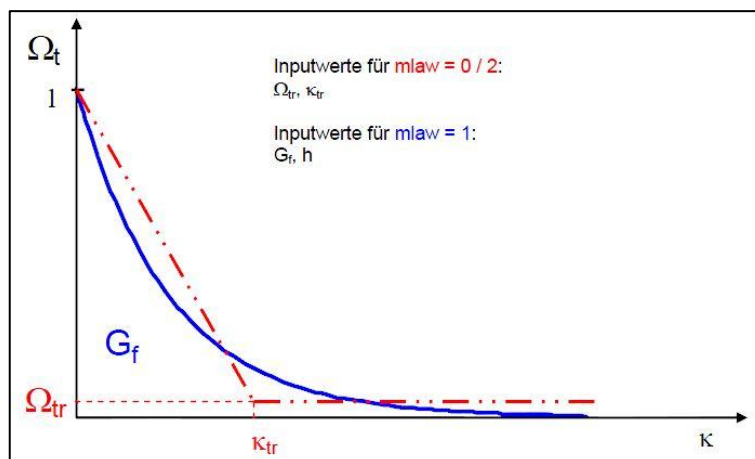
“Main Menu – Preprocessor – Material Props – Material Models”

5. 3. 1. Beton

Pro modelování betonu byl použit nelineární modifikovaný elasto – plastický Drucker – Pragerův materiálový model se změkčením (modified Drucker – Prager model), jenž byl zadán jako vlastní materiál včetně parametrů a konstant jak lineárních, tak nelineárních. Pracovní diagram znázorňující chování betonu v tlaku a zadané materiálové konstanty betonu v tlaku při použití tohoto materiálového modelu je na obr. 5. 3. 1. Pracovní diagram znázorňující chování betonu v tahu a zadané materiálové konstanty betonu v tahu při použití tohoto materiálového modelu je na obr. 5. 3. 2. Pro betonovou část řešených trámů z prostého betonu a železobetonu byl zvolen beton C 30/37.



Obr. 5. 3. 1: Pracovní diagram betonu v tlaku s materiálovými konstantami betonu v tlaku



Obr. 5. 3. 2: Pracovní diagram betonu v tahu s materiálovými konstantami betonu v tahu

Při zadávání tohoto materiálového modelu byly zadány celkem 3 lineární materiálové konstanty, jež byly převzaty z fyzikálně – mechanických parametrů betonu C 30/37, a dále bylo zadáno celkem 61 nelineárních materiálových konstant, jež byly převzaty nebo vypočítány z fyzikálně – mechanických a lomových parametrů betonu C 30/37 nebo stanoveny z možností materiálového modelu. Tabulka zadaných nelineárních materiálových konstant je na obr. 5. 3. 3. Obr. 5. 3. 1, 5. 3. 2 a 5. 3. 3 jsou převzaty z literatury [4].

4.2.5 LAW = 9 – Concrete										
0-10	LAW	Rd	Rz	Ru	δ_{pt}	δ_{yc}		8	9	10
11-20	κ_{m1}	κ_u	Ω_l	Ω_u	Ω_r	T1				
21-30	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11
31-40	β_{c2}	β_{c3}	β_{c4}	β_{c5}	β_{c6}	β_{c7}	β_{c8}	β_{c9}	β_{c10}	β_{c11}
41-50	κ_{m2}	κ_{m3}	κ_{m4}	κ_{m5}	κ_{m6}	κ_{m7}	κ_{m8}	κ_{m9}	κ_{m10}	κ_{m11}
51-60	G_f	Ω_{tr}	κ_{tr}	utz		mlaw	Tts	TIE	β_{IE}	wt
61-70	Elem	Intpt	eps	geps	maxit	cutmax	dtmin	maxinc	EInt	ktuser
71-80										

Obr. 5. 3. 3: Nelineární materiálové konstanty nelineárního modifikovaného elasto – plastického Drucker – Pragerova materiálového modelu se změkčením

Použité fyzikálně – mechanické a lomové parametry betonu C 30/37 [8] [1]:

Pevnost v jednoosém tlaku f_c :	$f_c = f_{cm} = 38 \text{ MPa}$
Pevnost ve dvouosém tlaku f_{c2} :	$f_{c2} = 1,2 \cdot f_c = 45,6 \text{ MPa}$
Pevnost v jednoosém tahu f_t :	$f_t = f_{ctm} = 2,9 \text{ MPa}$
Poměrné přetvoření v tlaku ϵ_{c1} při dosažení f_c :	$\epsilon_{c1} = 2,2 \text{ ‰}$
Mezní poměrné přetvoření v tlaku ϵ_{cu1} :	$\epsilon_{cu1} = 3,5 \text{ ‰}$

Modul pružnosti E_{cm} :

$$E_{cm} = 33 \text{ GPa}$$

Objemová hmotnost ρ :

$$\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$$

Poissonův součinitel ν :

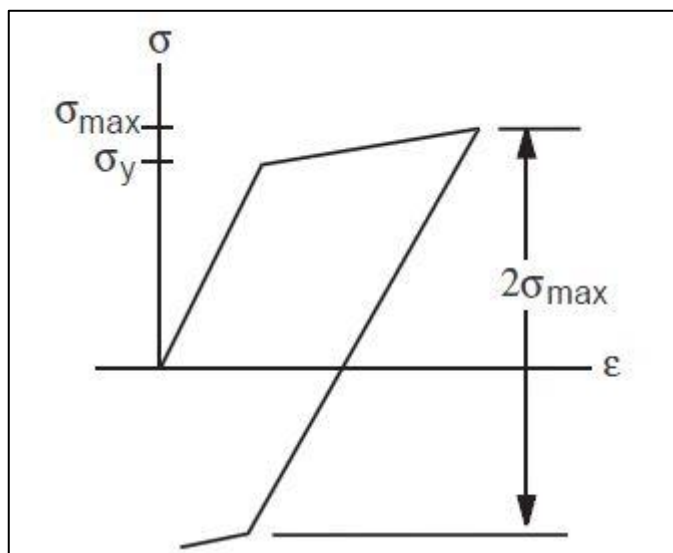
$$\nu = 0,2$$

Lomová energie v tahu G_f :

$$G_f = 6,662 \text{E-2 kN/m}$$

5. 3. 2. Betonářská výztuž

Pro modelování betonářské výztuže byl použit bilineární elasto – plastický materiálový model s izotropním zpevněním (Bilinear isotropic hardening model), jenž byl vybrán ze základní materiálové knihovny programu ANSYS. Pracovní diagram znázorňující chování oceli v tahu a tlaku a zadané materiálové konstanty oceli v tahu a tlaku při použití tohoto materiálového modelu je na obr. 5. 3. 4. Pro betonářskou výztuž řešených trámů z železobetonu byla zvolena ocel B500B.



Obr. 5. 3. 4: Pracovní diagram oceli v tahu a tlaku s materiálovými konstantami oceli v tahu a tlaku

Při zadávání tohoto materiálového modelu byly zadány celkem 3 lineární materiálové konstanty, jež byly převzaty z fyzikálně – mechanických parametrů oceli B500B, a dále byly zadány celkem 2 nelineární materiálové konstanty, jež byly převzaty nebo vypočítány z fyzikálně – mechanických parametrů oceli B500B. Obr. 5. 3. 4 je převzat z programu ANSYS [7].

Použité fyzikálně – mechanické parametry oceli B500B [8] [1]:

Mez kluzu f_y :

$$f_y = \sigma_y = 500 \text{ MPa}$$

Mez pevnosti f_u :

$$f_u = \sigma_{max} = 550 \text{ MPa}$$

Mezní poměrné přetvoření v tahu a tlaku ϵ_{uk} :	$\epsilon_{uk} = 5 \%$
Modul pružnosti E_s :	$E_s = 200 \text{ GPa}$
Objemová hmotnost ρ :	$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$
Poissonův součinitel ν :	$\nu = 0,3$
Pružnoplastický modul $E_{s,ep}$:	$E_{s,ep} = 1,05 \text{ GPa}$

5. 4. Vytvoření výztužných vložek

Vytvoření výztužných vložek u trámů z železobetonu, nebo u všeobecně jakýchkoli konstrukčních prvků, spočívá v definování polohy, orientace a průřezové plochy výztužných vláken ve vyztužených konečných prvcích a v přiřazení materiálového modelu výztužným vláknům.

Při použití výpočetního systému ANSYS lze v pracovním prostředí Mechanical APDL vytvořit výztužné vložky třemi způsoby, jež jsou shodné se zmíněnými třemi možnými způsoby vytvoření geometrických modelů.

Pro účely této práce byly výztužné vložky vytvořeny prostřednictvím funkcí, jež nabízí nástroj obsažený v hlavní nabídce Preprocessor, a to konkrétně touto funkční cestou:

“Main Menu – Preprocessor – Sections – Reinforcing – Add/Edit”

Použité průřezové plochy jednotlivých výztužných vložek ^[1]:

Výztuž v oblasti tahových napětí – definovaná průřezová plocha jednoho výztužného vlákna $\phi 10 \text{ mm}$: $A_{s1,1} = 0,79\text{E-}4 \text{ m}^2$

Výztuž v oblasti tlakových napětí – definovaná průřezová plocha jednoho výztužného vlákna $\phi 8 \text{ mm}$: $A_{s1,2} = 0,50\text{E-}4 \text{ m}^2$

5. 5. Vytvoření MKP modelů

Vytvoření MKP (konečnoprvkových, FE) modelů, neboli pokrytí geometrických modelů sítí konečných prvků, spočívá v případě trámů z betonu a železobetonu, nebo u všeobecně jakýchkoli konstrukčních prvků, v definování velikosti a tvaru již zadaných typů konečných prvků, hustoty sítě konečných prvků v určitých místech geometrického modelu a v přiřazení této sítě geometrickému modelu s následným vyztužením určitých prvků sítě výztužnými vlákny v místech, kde má být simulováno vyztužení, tehdy, pokud se jedná o železobetonové konstrukční prvky.

Při použití výpočetního systému ANSYS lze v pracovním prostředí Mechanical APDL vytvořit MKP modely třemi způsoby, jež jsou shodné se zmíněnými třemi možnými způsoby vytvoření geometrických modelů.

Pro účely této práce byly MKP modely trámů vytvořeny prostřednictvím kombinací funkcí, jež nabízí nástroj obsažený v hlavní nabídce Preprocessor, s příkazy, jež byly zadány do příkazového okna, a to konkrétní funkční cestou pro vytvoření sítě základních konečných prvků, jež pokrývá betonovou část trámů, a konkrétními příkazy pro vytvoření vyztužených konečných prvků ze základních prvků pomocí výztužných vláken v místech, kde je simulováno vyztužení výztužnými vložkami, pouze tehdy, kdy se jedná o železobetonové trámy.

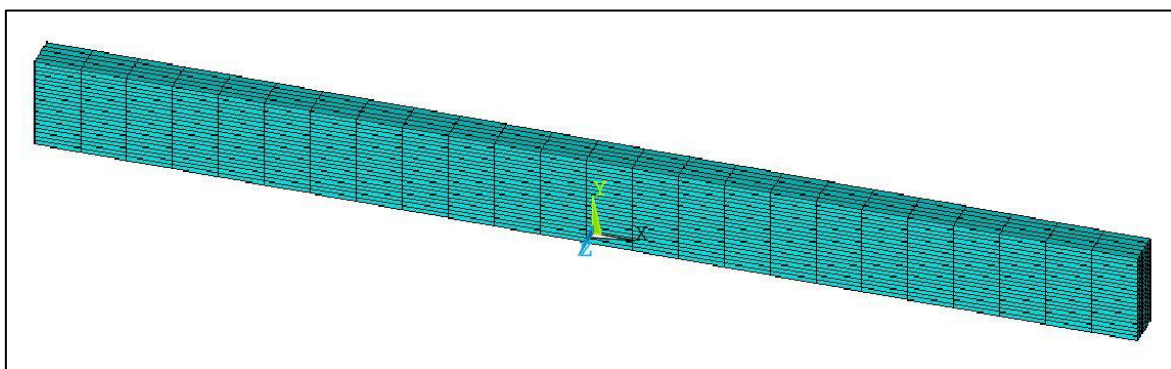
Funkční cesta

“Main Menu – Preprocessor – Meshing – Mesh Tool”

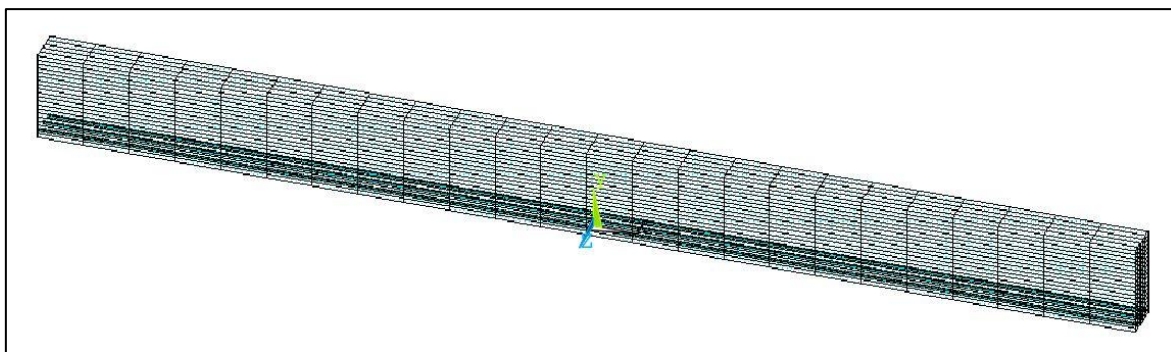
Příkazy

- ESEL – výběr základních konečných prvků ze sítě konečných prvků
- SECN – výběr nadefinovaného výztužného vlákna
- EREINF – vytvoření vyztužených konečných prvků z vybraných základních konečných prvků pomocí vybraných výztužných vláken

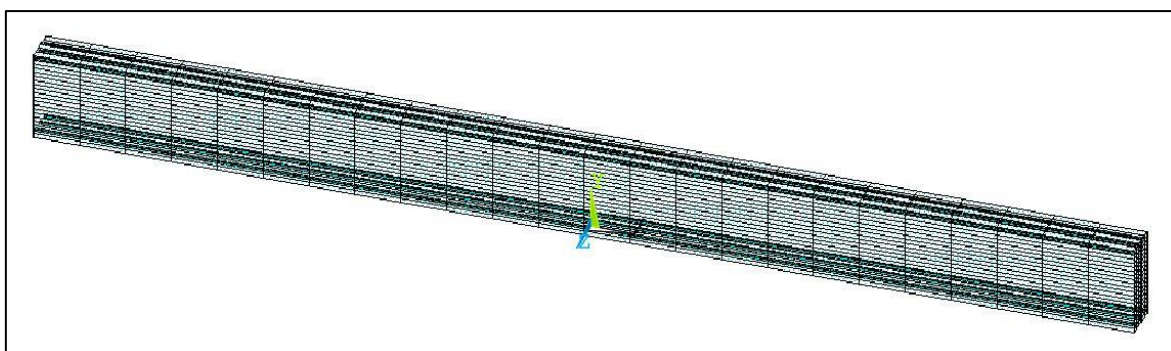
MKP model trámu z prostého betonu je na obr. 5. 5. 1. MKP model trámu z železobetonu s variantou vyztužení a), respektive s variantou vyztužení b), je na obr. 5. 5. 2, respektive na obr. 5. 5. 3.



Obr. 5. 5. 1: MKP model trámu z prostého betonu



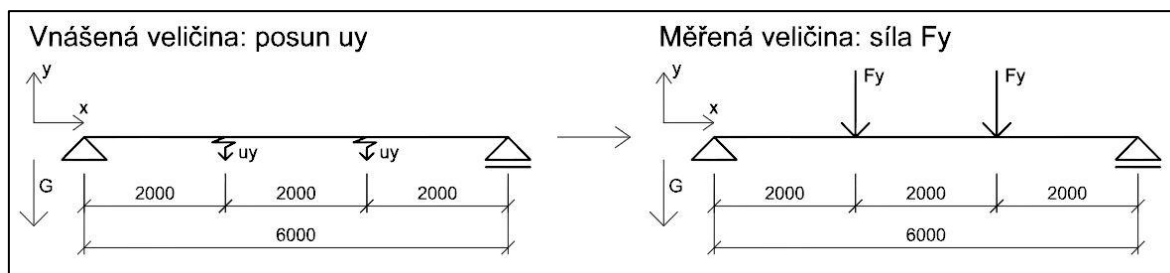
Obr. 5. 5. 2: MKP model trámu z železobetonu s variantou vyztužení a)



Obr. 5. 5. 3: MKP model trámu z železobetonu s variantou vyztužení b)

5. 6. Zatížení a okrajové podmínky

Trámy z prostého betonu a železobetonu budou pro účely provedení nelineární analýzy namáhány čtyřbodovým ohybem. Postupné zatěžování každého z řešených trámů při výpočtech v programu ANSYS bude simulovat zkoušku čtyřbodovým ohybem. Simulace zkoušky čtyřbodovým ohybem bude založena na principu, kdy trám bude působit jako prostý nosník podepřený na okrajích podporami, z nichž jedna bude kloubová posuvná a druhá kloubová pevná, a bude zatížen vlastní tíhou G a ve třetinách délky svislými posuny u_y . Vnášenými veličinami budou tedy svislé posuny u_y , které budou při postupném zatěžování narůstat stejným tempem a vyvolají v místech svého působení shodné svislé zatěžovací síly F_y , jejichž maximální velikost bude měřítkem maximální únosnosti trámu. Měřenou veličinou bude tedy svislá síla F_y , jež bude představovat maximální únosnost trámu a bude zjištěna ze zatěžovacího diagramu, který bude mapovat průběh postupného zatěžování. Popsaný princip čtyřbodové zkoušky ohybem je schematicky znázorněn na obr. 5. 6. 1.



Obr. 5. 6. 1: Schematický princip zkoušky čtyřbodovým ohybem

Čtyřbodová zkouška ohybem vychází z předpokladu, že prostý nosník je prutový konstrukční prvek, který je na okrajích podepřen podporami tak, že má odebrány celkem tři stupně volnosti, aby byla zachována statická určitost konstrukčního prvku. Pevná podpora odebrává dva stupně volnosti a to vodorovný a svislý posun, posuvná podpora odebrává jeden stupeň volnosti a to svislý posun. Trámy jsou ale v této práci modelovány jako prostorové konstrukční prvky a ne jako prutové. V důsledku toho je tedy nutné provést podepření na okrajích každého trámu po celé šířce průřezu. V místě předpokládané pevné podpory budou tedy každému trámu po celé šířce průřezu odebrány vodorovné posuny ve směru souřadnicových os x a z a svislé posuny. V místě předpokládané posuvné podpory budou každému trámu po celé šířce průřezu odebrány vodorovné posuny ve směru souřadnicové osy z a svislé posuny. Ve třetinách délky bude každý řešený trám zatížen svislými posuny, jež musí být zadány, stejně jako u podpor, na celou šířku průřezu a budou při zatěžování narůstat stejným tempem. Pro započítání vlastní tíhy bude každý řešený trám zatížen také gravitací se zadaným tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Při použití výpočetního systému ANSYS lze v pracovním prostředí Mechanical APDL zadat zatížení a okrajové podmínky třemi způsoby, jež jsou shodné se zmíněnými třemi možnými způsoby vytvoření geometrických modelů.

Pro účely této práce byly okrajové podmínky a zatížení zadány prostřednictvím funkcí, jež nabízí nástroj obsažený v hlavní nabídce Preprocessor, a to konkrétně těmito funkčními cestami:

Okrajové podmínky (podpory)

“Main Menu – Preprocessor – Loads – Define Loads – Apply – Structural – Displacement – On Lines”

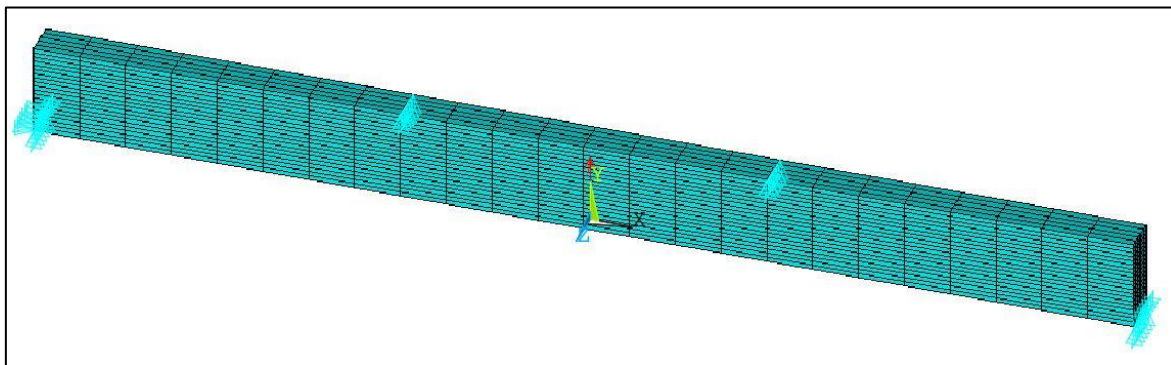
Zatížení (svislé posuny)

“Main Menu – Preprocessor – Loads – Define Loads – Apply – Structural – Displacement – On Nodes”

Zatížení (gravitace)

“Main Menu – Preprocessor – Loads – Define Loads – Apply – Structural – Inertia – Gravity – Global”

Zatížení a okrajové podmínky jsou pro trám z prostého betonu i pro trámy z železobetonu zcela stejné. Zatížený a podepřený MKP model trámu pro případ trámu z prostého betonu i pro případ trámů z železobetonu je na obr. 5. 6. 1.



Obr. 5. 6. 1: Zatížený a podepřený MKP model trámu pro případ trámů z prostého betonu a železobetonu

Kapitola 6

Nelineární výpočet

Výpočetní systém ANSYS používá pro provádění výpočtů řešič pracovního prostředí Mechanical APDL. Není tedy důležité, jestli je tvorba modelu provedena v pracovním prostředí Workbench, nebo v pracovním prostředí Mechanical APDL, použitý řešič pro výpočet je vždy součástí pracovního prostředí Mechanical APDL. Řešič umožňuje provádění specifických výpočtů dle uživatelského nastavení pro příslušný typ analýzy. O provedeném druhu výpočtů tedy rozhoduje uživatelské nastavení v interakci s typem analýzy, jež má být aplikována. Uživatelské nastavení umožňuje v případě nelineární analýzy nastavit např. časování průběhu výpočtu, počet výpočtových kroků (kroků zatěžování), časování dílčích výpočtových kroků, maximální počet iterací v jednom výpočtovém kroku, konvergenční kritéria, průběh výpočtu při nesplnění konvergenčních kritérií během maximálního počtu iterací, typ numerické metody, způsob ukládání výsledků aj.

Pro provádění nelineárních výpočtů při aplikaci nelineární analýzy lze v programu ANSYS použít celkem dvě numerické metody a to buď Newton – Raphsonovu metodu (metodu tečen), nebo Arc – length metodu (metodu oblouku), což jsou metody, které při výpočtu, s určitou rozdílností mezi sebou, iterativně řeší soustavy nelineárních rovnic. Pro aplikaci nelineární analýzy na trámy z prostého betonu a železobetonu, o čemž pojednává tato práce, bude pro nelineární výpočet nastavena Newton – Raphsonova metoda, tedy numerická metoda, která řeší soustavy nelineárních rovnic. Při použití této metody bude výpočet probíhat po jednotlivých výpočtových krocích (krocích zatěžování), přičemž v každém kroku budou probíhat iterace tak dlouho, dokud nebudou splněna konvergenční kritéria, nebo nedojde k dosažení maximálního počtu iterací. Pro účely této práce bude nastavení nelineárního výpočtu dále zahrnovat nastavení časování průběhu výpočtu, automatického časování výpočtových kroků ve stanovených mezích, konvergenčních kritérií, maximálního počtu iterací v jednom výpočtovém kroku, line search, přerušení analýzy při nesplnění konvergenčních kritérií během maximálního počtu iterací, průběžného ukládání výsledků každého výpočtového kroku.

Po zadání zmíněných nastavení výpočtu do řešiče byl při práci v pracovním prostředí Mechanical APDL výpočetního systému ANSYS spuštěn výpočet, který proběhl dle zadaných nastavení, tedy nelineárně. Po dokončení výpočtu byly

kontrolovány výsledky a v případě, že tyto výsledky nevycházely přijatelně dle předpokladů, což bylo hodnoceno průběhem křivek pracovních a zatěžovacích diagramů vycházejících z výpočtu, byla zadaná nastavení výpočtu přenastavena a výpočet byl opětovně spuštěn, přičemž se tento postup opakoval, dokud nebylo dosaženo přijatelných výsledků pro následné vyhodnocení nelineární analýzy. Tento výpočtový postup byl postupně aplikován na všechny řešené trámy z prostého betonu a železobetonu.

Kapitola 7

Vyhodnocení nelineární analýzy

Cílem vyhodnocení nelineární analýzy trámů z prostého betonu a železobetonu namáhaných čtyřbodovým ohybem bude nejprve globální zhodnocení jejich staticky nelineárního chování na základě provedených nelineárních výpočtů, tedy celkové zhodnocení napjatosti, poměrných přetvoření a průhybů od působících ohybových momentů a posouvajících sil při postupném zatěžování na jednotlivých řešených trámech, a s tím související problematiky vzniku a šíření ohybových a smykových trhlin a tečení výztuže.

Dále budou u jednotlivých řešených trámů v příslušných grafech vyobrazeny analýzy nelineárního chování charakteristických průřezů od působících ohybových momentů a posouvajících sil a na základě těchto grafů bude popsána změna průběhů napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu při postupném zatěžování u řešených trámů, vliv těchto změn na vznik a šíření tahové trhliny v daném průřezu řešeného trámu v oblasti tahových napětí při dosažení a překročení tahové pevnosti betonu, vznik a šíření smykové trhliny v daném průřezu řešeného trámu, změna polohy neutrální osy a s tím související vývoj tláčené plochy betonu, vliv dosažení a překročení tlakové pevnosti betonu u řešených trámů na napětí a poměrná přetvoření po výšce průřezu a význam polohy výztuže a jejich plastických poměrných přetvoření. Současně budou u jednotlivých řešených trámů vyobrazeny také příslušné zatěžovací diagramy, které budou mapovat průběh postupného zatěžování každého z řešených trámů a prostřednictvím kterých budou zjištěny ze zatěžovacích křivek maximální únosnosti trámů.

Dalším bodem bude grafické vyobrazení analýz průřezů namáhaných ohybovými momenty dle modelů uvažovaných v normě ČSN EN 1992 – 1 – 1 pro jednotlivé řešené trámy. Bude tedy popsáno chování průřezu každého z řešených trámů a dále budou vyobrazeny a popsány uvažované průběhy napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu každého z řešených trámů dle normy, které budou následně srovnány s průběhy napětí a poměrných přetvoření vzešlých z nelineární analýzy. Výsledkem tohoto srovnání bude popis výhod a nevýhod, které nabízí použití návrhu konstrukce nebo konstrukčního prvku pomocí nelineární analýzy namísto normového návrhu. Součástí bude také srovnání maximálních únosností trámů zjištěných z nelineárních analýz

s maximálními únosnostmi trámů, jež budou vypočítány z analýz dle normy ČSN EN 1992 – 1 – 1 a ze zatížení dle normy ČSN EN 1991 – 1 – 1.

Vzhledem k tomu, že pro modelování betonu byl použit nelineární elasto – plastický materiálový model se změkčením, jenž zahrnuje modifikovanou Drucker – Pragerovu podmínku plasticity s kritérii pro jakoukoli osovou napjatost, budou v dalším bodě funkce plasticity aplikovány přímo na modely jednotlivých řešených trámů a následně bude na základě kritérií podmínky plasticity vyhodnocen stav materiálu v důležitých okamžicích zatěžování pro každý řešený trám.

Na závěr bude stav materiálu v důležitých okamžicích zatěžování pro jednotlivé řešené trámy dle kritérií Drucker – Pragerovy podmínky plasticity vyneseno přímo na modelech řešených trámů v hodnotách hydrostatických napětí a oktaedrických tečných napětí, čímž bude znázorněn stav materiálu v hodnotách nutných v případě vyhodnocování podmínky plasticity v oktaedrické rovině.

7. 1. Zhodnocení změn napjatosti, poměrných přetvoření a průhybů trámů v průběhu zatěžování

Od počátku průběhu zatěžování, jenž byl při výpočtu rozdělen do kroků vystihujících důležité okamžiky napjatosti, docházelo v trámech ke vzniku vnitřních sil a jim ekvivalentních napětí. Vzhledem k tomu, že trámy byly modelovány jako prosté nosníky zatížené svislými posuny ve třetinách délek nosníků, jež simulovaly namáhání čtyřbodovým ohybem, docházelo ke vzniku dvojích vnitřních sil a to ohybových momentů a posouvajících sil. Globální zhodnocení staticky nelineárního chování trámů bude tedy v následujících částech rozděleno dle vlivů působení jednotlivých vnitřních sil. Trámy byly modelovány jako 3D konstrukční prvky, nicméně se všeobecně jedná o prutové konstrukční prvky, tudíž zhodnocení napětí a poměrných přetvoření bude na daném prvku provedeno ve směru převládajícího rozměru, tedy ve směru délky prvku.

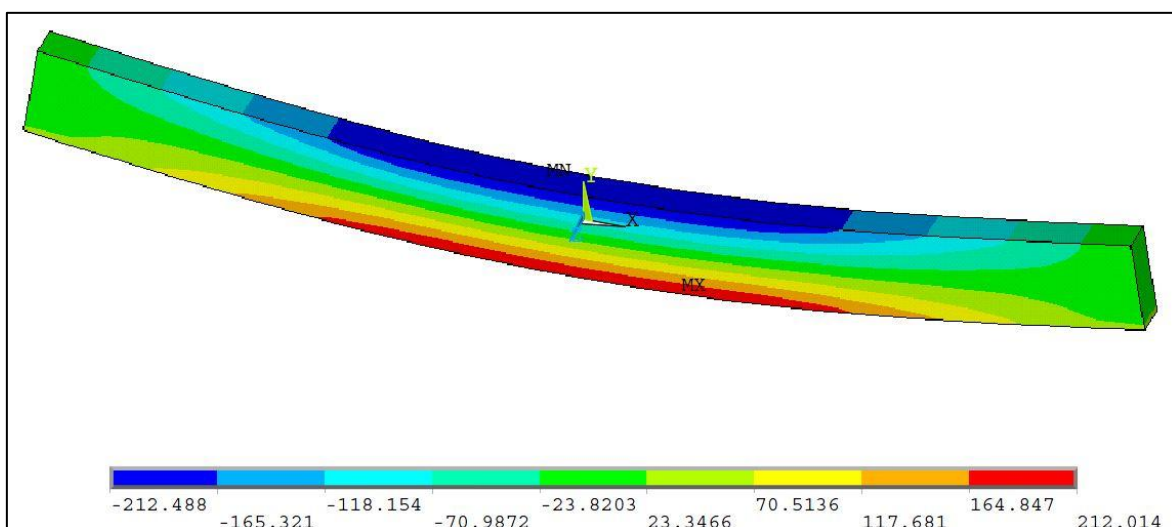
7. 1. 1. Vliv působení ohybových momentů

V této části bude zhodnoceno nelineární chování trámů vlivem působení ohybových momentů způsobujících namáhání prostým ohybem.

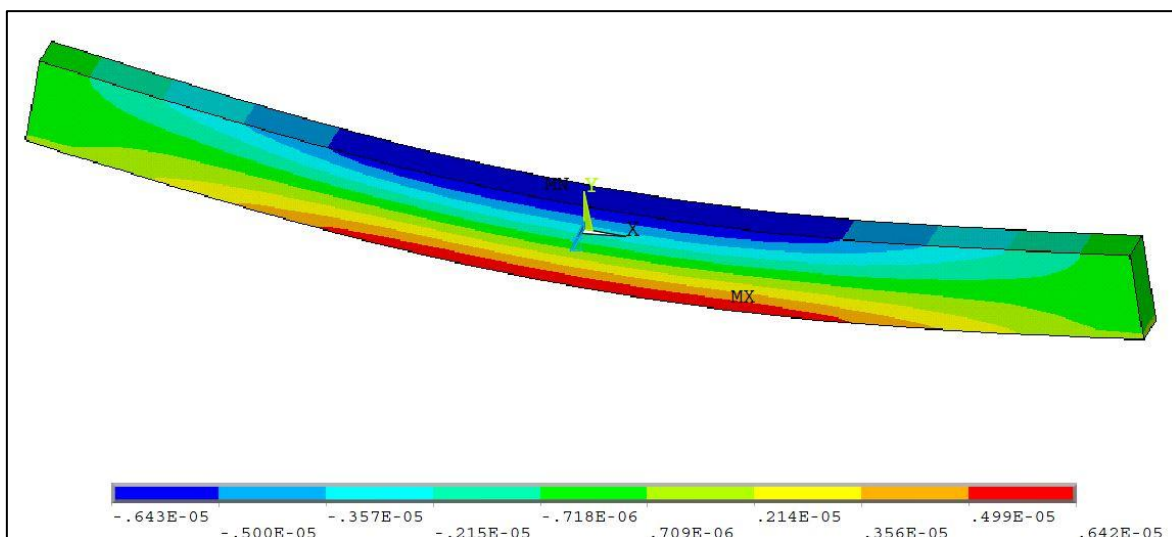
Trám z prostého betonu

Po počátečním zatížení a nárůstu průhybu se trám začal chovat nejprve lineárně pružně, tedy normálová napětí byla u horního a spodního okraje trámu

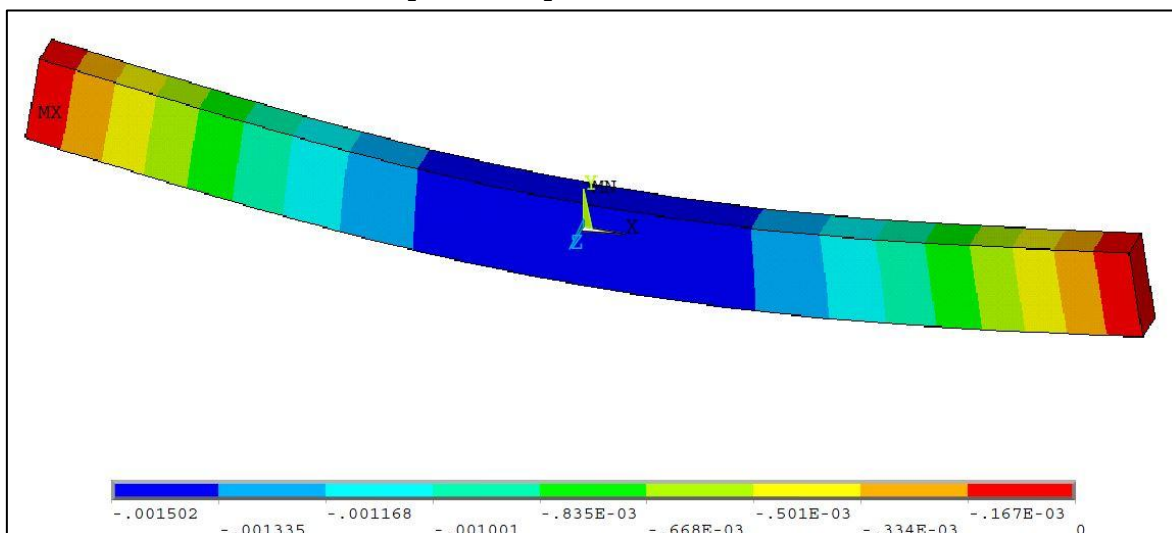
stejná akorát s opačným znaménkem rozlišujícím tah (+) a tlak (-), což ukazuje obr. 7. 1. 1. Vzhledem k platnosti Hookeova zákona, kde platí, že napětí je přímo úměrné poměrnému přetvoření dle obecného vztahu $\sigma = E \cdot \epsilon$, vznikaly zatím pouze elastická (pružná, dočasná) poměrná přetvoření, což ukazuje obr. 7. 1. 2. Takto lineárně pružné chování trvalo do okamžiku dosažení pevnosti betonu v tahu (2,9 MPa), ke kterému došlo při průhybu trámu cca 1,5 mm dle obr. 7. 1. 3. Napjatost trámu v tomto okamžiku ukazuje obr. 7. 1. 4. Od tohoto okamžiku vznikaly v trámu kromě elastických poměrných přetvoření také poměrná přetvoření plastická (tvárná, trvalá), což s sebou přinášelo z počátku tvorbu tahových mikrotrhlin s následným vznikem prvních tahových trhlin ve struktuře betonu a následným vznikem a šířením dalších tahových trhlin. Vznik plastických přetvoření ukazuje obr. 7. 1. 5. Při následném zatěžování se tlačená oblast betonu neustále zmenšovala, přičemž tlaková napětí v tlačené oblasti vzrůstala. Oblast plastických poměrných přetvoření v tahové oblasti a tahová oblast betonu se při následném zatěžování rozšiřovala směrem k podporám a k tlačené oblasti betonu s postupným snižováním intenzity tahových napětí od spodního okraje trámu, k čemuž docházelo v důsledku postupného vzniku a šíření tahových trhlin. Tento stav trval do okamžiku dosažení napětí v tlaku cca 8,5 MPa, což ukazuje obr. 7. 1. 6, kdy bylo dosaženo maximální únosnosti trámu. Vývoj plastických poměrných přetvoření a tedy i předpokládaný vývoj tahových trhlin v tomto okamžiku je na obr. 7. 1. 7. Tento okamžik je považován za konečný, jelikož při následném zatěžování již došlo ke ztrátě únosnosti a rozpadu modelu trámu, což mělo za následek zkreslenost dalších výsledků. Maximálně přípustný průhyb trámu při dosažení maximální únosnosti byl cca 5,4 mm dle obr. 7. 1. 8.



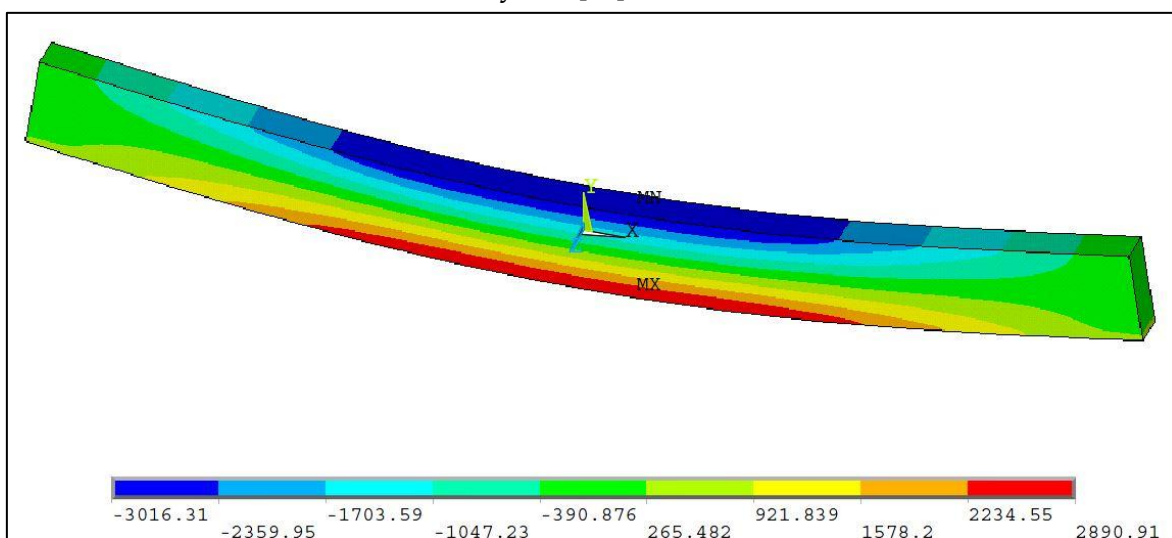
Obr. 7. 1. 1: Normálová napětí σ_x [kPa] – 1. krok zatěžování



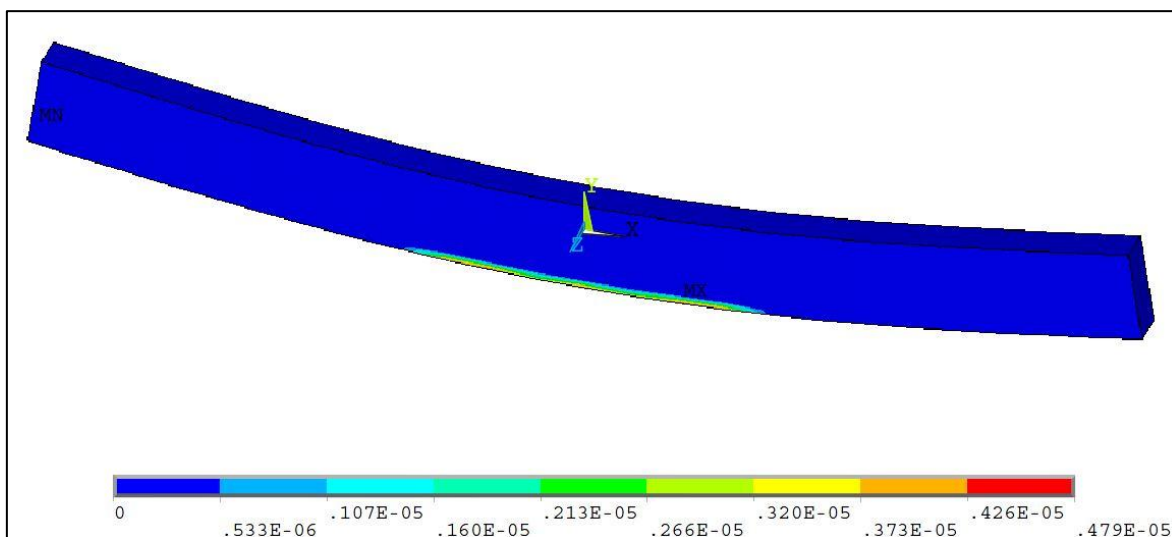
Obr. 7. 1. 2: Elastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,el}$ [-] – 1. krok zatěžování



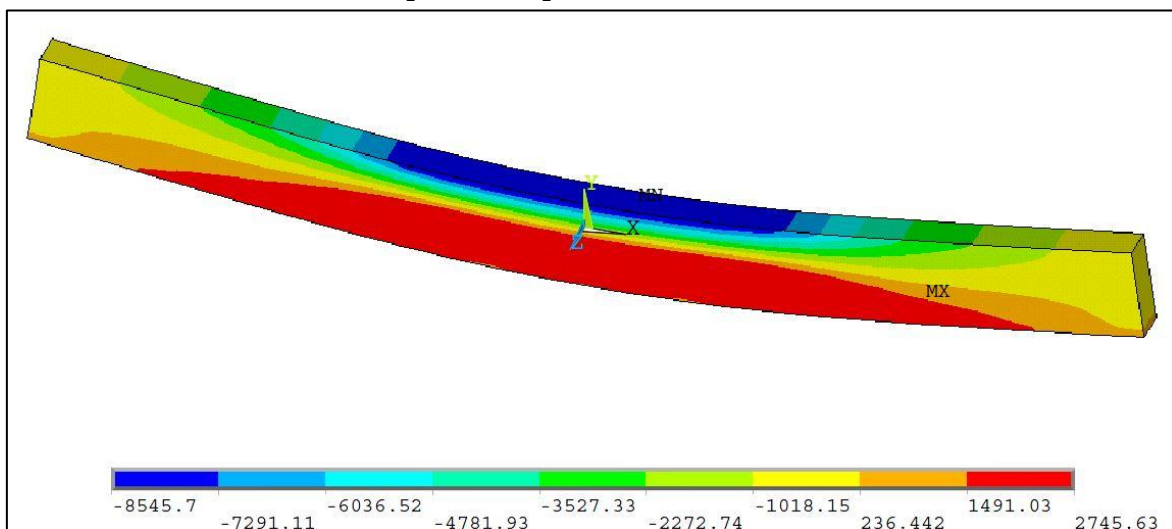
Obr. 7. 1. 3: Průhyb u_y [m] – 6. krok zatěžování



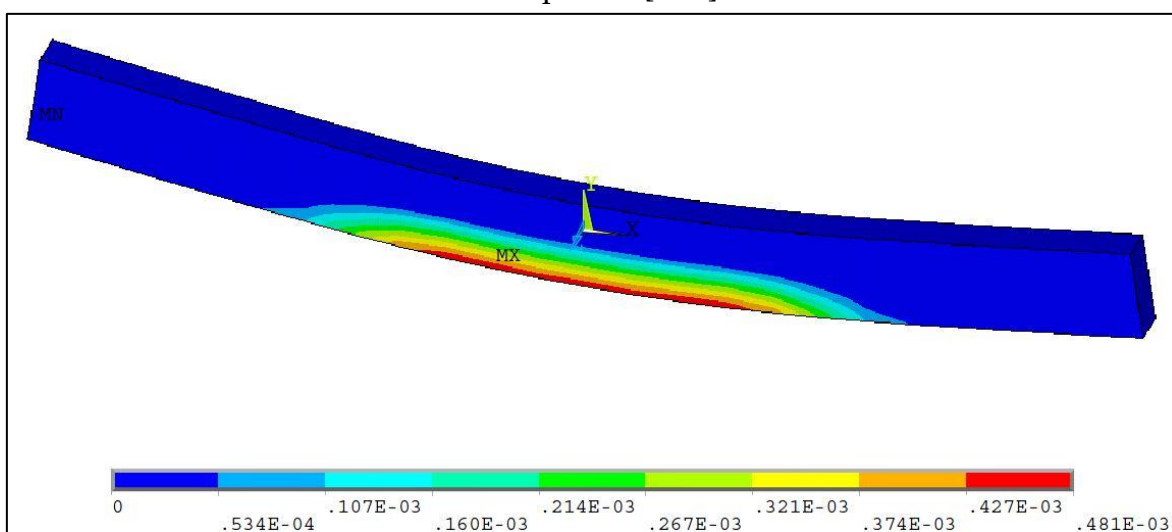
Obr. 7. 1. 4: Normálová napětí σ_x [kPa] – 6. krok zatěžování



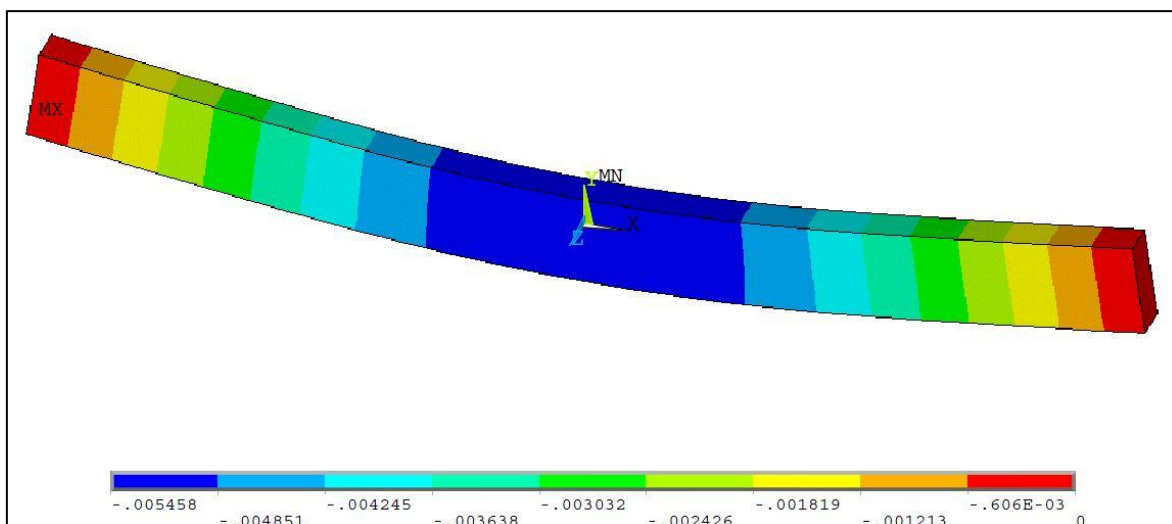
Obr. 7. 1. 5: Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 6. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 6: Normálová napětí σ_x [kPa] – 9. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 7: Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 9. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 8: Průhyb u_y [m] – 9. krok zatěžování

Trámy z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

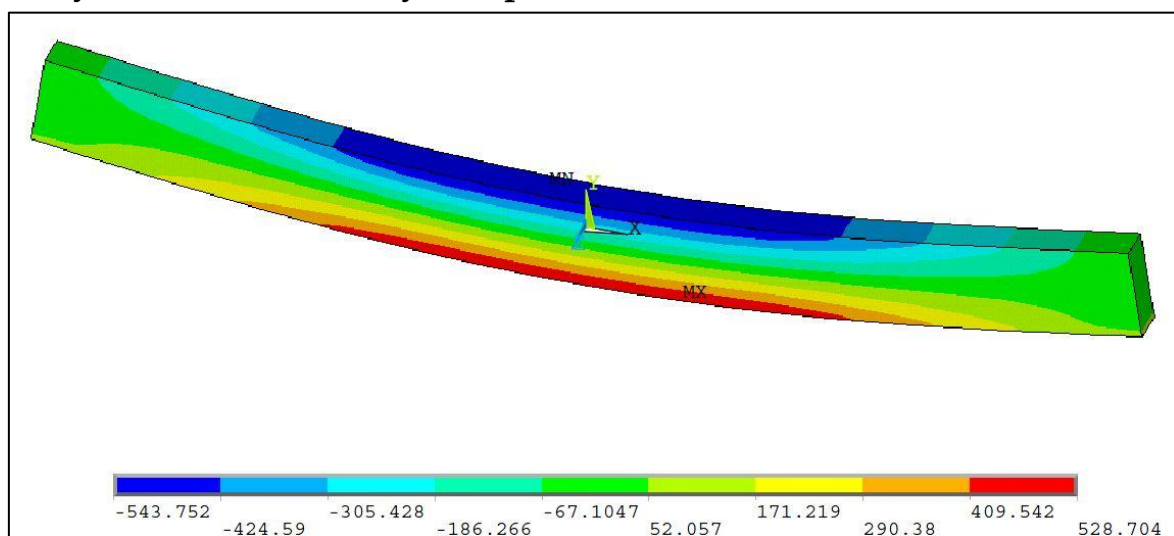
b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí

Nelineární chování trámů bylo v případě obou variant vyztužení velice podobné. V důsledku toho budou dále obě varianty popsány dohromady s případným upozorněním na rozdílnosti.

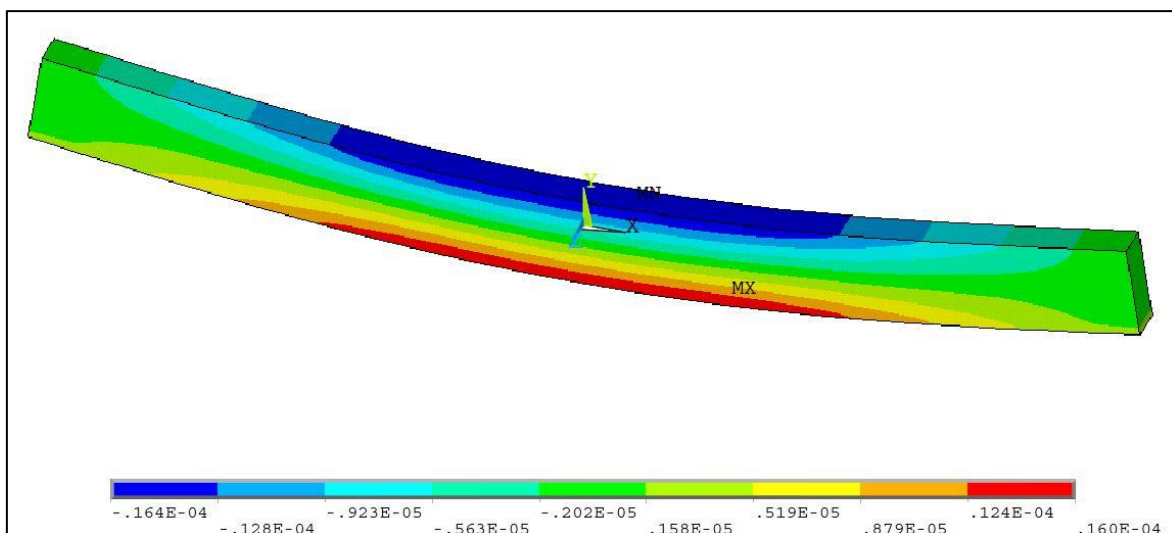
Po počátečním zatížení a nárůstu průhybu se oba trámy začaly chovat nejprve lineárně pružně, tedy docházelo k lineárním změnám napjatosti, obr. 7. 1. 9 a), b). Vlivem uplatnění Hookeova zákona při lineárně pružném chování tedy docházelo i k lineárním změnám poměrných přetvoření, přičemž zatím se jednalo pouze o elastickou složku poměrných přetvoření, obr. 7. 1. 10 a), b). Tento stav trval do okamžiku, než došlo k překročení pevnosti betonu v tahu, kdy došlo ke vzniku mikrotrhlin a prvních tahových trhlin ve struktuře betonu. K tomuto okamžiku došlo u obou trámů při průhybu cca 1,5 mm, což ukazuje obr. 7. 1. 11 a), b). Napjatost za tohoto okamžiku ukazuje obr. 7. 1. 12 a), b). Plastická poměrná přetvoření za tohoto okamžiku, jež znamenají vznik mikrotrhlin a prvních tahových trhlin, jsou znázorněny na obr. 7. 1. 13 a), b). Výztuž v obou trámech se do tohoto stavu chovala stále lineárně pružně. Při následném zatěžování došlo při průhybu cca 2,1 cm, obr. 7. 1. 14 a), b), u obou trámů v tahové oblasti betonu k překročení meze kluzu betonářské výztuže (500 MPa), což způsobilo následné plastické chování výztuže, neboli tečení výztuže, kterého je výhodné dosáhnout před případnou ztrátou únosnosti prvku z hlediska diagnostiky narušení struktury betonu. Výztuž v tlačené oblasti betonu u varianty vyztužení b) se chovala stále lineárně pružně. Napětí po dosažení meze kluzu betonářské výztuže v tahové oblasti betonu jsou na obr. 7. 1. 15 a), b). Odpovídající plastická poměrná přetvoření výztuže jsou na obr. 7. 1. 16 a), b). Tlačená oblast betonu se u obou

trámů při následném zatěžování neustále zmenšovala, přičemž tlaková napětí vzrůstala za tvorby plastických poměrných přetvoření v tlačené oblasti, což s sebou přinášelo efekt drcení betonu v tlačené oblasti. Oblast plastických poměrných přetvoření v tahové oblasti a tahová oblast betonu se u obou trámů při následném zatěžování rozšiřovala směrem k podporám a k tlačené oblasti betonu s postupným snižováním intenzity tahových napětí od spodního okraje trámu, k čemuž docházelo v důsledku postupného vzniku a šíření tahových trhlin, až do situace, kdy prakticky veškerá tahová napětí začala přebírat tažená výztuž => beton v tahu dále nepůsobil. Tento stav trval u obou trámů do okamžiku překročení pevnosti betonu v tlaku (38 MPa), což ukazuje obr. 7. 1. 17 a), b), kdy bylo dosaženo maximální únosnosti u obou trámů. Vývoj plastických poměrných přetvoření a tedy i předpokládaný vývoj tahových trhlin a drcení betonu v tomto okamžiku je na obr. 7. 1. 18 a), b). Napjatostní stav výztuže v tomto okamžiku je na obr. 7. 1. 19 a), b) a plastická poměrná přetvoření výztuže jsou na obr. 7. 1. 20 a), b), kde u varianty vyztužení b) je vidět, že výztuž v tlačené oblasti betonu plastických poměrných přetvoření nedosáhla. Tento okamžik je považován za konečný, jelikož při následném zatěžování již došlo ke ztrátě únosnosti a rozpadu modelu trámu, což s sebou přineslo zkreslenost dalších výsledků. Ztráta únosnosti byla u varianty vyztužení b) pomalejší vzhledem k přítomnosti tlačené výztuže, která po překročení pevnosti betonu v tlaku začala přebírat tlaková napětí ve větší míře, což znamenalo, že přítomnost tlačené výztuže do jisté míry navýšila únosnost trámu. Maximálně přípustný průhyb trámů byl při dosažení maximální únosnosti cca 7,2 cm u varianty vyztužení a) dle obr. 7. 1. 21 a) a 7,1 cm u varianty vyztužení b) dle obr. 7. 1. 21 b).

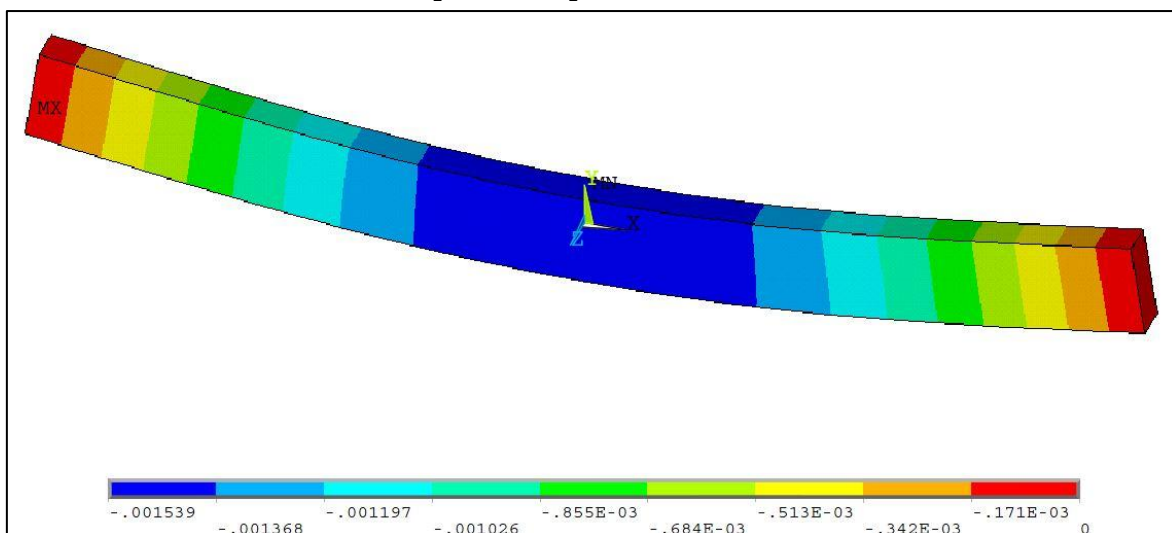
a) výztuž v oblasti tahových napětí



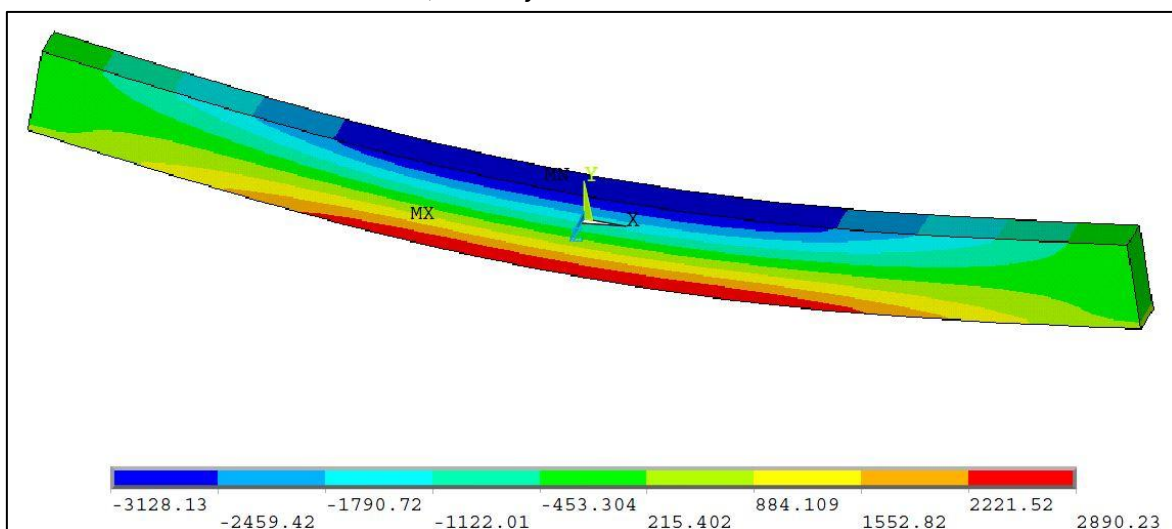
Obr. 7. 1. 9 a): Normálová napětí σ_x [kPa] – 1. krok zatěžování



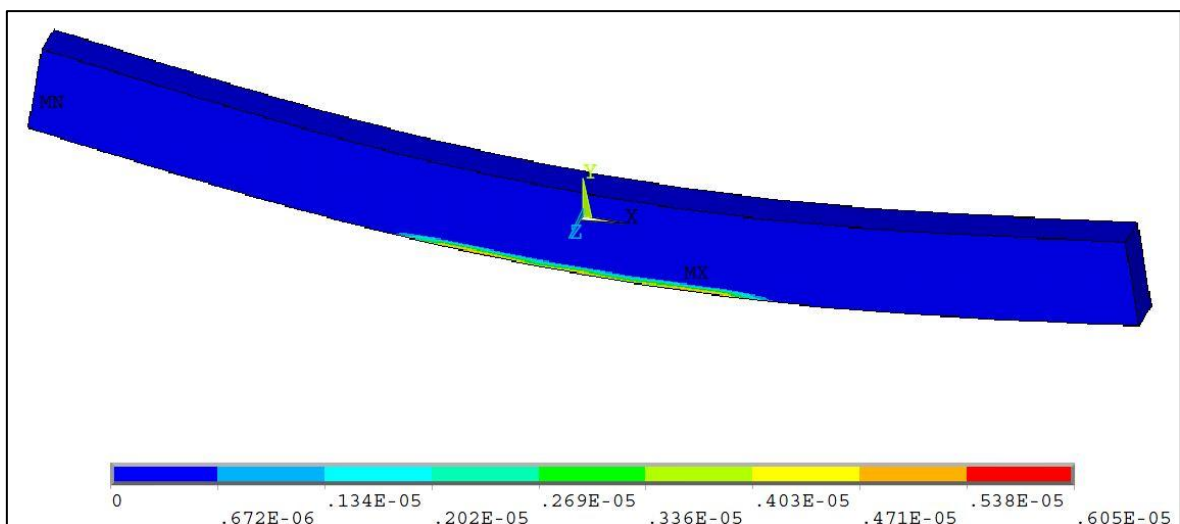
Obr. 7. 1. 10 a): Elastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,el}$ [-] – 1. krok zatěžování



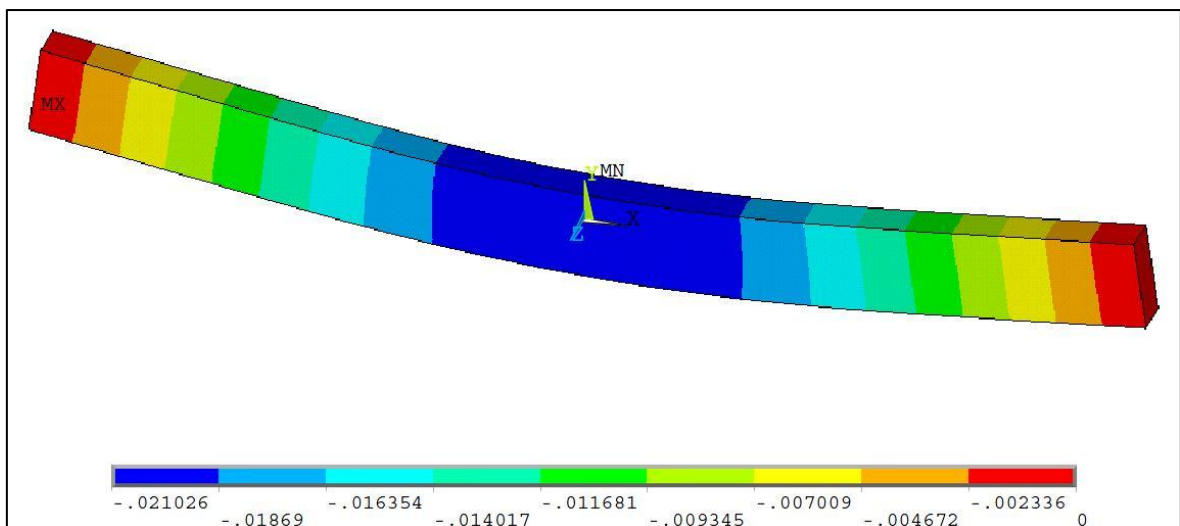
Obr. 7. 1. 11 a): Průhyb u_y [m] – 4. krok zatěžování



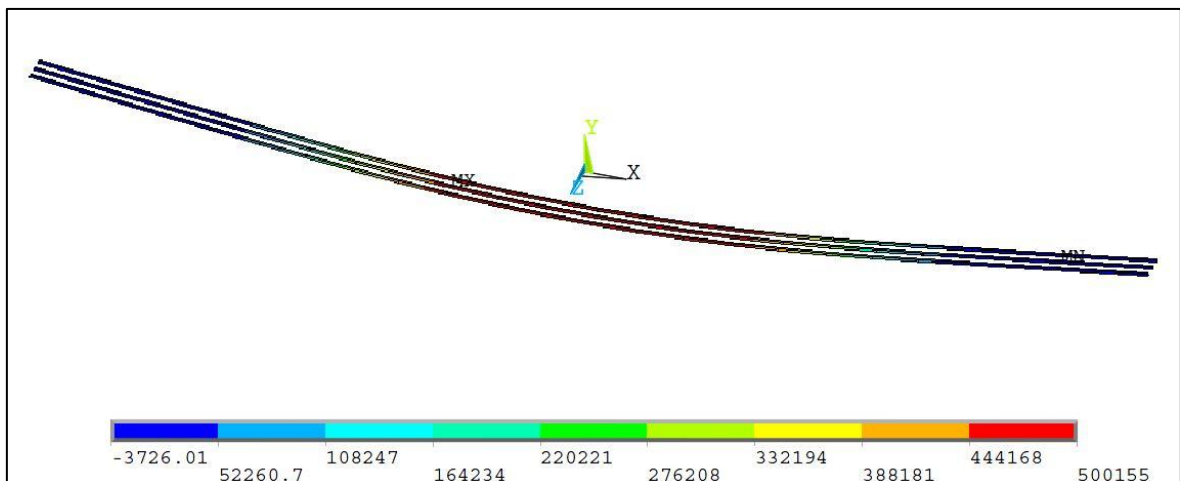
Obr. 7. 1. 12 a): Normálová napětí σ_x [kPa] – 4. krok zatěžování



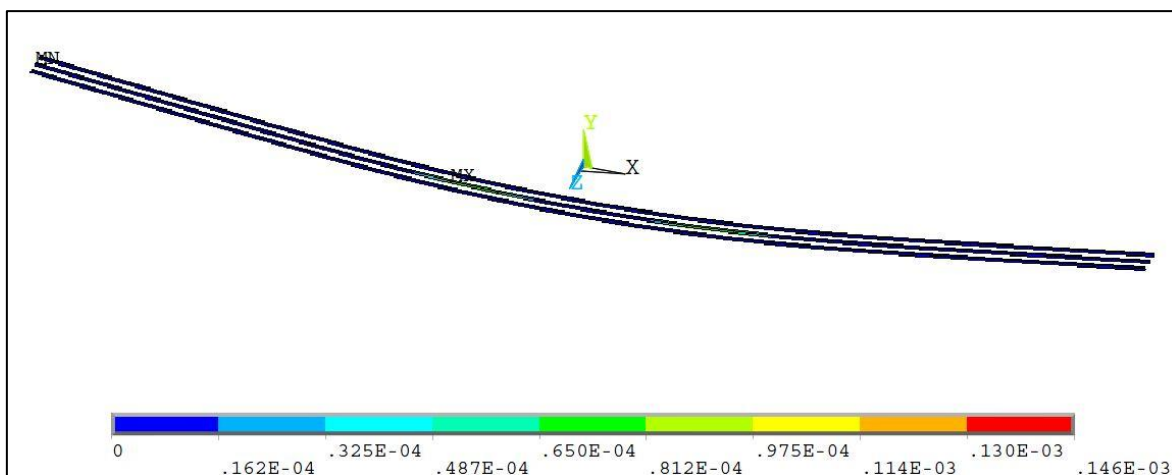
Obr. 7. 1. 13 a): Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování



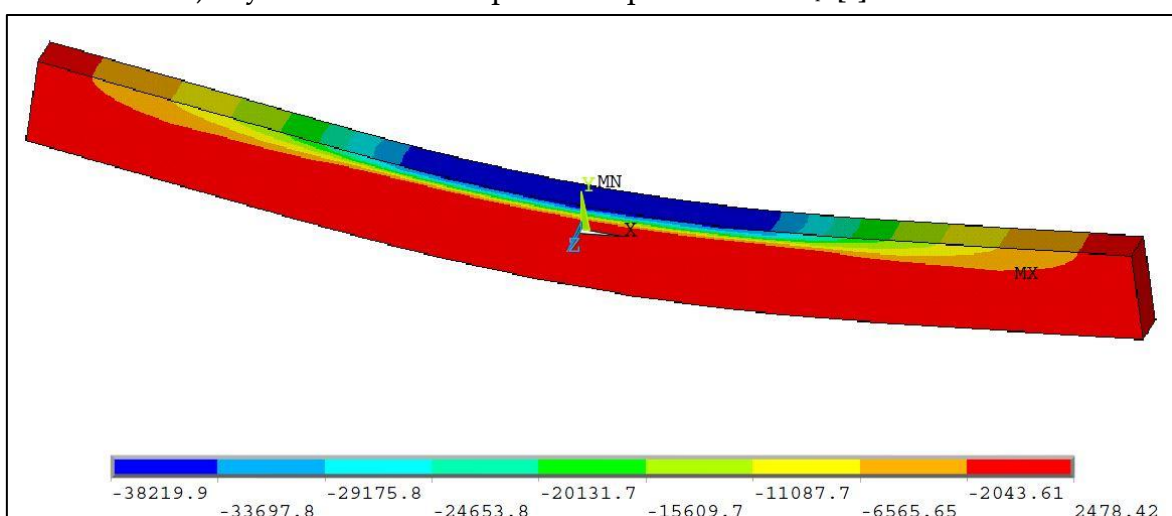
Obr. 7. 1. 14 a): Průhyb u_y [m] – 10. krok zatěžování



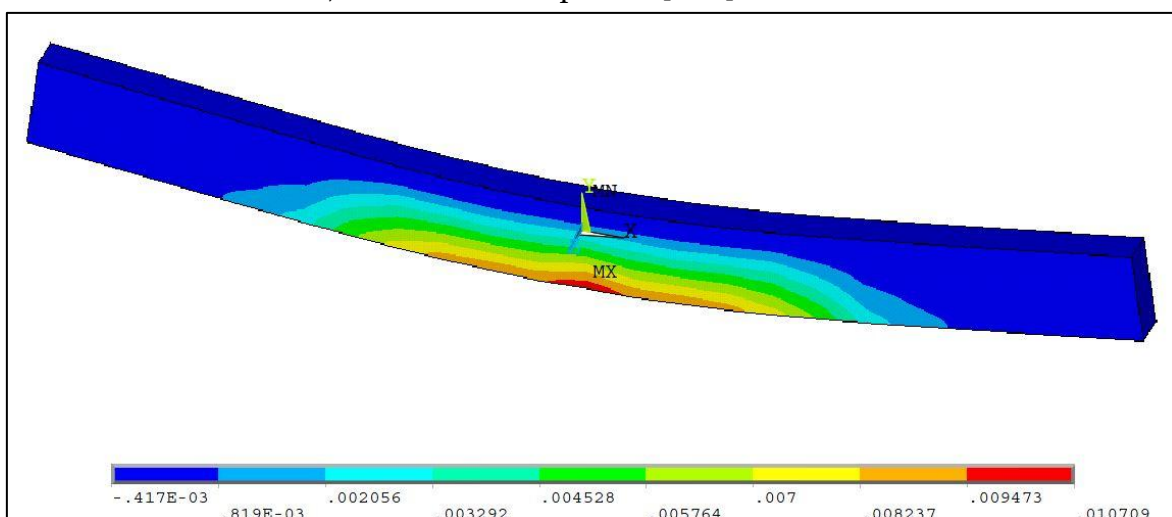
Obr. 7. 1. 15 a): Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 10. krok zatěžování



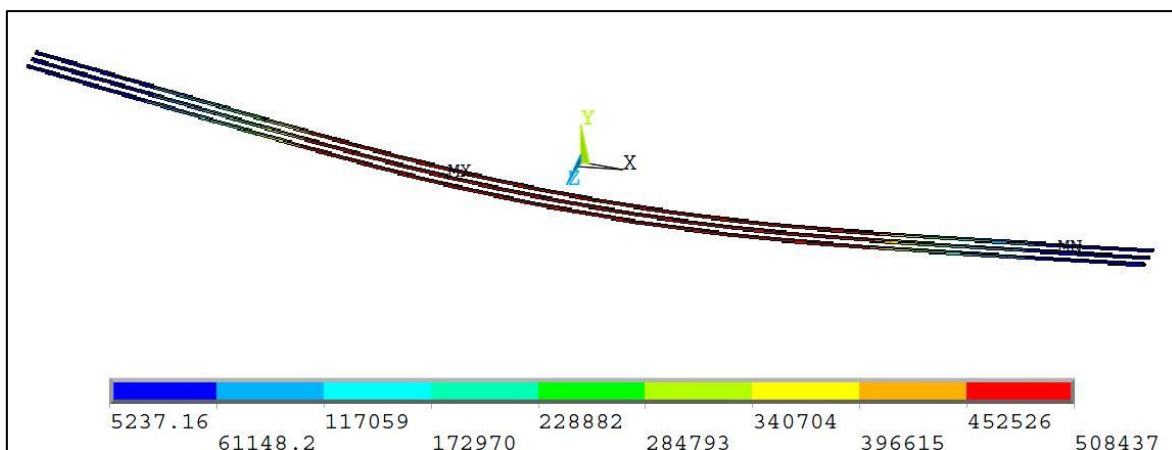
Obr. 7. 1. 16 a): Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 10. krok zatěžování



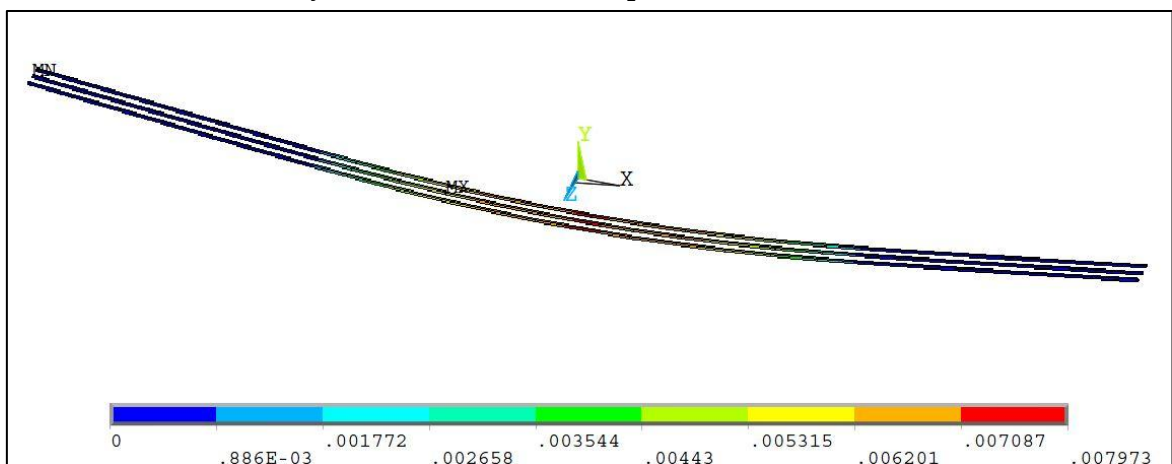
Obr. 7. 1. 17 a): Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování



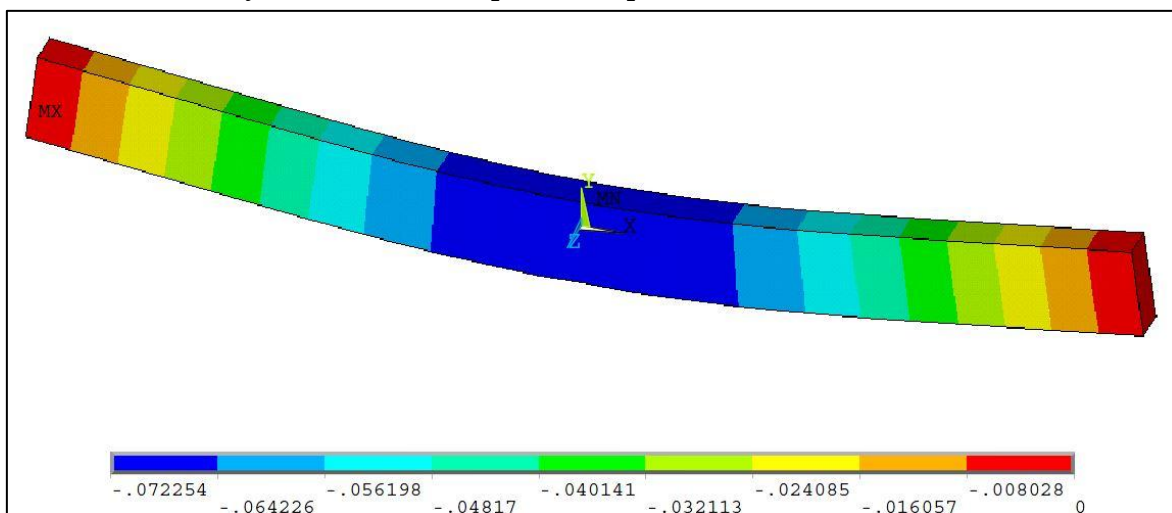
Obr. 7. 1. 18 a): Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 19 a): Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování

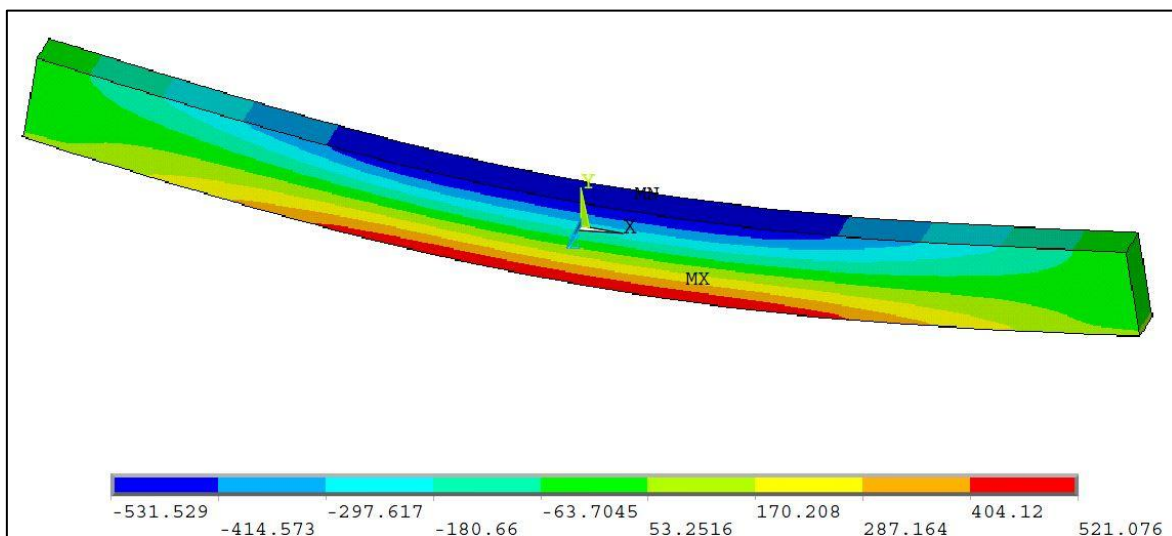


Obr. 7. 1. 20 a): Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování

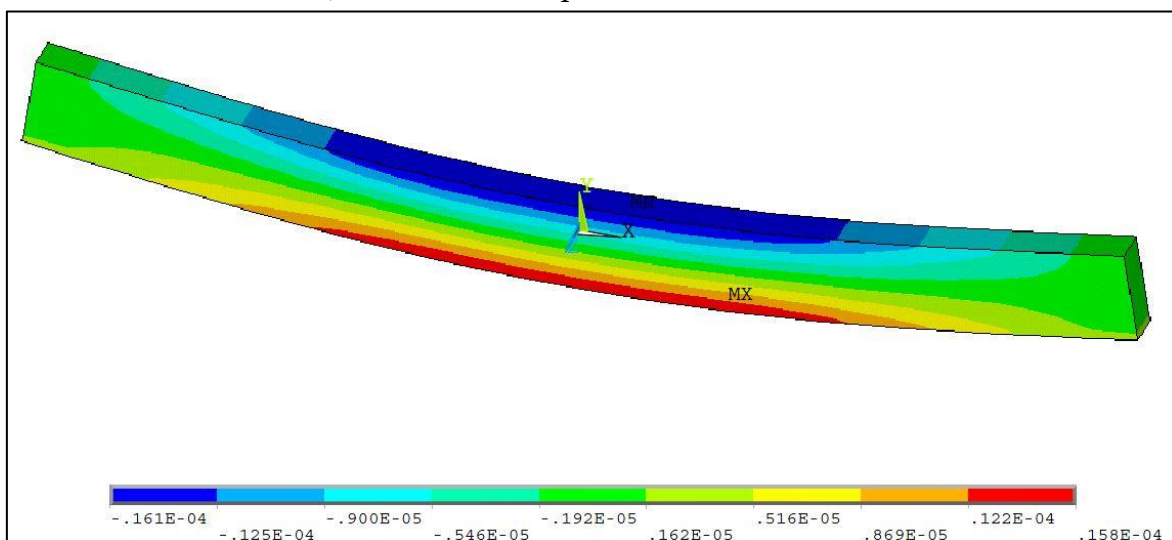


Obr. 7. 1. 21 a): Průhyb u_y [m] – 13. krok zatěžování

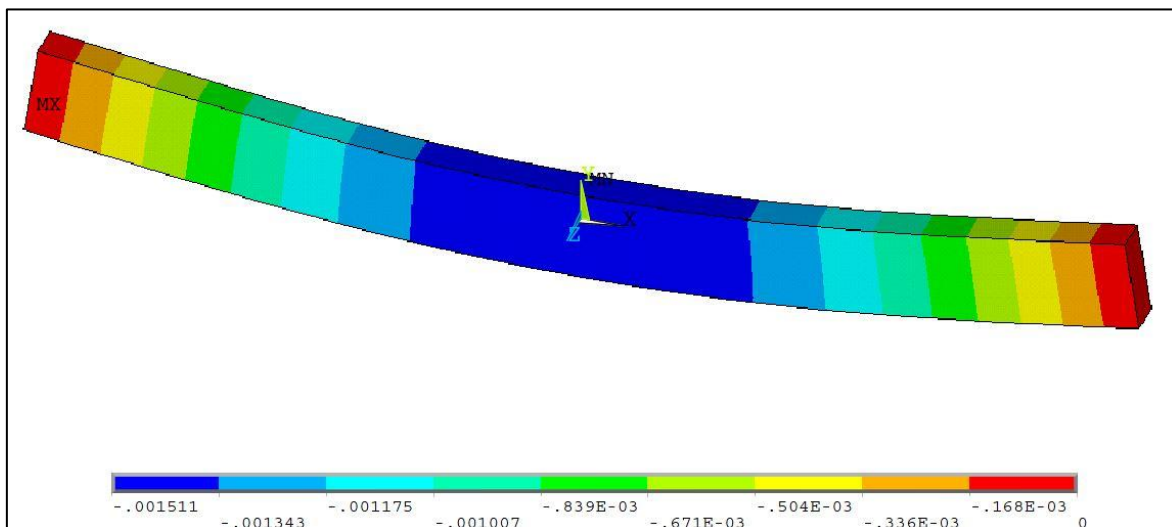
b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí



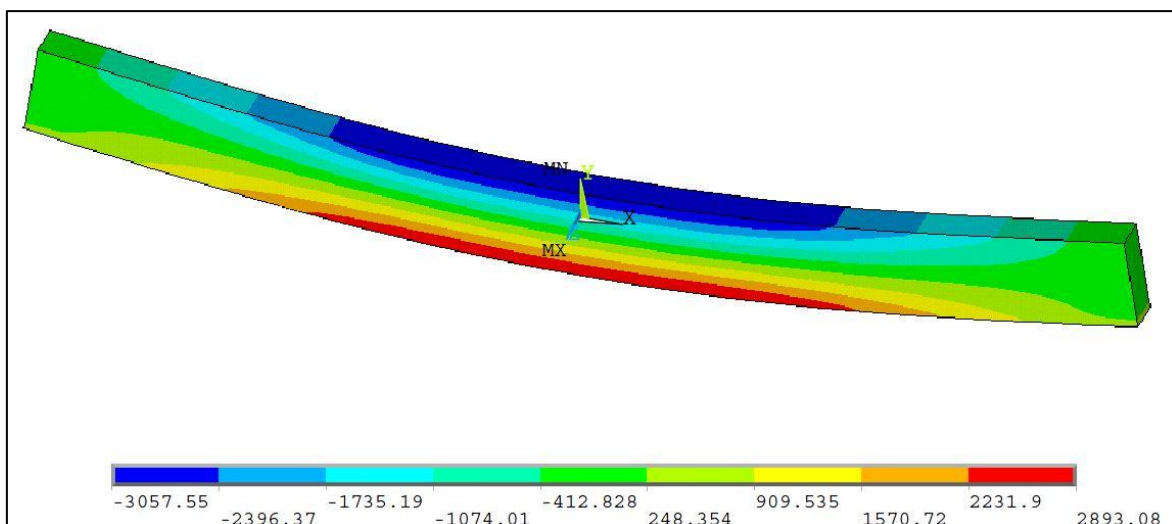
Obr. 7. 1. 9 b): Normálová napětí σ_x [kPa] – 1. krok zatěžování



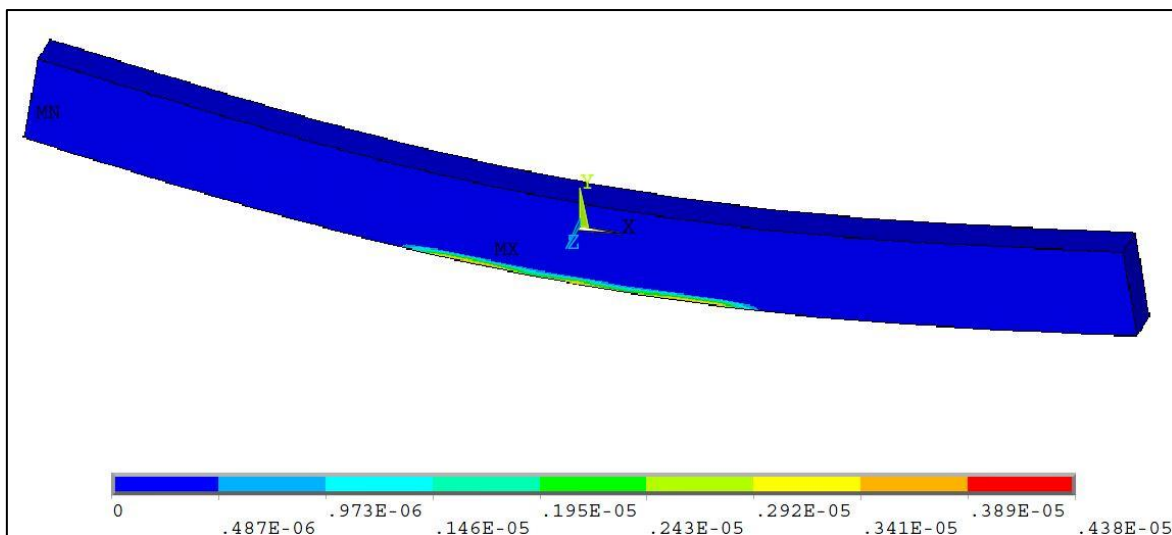
Obr. 7. 1. 10 b): Elastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,el}$ [-] – 1. krok zatěžování



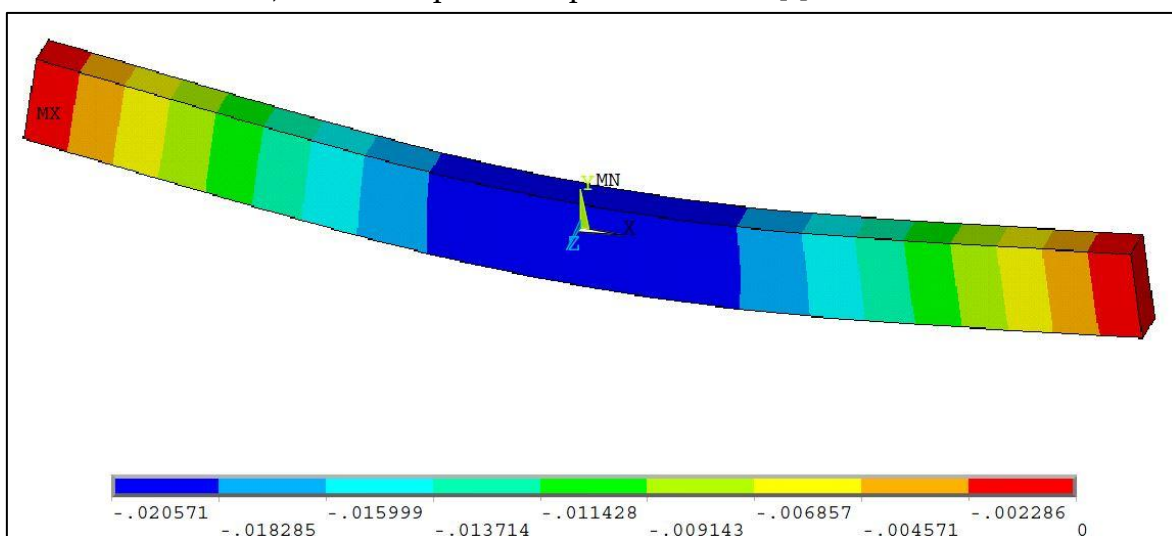
Obr. 7. 1. 11 b): Průhyb u_y [m] – 4. krok zatěžování



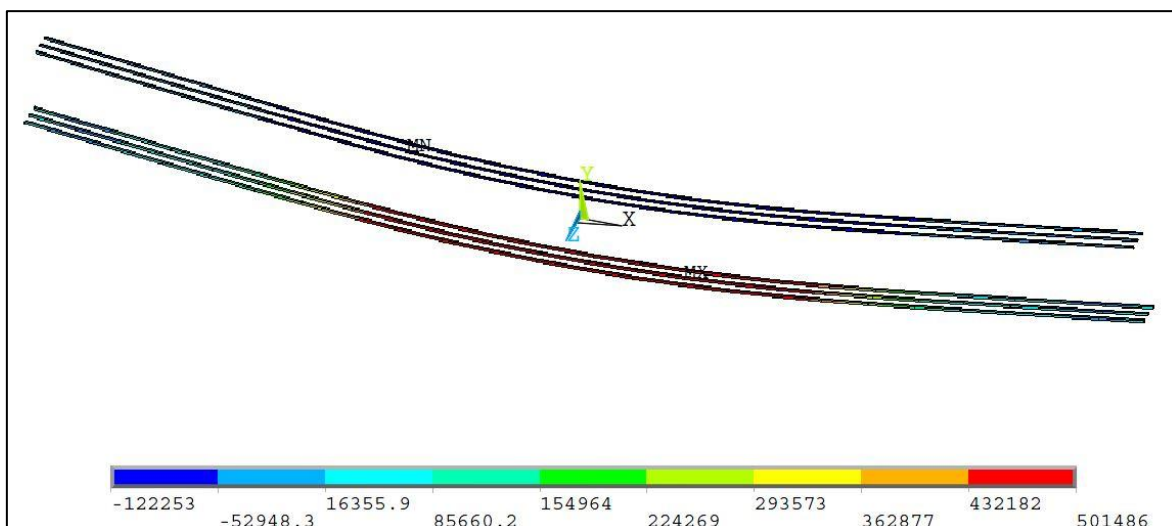
Obr. 7. 1. 12 b): Normálová napětí σ_x [kPa] – 4. krok zatěžování



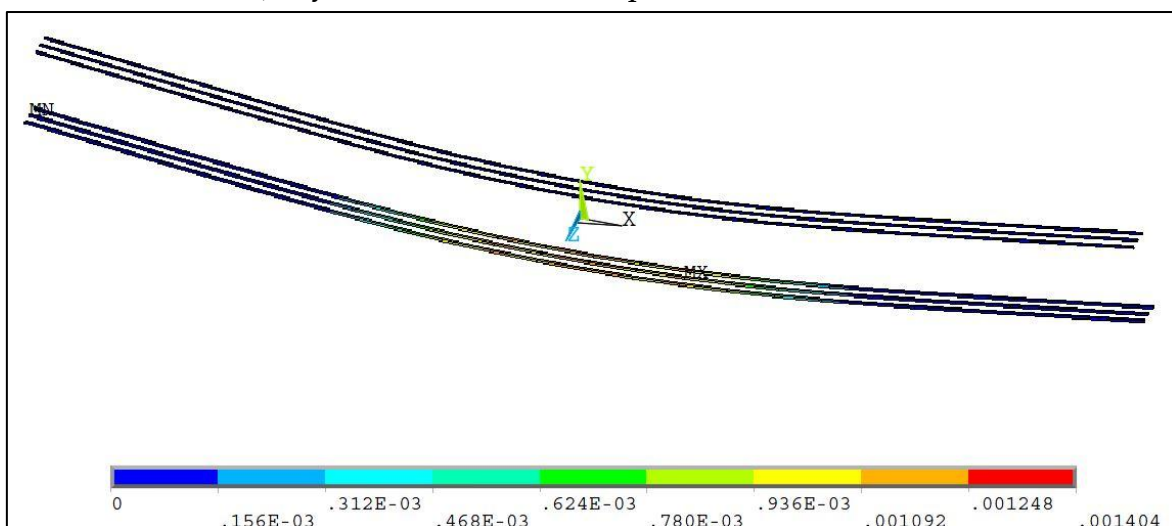
Obr. 7. 1. 13 b): Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování



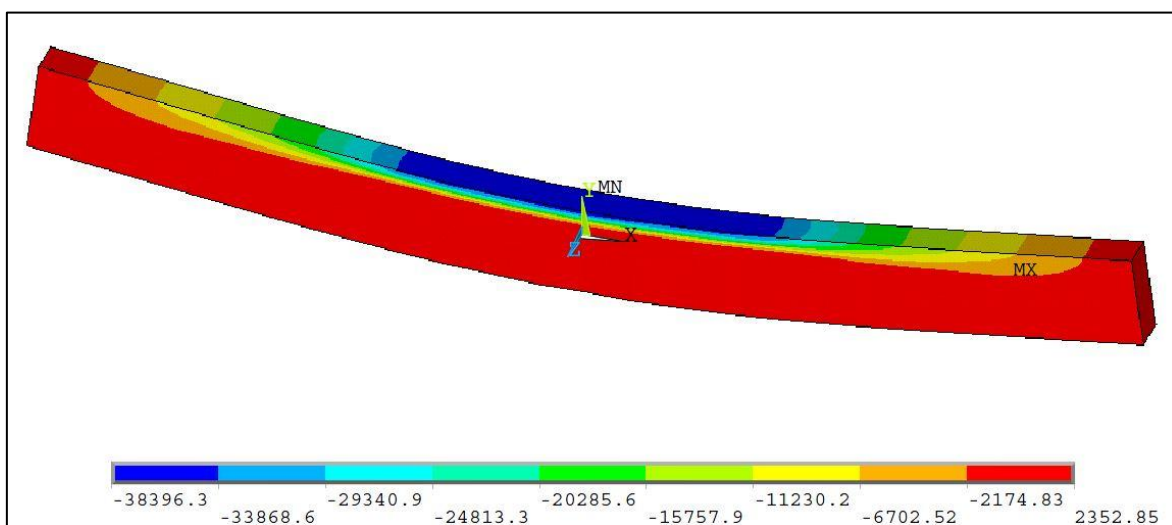
Obr. 7. 1. 14 b): Průhyb u_y [m] – 10. krok zatěžování



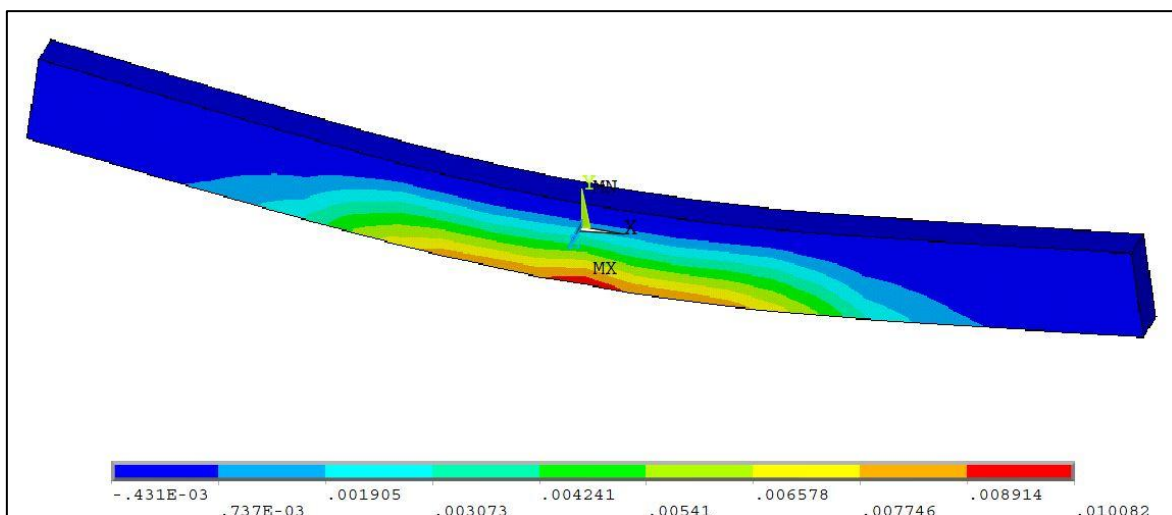
Obr. 7. 1. 15 b): Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 11. krok zatěžování



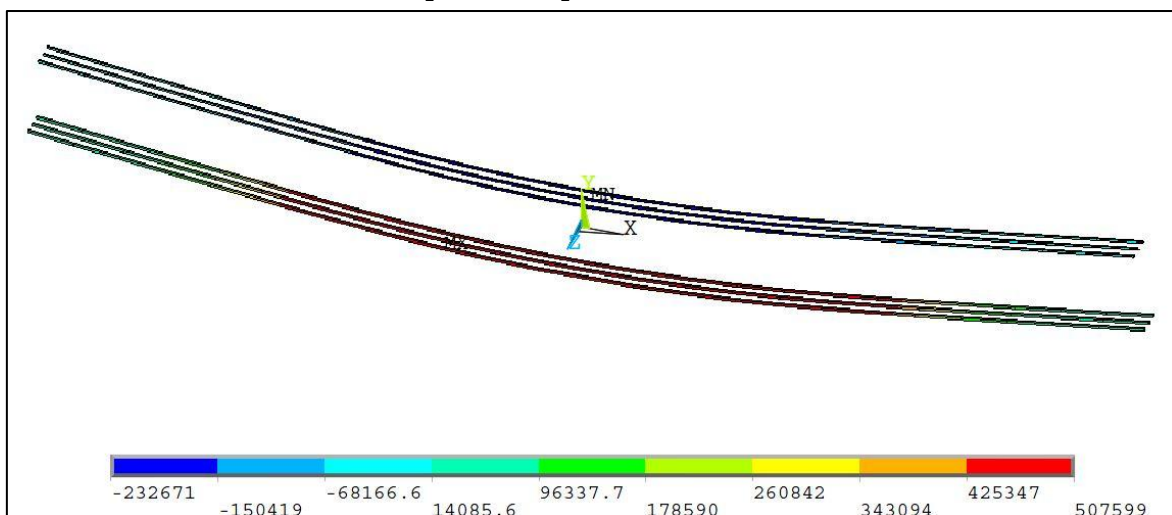
Obr. 7. 1. 16 b): Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 11. krok zatěžování



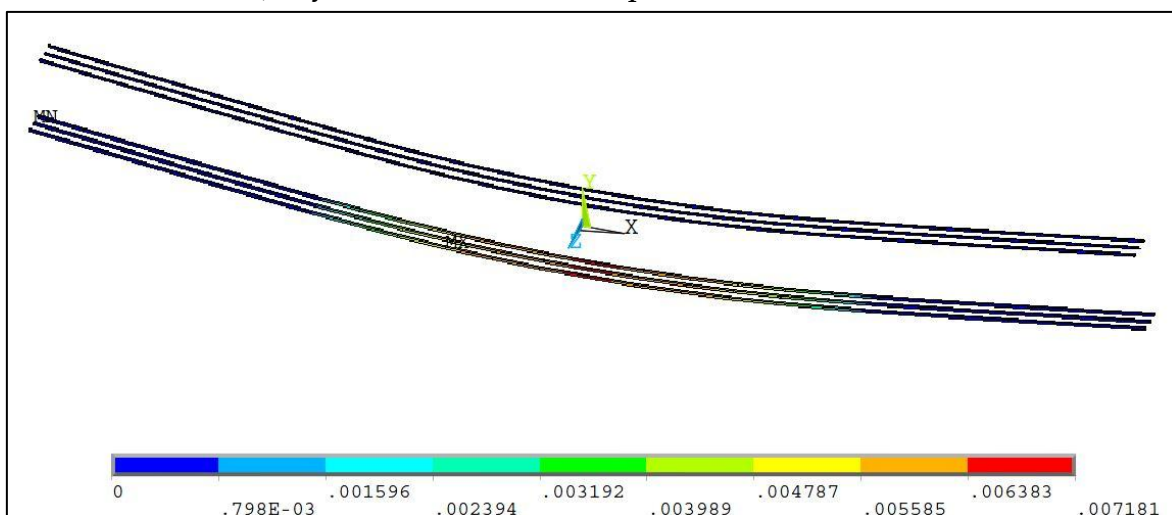
Obr. 7. 1. 17 b): Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování



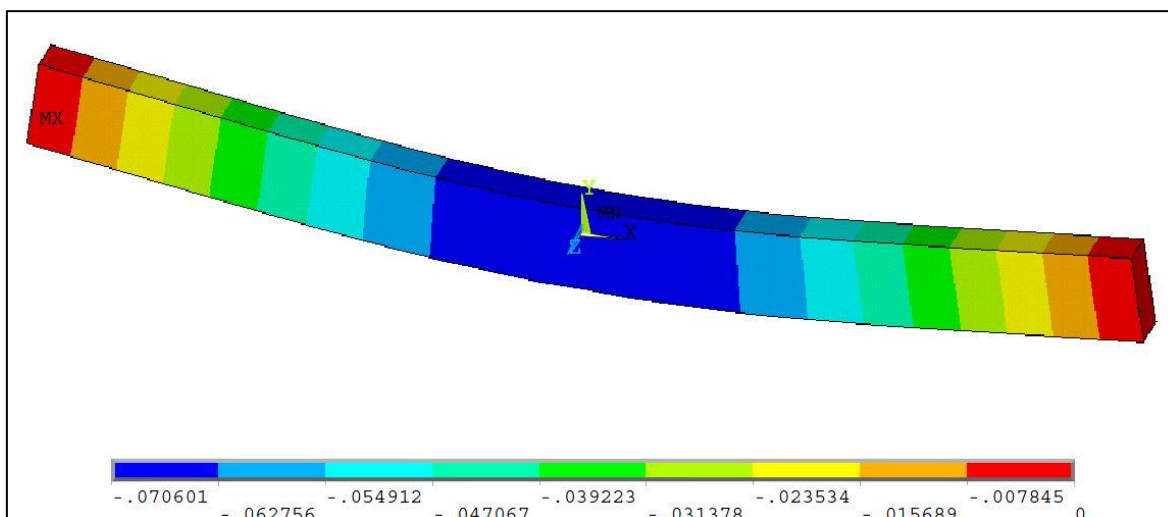
Obr. 7. 1. 18 b): Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 19 b): Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 20 b): Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 21 b): Průhyb u_y [m] – 13. krok zatěžování

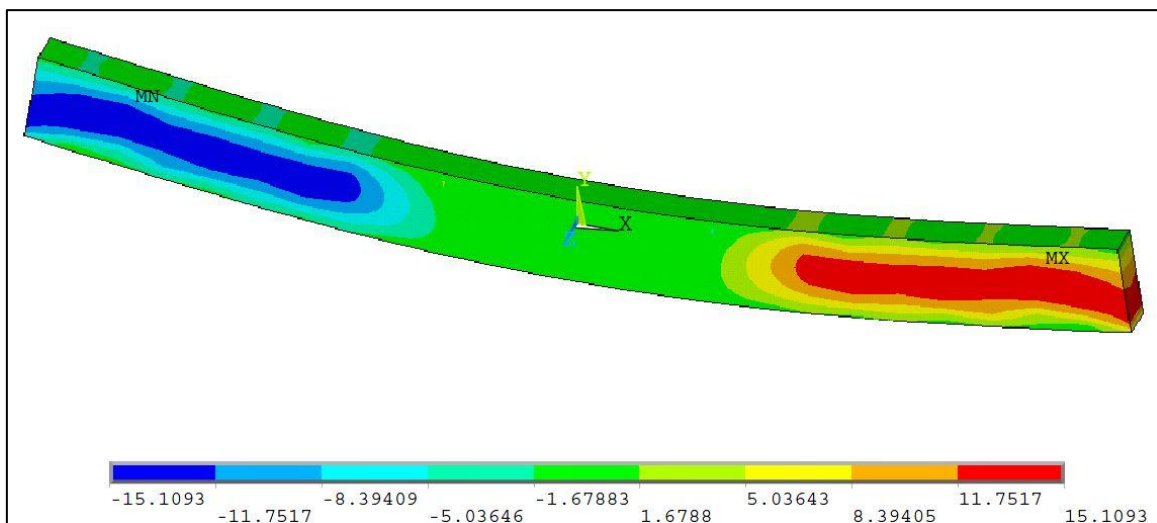
7. 1. 2. Vliv působení posouvajících sil

V této části bude zhodnoceno nelineární chování trámů vlivem působení posouvajících sil způsobujících namáhání smykem za ohybu. Namáhání smykem je tedy úzce spjata s namáháním od ohybu.

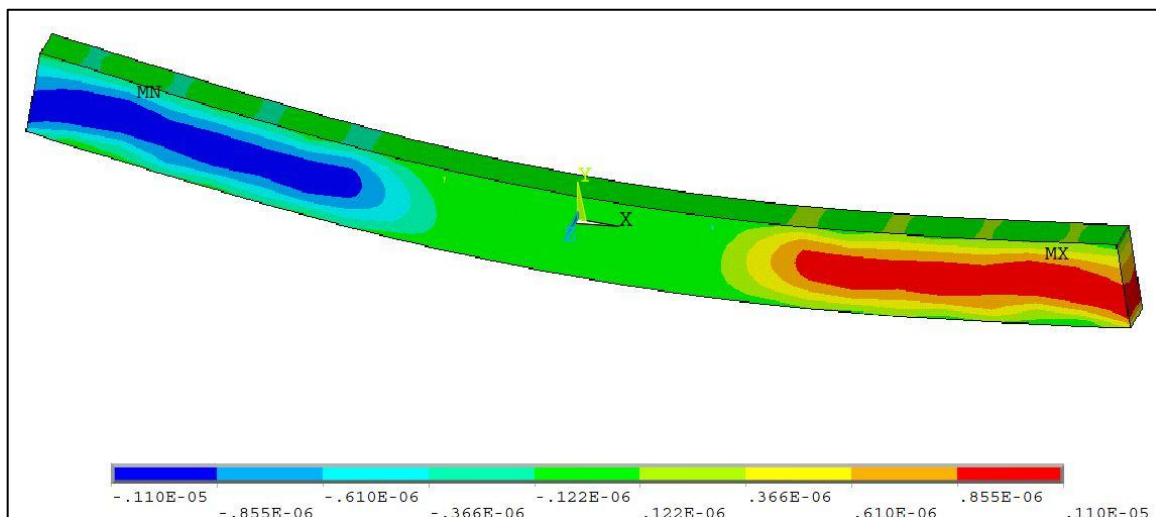
Trám z prostého betonu

V počátcích zatěžování při prvním nárůstu průhybu se trám choval lineárně pružně, tudíž v místě největších posouvajících sil byla zároveň největší tečná napětí, přičemž nejvyšší intenzity dosahovala tečná napětí přibližně uprostřed výšky trámu dle obr. 7. 1. 22. Lineárnímu chování odpovídala také intenzita poměrných smykových přetvoření, která obsahovala v této chvíli pouze elastickou složku dle obr. 7. 1. 23. Při narušení struktury betonu v oblasti tahových napětí, kdy byla překročena pevnost betonu v tahu, došlo také k narušení struktury betonu smykem a ke vzniku prvních smykových mikrotrhlin a trhlin ve struktuře betonu, čemuž odpovídal vznik prvních plastických poměrných smykových přetvoření dle obr. 7. 1. 24. Intenzita tečných napětí v této chvíli stále vzrůstala dle obr. 7. 1. 25. Při dalším zatěžování docházelo k rozvoji plochy plastických poměrných smykových přetvoření směrem k tlačnému okraji trámu a k podporám, což s sebou přinášelo rozvoj smykových trhlin. Tento rozvoj však nebyl vzhledem k nepřítomnosti výztuže a brzkému selhání trámu od namáhání ohybem nijak výrazný. Zároveň docházelo také k dalšímu nárůstu tečných napětí, přičemž se centrum maximální intenzity tečných napětí posouvalo stále blíže k tlačnému okraji trámu do míst působení zatížení. Tento stav trval až do okamžiku dosažení maximální únosnosti trámu, přičemž tento okamžik byl brán

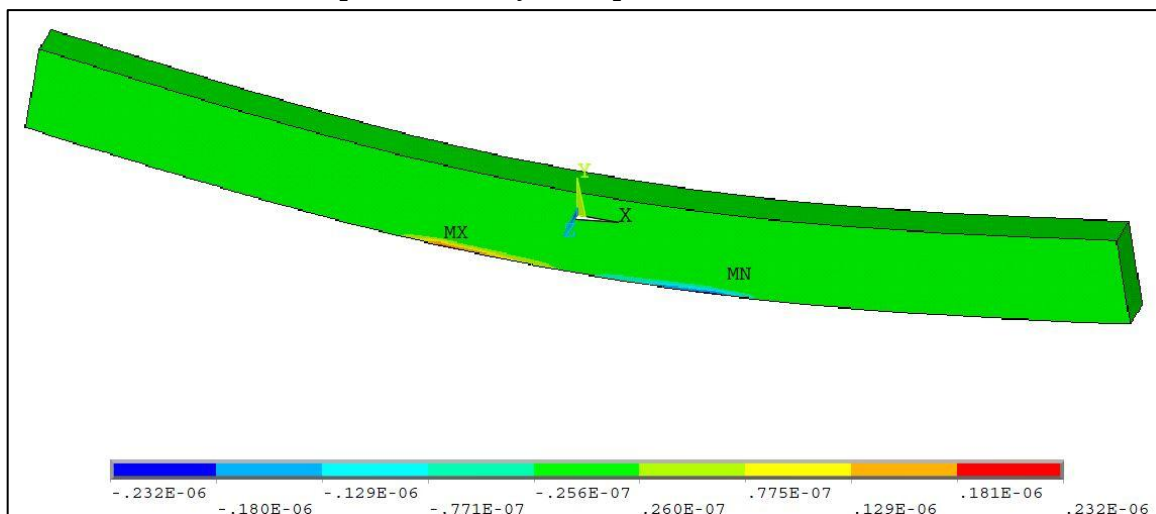
jako konečný. Smyková napjatost trámu a plastická poměrná smyková přetvoření při dosažení maximální únosnosti trámu jsou na obr. 7. 1. 26, respektive na obr. 7. 1. 27.



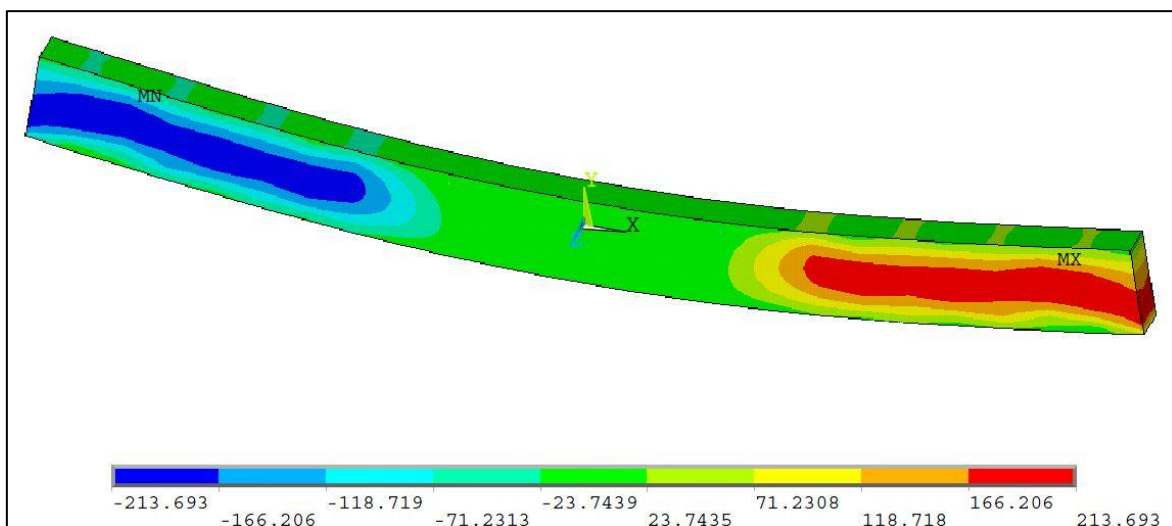
Obr. 7. 1. 22: Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 1. krok zatěžování



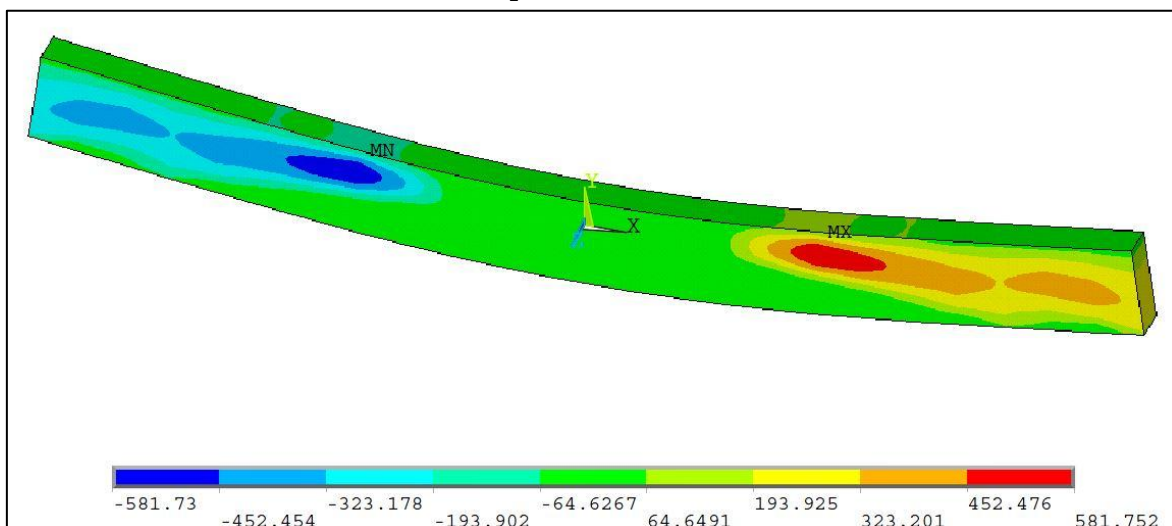
Obr. 7. 1. 23: Elastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,el}$ [-] – 1. krok zatěžování



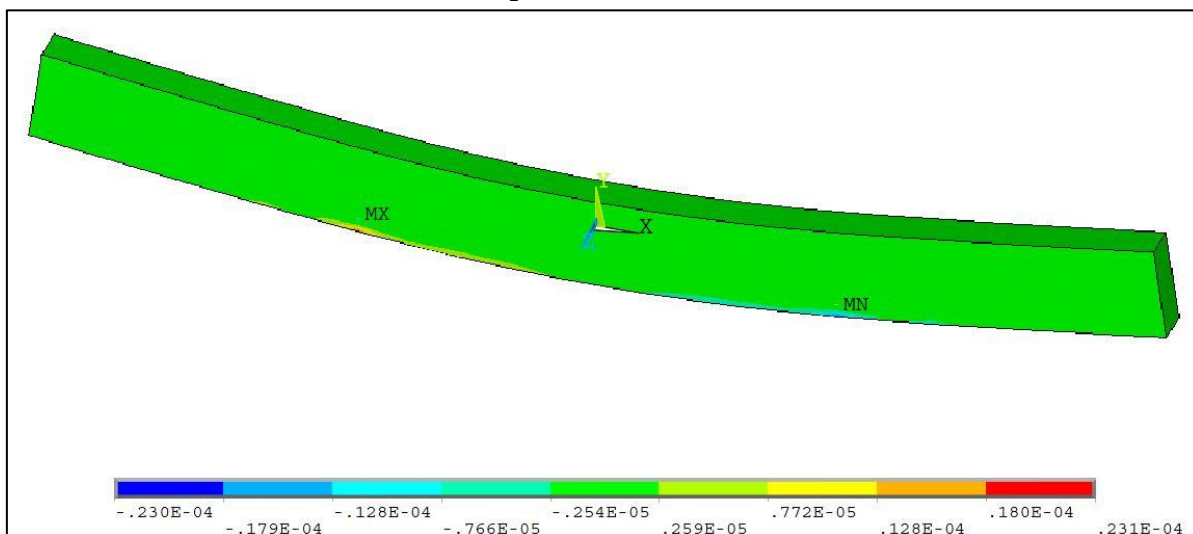
Obr. 7. 1. 24: Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 6. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 25: Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 6. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 26: Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 9. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 27: Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 9. krok zatěžování

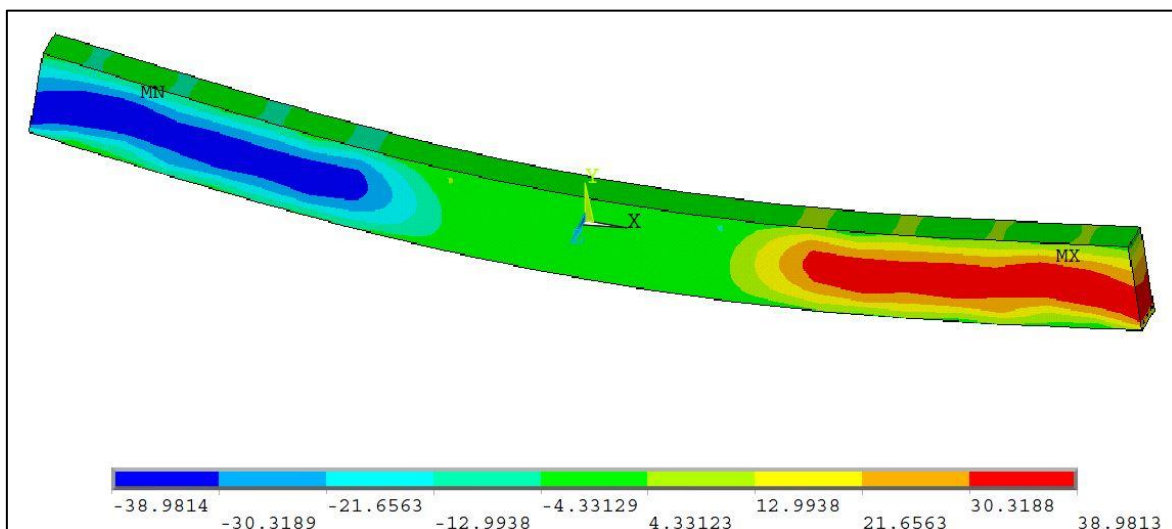
Trámy z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí

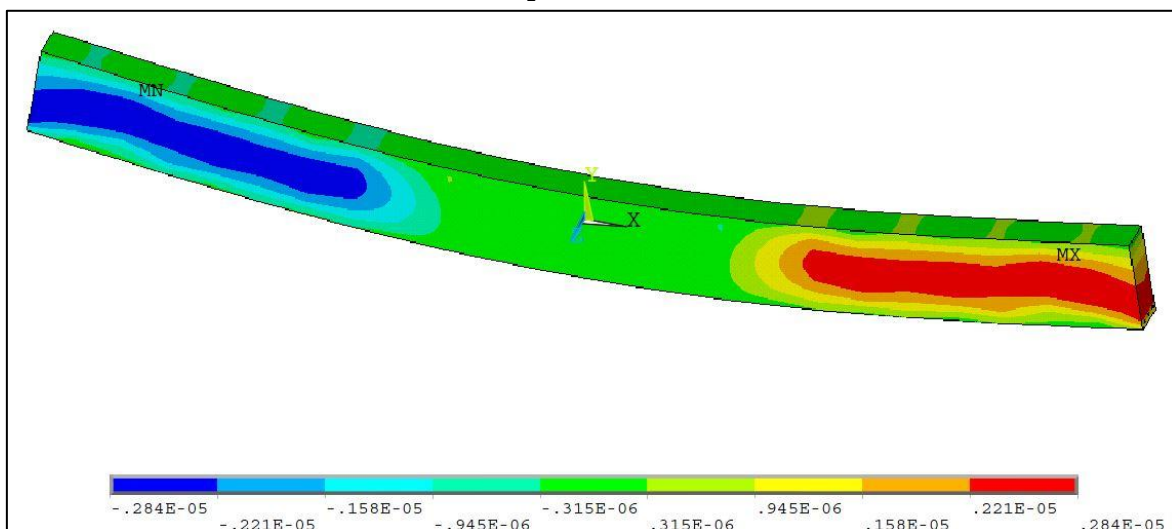
Nelineární chování trámů bylo v případě obou variant vyztužení velice podobné, proto budou dále obě varianty popsány dohromady s případným upozorněním na odlišnosti variant.

V počátcích zatěžování a nárůstu prvních hodnot průhybu se u obou trámů uplatňovaly zásady lineární pružnosti, tedy v místě největších posouvajících sil byla také největší tečná napětí, přičemž nejvyšších intenzit tečná napětí dosahovala přibližně v polovině výšky trámu dle obr. 7. 1. 28 a), b). Příslušným tečným napětím odpovídala dle teorie lineární pružnosti také poměrná smyková přetvoření složená doposud pouze z elastické složky, obr. 7. 1. 29 a), b). Tento stav trval v obou případech do okamžiku narušení struktury betonu překročením pevnosti betonu v tahu v oblasti tahových napětí, kdy došlo také ke vzniku prvních plastických poměrných smykových přetvoření, obr. 7. 1. 30 a), b), a tedy ke vzniku prvních smykových mikrotrhlin a trhlin ve struktuře betonu. Intenzita tečných napětí u obou trámů v této chvíli stále vzrůstala dle obr. 7. 1. 31 a), b). Při dalším zatěžování docházelo u obou trámů k rozvoji plochy plastických poměrných smykových přetvoření směrem k tlačnému okraji trámů a k podporám, což s sebou přinášelo rozvoj a šíření smykových trhlin. Tento rozvoj byl vzhledem k přítomnosti tažené, popřípadě i tlačné, výztuže, která zajistila svou výbornou tahovou schopností mnohem vyšší únosnost při ohybu, poměrně dost výrazný. Zároveň docházelo u obou trámů také k dalšímu nárůstu tečných napětí, přičemž se centrum maximální intenzity tečných napětí posouvalo stále blíže k tlačnému okraji trámů do míst působení zatížení, což naznačuje postup šíření smykových trhlin. Tento stav trval až do okamžiku dosažení maximální únosnosti u obou trámů, přičemž tento okamžik byl brán jako konečný. Smyková napjatost trámů a plastická poměrná smyková přetvoření při dosažení maximální únosnosti u obou trámů jsou na obr. 7. 1. 32 a), b), respektive na obr. 7. 1. 33 a), b). U varianty vyztužení b) bylo zatěžováním dosaženo vyšších hodnot tečných napětí, což způsobila vyšší maximální únosnost trámu, jež je dosažena přítomností tlačné výztuže v oblasti tlakových napětí.

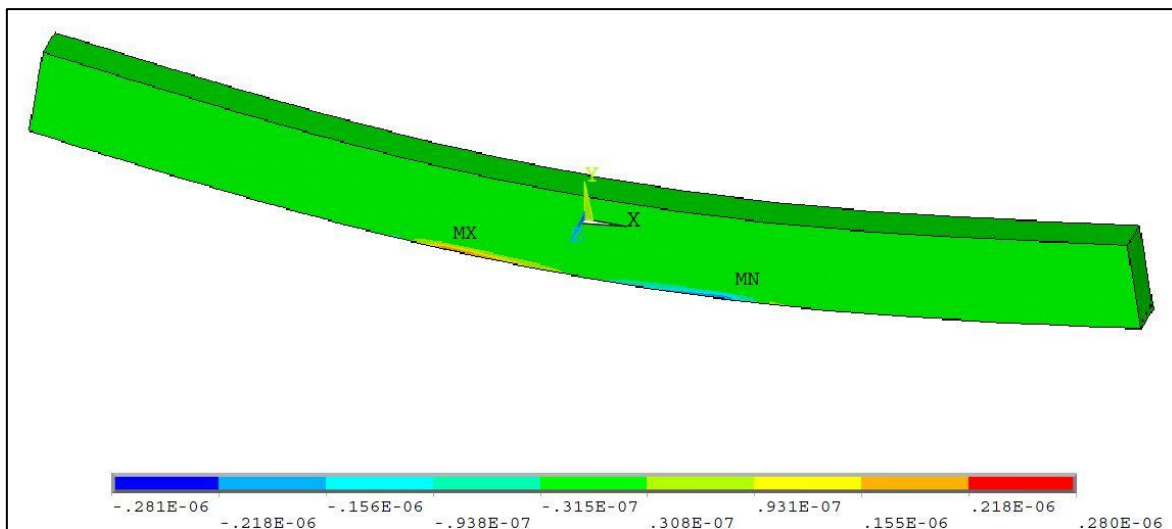
a) výztuž v oblasti tahových napětí



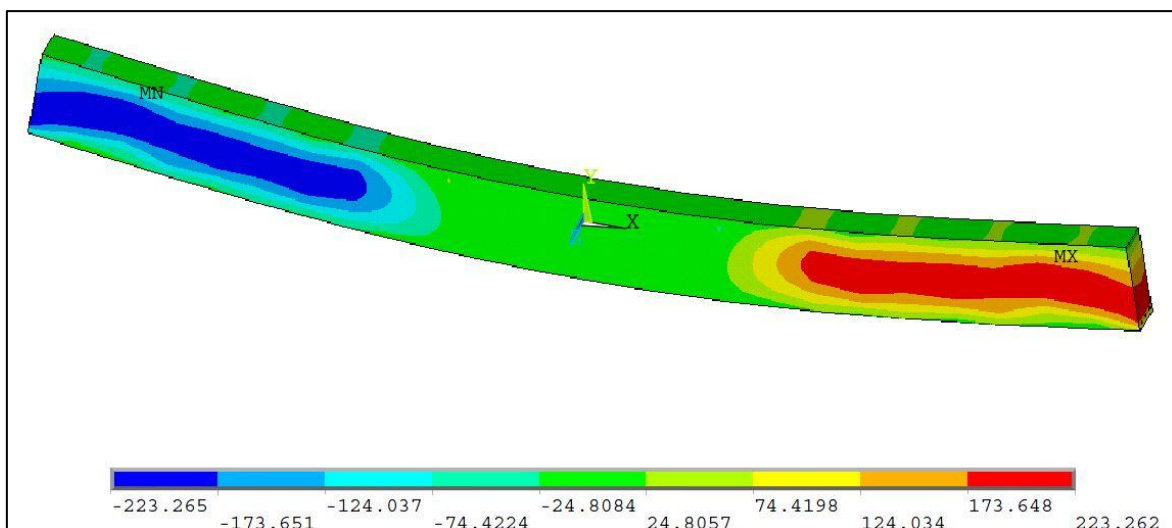
Obr. 7. 1. 28 a): Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 1. krok zatěžování



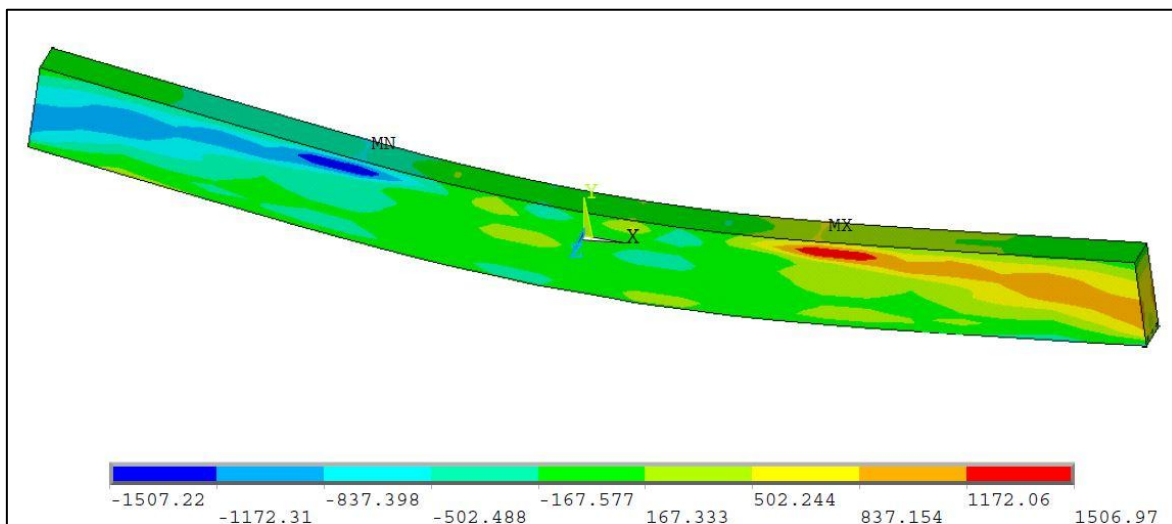
Obr. 7. 1. 29 a): Elastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,el}$ [-] – 1. krok zatěžování



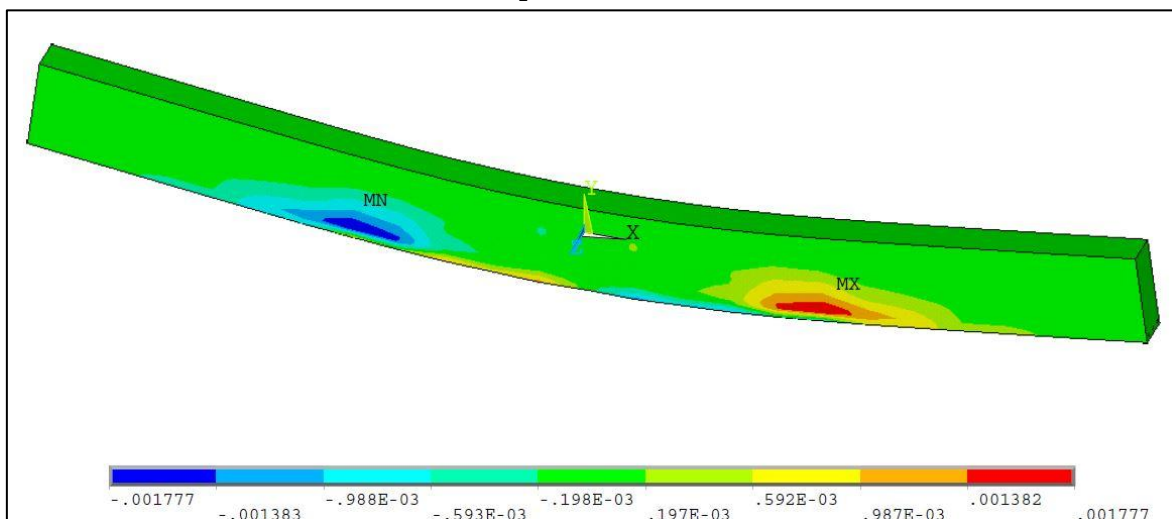
Obr. 7. 1. 30 a): Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 31 a): Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 4. krok zatěžování

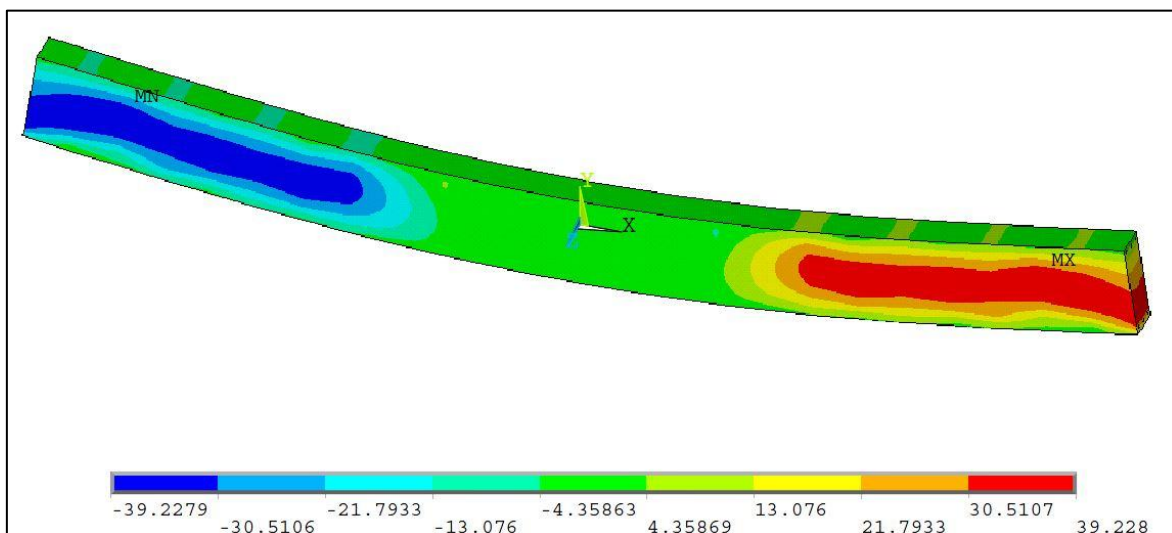


Obr. 7. 1. 32 a): Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 13. krok zatěžování

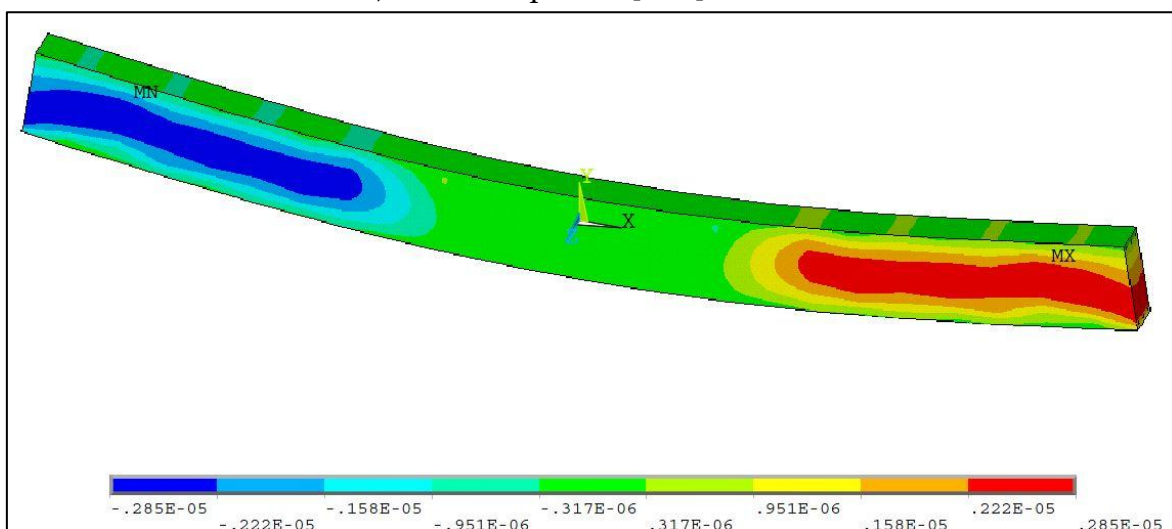


Obr. 7. 1. 33 a): Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování

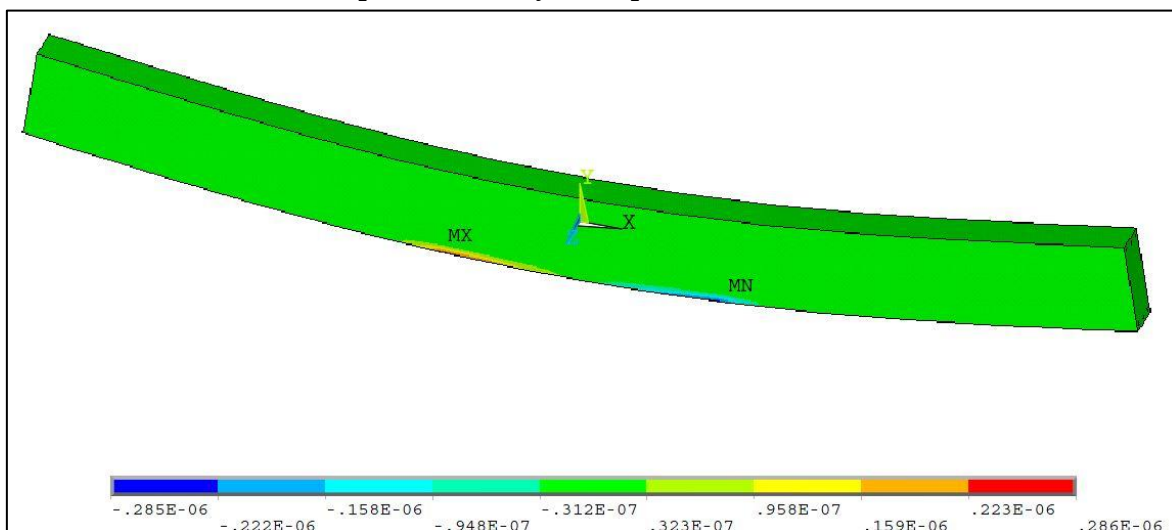
b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí



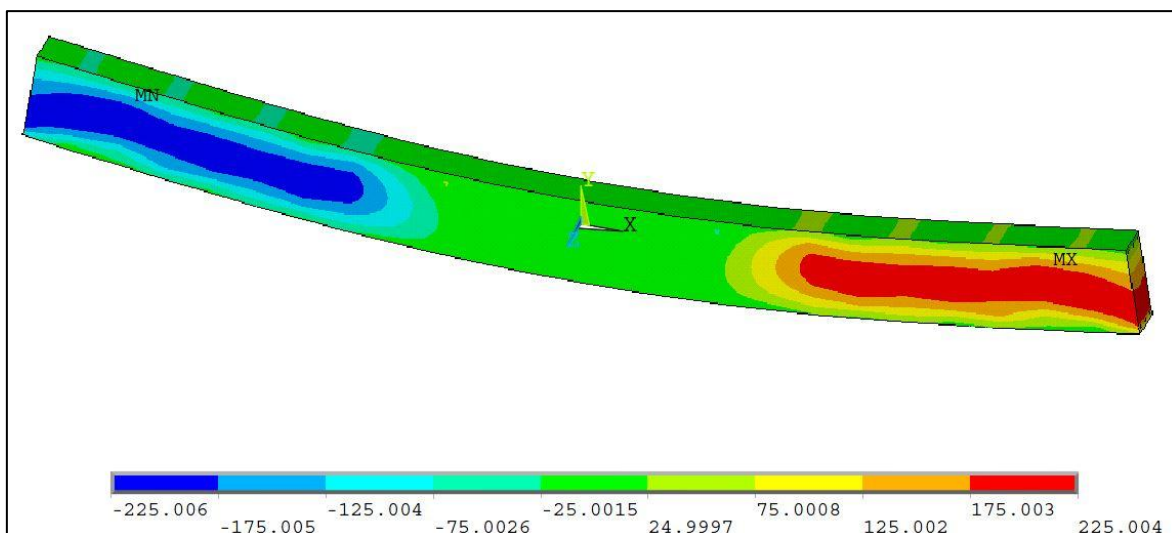
Obr. 7. 1. 28 b): Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 1. krok zatěžování



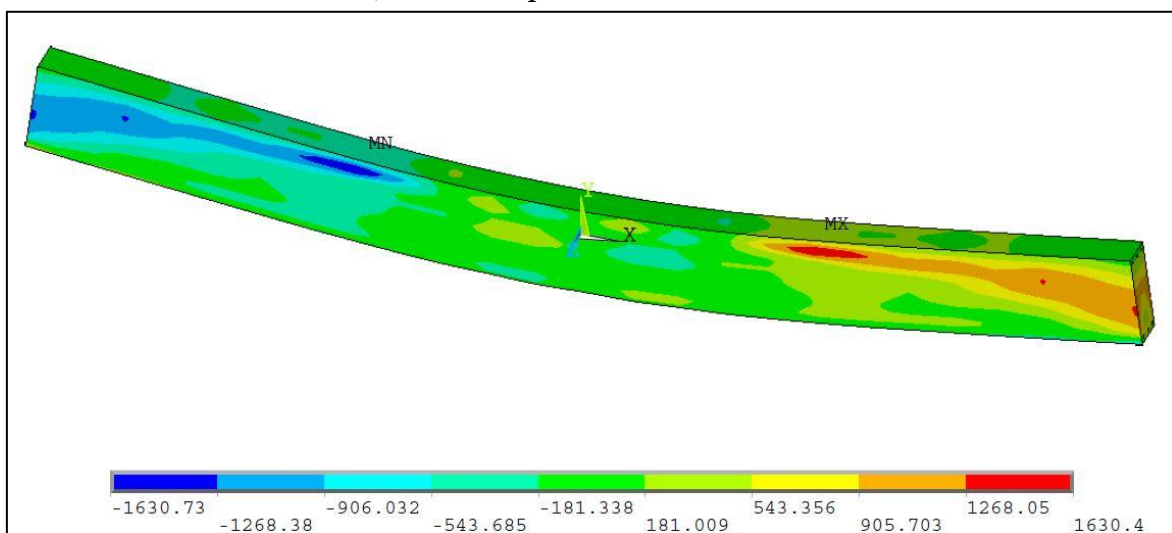
Obr. 7. 1. 29 b): Elastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,el}$ [-] – 1. krok zatěžování



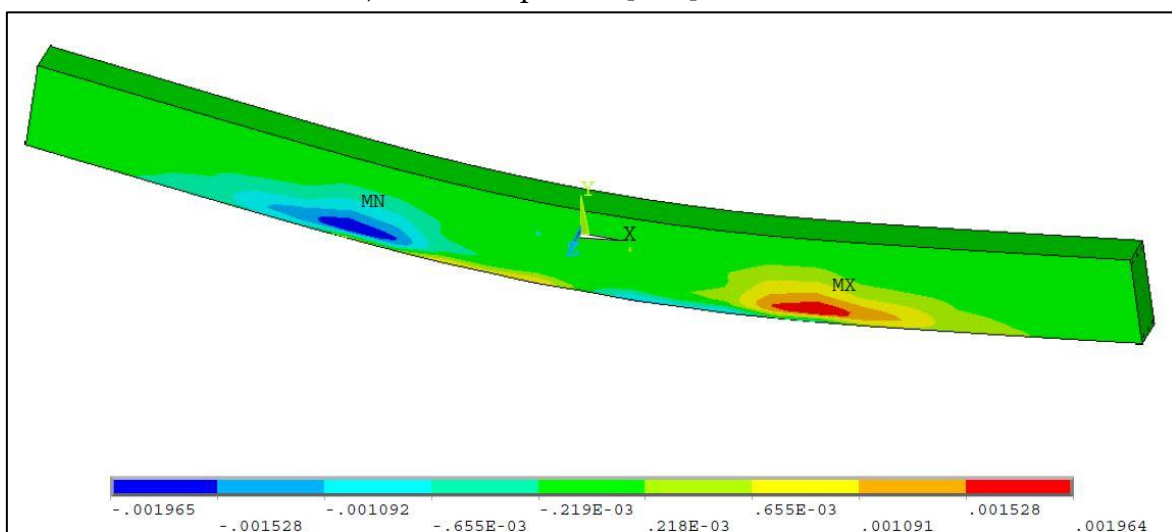
Obr. 7. 1. 30 b): Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 31 b): Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 4. krok zatěžování



Obr. 7. 1. 32 b): Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 13. krok zatěžování



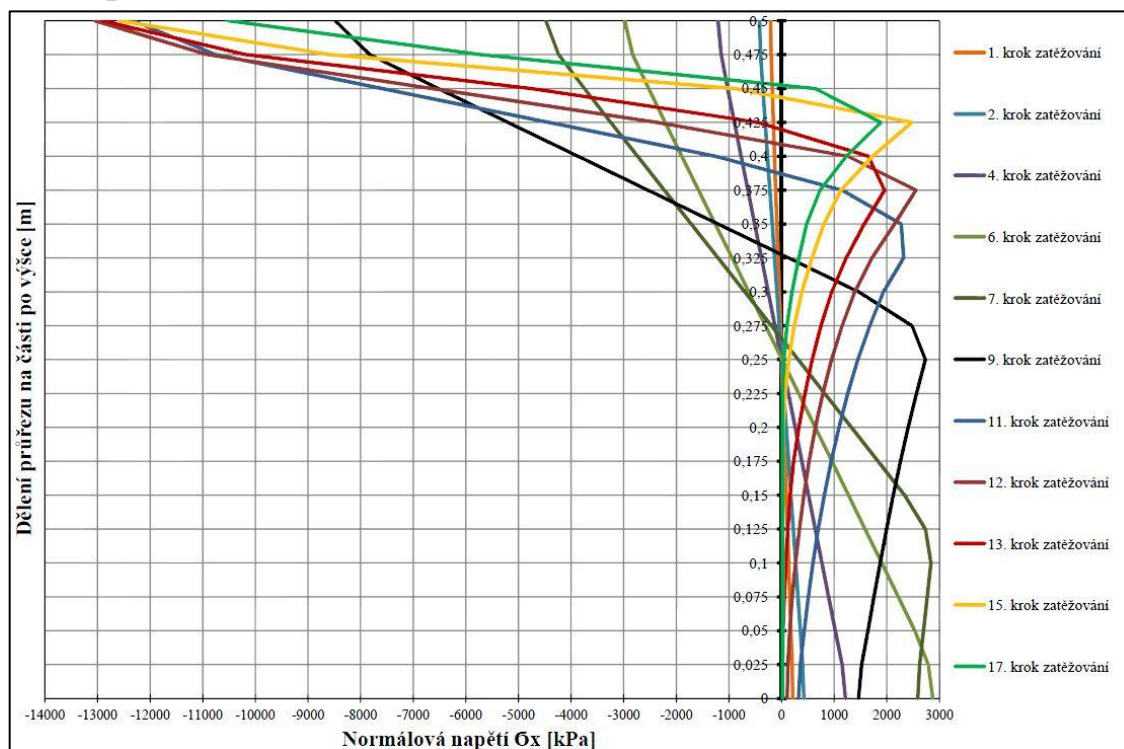
Obr. 7. 1. 33 b): Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování

7.2. Zhodnocení nelineárních analýz charakteristických průřezů

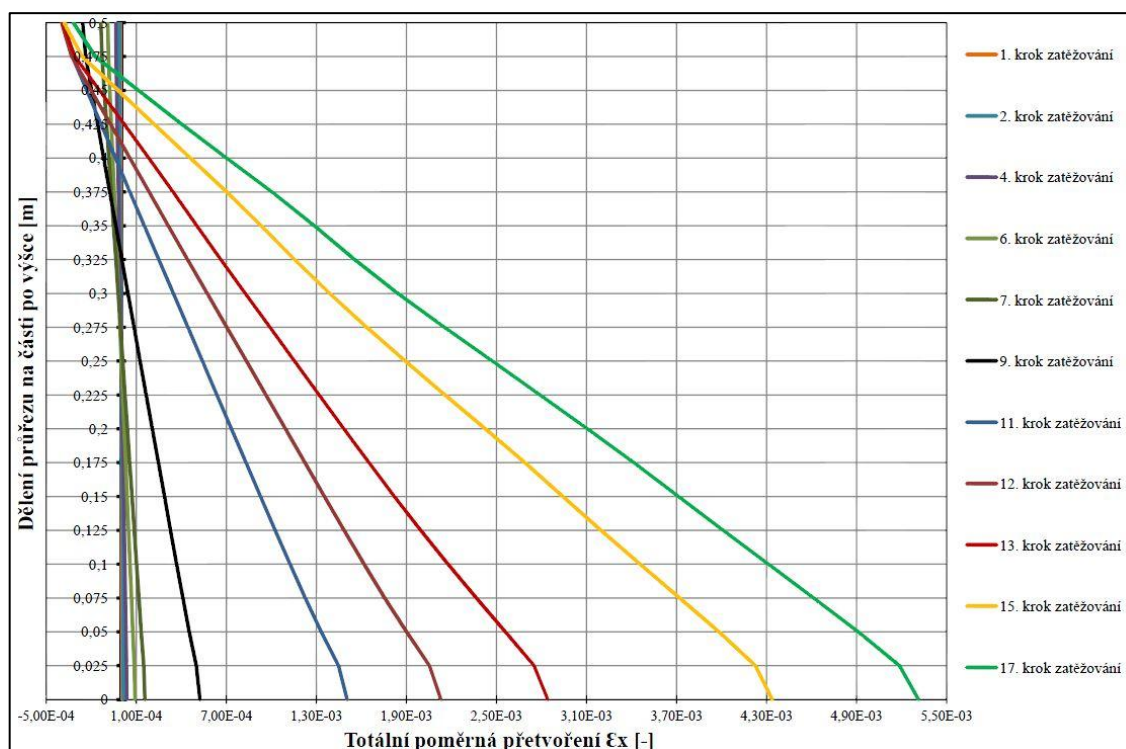
V následujících částech budou v odrážkách shrnuty a zhodnoceny informace z předchozích částí na charakteristických průřezích po jednotlivých zatěžovacích krocích. Budou tedy popsány změny napjatosti a poměrných přetvoření po výšce průřezu, vliv těchto změn na vznik trhlin jak tahových, tak smykových. Dále budou popsány změny polohy neutrální osy a s tím související vývoj tlačené plochy betonu po výšce průřezu, vliv dosažení pevnosti betonu v tlaku na napětí a poměrná přetvoření po výšce průřezu a význam polohy výztuže a jejích plastických poměrných přetvoření. Zároveň budou z příslušných zatěžovacích diagramů odečteny maximální únosnosti všech řešených trámů, přičemž měřítkem maximální únosnosti bude maximální hodnota svislé síly F_y , která bude zjištěna z vrcholu zatěžovací křivky, v místě svislého posunu, který je vnášen jako zatížení (viz část 5. 6. Zatížení a okrajové podmínky), a průhyb uprostřed rozpětí dílčího trámu u_y . Následující části budou rozděleny z hlediska působících namáhání, jež způsobují vzniklé druhy vnitřních sil a jim ekvivalentní napětí.

7.2.1. Prostý ohyb

Trám z prostého betonu



Obr. 7. 2. 1: Změna průběhu normálových napětí σ_x po výšce průřezu



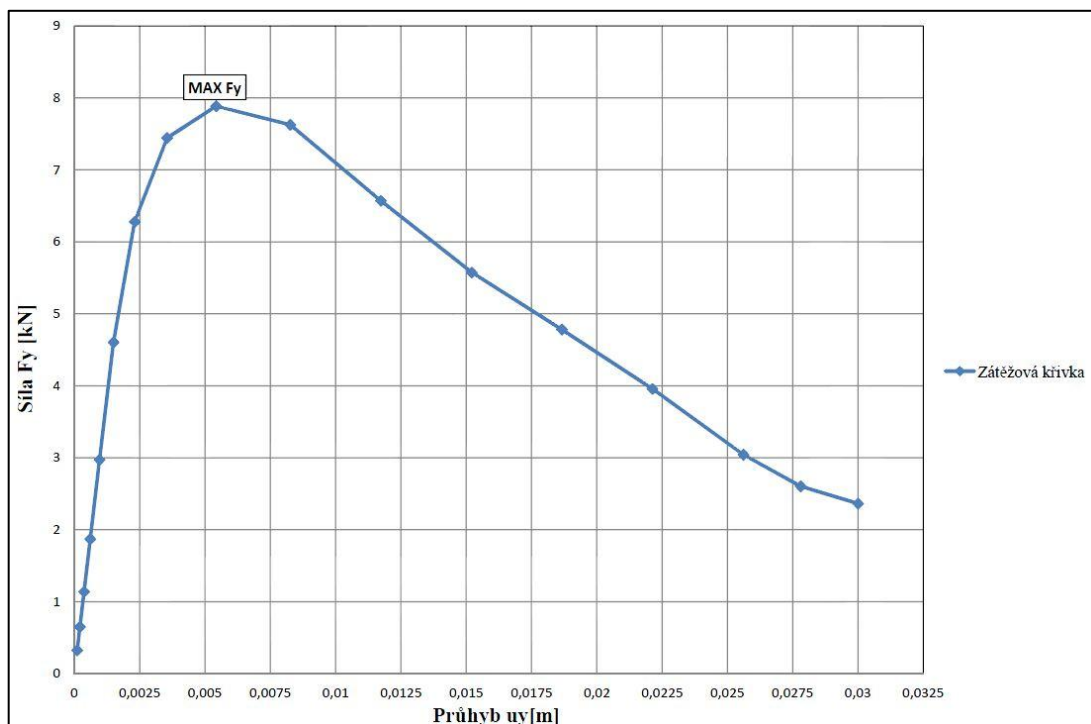
Obr. 7. 2. 2: Změna průběhu celkových poměrných přetvoření ϵ_x po výšce průřezu

Analýza nelineárního chování betonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m při prostém ohybu (obr. 7. 2. 1, 7. 2. 2):

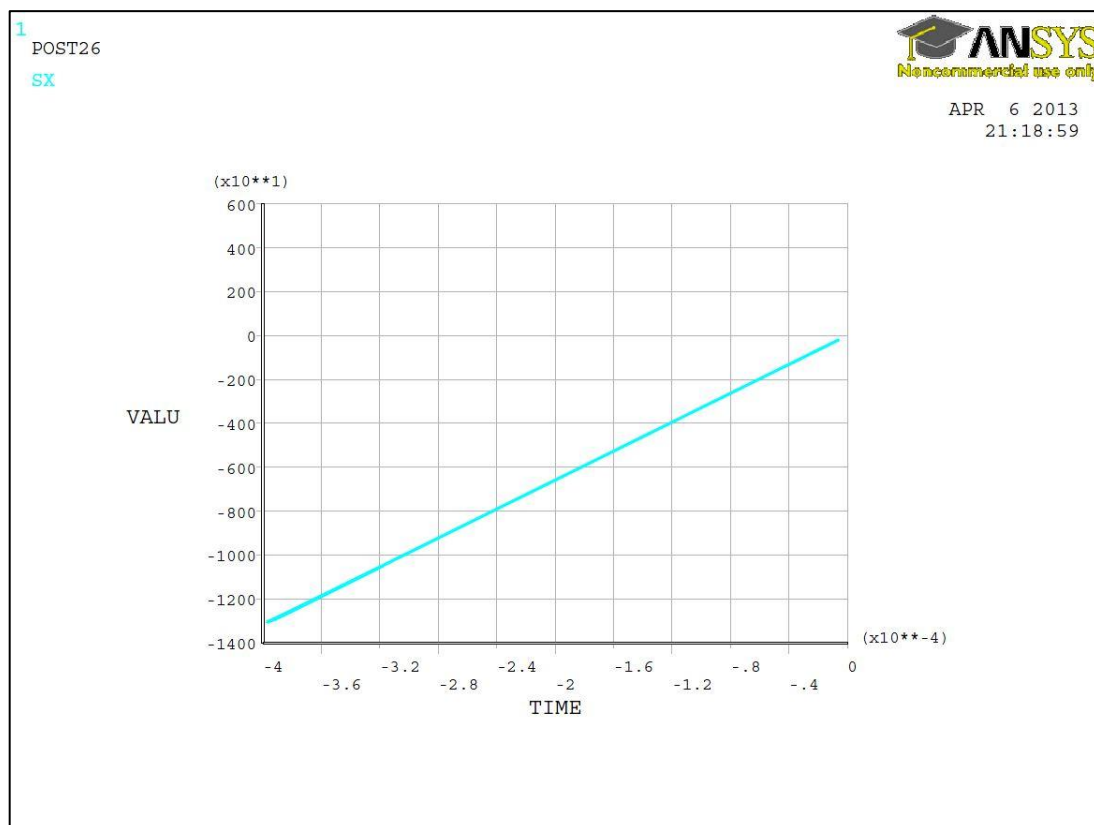
- 1. – 5. krok zatěžování: Lineárně pružné chování; lineární průběh napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu; neutrální osa prochází těžištěm průřezu; vztah mezi napětím a poměrným přetvořením (pouze elastická složka) je dán Hookeovým zákonem.
- 6. krok zatěžování: Překročení pevnosti betonu v tahu; vznik prvních plastických poměrných přetvoření v tahové oblasti, nárůst celkových poměrných přetvoření v tahové oblasti => vznik mikrotrhlin a prvních tahových trhlin ve struktuře betonu; mírný posun polohy neutrální osy směrem k hornímu okraji průřezu.
- 7. – 8. krok zatěžování: Postupné snižování tahových napětí u dolního okraje průřezu = tahové změkčování betonu (kvazikřehkost betonu), nárůst plastických a celkových poměrných přetvoření => rozvoj a šíření tahových trhlin, drcení betonu v tlačené oblasti; posun polohy neutrální osy směrem k hornímu okraji průřezu => zmenšování tlačené plochy betonu.
- 9. krok zatěžování: Dosažení hodnoty napětí v tlaku, jež se nerovná pevnosti betonu v tlaku z důvodů nepřítomnosti tahové výztuže => dosažení maximální únosnosti průřezu trámu: maximální síla v místě

vneseného svislého posunu $F_y = 7,88 \text{ kN}$ při průhybu uprostřed rozpětí trámu $u_y = 5,4 \text{ mm}$, viz obr. 7. 2. 3.

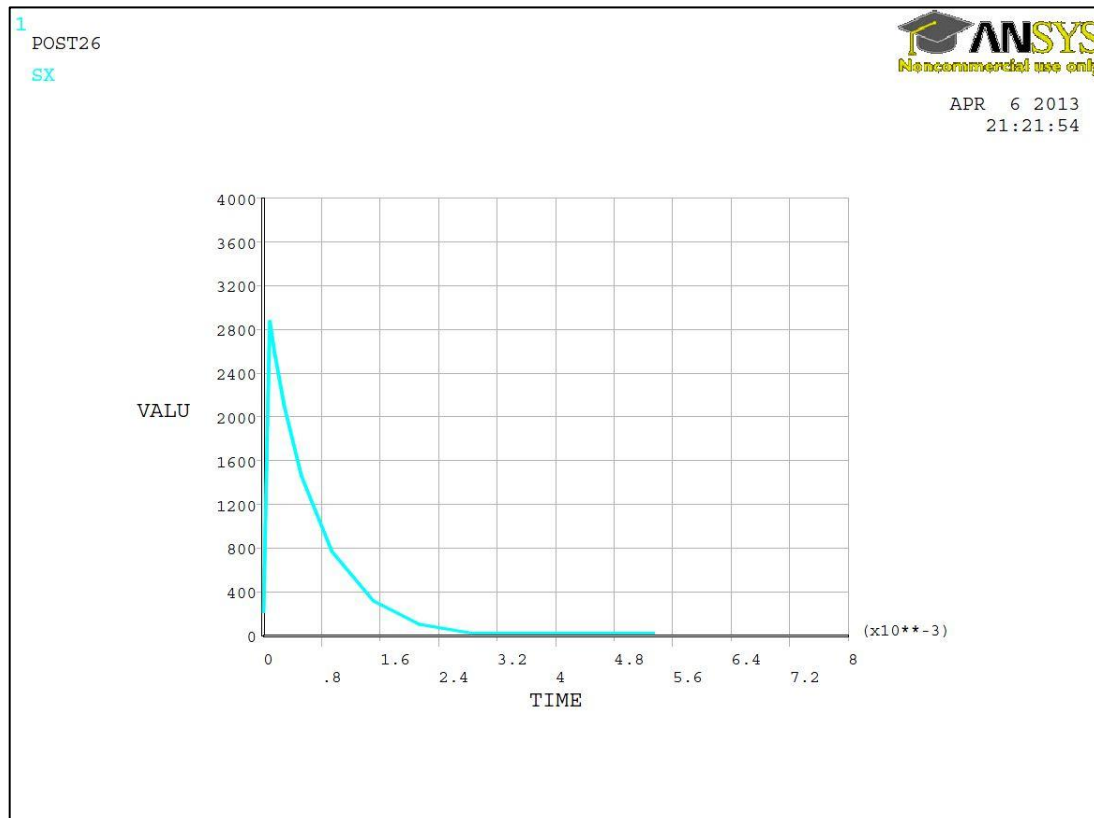
- 10. – 17. krok zatěžování: Vzrůst a následný pokles napětí v tlaku i celkových poměrných přetvoření v tlaku, poměrná přetvoření v tahu dále narůstají, další rozvoj a šíření tahových trhlin, posun polohy neutrální osy dále k hornímu okraji průřezu => ztráta únosnosti, rozpad modelu trámu.
- Nelineární chování betonového průřezu vychází ze skutečných pracovních diagramů betonu zjištěných z provedených výpočtů, viz obr. 7. 2. 4, 7. 2. 5.



Obr. 7. 2. 3: Zatěžovací diagram trámu z prostého betonu



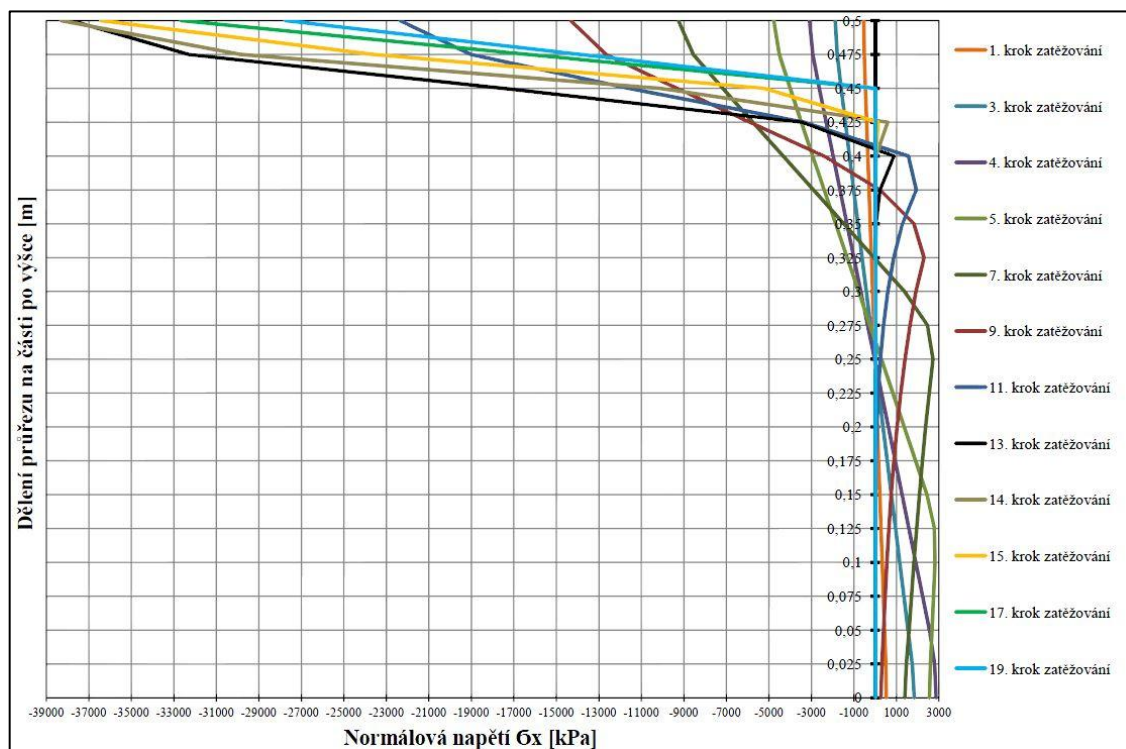
Obr. 7. 2. 4: Skutečný pracovní diagram betonu v tlaku (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)



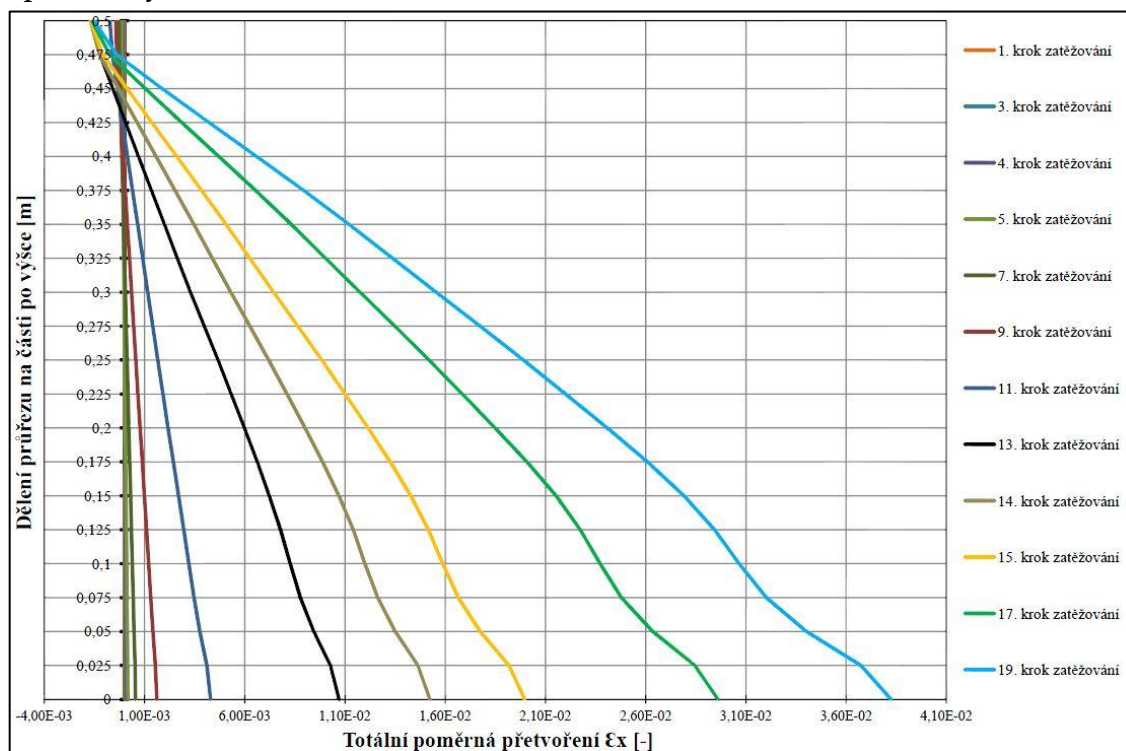
Obr. 7. 2. 5: Skutečný pracovní diagram betonu v tahu (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)

Trámy z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

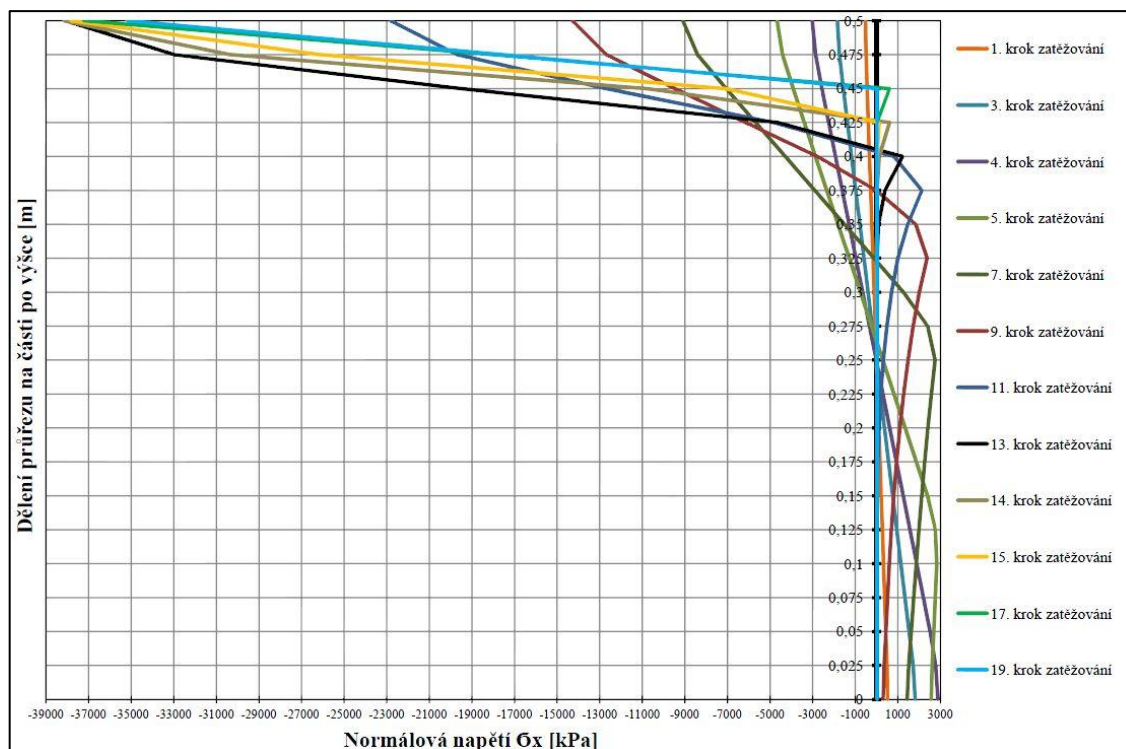
b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí



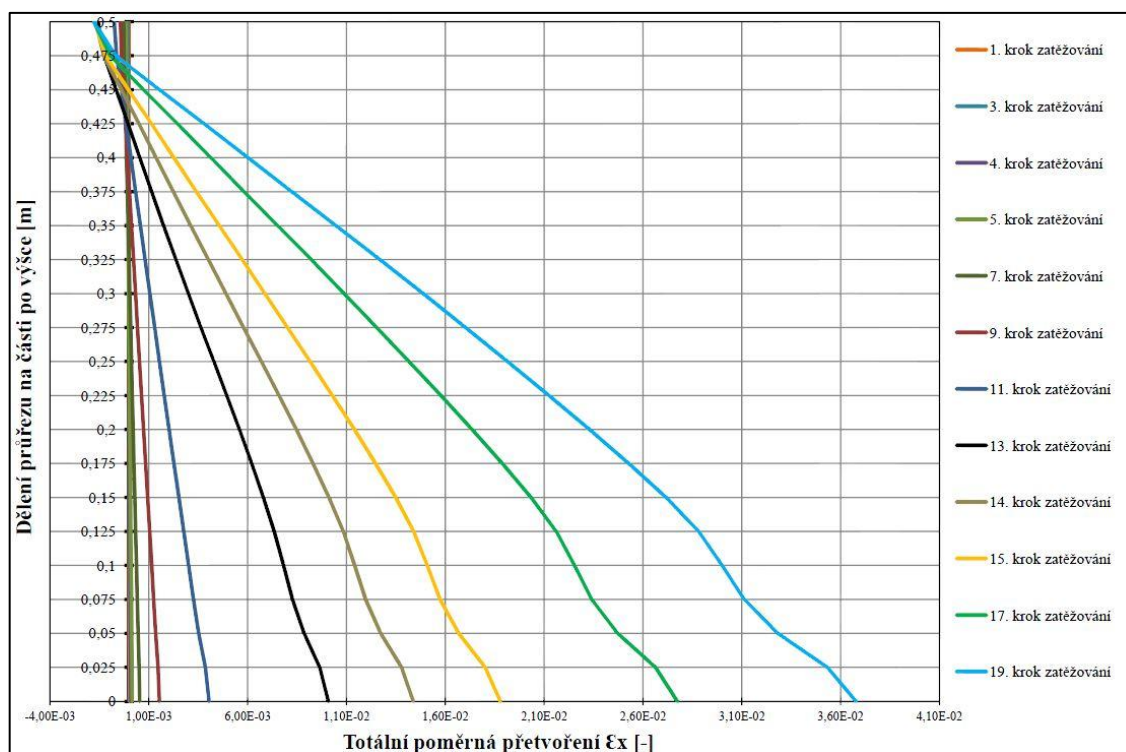
Obr. 7. 2. 6 a): Změna průběhu normálových napětí σ_x po výšce průřezu – bez napětí ve výztuži



Obr. 7. 2. 7 a): Změna průběhu celkových poměrných přetvoření ϵ_x po výšce průřezu



Obr. 7. 2. 6 b): Změna průběhu normálových napětí σ_x po výšce průřezu – bez napětí ve výztuži

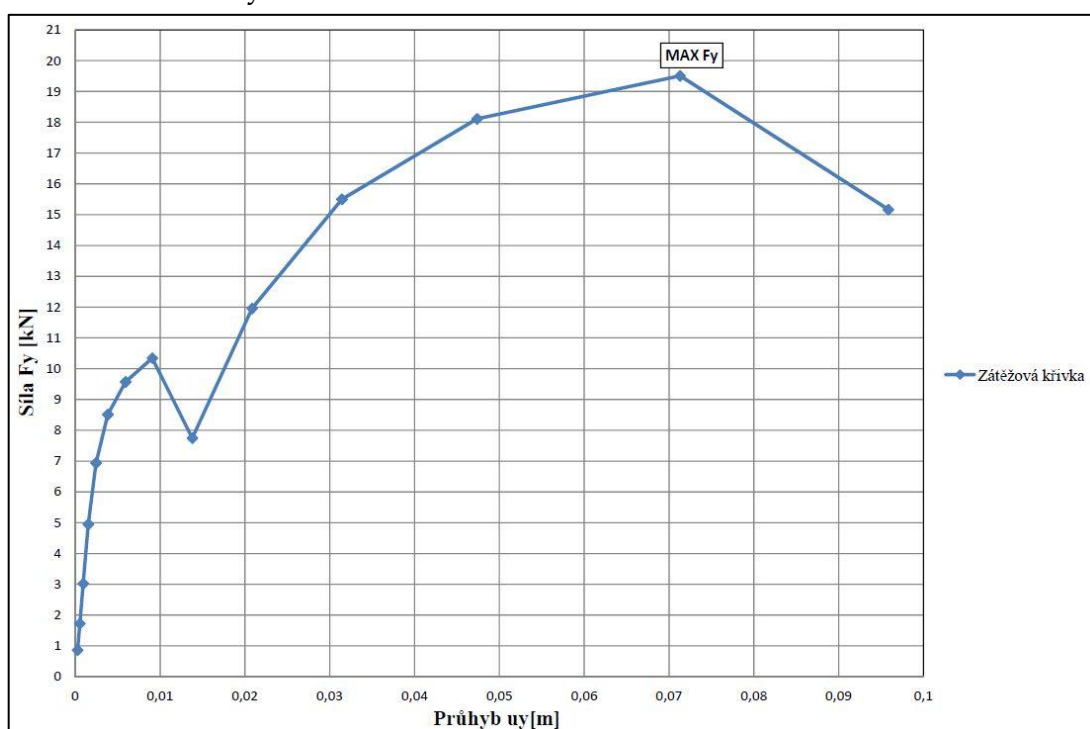


Obr. 7. 2. 7 b): Změna průběhu celkových poměrných přetvoření ϵ_x po výšce průřezu

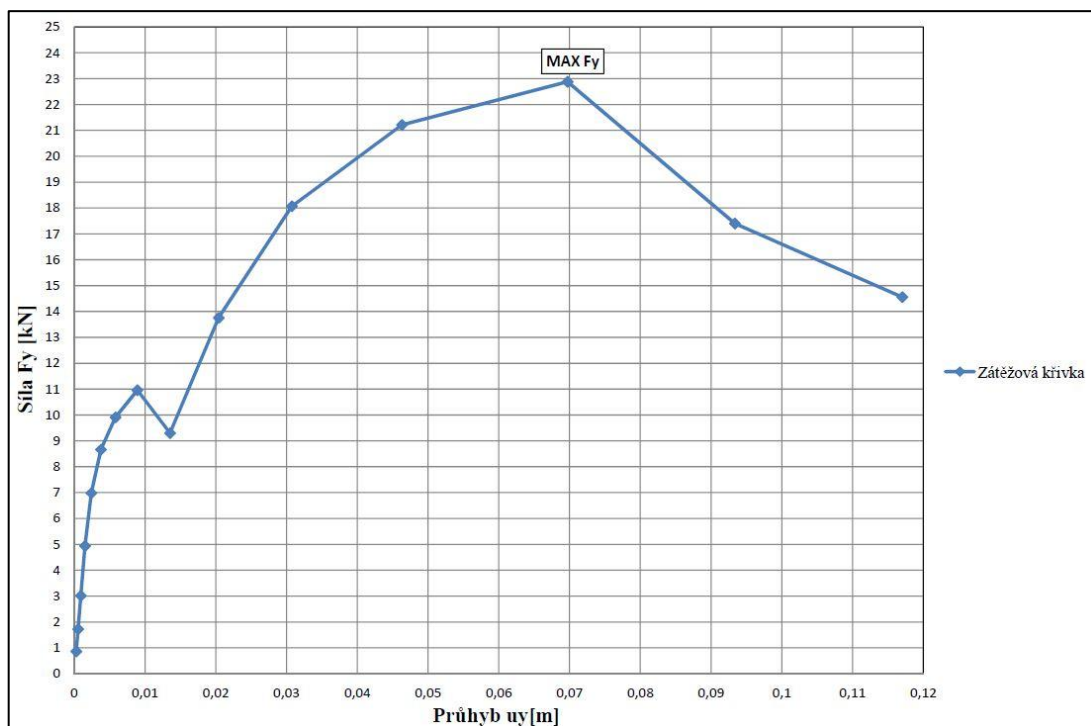
Analýza nelineárního chování železobetonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m při prostém ohybu (obr. 7. 2. 6 a), b); 7. 2. 7 a), b)):

- Průběhy napětí a poměrných přetvoření jsou u obou variant vyztužení velice podobné, proto budou dále popsány obě varianty dohromady s případným upozorněním na odlišnosti variant.
- 1. – 3. krok zatěžování: Lineárně pružné chování; lineární průběh napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu pro obě varianty vyztužení; poloha neutrální osy posunuta od těžiště průřezu mírně směrem k dolnímu okraji průřezu v důsledku přítomnosti betonářské výztuže v oblasti tahových napětí, což platí i pro variantu vyztužení b), kdy je přítomna také tlačенá výztuž, z důvodů menší průřezové plochy tlačенé výztuže oproti průřezové ploše výztuže tažené; vztah mezi napětím a poměrným přetvořením (pouze elastická složka) je dán Hookeovým zákonem. Tažená, případně i tlačенá, výztuž se v případě obou variant vyztužení chová lineárně pružně.
- 4. krok zatěžování: U obou variant vyztužení dochází k překročení pevnosti betonu v tahu a vzniku prvních plastických poměrných přetvoření v tahové oblasti a tedy i k nárůstu celkových poměrných přetvoření => vznik mikrotrhlin a prvních tahových trhlin ve struktuře betonu; mírný posun polohy neutrální osy směrem k hornímu okraji průřezu u obou variant vyztužení. Stále se uplatňuje lineárně pružné chování u tažené, případně i u tlačенé, výztuže.
- 5. – 12. krok zatěžování: Postupné snižování tahových napětí u dolního okraje průřezu až po vyloučení schopnosti betonu přenášet tahová napětí = tahové změkčování betonu (kvazikřehkost betonu), nárůst plastických a celkových poměrných přetvoření u obou variant vyztužení => rozvoj a šíření tahových trhlin, drcení betonu v tlačенé oblasti; posun polohy neutrální osy směrem k hornímu okraji průřezu => zmenšování tlačенé plochy betonu u obou variant vyztužení. Tažená výztuž mezi těmito zatěžovacími kroky přechází u obou variant vyztužení z lineárně pružného stavu do stavu plastického tečení, je tedy překročena mez kluzu výztuže a narůstají plastická poměrná přetvoření a tudíž i celková poměrná přetvoření výztuže, plastického tečení výztuže je vhodné dosáhnout před případnou ztrátou únosnosti prvku z hlediska diagnostiky narušení struktury betonu; tažená výztuž u obou variant postupně přebírá veškerá tahová napětí; tlačенá výztuž u varianty b) se chová stále lineárně pružně.

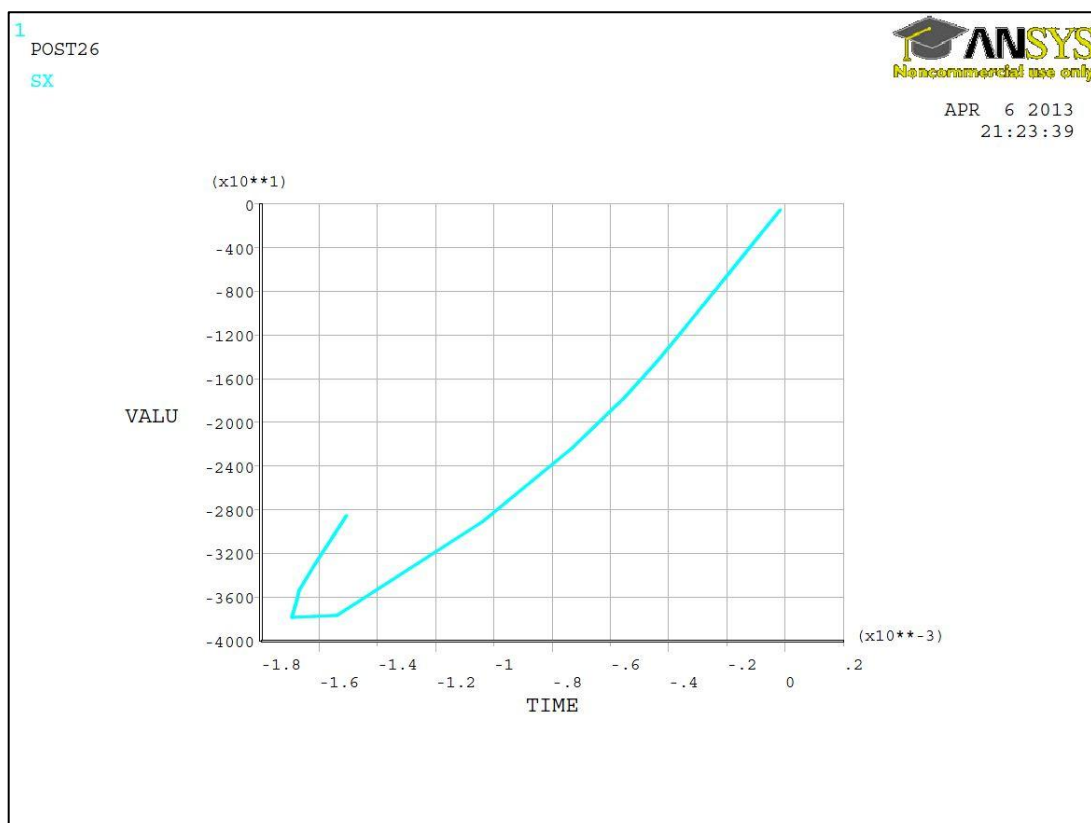
- 13. krok zatěžování: Dosažení pevnosti betonu v tlaku u obou variant vyztužení => dosažení maximální únosnosti u obou průřezů trámů: maximální síla v místě vneseného svislého posunu $F_y = 19,51 \text{ kN}$ při průhybu uprostřed rozpětí trámu $u_y = 72,2 \text{ mm}$ pro **variantu vyztužení a)**, viz obr. 7. 2. 8 a), maximální síla v místě vneseného posunu $F_y = 22,88 \text{ kN}$ při průhybu uprostřed rozpětí trámu $u_y = 70,6 \text{ mm}$ pro **variantu vyztužení b)**, viz obr. 7. 2. 8 b). Tažená výztuž se u obou variant vyztužení nachází ve stavu plastického tečení; tlačená výztuž u varianty vyztužení b) se chová lineárně pružně.
- 14. – 19. krok zatěžování: U obou variant vyztužení dochází k poklesu napětí v tlaku i celkových poměrných přetvoření v tlaku, poměrná přetvoření v tahu stále narůstají, další rozvoj a šíření tahových trhlin, posun polohy neutrální osy dále k hornímu okraji průřezu => ztráta únosnosti, rozpad modelu trámu, přičemž ztráta únosnosti je u varianty vyztužení b), vzhledem k přítomnosti tlačené výztuže, pomalejší. Tažená výztuž se u obou variant vyztužení nachází ve stavu plastického tečení; tlačená výztuž u varianty vyztužení b) se chová lineárně pružně.
- Nelineární chování železobetonového průřezu v případě obou variant vyztužení vychází ze skutečných pracovních diagramů betonu zjištěných z provedených výpočtů, obr. 7. 2. 9 a), b), 7. 2. 10 a), b), a z předem stanoveného pracovního diagramu betonářské výztuže, viz část 5. 3. 2 Betonářská výztuž.



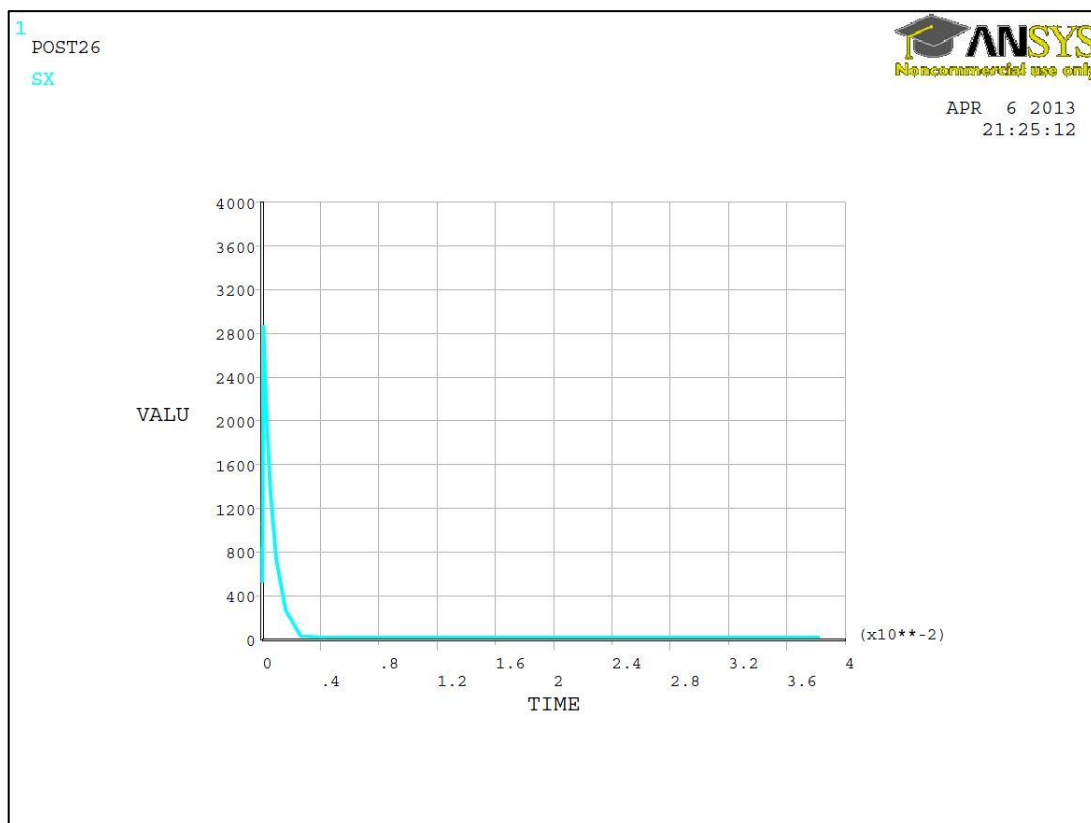
Obr. 7. 2. 8 a): Zatěžovací diagram trámu z železobetonu s variantou vyztužení a)



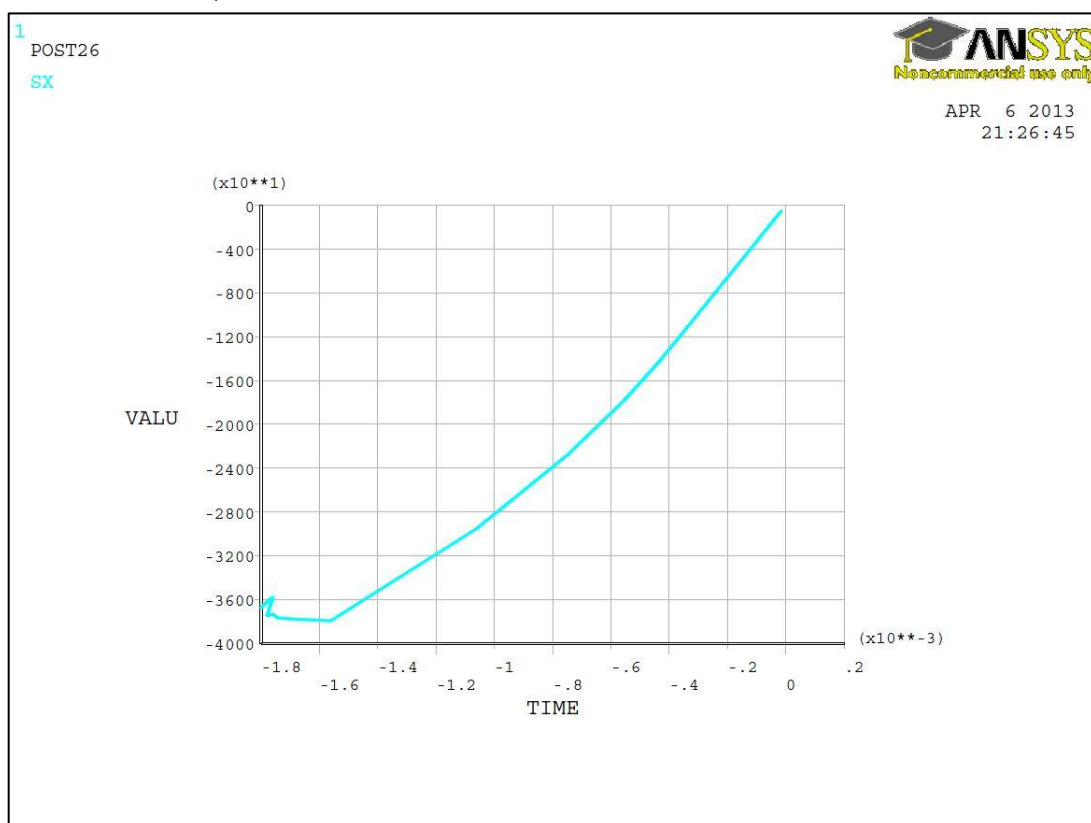
Obr. 7. 2. 8 b): Zatěžovací diagram trámu z železobetonu s variantou vyztužení b)



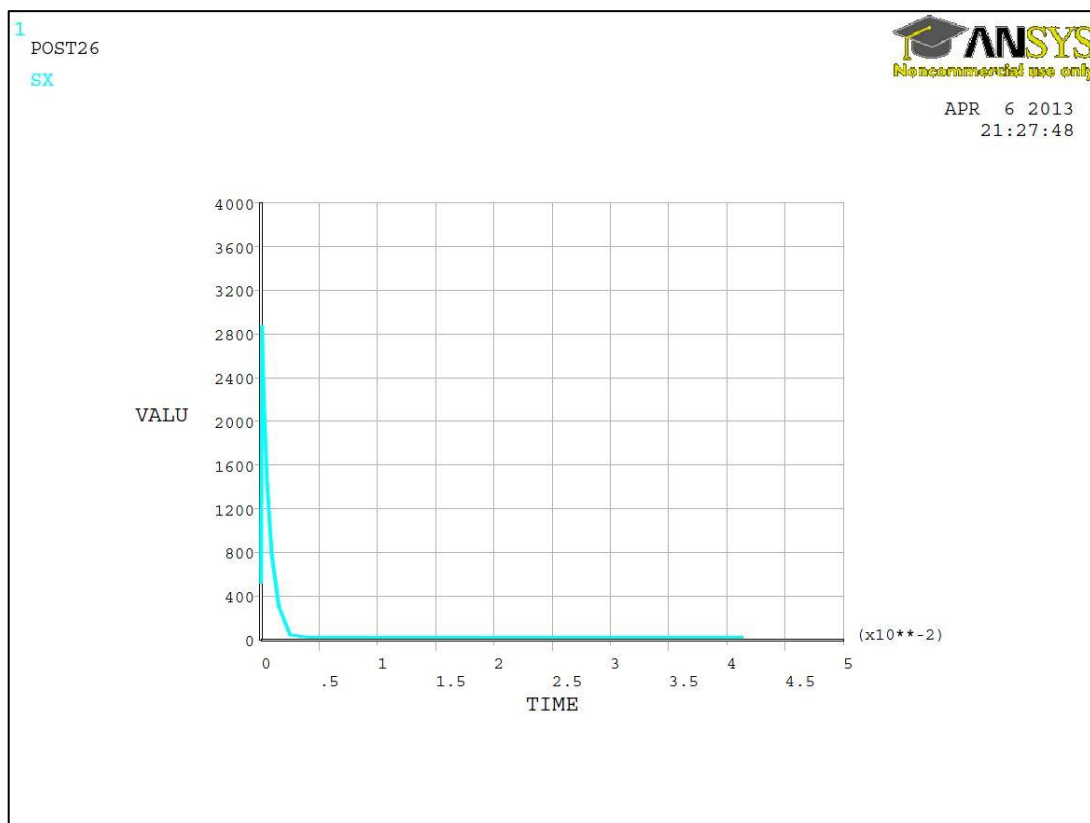
Obr. 7. 2. 9 a): Skutečný pracovní diagram betonu v tlaku (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)



Obr. 7. 2. 10 a): Skutečný pracovní diagram betonu v tahu (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)



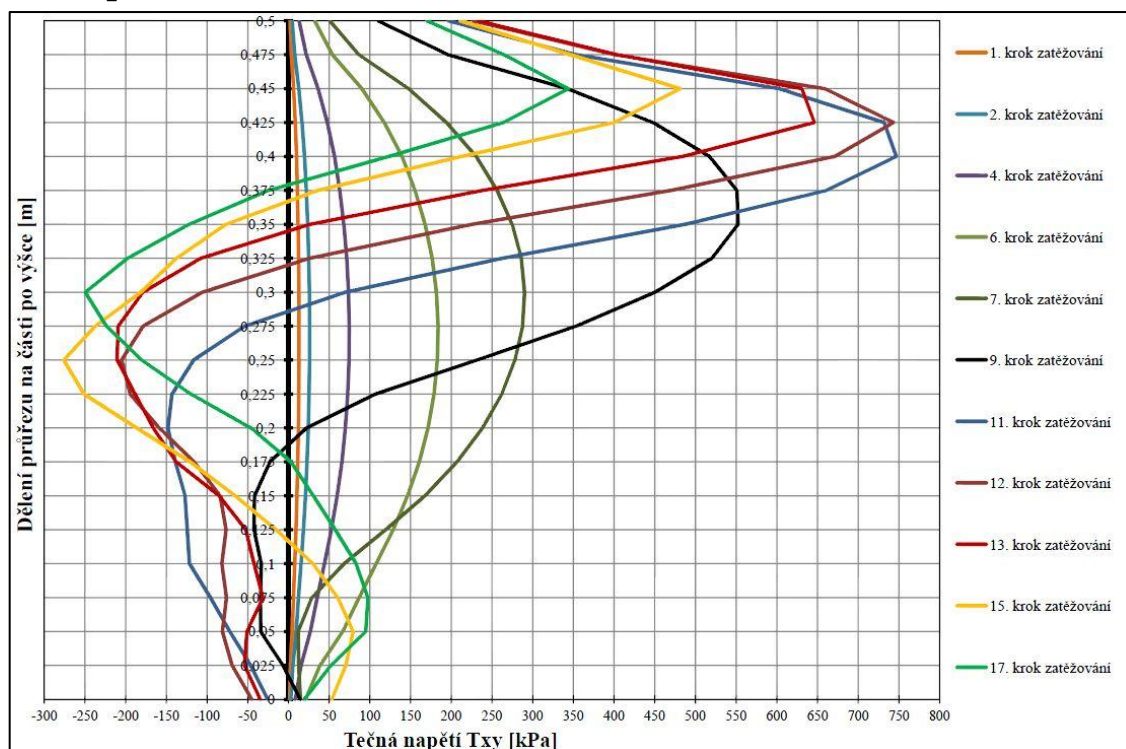
Obr. 7. 2. 9 b): Skutečný pracovní diagram betonu v tlaku (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)



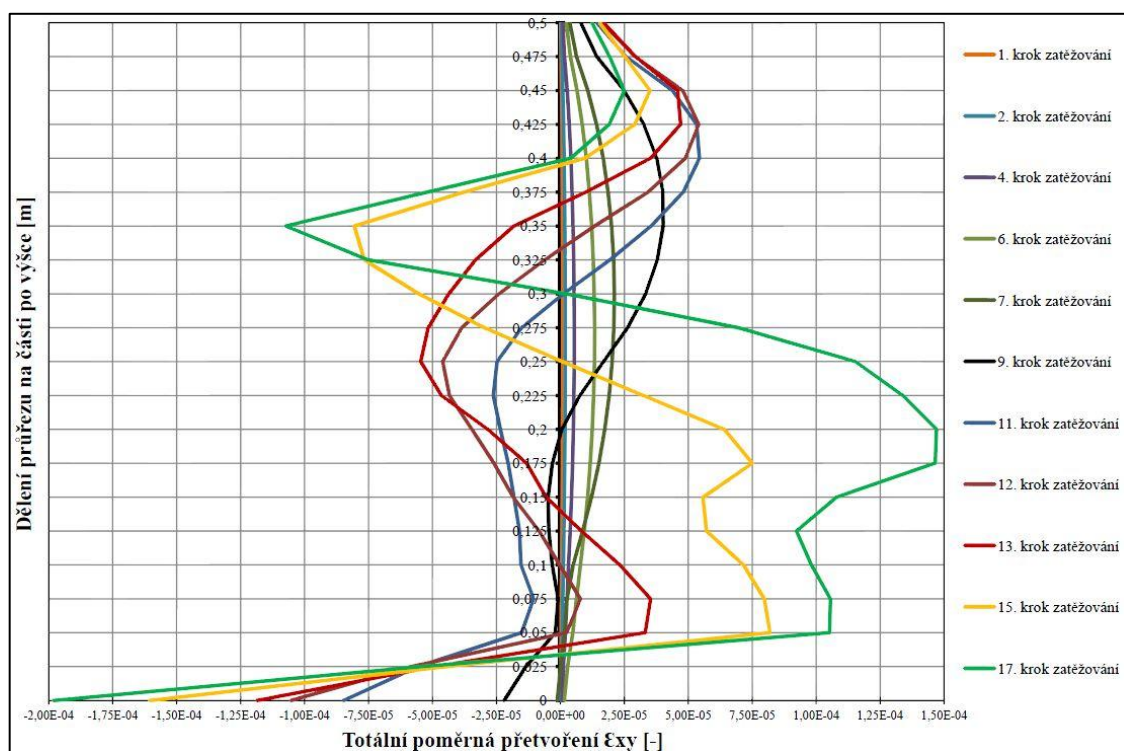
Obr. 7. 2. 10 b): Skutečný pracovní diagram betonu v tahu (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)

7. 2. 2. Smyk za ohybu

Trám z prostého betonu



Obr. 7. 2. 11: Změna průběhu tečných napětí τ_{xy} po výšce průřezu



Obr. 7. 2. 12: Změna průběhu celkových smykových přetvoření ϵ_{xy} po výšce průřezu

Analýza nelineárního chování betonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m při smyku za ohybu (obr. 7. 2. 11, 7. 2. 12):

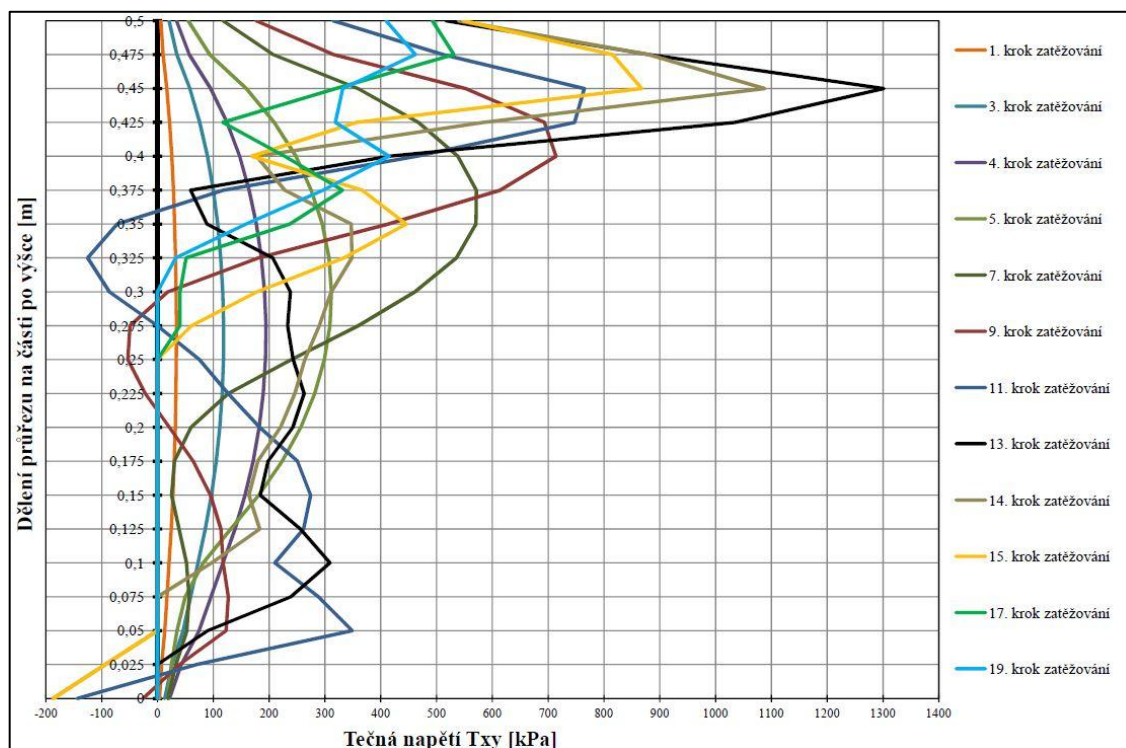
- 1. – 5. krok zatěžování: Lineárně pružné chování; parabolické rozdělení tečných napětí po výšce průřezu, kde tečná napětí vzrůstají směrem od okrajů průřezu k těžišti průřezu = maximální hodnota tečných napětí se nachází cca v těžišti průřezu; vztah mezi tečným napětím a poměrným smykovým přetvořením (pouze elastická složka) je dán lineárně – pružnostními vztahy.
- 6. krok zatěžování: Překročení pevnosti betonu v tahu => vznik mikrotrhlin a prvních tahových trhlin ve struktuře betonu s sebou přináší také vznik smykových mikrotrhlin a prvních smykových trhlin ve struktuře betonu, tedy dochází k počátečnímu vzniku plastických poměrných smykových přetvoření; poloha maximální intenzity tečných napětí se posouvá směrem k hornímu okraji průřezu a dochází k nárůstu této intenzity.
- 7. – 8. krok zatěžování: Nárůst plastických a tedy i celkových poměrných smykových přetvoření => rozvoj a šíření smykových trhlin, které vzhledem k brzké ztrátě únosnosti průřezu způsobené ohybem není příliš výrazné, což je vidět na obr. 7. 2. 11, 7. 2. 12, kde je zřejmé, že průběhy tečných napětí

a celkových poměrných smykových přetvoření spolu tvarově korespondují dle zásad lineární pružnosti mimo určitou oblast u spodního okraje průřezu, tato oblast je místem vzniku plastických poměrných smykových přetvoření a tedy i místem vzniku smykových trhlin, přičemž není nikterak rozsáhlá; poloha maximální intenzity tečných napětí se posouvá směrem k hornímu okraji průřezu, přičemž tato intenzita stále narůstá.

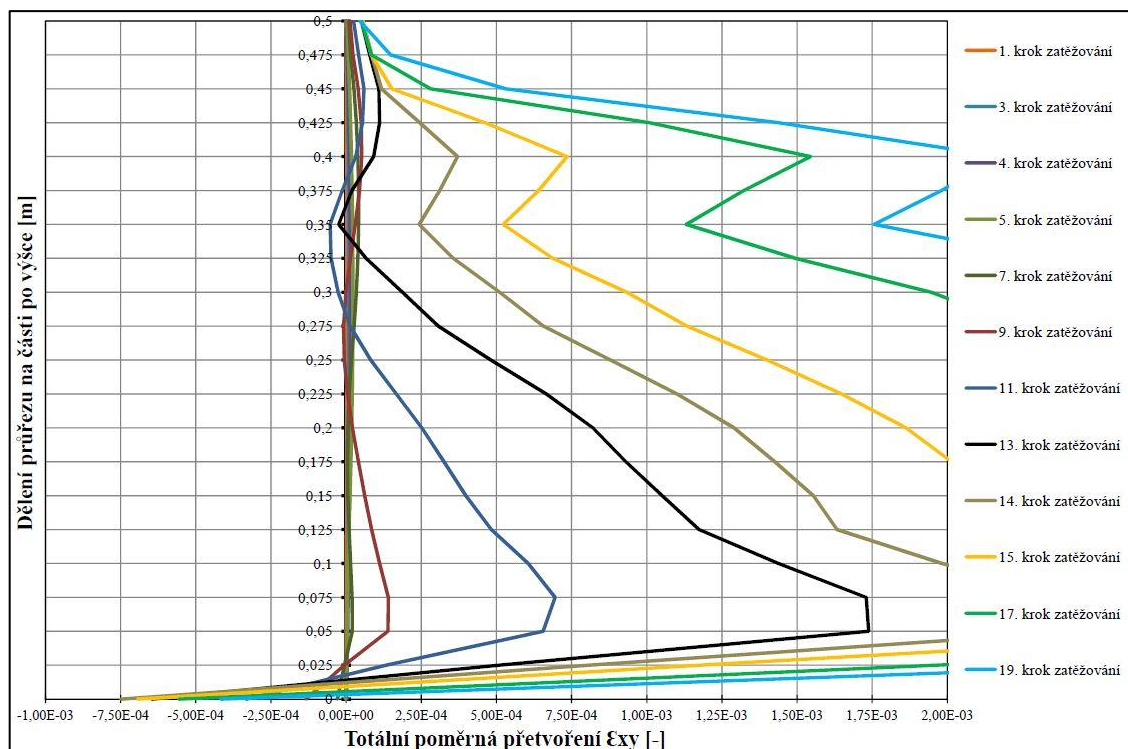
- 9. krok zatěžování: Okamžik dosažení maximální únosnosti průřezu trámu => dosažení intenzity tečných napětí při maximální únosnosti průřezu trámu.
- 10. – 17. krok zatěžování: Nárůst a následné snižování intenzity tečných napětí, nárůst plastických a tedy i celkových poměrných smykových přetvoření, další rozvoj a šíření smykových trhlin => ztráta únosnosti, rozpad modelu trámu.

Trámy z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

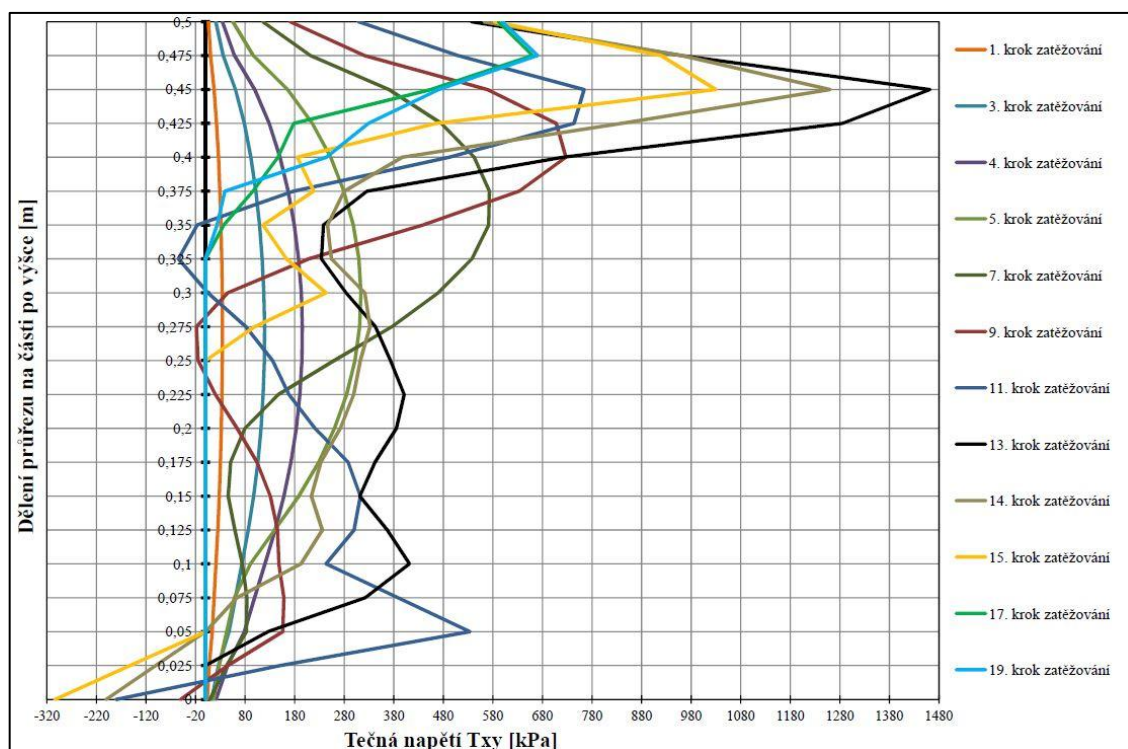
b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí



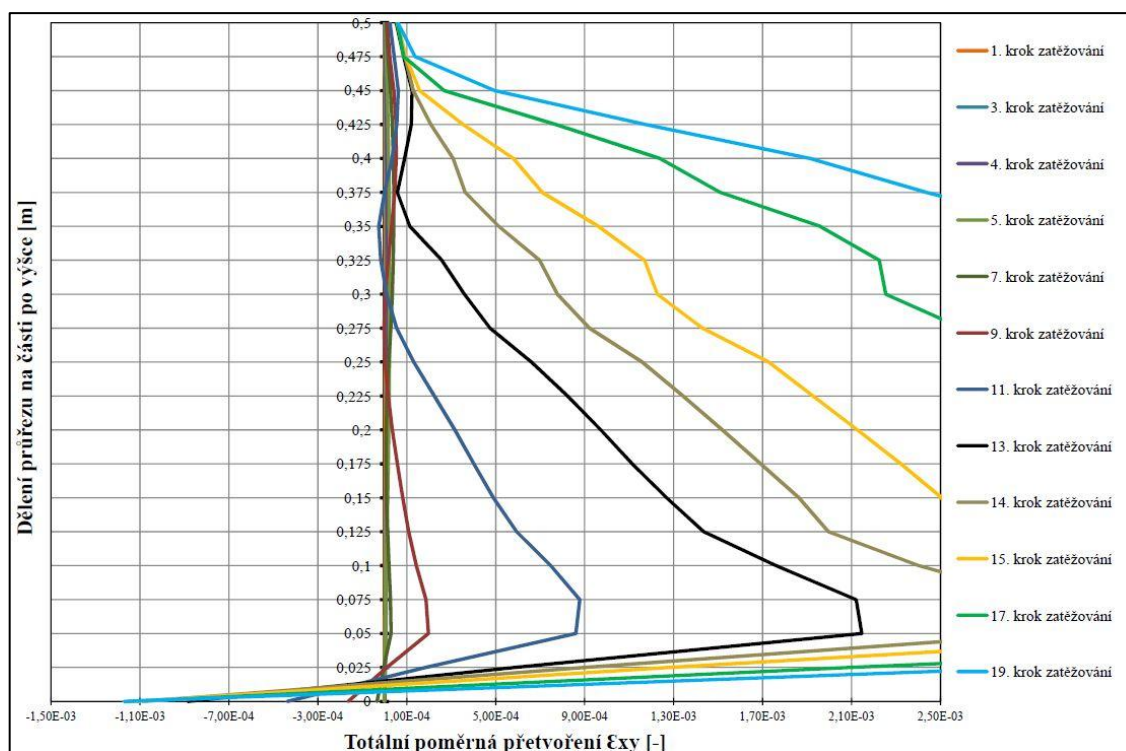
Obr. 7. 2. 13 a): Změna průběhu tečných napětí τ_{xy} po výšce průřezu



Obr. 7. 2. 14 a): Změna průběhu celkových smykových přetvoření ϵ_{xy} po výšce průřezu



Obr. 7. 2. 13 b): Změna průběhu tečných napětí τ_{xy} po výšce průřezu



Obr. 7. 2. 14 b): Změna průběhu celkových smykových přetvoření ϵ_{xy} po výšce průřezu

Analýza nelineárního chování železobetonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m při smyku za ohybu (obr. 7. 2. 13 a), b), 7. 2. 14 a), b)):

- Průběhy tečných napětí a poměrných smykových přetvoření jsou u obou variant vyztužení velice podobné, proto budou dále popsány obě varianty dohromady s případným upozorněním na odlišnosti variant.
- 1. – 3. krok zatěžování: Lineárně pružné chování; parabolické rozdělení tečných napětí po výšce průřezu u obou variant vyztužení, kde tečná napětí vzrůstají směrem od okrajů průřezu k těžišti průřezu = maximální hodnota tečných napětí se nachází cca v těžišti průřezu; vztah mezi tečným napětím a poměrným smykovým přetvořením (pouze elastická složka) je u obou variant vyztužení dán lineárně – pružnostními vztahy.
- 4. krok zatěžování: Překročení pevnosti betonu v tahu u obou variant => vznik mikrotrhlin a prvních tahových trhlin ve struktuře betonu s sebou přináší také vznik smykových mikrotrhlin a prvních smykových trhlin ve struktuře betonu, tedy dochází k počátečnímu vzniku plastických poměrných smykových přetvoření; poloha maximální intenzity tečných napětí se u obou variant vyztužení posouvá směrem k hornímu okraji průřezu a dochází k nárůstu této intenzity.

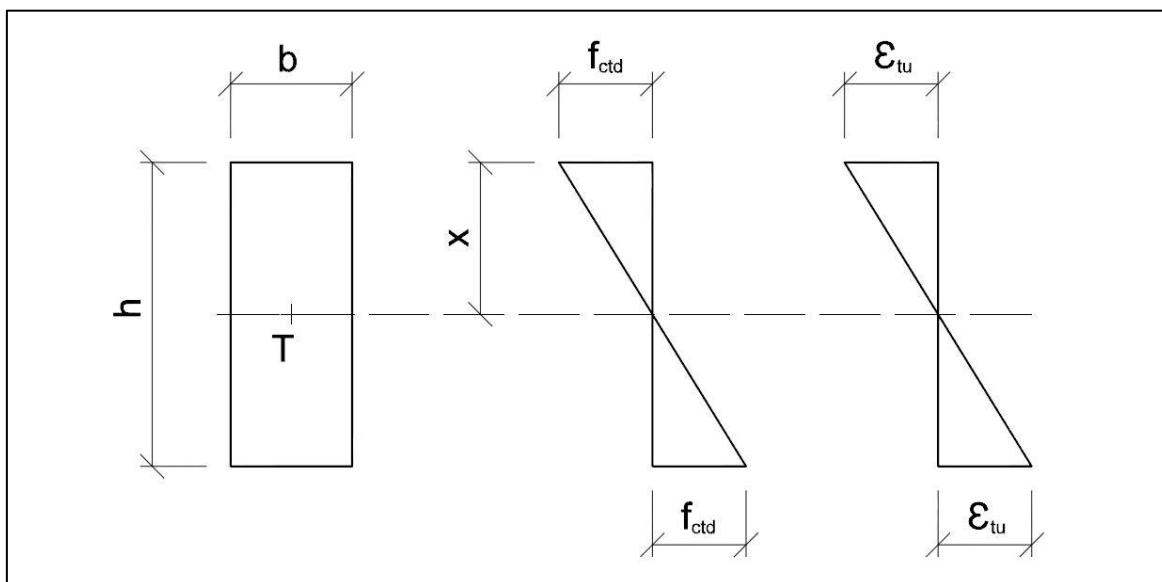
- 5. – 12. krok zatěžování: Nárůst plastických a tedy i celkových poměrných smykových přetvoření u obou variant => rozvoj a šíření smykových trhlin, které je vzhledem k velké únosnosti průřezu na ohyb zapříčiněné přítomností tažené, popřípadě i tlačené, výztuže, která po vyčerpání schopnosti betonu přenášet tahová napětí přenáší veškeré tahy, poměrně rozsáhlé. Rozsáhlost rozvoje a šíření smykových trhlin je zřejmá z obr. 7. 2. 13 a), b) a obr. 7. 2. 14 a), b), kde je vidět rozsáhlost celkových poměrných smykových přetvoření zapříčiněná především přítomností výrazné plastické složky těchto poměrných přetvoření, jež rozhoduje o rozvoji a šíření smykových trhlin; poloha maximální intenzity tečných napětí se u obou variant vyztužení posouvá směrem k hornímu okraji průřezu, přičemž tato intenzita stále narůstá.
- 13. krok zatěžování: Okamžik dosažení maximální únosnosti a maximálních tečných napětí u obou průřezů trámů, přičemž u varianty vyztužení b) bylo vlivem přítomnosti tlačené výztuže, která do jisté míry navýšila únosnost průřezu trámu, dosaženo vyšší intenzity maximálních tečných napětí.
- 14. – 19. krok zatěžování: Snižování intenzity tečných napětí, nárůst plastických a tedy i celkových poměrných smykových přetvoření, další rozvoj a šíření smykových trhlin u obou variant vyztužení => ztráta únosnosti, rozpad modelu trámu.

7.3. Zhodnocení analýz charakteristických průřezů dle ČSN EN 1992 – 1 – 1 (EC 2)

V této části budou zhodnoceny a popsány analýzy charakteristických průřezů namáhaných ohybovými momenty, jež způsobují namáhání prostým ohybem, dle normových zásad a modelů obsažených v Eurokódu 2 (EC 2). Dle těchto zásad a modelů zde tedy bude popsán průběh napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu, poloha neutrální osy a vliv této polohy na výšku tlačené plochy průřezu a smysl plastického přetváření betonářské výztuže (započitatelnost výztuže). Zároveň budou uvedeny hodnoty svislých sil F_y , jejichž poloha na nosníku odpovídá simulaci zkoušky čtyřbodovým ohybem řešené v této práci, při maximálních ohybových únosnostech průřezů všech řešených trámů a hodnoty průhybů u_y uprostřed rozpětí řešených trámů, kdy svislé síly F_y a průhyby u_y budou vypočítány pomocí norem ČSN EN 1992 – 1 – 1 a ČSN EN 1991 – 1 – 1. Na úvod je nutné upozornit, že zatímco při nelineární analýze byly

uvažovány reálné mechanické parametry betonu a betonářské výztuže (střední hodnoty) vycházející z reálných pracovních diagramů, které vychází ze zatěžovacích zkoušek, při analýze dle normy se uvažují návrhové hodnoty mechanických parametrů betonu a betonářské výztuže, jež jsou počítány z charakteristických hodnot těchto parametrů prostřednictvím metody dílčích součinitelů spolehlivosti, vycházející z návrhových zjednodušených pracovních diagramů. Charakteristické hodnoty mechanických parametrů (kvantilové hodnoty), převážně pevností, jež jsou důležité pro určení návrhových hodnot parametrů, vycházejí z histogramů četností stanovených na základě zatěžovacích zkoušek v tahu a tlaku. V případě betonu se používají válcové pevnosti a v případě betonářské výztuže se používá reálná mez kluzu.

Trám z prostého betonu



Obr. 7. 3. 1: Průběh mezních normálových napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu

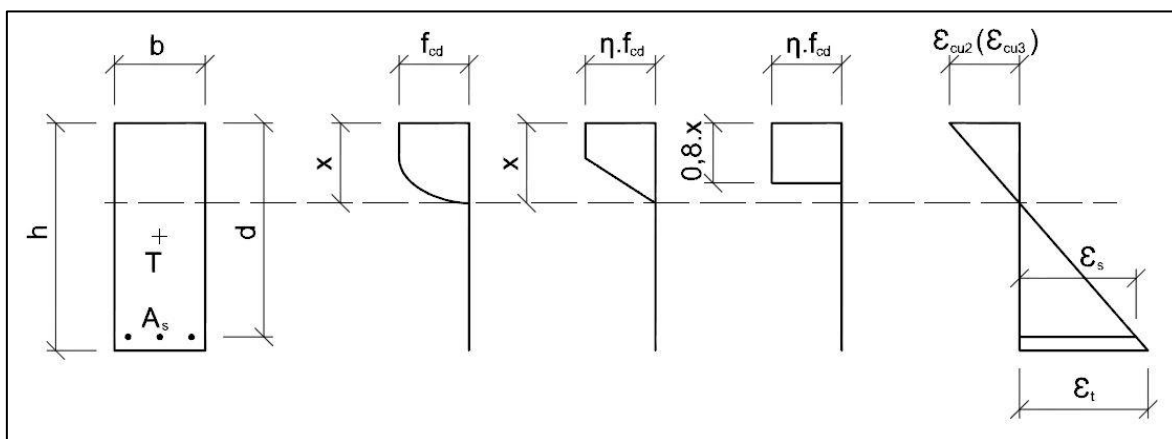
Analýza chování betonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m při prostém ohybu dle EC 2 (obr. 7. 3. 1):

- Základním předpokladem je platnost Bernoulli – Navierovy hypotézy, která stanovuje předpoklad, že rovinné průřezy zůstávají rovinné i po vnesení zatížení.
- Analýza betonového průřezu se pohybuje pouze v lineárně pružné oblasti, průběh napětí a poměrných přetvoření je tedy lineární a vztah mezi napětím a poměrným přetvořením je dán Hookeovým zákonem.

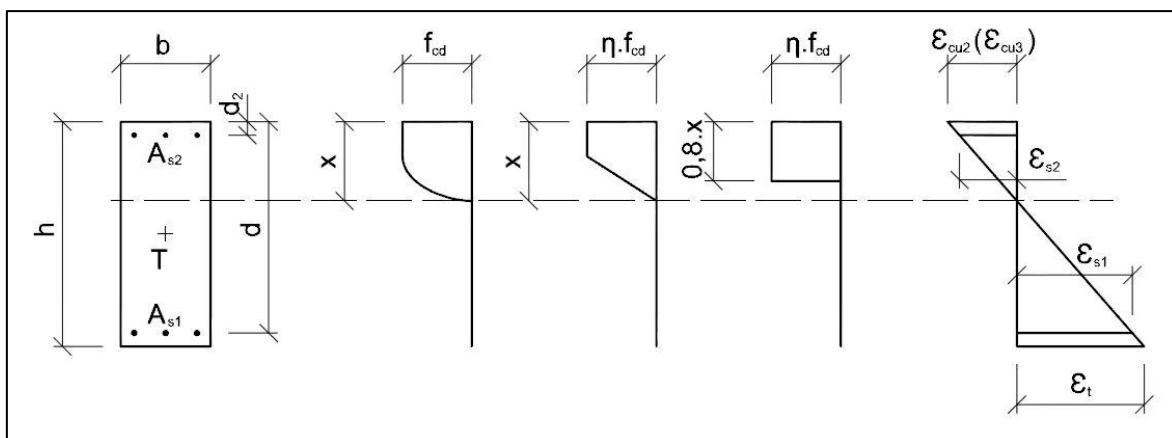
- Poloha neutrální osy je vzhledem k lineárně pružnému chování v těžišti průřezu, výšky a velikosti ploch betonu si v oblasti tahových a tlakových napětí jsou rovny: $A_c = A_t$.
- Při dosažení návrhové pevnosti betonu v tahu f_{ctd} je zároveň dosažena maximální únosnost průřezu trámu $\Rightarrow$ tahové trhliny do dosažení maximální únosnosti nevznikají: síla při dosažení maximální únosnosti průřezu F_y **nevzniká**, jelikož maximální únosnosti průřezu je dosaženo již působením vlastní tíhy trámu, v důsledku čehož průhyb uprostřed rozpětí trámu **u_y není řešen**, výpočet viz Příloha A.
- Po dosažení návrhové pevnosti betonu v tahu neboli maximální únosnosti průřezu trámu již není možné dále vnášet zatížení.

Trámy z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí



Obr. 7. 3. 2 a): Možné mezní průběhy normálových napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu

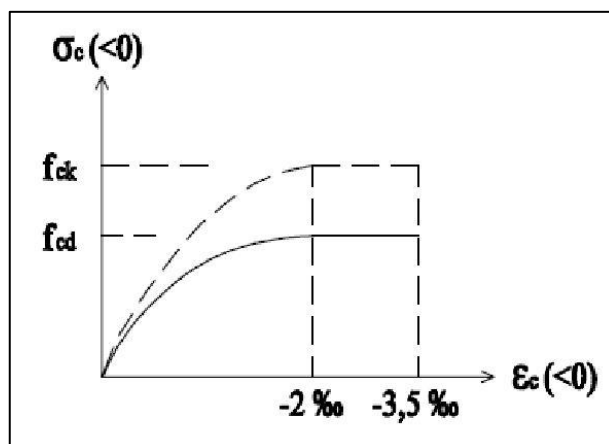


Obr. 7. 3. 2 b): Možné mezní průběhy normálových napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu

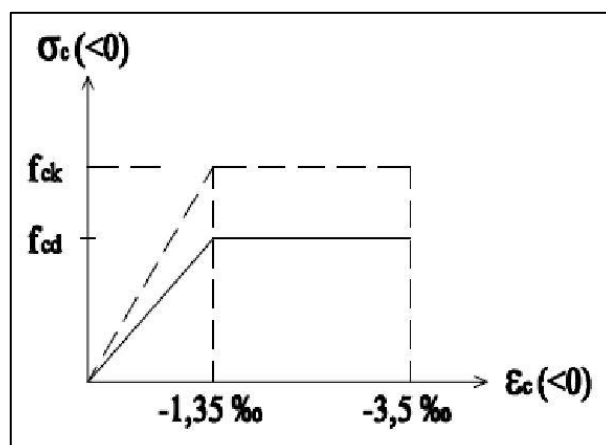
Analýza chování železobetonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m při prostém ohybu dle EC 2 (obr. 7. 3. 2 a), b)):

- Předpokládané průběhy normálových napětí a poměrných přetvoření jsou u obou variant vyztužení velice podobné, proto budou dále popsány obě varianty dohromady s případným upozorněním na odlišnosti variant.
- Základním předpokladem pro obě varianty vyztužení je platnost Bernoulli – Navierovy hypotézy, která stanovuje předpoklad, že rovinné průřezy zůstávají rovinné i po vnesení zatížení.
- Tahová pevnost betonu se u obou variant vyztužení zanedbává, to znamená, že beton v tahu nepůsobí => v tahové oblasti je uvažován průřez zcela porušen tahovými trhlinami a tomu je přizpůsobena poloha neutrální osy a tedy i velikost a výška tlačené plochy betonu.
- Průběh tlakových napětí v tlačené části průřezu je u obou variant vyztužení odvozen z možných návrhových pracovních diagramů betonu (obr. 7. 3. 3, 7. 3. 4, 7. 3. 5).
- Napětí v betonářské výztuži vychází u obou variant vyztužení z možných návrhových pracovních diagramů betonářské výztuže (obr. 7. 3. 6, 7. 3. 7, 7. 3. 8).
- Poměrné přetvoření tažené, u varianty vyztužení b) i tlačené, výztuže ϵ_{si} je stejné jako poměrné přetvoření okolního betonu a při návrhu musí být jeho hodnota vyšší, než hodnota poměrného přetvoření při dosažení návrhové meze kluzu betonářské výztuže f_{yd} => výztuž je ve stavu plastického tečení, je plně využita (započitatelná), tohoto stavu výztuže je při návrhu nutné dosáhnout z důvodů diagnostiky narušení struktury betonu.
- Při tlakovém napětí, jež se rovná návrhové pevnosti betonu v tlaku f_{cd} , která může být ještě zmenšena součinitelem η , a při poměrném přetvoření u tlačného okraje průřezu, jež se rovná meznímu poměrnému přetvoření betonu v tlaku ϵ_{cu2} (ϵ_{cu3}) dle uvažovaného návrhového pracovního diagramu betonu, je dosaženo maximální únosnosti průřezu trámu: síla při dosažení maximální únosnosti průřezu $F_y = 15,85 \text{ kN}$ při průhybu uprostřed rozpětí trámu $u_y = 16 \text{ mm}$ pro **variantu vyztužení a)**, síla při dosažení maximální únosnosti průřezu $F_y = 15,85 \text{ kN}$ při průhybu uprostřed rozpětí trámu $u_y = 16 \text{ mm}$ pro **variantu vyztužení b)**, výpočet viz Příloha A. Hodnoty sil a průhybů jsou pro obě varianty vyztužení stejné z důvodů nezapočitatelnosti tlačné výztuže u varianty vyztužení b), v důsledku čehož tlačná výztuž nebyla zahrnuta do výpočtu.

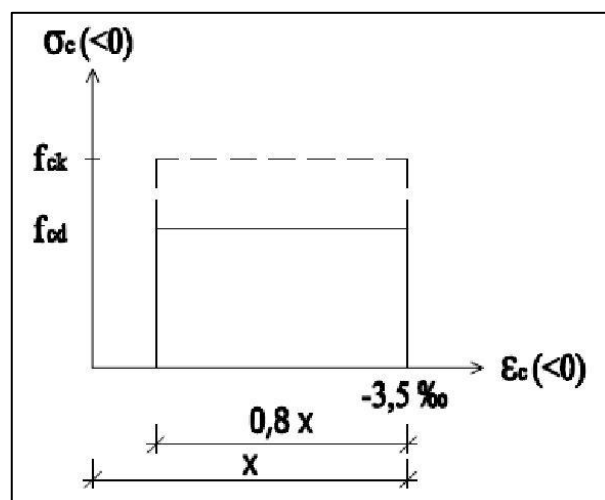
- Po dosažení maximální únosnosti průřezu trámu v případě obou variant vyztužení již není možné dále vnášet zatížení.
- Obr. 7. 3. 3, 7. 3. 4, 7. 3. 5, 7. 3. 6, 7. 3. 7, 7. 3. 8 jsou převzaty z literatury [9].



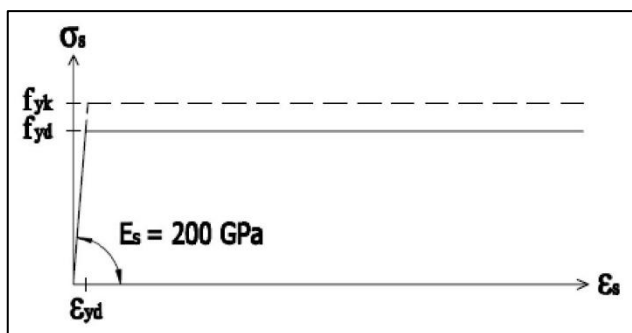
Obr. 7. 3. 3: Parabolicko – rektangulární pracovní diagram betonu



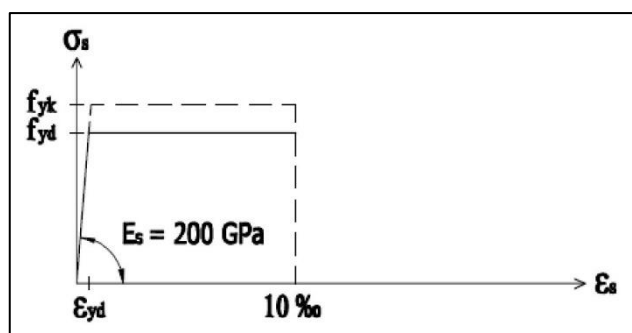
Obr. 7. 3. 4: Bilineární pracovní diagram betonu



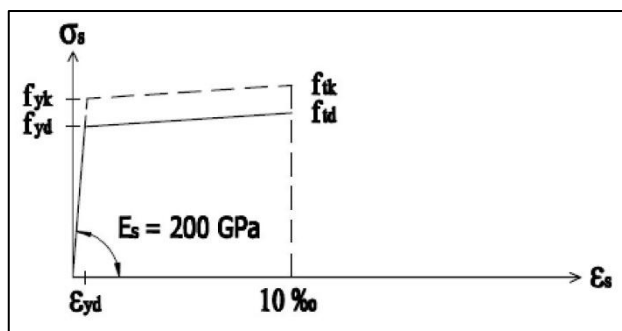
Obr. 7. 3. 5: Obdélníkový pracovní diagram betonu



Obr. 7. 3. 6: Idealizovaný pracovní diagram oceli s neomezenou plastickou větví



Obr. 7. 3. 7: Idealizovaný pracovní diagram oceli s omezenou plastickou větví



Obr. 7. 3. 8: Idealizovaný pracovní diagram oceli s omezenou plastickou větví se zpevněním

7. 4. Srovnání nelineárních analýz charakteristických průřezů s analýzami charakteristických průřezů dle ČSN EN 1992 – 1 – 1 (EC 2)

V této části bude provedeno srovnání nelineárních analýz charakteristických průřezů s analýzami charakteristických průřezů dle Eurokódu 2 (EC 2) a celkové zhodnocení výhod a nevýhod, jež nabízí návrh řešených trámů pomocí nelineární analýzy oproti normovému návrhu. Toto srovnání a zhodnocení výhod a nevýhod bude provedeno z hlediska namáhání prostým

ohybem. Součástí srovnání analýz bude také tabulka, kde budou uvedeny maximální hodnoty svislých sil F_y , jež jsou měřítkem únosnosti, a hodnoty průhybů u_y uprostřed rozpětí řešených trámů při maximálních únosnostech řešených trámů dle nelineární analýzy a normové analýzy.

Trám z prostého betonu

Rozdíly a podobnosti mezi nelineární analýzou betonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m a analýzou betonového průřezu o stejných rozměrech dle EC 2:

- 1) Při nelineární analýze průřezu se do výpočtu zavádějí reálné mechanické parametry používaných materiálů dle reálných pracovních diagramů, zatímco při analýze průřezu dle normy se do výpočtu zavádějí návrhové mechanické parametry materiálů dle návrhových pracovních diagramů.
- 2) Do okamžiku dosažení pevnosti betonu v tahu se materiál v průřezu chová lineárně pružně u obou způsobů analýzy.
- 3) Při překročení pevnosti betonu v tahu dochází při nelineární analýze průřezu ke vzniku mikrotrhlin a prvních tahových trhlin ve struktuře betonu, přičemž není dosažena maximální únosnost průřezu trámu, je tedy možné dále vnášet zatížení. Překročení pevnosti betonu v tahu není u analýzy dle normy možné, to znamená, že maximální únosnosti průřezu trámu je dosaženo právě při dosažení pevnosti betonu v tahu.
- 4) U nelineární analýzy se vznik tahových trhlin předpokládá, zatímco u analýzy dle normy se nepřipouští.
- 5) O únosnosti průřezu trámu dle nelineární analýzy rozhodne úroveň potrhání průřezu tahovými trhlinami s dosažením určité hodnoty tlakových napětí. O únosnosti průřezu trámu při použití analýzy dle normy rozhoduje dosažení pevnosti betonu v tahu.

Trámy z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí

Následující srovnání daných způsobů analýzy bude provedeno vzhledem k podobnému chování železobetonových průřezů pro obě varianty vyztužení dohromady s případným upozorněním na odlišnosti variant.

Rozdíly a podobnosti mezi nelineární analýzou železobetonového průřezu o výšce 0,5 m a šířce 0,2 m a analýzou železobetonového průřezu o stejných rozměrech dle EC 2:

- 1) Při nelineární analýze průřezu se do výpočtu u obou variant vyztužení zavádějí reálné mechanické parametry používaných materiálů dle reálných pracovních diagramů, zatímco při analýze průřezu dle normy se do výpočtu zavádějí u obou variant vyztužení návrhové mechanické parametry materiálů dle návrhových pracovních diagramů.
- 2) Při nelineární analýze průřezu se u obou variant vyztužení do okamžiku, kdy beton v tahu přestane působit vlivem šíření tahových trhlin až k poloze neutrální osy a kdy tedy veškeré tahy začne přebírat výztuž, uvažuje změna průběhu tahových napětí v betonu se závislostí na překročení tahové pevnosti betonu. Při analýze průřezu dle normy se u obou variant vyztužení uvažuje beton v tahové oblasti vždy zcela potrhán tahovými trhlami, tudíž je vyloučen vznik tahových napětí v betonu => beton v tahu nepůsobí.
- 3) U obou způsobů analýzy se u obou variant vyztužení předpokládá vznik tahových trhlin.
- 4) Při dosažení pevnosti betonu v tlaku dojde u obou variant vyztužení v případě využití obou způsobů analýzy k dosažení maximální únosnosti průřezu trámu.
- 5) V případě analýzy průřezu dle normy dojde u obou variant vyztužení při dosažení pevnosti betonu v tlaku zároveň k dosažení mezních přetvoření betonu. V případě nelineární analýzy průřezu dojde u obou variant vyztužení při dosažení pevnosti betonu v tlaku k dosažení poměrných přetvoření na mezi tlakové pevnosti.
- 6) Tažená výztuž je při dosažení maximální únosnosti průřezu trámu u obou variant vyztužení v případě nelineární analýzy ve stavu plastického tečení. Tažená výztuž musí být v případě analýzy dle normy u obou variant vyztužení ve stavu plastického tečení.
- 7) Tlačená výztuž není při dosažení maximální únosnosti průřezu trámu u varianty vyztužení b) v případě nelineární analýzy ve stavu plastického tečení. Tlačená výztuž musí být v případě analýzy dle normy u varianty vyztužení b) ve stavu plastického tečení, jinak se neuvažuje její plné využití a nezahrnuje se do výpočtu, nebo se zahrnuje pouze částečně.
- 8) O únosnosti průřezu trámu v případě obou způsobů analýzy rozhoduje u obou variant vyztužení dosažení pevnosti betonu v tlaku.

Celkové zhodnocení výhod a nevýhod daných způsobů analýzy

Výhody návrhu trámů pomocí nelineární analýzy oproti návrhu dle EC 2:

- Vyšší únosnost trámů řešených nelineární analýzou vlivem únosnosti trámu i po vzniku tahových trhlin v případě trámu z prostého betonu a vlivem využívání reálných mechanických parametrů materiálů nesnížených na návrhové hodnoty součiniteli spolehlivosti, jak je tomu u řešení trámů dle normy, v případě trámů z prostého betonu i železobetonu.
- Vzhledem k vyšší únosnosti trámů při návrhu prostřednictvím nelineární analýzy, než je tomu při normovém návrhu, je možné snížit pro dosažení hodnot únosností dle normového návrhu dimenze trámů = úspora materiálu.
- Úspora materiálu má za následek úsporu finančních prostředků = vylevnění trámů.
- Nelineární analýzou je možné poměrně přesně vystihnout reálné chování jednotlivých použitých materiálů a v důsledku toho je možné provést mnohem přesnější návrh trámů než s pomocí normového návrhu.

Nevýhody návrhu trámů pomocí nelineární analýzy oproti návrhu dle EC 2:

- Při použití nelineární analýzy není vzhledem k uvažování reálného chování materiálů do výpočtu vnesena míra bezpečnosti, jak je tomu v případě analýzy dle normy => nelineární analýza je na stranu nebezpečnou.
- Nevýhodou při aplikaci nelineární analýzy na trámy mohou být odchylky v chování materiálů dle programových materiálových modelů oproti reálnému chování materiálů, čemuž norma předchází používáním modelů s mezním materiálovým chováním dle zjednodušených návrhových pracovních diagramů, jejichž tvar a průběh je na stranu bezpečnou.

Tabulkové srovnání daných způsobů analýzy

TRÁM	ÚNOSNOST - SLEDOVANÁ SÍLA F_y [kN]		PRŮHYB UPROSTŘED ROZPĚTÍ u_y [mm]	
	NELINEÁRNÍ ANALÝZA	ANALÝZA DLE EC 2	NELINEÁRNÍ ANALÝZA	ANALÝZA DLE EC 2
Prostý beton	7,88	-	5,4	-
Železobeton varianta vyztužení a)	19,51	15,85	72,2	16
Železobeton varianta vyztužení b)	22,88	15,85	70,6	16

Tab. 7. 4. 1: Srovnání analýz

Z tabulky 7. 4. 1 je vidět, že při aplikaci nelineární analýzy je u všech řešených trámů dosaženo vyšší únosnosti než při aplikaci analýzy dle normy.

Hodnoty sil F_y dle normy jsou v tabulce uvedeny v návrhových hodnotách vycházejících z kombinací zatížení, tedy v hodnotách vyšších než by byly reálně očekávané (charakteristické) hodnoty sil F_y , které by byly sniženy o součinitele spolehlivosti zatížení pomocí metody dílčích součinitelů dle ČSN EN 1991 – 1 – 1. Rozdíl únosností dle jednotlivých typů analýzy by tedy ve skutečnosti byl ještě výraznější. Dále je z tabulky 7. 4. 1 vidět, že při maximálních únosnostech je dosaženo výrazně větších průhybů trámů v případě aplikace nelineární analýzy než v případě aplikace analýzy dle normy i přesto, že průhyby dle normy byly vypočítány pro nejvíce nepříznivé zatížení. Tato zjištěná fakta bezpodmínečně potvrzují zmíněné výhody návrhu trámů pomocí nelineární analýzy oproti návrhu trámů dle ČSN EN 1992 – 1 – 1.

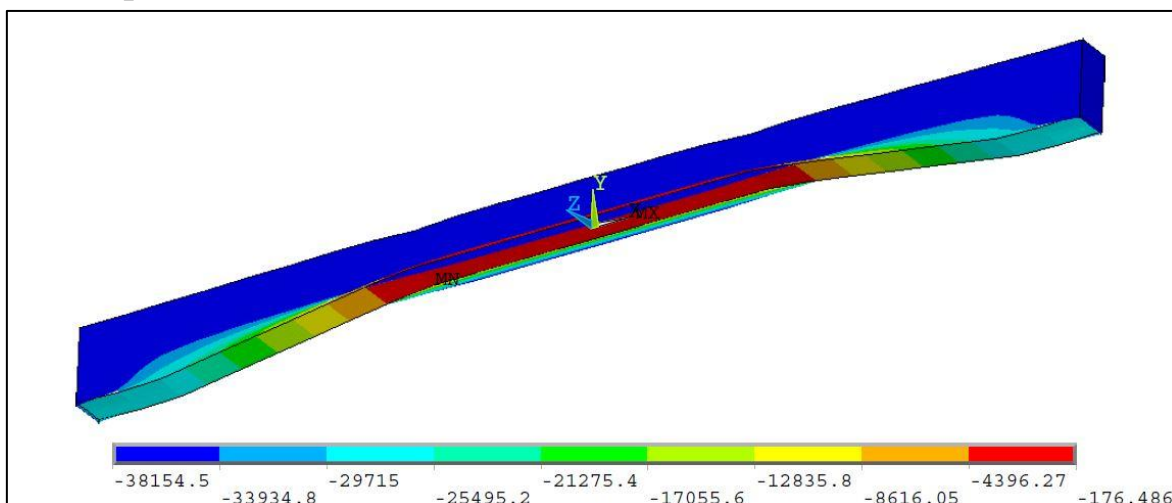
7. 5. Aplikace modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity na modely trámů a její vyhodnocení

V této části bude v obrázcích zobrazena aplikace funkce plasticity $f(\sigma)$, která náleží modifikované Drucker – Pragerově podmínce plasticity, na modely řešených trámů a dle kritéria $f(\sigma) \leq 0$ této podmínky plasticity bude vyhodnocen stav materiálu. Popis modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity, jejích kritérií a funkcí plasticity je uveden v části 4. 3. 4. Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity.

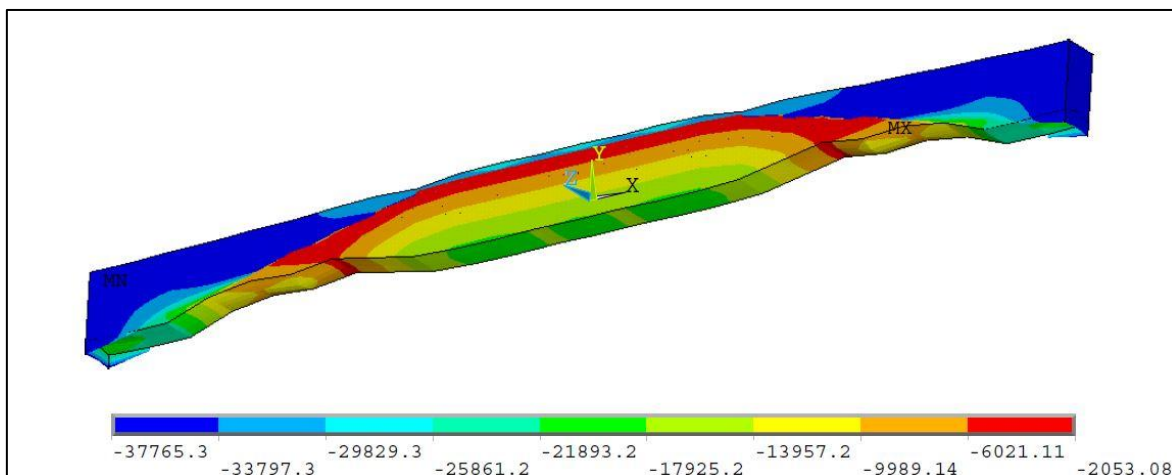
Při aplikaci funkce plasticity $f(\sigma)$ na modely trámů v jednotlivých krocích zatěžování bylo zjištěno dle zobrazených hodnot, že při tříosé napjatosti, ke které dochází z důvodů modelování trámů jako prostorových (3D) konstrukčních prvků, je ve všech krocích zatěžování materiál (beton) řešených trámů ve stavu pružném, neboli trámy jsou v neustále pružném stavu.

Aplikace funkce plasticity $f(\sigma)$ na modely trámů je tedy z důvodů neustále pružného stavu materiálu zobrazena pouze pro nejdůležitější kroky zatěžování a to pro kroky, kdy byla překročena pevnost betonu v tahu a kdy byla dosažena maximální únosnost u každého z řešených trámů, viz obr. 7. 5. 1, 7. 5. 2, 7. 5. 3 a), b), 7. 5. 4 a), b).

Trám z prostého betonu



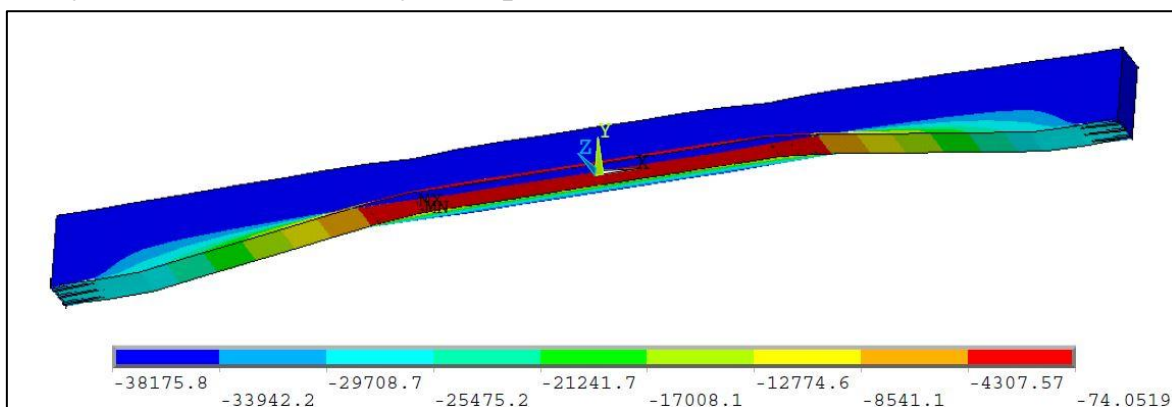
Obr. 7. 5. 1: Překročení pevnosti betonu v tahu – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném



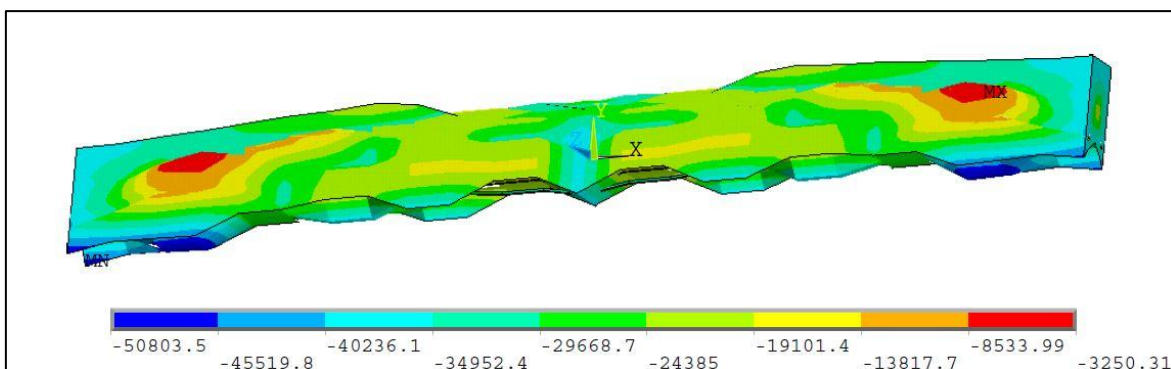
Obr. 7. 5. 2: Dosažení maximální únosnosti – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném

Trámy z železobetonu

a) výztuž v oblasti tahových napětí

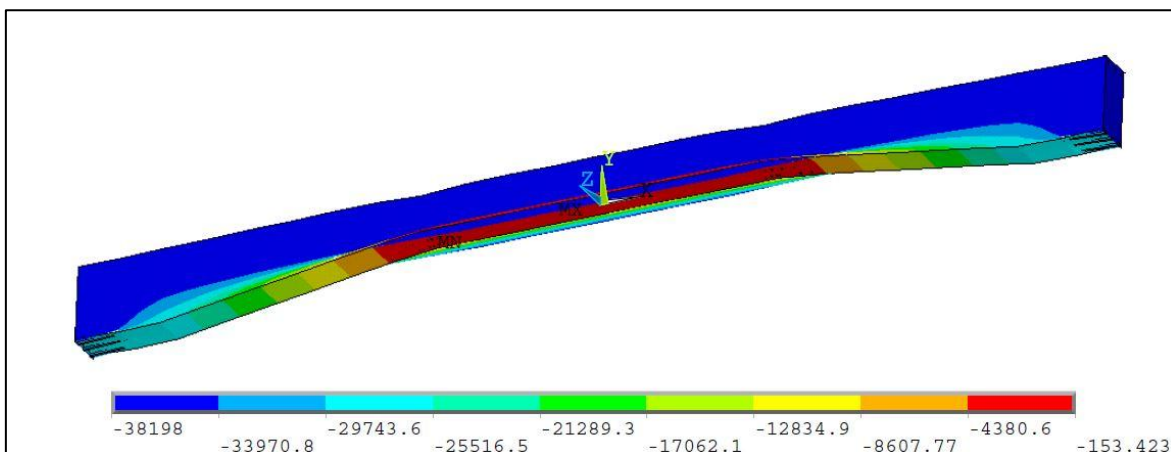


Obr. 7. 5. 3 a): Překročení pevnosti betonu v tahu – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném

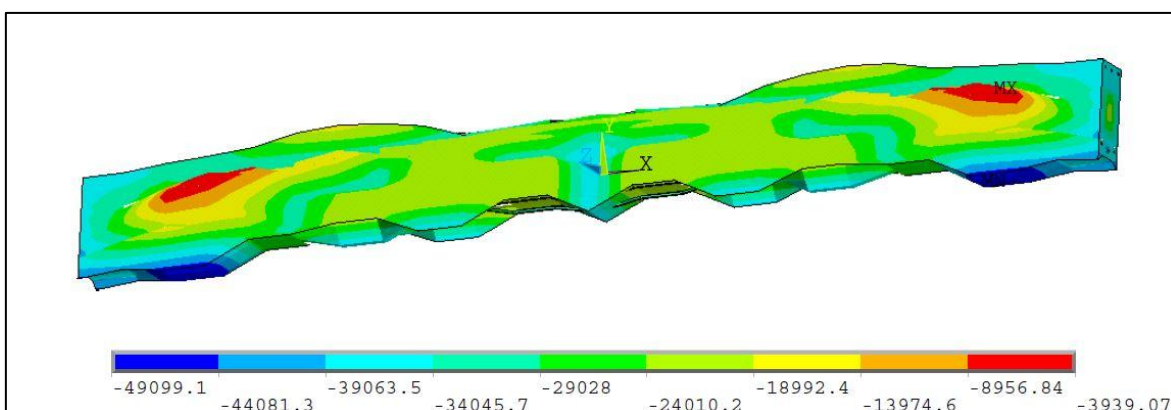


Obr. 7. 5. 4 a): Dosažení maximální únosnosti – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném

b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí



Obr. 7. 5. 3 b): Překročení pevnosti betonu v tahu – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném

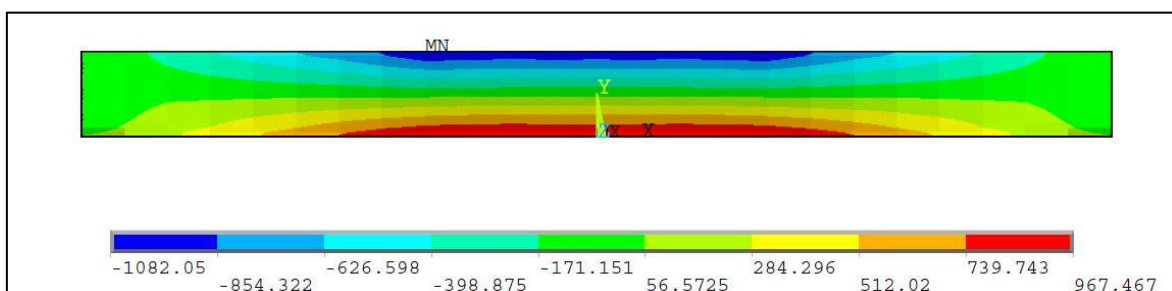


Obr. 7. 5. 4 b): Dosažení maximální únosnosti – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném

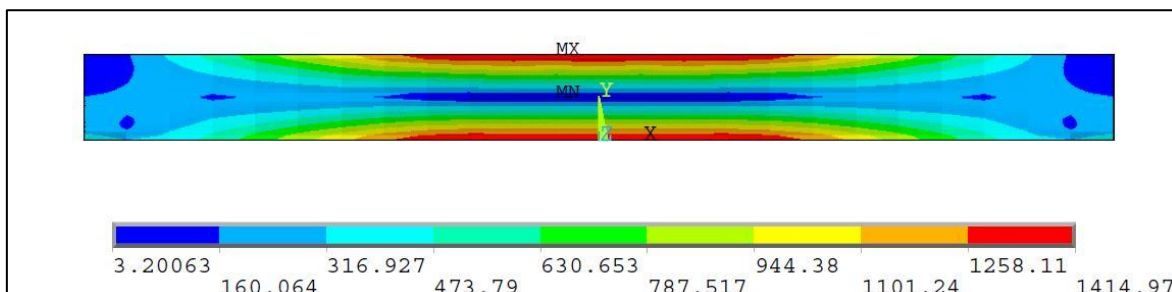
7. 6. Zobrazení hydrostatických a oktaedrických tečných napětí na modelech trámů pro vyhodnocení podmínky plasticity

Na obr. 7. 6. 1, 7. 6. 2, 7. 6. 3, 7. 6. 4, 7. 6. 5 a), b), 7. 6. 6 a), b), 7. 6. 7 a), b), 7. 6. 8 a), b) jsou na modelech trámů zobrazeny průběhy hydrostatických a oktaedrických tečných napětí, která jsou důležitá v případě grafického vyhodnocování modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity v oktaedrické rovině, viz část 4. 3. 4. Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity. Jedná se tedy o jiný způsob posouzení stavu materiálu, než tomu bylo v části 7. 5. Aplikace modifikované Drucker – Pragerovy podmínky plasticity na modely trámů a její vyhodnocení, nicméně oba způsoby posouzení stavu materiálu jsou navzájem ekvivalentní. Zobrazení hydrostatických a oktaedrických tečných napětí na modelech trámů pro vyhodnocení podmínky plasticity v oktaedrické rovině je pro názornost provedeno pro stejné kroky zatěžování jako v předchozí části.

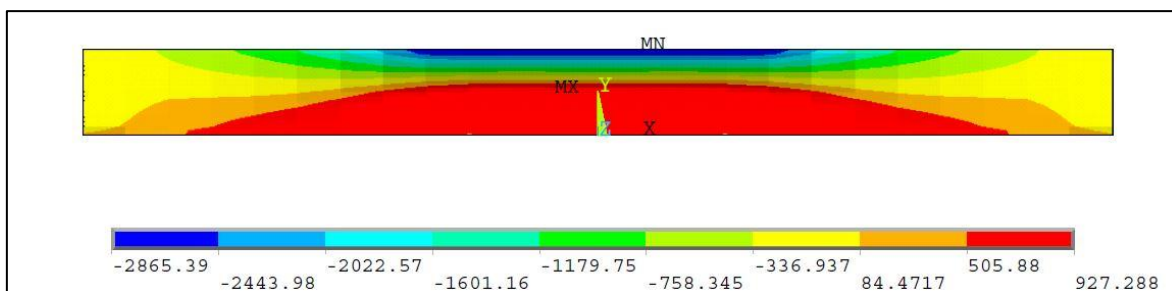
Trám z prostého betonu



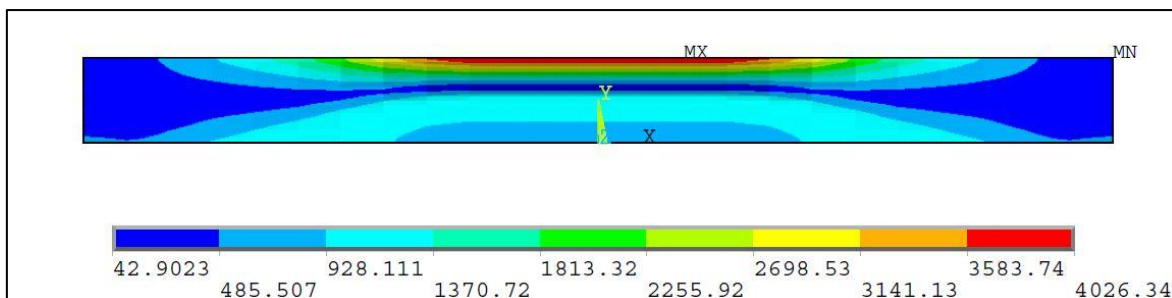
Obr. 7. 6. 1: Překročení pevnosti betonu v tahu – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném



Obr. 7. 6. 2: Překročení pevnosti betonu v tahu – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném



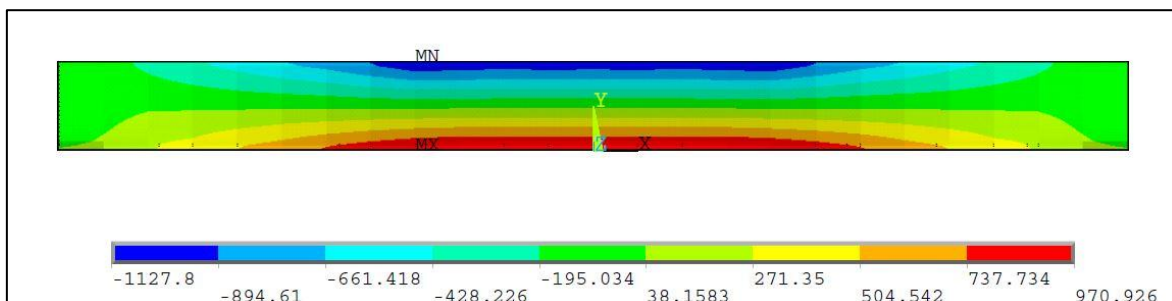
Obr. 7. 6. 3: Dosažení maximální únosnosti – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném



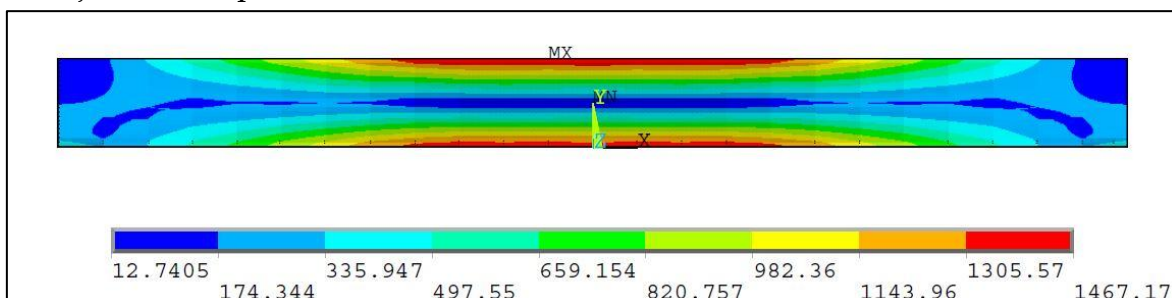
Obr. 7. 6. 4: Dosažení maximální únosnosti – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném

Trámy z železobetonu

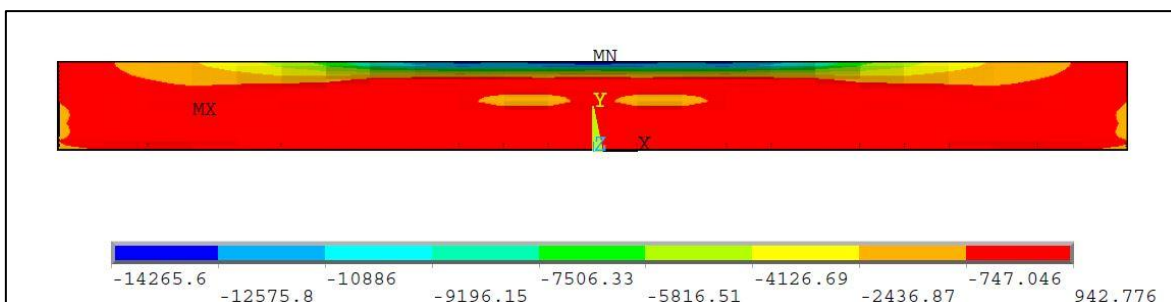
a) výztuž v oblasti tahových napětí



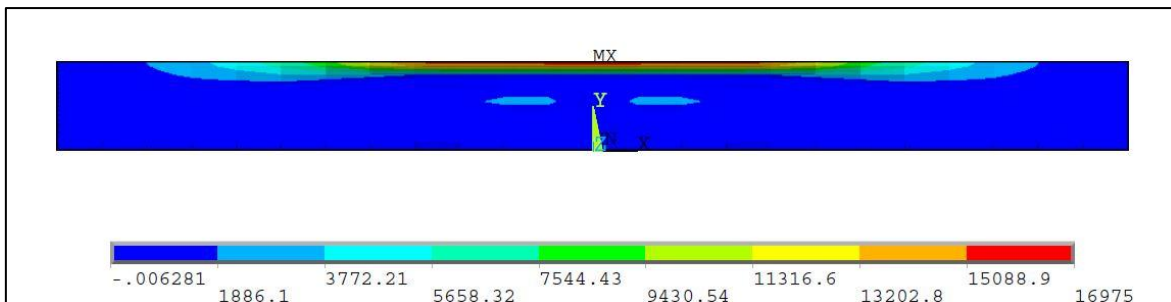
Obr. 7. 6. 5 a): Překročení pevnosti betonu v tahu – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném



Obr. 7. 6. 6 a): Překročení pevnosti betonu v tahu – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném

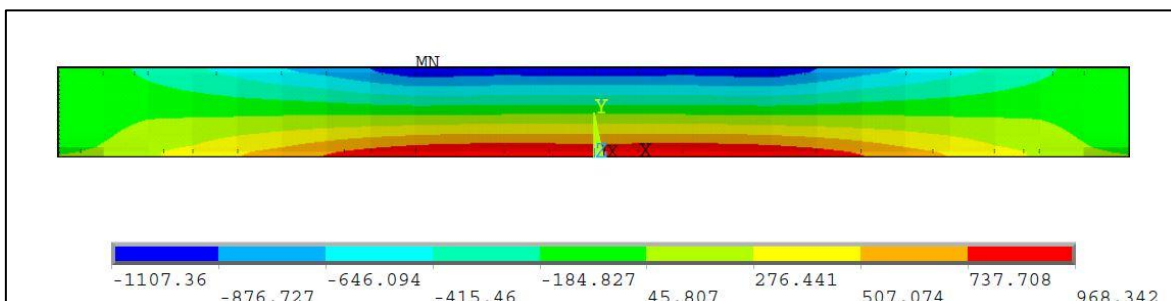


Obr. 7. 6. 7 a): Dosažení maximální únosnosti – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném

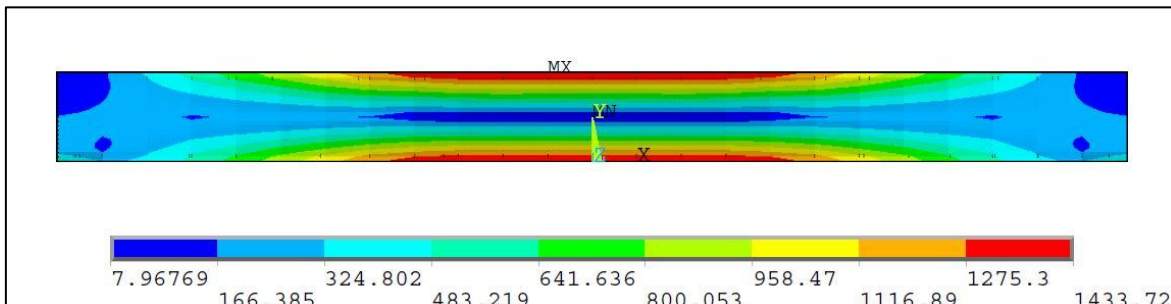


Obr. 7. 6. 8 a): Dosažení maximální únosnosti – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném

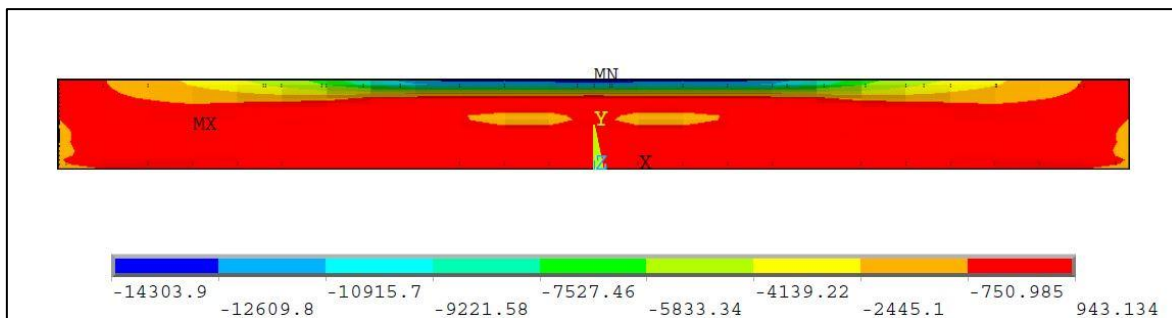
b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí



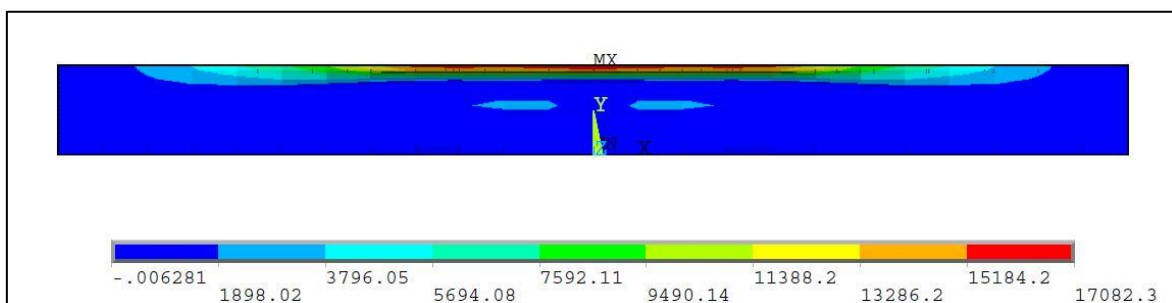
Obr. 7. 6. 5 b): Překročení pevnosti betonu v tahu – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném



Obr. 7. 6. 6 b): Překročení pevnosti betonu v tahu – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném



Obr. 7. 6. 7 b): Dosažení maximální únosnosti – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném



Obr. 7. 6. 8 b): Dosažení maximální únosnosti – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném

Kapitola 8

Závěr

Cílem práce bylo vytvoření vhodných konečnoprvkových modelů trámů z betonu a železobetonu s přiřazenými materiálovými charakteristikami, provedení simulací zkoušky čtyřbodovým ohybem pomocí nelineární analýzy, dále vyhodnocení nelineárních analýz řešených trámů, jejich srovnání s analýzami řešených trámů dle ČSN EN 1992 – 1 – 1 z hlediska materiálového chování a dosažených maximálních únosností a průhybů trámů a nakonec vyhodnocení podmínky plasticity aplikované na řešené trámy. Důležitým úkolem bylo hlavně ověření předpokladu vyšší únosnosti trámů při návrhu dle nelineární analýzy než při návrhu dle normy pro účely možného vylevnění trámů, neboli pro účely snížení nákladů na výrobu trámů při uvažování nelineárního chování.

V průběhu tvorby této práce byly stanovené cíle a úkoly postupně řešeny, přičemž pro tvorbu modelů, nelineární výpočty a získávání výsledků byl použit výpočetní systém ANSYS, konkrétně jeho pracovní prostředí Mechanical APDL.

U řešených trámů bylo v případě nelineární analýzy z hlediska materiálového chování zjištěno, že chování betonové části trámů je silně závislé na okamžiku překročení pevnosti betonu v tahu, kdy se po lineárním chování začíná uplatňovat nelineární chování, konkrétně tahovým změkčováním, což s sebou přináší postupné snižování tahových napětí od taženého okraje trámu, posun neutrální osy k tlačnému okraji trámu, zmenšování tlačené plochy betonu a vznik a šíření tahových, ale i smykových, trhlin. Dalším důležitým okamžikem v případě betonové části trámů bylo dosažení maximální únosnosti, k čemuž u trámů z železobetonu došlo při dosažení pevnosti betonu v tlaku a u trámu z prostého betonu při dosažení určité hodnoty tlakových napětí. Z hlediska betonářské výztuže bylo významným okamžikem vyloučení tahové schopnosti betonu, kdy výztuž začala přebírat veškerá tahová napětí, a přechod tažené výztuže z elastického stavu do stavu plastického tečení, k čemuž došlo vždy před dosažením maximálních únosností trámů, což je z hlediska návrhu žádoucí. Také bylo ověřeno, že přítomnost tlačené výztuže do jisté míry navyšuje únosnost trámu. Zmíněné poznatky byly zjištěny převážně z nelineárních analýz průřezů trámů z hlediska prostého ohybu a smyku za ohybu, přičemž jsou poznatky v korespondenci s globálním nelineárním chováním trámů.

V případě analýzy dle normy ČSN EN 1991 – 1 – 1 byly na řešené trámy aplikovány modely pro posuzování průřezů a návrh konstrukčních prvků

používané zmíněnou normou. Základním poznatkem dle této normy bylo využívání návrhových hodnot materiálových parametrů, což způsobuje chování řešených trámů na stranu bezpečnou. V případě trámu z prostého betonu byl důležitým poznatkem fakt, že není uvažován vznik trhlin, v důsledku čehož je maximální únosnosti dosaženo již při dosažení návrhové pevnosti betonu v tahu. V případě trámů z železobetonu je dle této normy dosaženo maximální únosnosti při dosažení návrhové pevnosti betonu v tlaku, přičemž v tomto okamžiku se uvažuje průřez v oblasti tahových napětí zcela porušen tahovými trhlinami, tedy veškerá tahová napětí přenáší tahová výztuž, jež musí být plně započitatelná. Tlačená výztuž, pokud je použita, může do jisté míry navýšit únosnost trámů, ale v případě, že není zcela započitatelná, tak se s ní buď neuvažuje, nebo se do případného výpočtu zahrnuje pouze částečně. Tyto poznatky byly rozhodující z hlediska srovnání použitých způsobů analýzy.

Srovnání obou použitých způsobů analýzy bylo provedeno z hlediska materiálového chování a z hlediska dosažených maximálních únosností a průhybů řešených trámů při obou způsobech analýzy. Základními poznatky z tohoto srovnání byly výhody a nevýhody, jež nabízí řešení pomocí nelineární analýzy oproti normovému řešení a které vycházejí převážně z výše shrnutých základních poznatků při aplikaci obou způsobů analýzy. Nejdůležitějším poznatkem v tomhle srovnání byl fakt, že při nelineární analýze je dosaženo vyšších maximálních únosností i větších průhybů řešených trámů než při analýze dle normy, čímž byl ověřen předpoklad stanovený na začátku práce, v důsledku čehož je při použití nelineární analýzy skutečně možné trámy do jisté míry vylevnit, což je při velkém množství, ve kterém se trámy běžně vyskytují převážně ve stropních konstrukcích, určitě pozitivní fakt. V kontrastu s tímto faktem je ovšem neméně důležitý fakt a to ten, že výpočty prostřednictvím nelineární analýzy jsou z hlediska bezpečnosti návrhu na stranu nebezpečnou.

Na závěr bylo při aplikaci podmínky plasticity na modely řešených trámů zjištěno, že se trámy v průběhu zatěžování při tříosé napjatosti, ke které dochází v důsledku prostorovosti trámů, nacházejí v neustále pružném stavu.

Nelineární analýza má dle zjištěných poznatků jak své výhody, tak také své nevýhody. Její použití ukázalo bezpochyby závislost na stanovených požadavcích, kdy je určitě výhodné její použití v případě velkého množství stejných konstrukčních prvků, což způsobí značné snížení nákladů na konstrukční prvky, ale na druhou stranu v případě malého množství prvků, kdy by snížení nákladů bylo minimální, se její použití zdá být zbytečně riskantní z hlediska vyšší míry nebezpečnosti návrhu, kdy se jako lepší způsob jeví použití normového návrhu.

Seznam použitých zdrojů

- [1] Ing. Miloš Zich, Ph.D. a kolektiv. PŘÍKLADY POSOUZENÍ BETONOVÝCH PRVKŮ DLE EUROKÓDŮ. Brno: září 2010. ISBN 978-80-86897-38-7.
- [2] Jiří Drozda, Hana Hasníková, Václav Jirsák, Eva Mašová. PŘÍRUČKA ANSYS WORKBENCH. Praha: ČVUT Praha, 2012. ISBN 978-80-01-05175-7.
- [3] <http://fast10.vsb.cz/studijni-materialy/metoda-kp/obsah.html>
- [4] MULTIPLAS – ELASTOPLASTIC MATERIAL MODELS FOR ANSYS, GENERAL MULTISURFACE PLASTICITY, USER'S MANUAL. Rev. 10, Release 4. 1. 0 for ANSYS 13. Dynardo: Dynamic Software and Engineering GmbH. Weimar, Luthergasse 1D, Germany, June 2011.
- [5] Lubomír Jurášek, Petr Hradil, Petr Vymlátil. ANALÝZA SMYKOVÉHO PORUŠENÍ ŽELEZOBETONOVÉ STĚNY. Fakulta stavební VUT v Brně, Designtec s.r.o., 2012.
- [6] Milan Jirásek, Jan Zeman. PŘETVÁŘENÍ A PORUŠOVÁNÍ MATERIÁLŮ, DOTVAROVÁNÍ, PLASTICITA, LOM A POŠKOZENÍ. Praha: ČVUT Praha, 2006. ISBN 80-01-03555-7
- [7] ANSYS 13.0 Help
- [8] ČSN EN 1992 – 1 – 1. EUROKÓD 2: NAVRHOVÁNÍ BETONOVÝCH KONSTRUKCÍ – ČÁST 1 – 1: OBECNÁ PRAVIDLA A PRAVIDLA PRO POZEMNÍ STAVBY. Listopad 2006.
- [9] MRd_teorie_manual.pdf
- [10] http://en.wikipedia.org/wiki/Yield_surface
- [11] ČSN EN 1991 – 1 – 1. EUROKÓD 1: ZATÍŽENÍ KONSTRUKCÍ – ČÁST 1 – 1: OBECNÁ ZATÍŽENÍ – OBJEMOVÉ TÍHY, VLASTNÍ TÍHA A UŽITNÁ ZATÍŽENÍ POZEMNÍCH STAVEB. Březen 2004.

Seznam použitých symbolů

L	délka trámu
h	výška průřezu trámu
b	šířka průřezu trámu
$f(\sigma)$	funkce plasticity
$f_1(\sigma), F_1$	funkce plasticity
$f_2(\sigma), F_2$	funkce plasticity
$f(\sigma) \leq 0$	kritérium podmínky plasticity
$f_1(\sigma) \leq 0$	kritérium podmínky plasticity
$f_2(\sigma) \leq 0$	kritérium podmínky plasticity
ε	celkové poměrné přetvoření
ε_{el}	elastická složka poměrného přetvoření
ε_{pl}	plastická složka poměrného přetvoření
σ_m	hydrostatické napětí
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	hlavní napětí
J_2	druhý invariant deviátoru hlavních napětí
f_t, R_z	pevnost v jednoosém tahu
f_c, R_d	pevnost v jednoosém tlaku
f_{c2}, R_u	pevnost ve dvouosém tlaku
Ω_1, Ω_2	funkce tvrdnutí a změkčování
Ω_c, Ω_t	funkce tvrdnutí a změkčování
τ_{oct}	oktaedrické tečné napětí
f_{cm}	střední hodnota pevnosti betonu v tlaku
f_{ctm}	střední hodnota pevnosti betonu v tahu
ε_{cl}	poměrné přetvoření při dosažení střední hodnoty pevnosti betonu v tlaku
ε_{cu1}	mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku v případě uvažování reálného pracovního diagramu betonu
E_{cm}	střední hodnota modulu pružnosti betonu
ϱ	objemová hmotnost
ν	Poissonův součinitel
G_f	lomová energie betonu v tahu
f_y, σ_y	mez kluzu oceli
f_u, σ_{max}	mez pevnosti oceli
ε_{uk}	mezní poměrné přetvoření oceli v tahu a tlaku
E_s	modul pružnosti oceli

$E_{s,ep}$	pružnoplastický modul oceli
ϕ	profil výztužné vložky
$A_{s1,1}, A_{s1,2}$	průřezová plocha jednoho výztužného vlákna, průřezová plocha jedné výztužné vložky
G	vlastní tíha
u_y	svislý posun, průhyb
F_y	maximální svislá síla, maximální únosnost
g	tíhové zrychlení
$\bar{\sigma}$	normálové napětí
E	modul pružnosti
$\bar{\sigma}_x$	normálové napětí ve směru souřadnicové osy x
$\epsilon_{x,el}$	elastické poměrné přetvoření ve směru souřadnicové osy x
$\epsilon_{x,pl}$	plastické poměrné přetvoření ve směru souřadnicové osy x
τ_{xy}	tečné napětí po výšce průřezu kolmo k souřadnicové ose x
$\epsilon_{xy,el}$	elastické poměrné smykové přetvoření po výšce průřezu kolmo k souřadnicové ose x
$\epsilon_{xy,pl}$	plastické poměrné smykové přetvoření po výšce průřezu kolmo k souřadnicové ose x
ϵ_x	celkové poměrné přetvoření ve směru souřadnicové osy x
ϵ_{xy}	celkové poměrné smykové přetvoření po výšce průřezu kolmo k souřadnicové ose x
A_c	tlačená plocha betonu
A_t	tažená plocha betonu
f_{ctd}	návrhová pevnost betonu v tahu
ϵ_s	poměrné přetvoření výztuže
f_{yd}	návrhová mez kluzu oceli
f_{cd}	návrhová pevnost betonu v tlaku
η	zmenšující součinitel
ϵ_{cu2}	mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku v případě uvažování parabolicko – rektangulárního pracovního diagramu betonu
ϵ_{cu3}	mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku v případě uvažování bilineárního nebo obdélníkového pracovního diagramu betonu

Seznam obrázků a tabulek

Obr. 3. 1. 1	Trám z prostého betonu	6
Obr. 3. 1. 2	Trám z železobetonu s variantou vyztužení a)	6
Obr. 3. 1. 3	Trám z železobetonu s variantou vyztužení b)	6
Obr. 4. 2. 1	Uživatelské rozhraní v pracovním prostředí Mechanical APDL	9
Obr. 4. 3. 1	Pracovní diagram betonu v tahu	11
Obr. 4. 3. 2	Pracovní diagram betonu v tlaku	11
Obr. 4. 3. 3	Obecný pracovní diagram materiálu, jenž vykazuje elasto – plastické chování – rozdělení celkového poměrného přetvoření na složku elastickou (ϵ_{el}) a plastickou (ϵ_{pl})	12
Obr. 4. 3. 4	Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity v prostoru	15
Obr. 4. 3. 5	Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity v rovině hlavních napětí	15
Obr. 4. 3. 6	Modifikovaná Drucker – Pragerova podmínka plasticity v oktaedrické rovině	15
Obr. 5. 1. 1	Geometrický model trámu pro případ trámů z prostého betonu a železobetonu	17
Obr. 5. 2. 1	Izotropní konečný prvek SOLID45	18
Obr. 5. 2. 2	Konečný prvek REINF264	19
Obr. 5. 2. 3	Výztužné vlákno konečného prvku REINF264	19
Obr. 5. 3. 1	Pracovní diagram betonu v tlaku s materiálovými konstantami betonu v tlaku	20
Obr. 5. 3. 2	Pracovní diagram betonu v tahu s materiálovými konstantami betonu v tahu	21
Obr. 5. 3. 3	Nelineární materiálové konstanty nelineárního modifikovaného elasto – plastického Drucker – Pragerova materiálového modelu se změkčením	21
Obr. 5. 3. 4	Pracovní diagram oceli v tahu a tlaku s materiálovými konstantami oceli v tahu a tlaku	22
Obr. 5. 5. 1	MKP model trámu z prostého betonu	24
Obr. 5. 5. 2	MKP model trámu z železobetonu s variantou vyztužení a)	25

Obr. 5. 5. 3	MKP model trámu z železobetonu s variantou vyztužení b)	25
Obr. 5. 6. 1	Schematický princip zkoušky čtyřbodovým ohybem	26
Obr. 5. 6. 1	Zatížený a podepřený MKP model trámu pro případ trámů z prostého betonu a železobetonu	27
Obr. 7. 1. 1	Normálová napětí σ_x [kPa] – 1. krok zatěžování	32
Obr. 7. 1. 2	Elastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,el}$ [-] – 1. krok zatěžování	33
Obr. 7. 1. 3	Průhyb u_y [m] – 6. krok zatěžování	33
Obr. 7. 1. 4	Normálová napětí σ_x [kPa] – 6. krok zatěžování	33
Obr. 7. 1. 5	Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 6. krok zatěžování	34
Obr. 7. 1. 6	Normálová napětí σ_x [kPa] – 9. krok zatěžování	34
Obr. 7. 1. 7	Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 9. krok zatěžování	34
Obr. 7. 1. 8	Průhyb u_y [m] – 9. krok zatěžování	35
Obr. 7. 1. 9 a)	Normálová napětí σ_x [kPa] – 1. krok zatěžování	36
Obr. 7. 1. 10 a)	Elastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,el}$ [-] – 1. krok zatěžování	37
Obr. 7. 1. 11 a)	Průhyb u_y [m] – 4. krok zatěžování	37
Obr. 7. 1. 12 a)	Normálová napětí σ_x [kPa] – 4. krok zatěžování	37
Obr. 7. 1. 13 a)	Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování	38
Obr. 7. 1. 14 a)	Průhyb u_y [m] – 10. krok zatěžování	38
Obr. 7. 1. 15 a)	Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 10. krok zatěžování	38
Obr. 7. 1. 16 a)	Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 10. krok zatěžování	39
Obr. 7. 1. 17 a)	Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování	39
Obr. 7. 1. 18 a)	Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování	39
Obr. 7. 1. 19 a)	Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování	40
Obr. 7. 1. 20 a)	Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování	40
Obr. 7. 1. 21 a)	Průhyb u_y [m] – 13. krok zatěžování	40
Obr. 7. 1. 9 b)	Normálová napětí σ_x [kPa] – 1. krok zatěžování	41

Obr. 7. 1. 10 b)	Elastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,el}$ [-] – 1. krok zatěžování	41
Obr. 7. 1. 11 b)	Průhyb u_y [m] – 4. krok zatěžování	41
Obr. 7. 1. 12 b)	Normálová napětí σ_x [kPa] – 4. krok zatěžování	42
Obr. 7. 1. 13 b)	Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování	42
Obr. 7. 1. 14 b)	Průhyb u_y [m] – 10. krok zatěžování	42
Obr. 7. 1. 15 b)	Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 11. krok zatěžování	43
Obr. 7. 1. 16 b)	Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 11. krok zatěžování	43
Obr. 7. 1. 17 b)	Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování	43
Obr. 7. 1. 18 b)	Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování	44
Obr. 7. 1. 19 b)	Výztuž – Normálová napětí σ_x [kPa] – 13. krok zatěžování	44
Obr. 7. 1. 20 b)	Výztuž – Plastická poměrná přetvoření $\epsilon_{x,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování	44
Obr. 7. 1. 21 b)	Průhyb u_y [m] – 13. krok zatěžování	45
Obr. 7. 1. 22	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 1. krok zatěžování	46
Obr. 7. 1. 23	Elastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,el}$ [-] – 1. krok zatěžování	46
Obr. 7. 1. 24	Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 6. krok zatěžování	46
Obr. 7. 1. 25	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 6. krok zatěžování	47
Obr. 7. 1. 26	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 9. krok zatěžování	47
Obr. 7. 1. 27	Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 9. krok zatěžování	47
Obr. 7. 1. 28 a)	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 1. krok zatěžování	49
Obr. 7. 1. 29 a)	Elastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,el}$ [-] – 1. krok zatěžování	49
Obr. 7. 1. 30 a)	Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování	49
Obr. 7. 1. 31 a)	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 4. krok zatěžování	50
Obr. 7. 1. 32 a)	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 13. krok zatěžování	50
Obr. 7. 1. 33 a)	Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování	50

Obr. 7. 1. 28 b)	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 1. krok zatěžování	51
Obr. 7. 1. 29 b)	Elastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,el}$ [-] – 1. krok zatěžování	51
Obr. 7. 1. 30 b)	Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 4. krok zatěžování	51
Obr. 7. 1. 31 b)	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 4. krok zatěžování	52
Obr. 7. 1. 32 b)	Tečná napětí τ_{xy} [kPa] – 13. krok zatěžování	52
Obr. 7. 1. 33 b)	Plastická poměrná smyková přetvoření $\epsilon_{xy,pl}$ [-] – 13. krok zatěžování	52
Obr. 7. 2. 1	Změna průběhu normálových napětí σ_x po výšce průřezu	53
Obr. 7. 2. 2	Změna průběhu celkových poměrných přetvoření ϵ_x po výšce průřezu	54
Obr. 7. 2. 3	Zatěžovací diagram trámu z prostého betonu	55
Obr. 7. 2. 4	Skutečný pracovní diagram betonu v tlaku (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)	56
Obr. 7. 2. 5	Skutečný pracovní diagram betonu v tahu (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)	56
Obr. 7. 2. 6 a)	Změna průběhu normálových napětí σ_x po výšce průřezu – bez napětí ve výztuži	57
Obr. 7. 2. 7 a)	Změna průběhu celkových poměrných přetvoření ϵ_x po výšce průřezu	57
Obr. 7. 2. 6 b)	Změna průběhu normálových napětí σ_x po výšce průřezu – bez napětí ve výztuži	58
Obr. 7. 2. 7 b)	Změna průběhu celkových poměrných přetvoření ϵ_x po výšce průřezu	58
Obr. 7. 2. 8 a)	Zatěžovací diagram trámu z železobetonu s variantou vyztužení a)	60
Obr. 7. 2. 8 b)	Zatěžovací diagram trámu z železobetonu s variantou vyztužení b)	61
Obr. 7. 2. 9 a)	Skutečný pracovní diagram betonu v tlaku (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)	61
Obr. 7. 2. 10 a)	Skutečný pracovní diagram betonu v tahu (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)	62
Obr. 7. 2. 9 b)	Skutečný pracovní diagram betonu v tlaku (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)	62

Obr. 7. 2. 10 b)	Skutečný pracovní diagram betonu v tahu (svislá osa σ_x , vodorovná osa ϵ_x)	63
Obr. 7. 2. 11	Změna průběhu tečných napětí τ_{xy} po výšce průřezu	63
Obr. 7. 2. 12	Změna průběhu celkových smykových přetvoření ϵ_{xy} po výšce průřezu	64
Obr. 7. 2. 13 a)	Změna průběhu tečných napětí τ_{xy} po výšce průřezu	65
Obr. 7. 2. 14 a)	Změna průběhu celkových smykových přetvoření ϵ_{xy} po výšce průřezu	66
Obr. 7. 2. 13 b)	Změna průběhu tečných napětí τ_{xy} po výšce průřezu	66
Obr. 7. 2. 14 b)	Změna průběhu celkových smykových přetvoření ϵ_{xy} po výšce průřezu	67
Obr. 7. 3. 1	Průběh mezních normálových napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu	69
Obr. 7. 3. 2 a)	Možné mezní průběhy normálových napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu	70
Obr. 7. 3. 2 b)	Možné mezní průběhy normálových napětí a poměrných přetvoření po výšce průřezu	70
Obr. 7. 3. 3	Parabolicko – rektangulární pracovní diagram betonu	72
Obr. 7. 3. 4	Bilineární pracovní diagram betonu	72
Obr. 7. 3. 5	Obdélníkový pracovní diagram betonu	72
Obr. 7. 3. 6	Idealizovaný pracovní diagram oceli s neomezenou plastickou větví	73
Obr. 7. 3. 7	Idealizovaný pracovní diagram oceli s omezenou plastickou větví	73
Obr. 7. 3. 8	Idealizovaný pracovní diagram oceli s omezenou plastickou větví se zpevněním	73
Tab. 7. 4. 1	Srovnání analýz	76
Obr. 7. 5. 1	Překročení pevnosti betonu v tahu – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném	78
Obr. 7. 5. 2	Dosažení maximální únosnosti – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném	78

Obr. 7. 5. 3 a)	Překročení pevnosti betonu v tahu – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném	78
Obr. 7. 5. 4 a)	Dosažení maximální únosnosti – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném	79
Obr. 7. 5. 3 b)	Překročení pevnosti betonu v tahu – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném	79
Obr. 7. 5. 4 b)	Dosažení maximální únosnosti – záporné hodnoty funkce plasticity $f(\sigma) \Rightarrow f(\sigma) < 0 \Rightarrow$ trám je ve stavu pružném	79
Obr. 7. 6. 1	Překročení pevnosti betonu v tahu – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném	80
Obr. 7. 6. 2	Překročení pevnosti betonu v tahu – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném	80
Obr. 7. 6. 3	Dosažení maximální únosnosti – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném	81
Obr. 7. 6. 4	Dosažení maximální únosnosti – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném	81
Obr. 7. 6. 5 a)	Překročení pevnosti betonu v tahu – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném	81
Obr. 7. 6. 6 a)	Překročení pevnosti betonu v tahu – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném	81
Obr. 7. 6. 7 a)	Dosažení maximální únosnosti – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném	82
Obr. 7. 6. 8 a)	Dosažení maximální únosnosti – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném	82
Obr. 7. 6. 5 b)	Překročení pevnosti betonu v tahu – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném	82
Obr. 7. 6. 6 b)	Překročení pevnosti betonu v tahu – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném	82
Obr. 7. 6. 7 b)	Dosažení maximální únosnosti – hydrostatická napětí σ_m [kPa] – trám je ve stavu pružném	83
Obr. 7. 6. 8 b)	Dosažení maximální únosnosti – oktaedrická tečná napětí τ_{oct} [kPa] – trám je ve stavu pružném	83

Seznam příloh

Příloha A – Výpočet maximálních svislých sil F_y a průhybů u_y u trámů z prostého betonu a železobetonu s použitím norem ČSN EN 1992 – 1 – 1 a ČSN EN 1991 – 1 – 1

Příloha A

Výpočet maximálních svislých sil F_y a průhybů u_y u trámů z prostého betonu a železobetonu s použitím norem ČSN EN 1992 – 1 – 1 a ČSN EN 1991 – 1 – 1

Materiálové parametry betonu C 30/37 <u>Návrhová pevnost betonu v tlaku:</u> $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30}{1,5} = 20 \text{ MPa}$ <u>Návrhová pevnost betonu v tahu:</u> $f_{ctd} = \alpha_{ct,pl} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} = 0,8 \cdot \frac{2}{1,5} = 1,07 \text{ MPa}$ <u>Modul pružnosti betonu:</u> $E_{cm} = 33 \text{ GPa}$ <u>Mezní poměrné přetvoření betonu v tlaku:</u> $\epsilon_{cu3} = 3,5 \text{ ‰}$ <u>Objemová tíha prostého betonu a železobetonu:</u> $\gamma_b = 24 \text{ kN/m}^3$ $\gamma_{zb} = 25 \text{ kN/m}^3$	Materiálové parametry oceli B500B <u>Návrhová pevnost oceli v tahu a tlaku:</u> $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$ <u>Modul pružnosti oceli:</u> $E_s = 200 \text{ GPa}$ <u>Poměrné přetvoření na mezi kluzu:</u> $\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{434,78}{200 \cdot 10^3} \cdot 1000 \text{ ‰} = 2,17 \text{ ‰}$ <u>Mezní poměrné přetvoření oceli v tahu a tlaku:</u> $\epsilon_{uk} = \infty \text{ ‰}$ neomezená plastická větev
Doplňující parametry <u>Plocha výztuže v oblasti tahových napětí:</u> $3 \phi 10, A_{s1} = 2,36 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ <u>Plocha výztuže v oblasti tlakových napětí:</u> $3 \phi 8, A_{s2} = 1,51 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ <u>Krytí výztuže:</u> $c = 25 \text{ mm}$ <u>Rozměry trámů:</u> délka trámu $L = 6 \text{ m}$ šířka průřezu $b = 0,2 \text{ m}$; výška průřezu $h = 0,5 \text{ m}$	

Výpočet ohybových momentů na mezi únosnosti

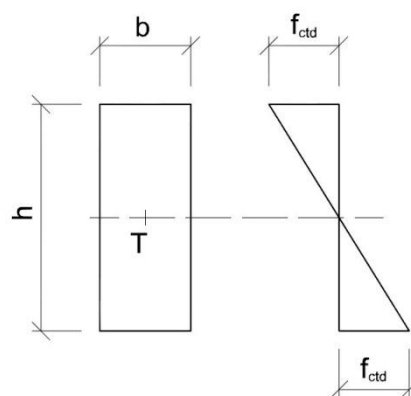
Trám z prostého betonu

Modul průřezu:

$$W_y = \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2 = \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,5^2 = 83,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Moment na mezi únosnosti:

$$M_{Rd} = f_{ctd} \cdot W_y = 1,07 \cdot 10^3 \cdot 83,33 \cdot 10^{-4} = 8,92 \text{ kNm}$$



Trám z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

Účinná výška výztuže:

$$d = h - c - \phi/2 = 0,5 - 0,025 - 0,01/2 = 0,47 \text{ m}$$

Poloha neutrální osy:

$$F_c = F_s \Rightarrow \lambda \cdot b \cdot f_{cd} \cdot x = A_{s1} \cdot f_{yd} \Rightarrow x$$

$$x = \frac{A_{s1} \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{2,36 \cdot 10^{-4} \cdot 434,78}{0,8 \cdot 0,2 \cdot 20} = 0,032 \text{ m}$$

Započitatelnost výztuže:

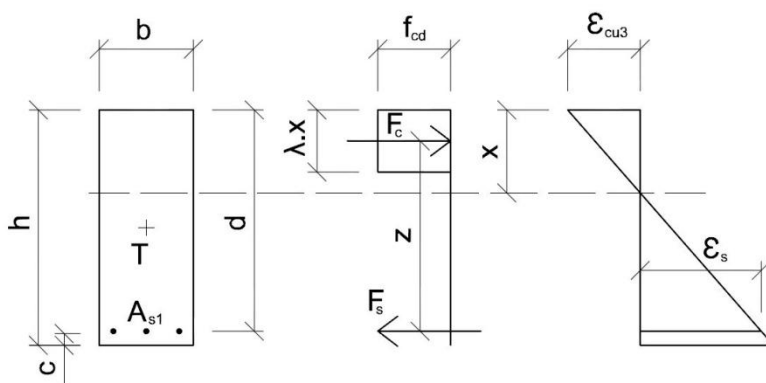
$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_{cu3}}{x} \cdot (d - x) = \frac{3,5}{0,032} \cdot (0,47 - 0,032) = 47,91 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_s \geq \epsilon_{yd} \Rightarrow 47,91 \text{ ‰} \geq 2,17 \text{ ‰}$$

VYHOVÍ – výztuž je plně započitatelná.

Moment na mezi únosnosti:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_s \cdot z = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot z = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) = \\ &= 2,36 \cdot 10^{-4} \cdot 434,78 \cdot 10^3 \cdot (0,47 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,032) = 46,91 \text{ kNm} \end{aligned}$$



Trám z železobetonu: b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí

Účinná výška výztuže:

$$d_1 = h - c - \phi/2 = 0,5 - 0,025 - 0,01/2 = 0,47 \text{ m}$$

$$d_2 = c + \phi/2 = 0,025 + 0,008/2 = 0,029 \text{ m}$$

Poloha neutrální osy:

$$F_c + F_{s2} = F_{s1} \Rightarrow \lambda \cdot b \cdot f_{cd} \cdot x + A_{s2} \cdot \sigma_{yd} = A_{s1} \cdot f_{yd} \Rightarrow x$$

$$x = \frac{A_{s1} \cdot f_{yd} - A_{s2} \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{2,36 \cdot 10^{-4} \cdot 434,78 - 1,51 \cdot 10^{-4} \cdot 434,78}{0,8 \cdot 0,2 \cdot 20} = 0,012 \text{ m}$$

Výsledek nesplňuje předpoklad rovnice sil $\Rightarrow$ výztuž v oblasti tlakových napětí bude uvažována jako nezapočitatelná $\Rightarrow$ ve výpočtu s ní nebude uvažováno.

$$F_c = F_{s1} \Rightarrow \lambda \cdot b \cdot f_{cd} \cdot x = A_{s1} \cdot f_{yd} \Rightarrow x$$

$$x = \frac{A_{s1} \cdot f_{yd}}{\lambda \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{2,36 \cdot 10^{-4} \cdot 434,78}{0,8 \cdot 0,2 \cdot 20} = 0,032 \text{ m}$$

Započitatelnost výztuže:

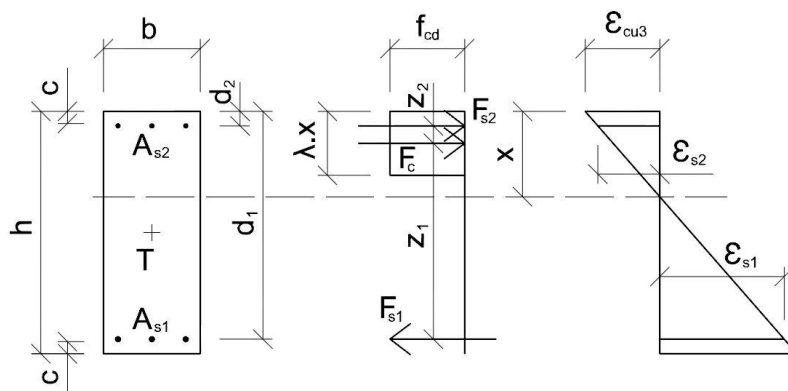
$$\epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_{cu3}}{x} \cdot (d_1 - x) = \frac{3,5}{0,032} \cdot (0,47 - 0,032) = 47,91 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{s1} \geq \epsilon_{yd} \Rightarrow 47,91 \text{ ‰} \geq 2,17 \text{ ‰}$$

VYHOVÍ – výztuž je plně započitatelná.

Moment na mezi únosnosti:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= F_{s1} \cdot z_1 = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot z_1 = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d_1 - 0,5 \cdot \lambda \cdot x) = \\ &= 2,36 \cdot 10^{-4} \cdot 434,78 \cdot 10^3 \cdot (0,47 - 0,5 \cdot 0,8 \cdot 0,032) = \mathbf{46,91 \text{ kNm}} \end{aligned}$$



Výpočet maximálních svislých sil F_y

Odvození výpočtu svislé síly F_{yd}

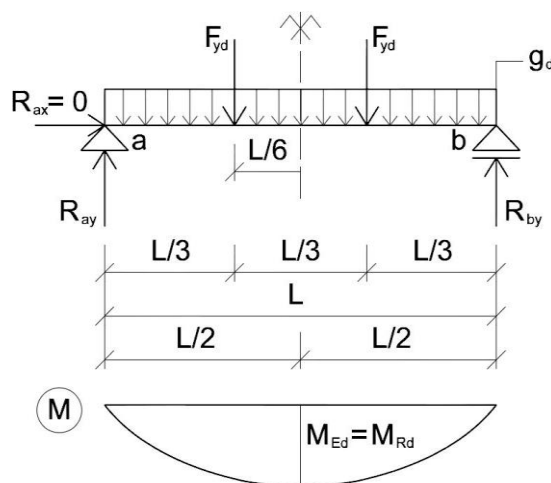
$$M_{Ed} = R_{ay} \cdot \frac{L}{2} - F_{yd} \cdot \frac{L}{6} - g_d \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$M_{Ed} = M_{Rd}$$

$$R_{ay} = \frac{2 \cdot F_{yd} + g_d \cdot L}{2} = F_{yd} + \frac{g_d \cdot L}{2}$$

$$M_{Rd} = F_{yd} \cdot \frac{L}{2} + g_d \cdot \frac{L^2}{4} - F_{yd} \cdot \frac{L}{6} - g_d \cdot \frac{L^2}{8}$$

$$F_{yd} \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{L}{6}\right) = M_{Rd} - g_d \cdot \frac{L^2}{8}$$



$$F_{yd} = \frac{M_{Rd} - g_d \cdot \frac{L^2}{8}}{\left(\frac{L}{2} - \frac{L}{6}\right)} = \frac{M_{Rd} - g_d \cdot \frac{L^2}{8}}{\frac{2}{6} \cdot L}$$

Trám z prostého betonu

Návrhová hodnota vlastní tíhy:

$$g_d = \gamma_b \cdot b \cdot h \cdot \gamma_f = 24 \cdot 0,2 \cdot 0,5 \cdot 1,35 = 3,24 \text{ kN/m}$$

Maximální svislá síla F_{yd} :

$$F_{yd} = \frac{M_{Rd} - g_d \cdot \frac{L^2}{8}}{\frac{2}{6} \cdot L} = \frac{8,92 - 3,24 \cdot \frac{6^2}{8}}{\frac{2}{6} \cdot 6} = -2,83 \text{ kN}$$

Záporná hodnota znamená, že trám nemůže být namáhán svislou silou, neboť k překročení jeho únosnosti dojde už vlivem působení vlastní tíhy => síla F_y **nebude působit**.

Trám z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

Návrhová hodnota vlastní tíhy:

$$g_d = \gamma_{zb} \cdot b \cdot h \cdot \gamma_f = 25 \cdot 0,2 \cdot 0,5 \cdot 1,35 = 3,38 \text{ kN/m}$$

Maximální svislá síla F_{yd} :

$$F_{yd} = \frac{M_{Rd} - g_d \cdot \frac{L^2}{8}}{\frac{2}{6} \cdot L} = \frac{46,91 - 3,38 \cdot \frac{6^2}{8}}{\frac{2}{6} \cdot 6} = 15,85 \text{ kN} = F_y$$

Trám z železobetonu: b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí

Návrhová hodnota vlastní tíhy:

$$g_d = \gamma_{zb} \cdot b \cdot h \cdot \gamma_f = 25 \cdot 0,2 \cdot 0,5 \cdot 1,35 = 3,38 \text{ kN/m}$$

Maximální svislá síla F_{yd} :

$$F_{yd} = \frac{M_{Rd} - g_d \cdot \frac{L^2}{8}}{\frac{2}{6} \cdot L} = \frac{46,91 - 3,38 \cdot \frac{6^2}{8}}{\frac{2}{6} \cdot 6} = 15,85 \text{ kN} = F_y$$

Výpočet průhybů u_y

Trám z prostého betonu

Průhyb u_y **není řešen**, jelikož síla F_y nebude působit.

Trám z železobetonu: a) výztuž v oblasti tahových napětí

Charakteristická hodnota vlastní tíhy:

$$g_k = \gamma_b \cdot b \cdot h = 25 \cdot 0,2 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ kN/m}$$

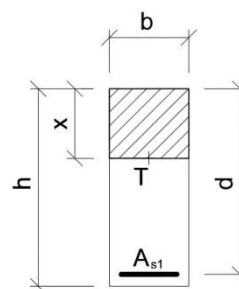
Charakteristická hodnota síly F_v :

$$F_{yk} = \frac{F_{yd}}{\gamma_f} = \frac{15,85}{1,35} = 11,74 \text{ kN}$$

Součinitel spolehlivosti zatížení je vybrán tak, aby vyšla maximální možná charakteristická hodnota síly F_y pro výpočet maximálního průhybu.

Poloha neutrální osy ideálního průřezu:

$$x = \frac{\alpha \cdot A_{s1}}{b} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot d}{\alpha \cdot A_{s1}}} \right) =$$
$$= \frac{6,061 \cdot 2,36 \cdot 10^{-4}}{0,2} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 0,47}{6,061 \cdot 2,36 \cdot 10^{-4}}} \right) = 0,075 \text{ m}$$



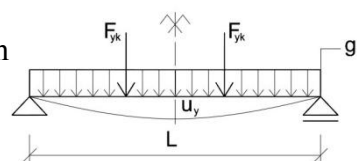
$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200}{33} = 6,061$$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu:

$$I_{iy} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot x^3 + b \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \alpha \cdot A_{s1} \cdot (d - x)^2 =$$
$$= \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 0,075^3 + 0,2 \cdot 0,075 \cdot \left(\frac{0,075}{2} \right)^2 + 6,061 \cdot 2,36 \cdot 10^{-4} \cdot (0,47 - 0,075)^2 =$$
$$= 2,513 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

Průhyb uprostřed rozpětí od svislých sil:

$$u_{1y} = \frac{23}{648} \cdot \frac{F_{yk} \cdot L^3}{E_{cm} \cdot I_{iy}} = \frac{23}{648} \cdot \frac{11,74 \cdot 6^3}{33 \cdot 10^6 \cdot 2,513 \cdot 10^{-4}} = 0,011 \text{ m}$$



Průhyb uprostřed rozpětí od vlastní tíhy:

$$u_{2y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L^4}{E_{cm} \cdot I_{iy}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{2,5 \cdot 6^4}{33 \cdot 10^6 \cdot 2,513 \cdot 10^{-4}} = 0,005 \text{ m}$$

Celkový průhyb:

$$u_y = u_{1y} + u_{2y} = 0,011 + 0,005 = 0,016 \text{ m} = \mathbf{16 \text{ mm}}$$

Trám z železobetonu: b) výztuž v oblasti tahových i tlakových napětí

Řešeno bez výztuže v oblasti tlakových napětí, jelikož nebyla uvažována v předchozích výpočtech.

Charakteristická hodnota vlastní tíhy:

$$g_k = \gamma_b \cdot b \cdot h = 25 \cdot 0,2 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ kN/m}$$

Charakteristická hodnota síly F_v :

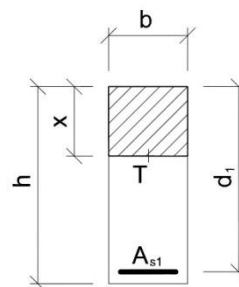
$$F_{yk} = \frac{F_{yd}}{\gamma_f} = \frac{15,85}{1,35} = 11,74 \text{ kN}$$

Součinitel spolehlivosti zatížení je vybrán tak, aby vyšla maximální možná charakteristická hodnota síly F_y pro výpočet maximálního průhybu.

Poloha neutrální osy ideálního průřezu:

$$x = \frac{\alpha \cdot A_{s1}}{b} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot d_1}{\alpha \cdot A_{s1}}} \right) =$$

$$= \frac{6,061 \cdot 2,36 \cdot 10^{-4}}{0,2} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,2 \cdot 0,47}{6,061 \cdot 2,36 \cdot 10^{-4}}} \right) = 0,075 \text{ m}$$



$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{200}{33} = 6,061$$

Moment setrvačnosti ideálního průřezu:

$$I_{iy} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot x^3 + b \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \alpha \cdot A_{s1} \cdot (d_1 - x)^2 =$$

$$= \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 0,075^3 + 0,2 \cdot 0,075 \cdot \left(\frac{0,075}{2} \right)^2 + 6,061 \cdot 2,36 \cdot 10^{-4} \cdot (0,47 - 0,075)^2 =$$

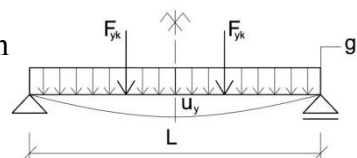
$$= 2,513 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

Průhyb uprostřed rozpětí od svislých sil:

$$u_{1y} = \frac{23}{648} \cdot \frac{F_{yk} \cdot L^3}{E_{cm} \cdot I_{iy}} = \frac{23}{648} \cdot \frac{11,74 \cdot 6^3}{33 \cdot 10^6 \cdot 2,513 \cdot 10^{-4}} = 0,011 \text{ m}$$

Průhyb uprostřed rozpětí od vlastní tíhy:

$$u_{2y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{g_k \cdot L^4}{E_{cm} \cdot I_{iy}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{2,5 \cdot 6^4}{33 \cdot 10^6 \cdot 2,513 \cdot 10^{-4}} = 0,005 \text{ m}$$



Celkový průhyb:

$$u_y = u_{1y} + u_{2y} = 0,011 + 0,005 = 0,016 \text{ m} = \mathbf{16 \text{ mm}}$$