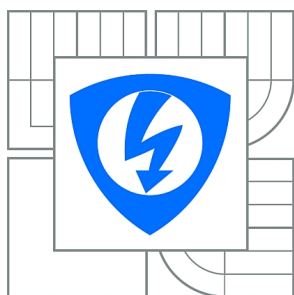


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

MODEL SOUSTAVY MOTORŮ S PRUŽNÝM ČLENEM

MODELING OF SYSTEM MOTORS WITH FLEXIBLE COMPONENT

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

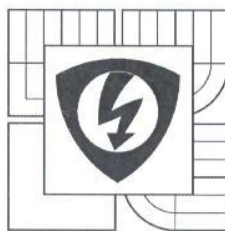
AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. ALEŠ LEBEDA

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

prof. Ing. PETR PIVOŇKA, CSc.

BRNO 2012



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Kybernetika, automatizace a měření

Student: Bc. Aleš Lebeda
Ročník: 2

ID: 109693
Akademický rok: 2011/12

NÁZEV TÉMATU:

Model soustavy motorů s pružným členem

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Cílem práce je sestavení matematického modelu soustavy elektrických pohonů s pružným členem pro účely řízení. Student se seznámí s technikou experimentální identifikace využívající principy umělé inteligence, sestaví matematický model nelineárního procesu z naměřených dat a na základě analytického rozboru, porovná přesnost modelu dosaženou jednotlivými přístupy, kvalitativně porovná přesnost identifikace dílčími nelineárními optimalizačními metodami a s ohledem na volbu struktury modelu (vícevrstvé neuronové sítě, Volterrovy série), provede simulaci modelu a pro získaný matematický model navrhne vhodný algoritmus řízení, který ověří na reálné soustavě a v prostředí MATLAB/Simulink. V práci by rovněž měla být řešena problematika interpretace lineárního modelu ze struktury dynamické nelineární neuronové sítě.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] NELLES, O. Nonlinear System Identification. Berlin: Springer, 2001. 785 pages. ISBN 3 540 67369-5
- [2] EKMAN, M. Bilinear Black-Box Identification and MPC of the Activated Sludge Process. Journal of Process Control. 2008, vol. 18. no. 7-8. p. 643-653. ISSN 0959-1524.
- [3] OGUNFUNMI, T. Adaptive Nonlinear System Identification. New York: Springer, 2007. 229 pages. ISBN 978-0-387-26328-1
- [4] ŠVANCARA, K. Adaptive Optimal Controller with Identification Based on Neural Networks. Ph.D. Thesis. Brno: Brno University of Technology, 2004.

Termín zadání: 6.2.2012

Termín odevzdání: 21.5.2012

Vedoucí práce: prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.

Konzultanti diplomové práce: Ing. Jakub Dokoupil

doc. Ing. Václav Jirsík, CSc.

předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé hlavy VIII díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.



ABSTRAKT

Tato diplomová práce je zaměřena na problematiku experimentální identifikací využívající principy umělé inteligence a tvorbou nelineárních modelů. Ukazuje způsob estimace parametrů nelineárních modelů a na základě analytického rozboru porovnává jednotlivé typy nelineárních modelů, které byly vytvořeny z naměřených dat v simulaci a z reálné soustavy motorů s pružným členem.

KLÍČOVÁ SLOVA

identifikace, nelineární nejmenší čtverce, nelineární optimalizace, gradientní metody, polynomiální modely, neuronové sítě, linearizace

ABSTRACT

This thesis deals with problem of experimental identification using principles of artificial intelligence and development of nonlinear models. It shows how to estimate parameters of nonlinear models and it compares different types of nonlinear models based on analytical analysis which were developed from measured data in simulation and real system motors with flexible component.

KEYWORDS

identification, nonlinear least square, nonlinear optimization, gradient-based algorithms, polynomial models, neural networks, linearization

LEBEDA, Aleš *Model soustavy motorů s pružným členem*: diplomová práce. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2012. 80 s. Vedoucí práce byl prof. Ing. Petr Pivoňka, CSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma „Model soustavy motorů s pružným členem“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Brno

.....

(podpis autora)

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce panu prof. Ing. Petru Pivoňkovi, CSc. a Ing. Jakubu Dokoupilovi za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci.

Brno

.....

(podpis autora)

OBSAH

1	Úvod	12
2	Teoretický základ	14
2.1	Nelineární nejmenší čtverce	14
2.2	Taylorův rozvoj	15
2.3	Regresní ARX model	16
3	Gradientní metody	18
3.1	Steepest Descent	18
3.1.1	Velikost kroku η	18
3.2	Kvazi-Newtonova metoda	21
3.3	Levenberg-Marquardt metoda	22
4	Matematické modely	23
4.1	Output Error (OE)	23
4.1.1	Estimace OE modelu	23
4.2	Neuronové sítě	25
4.2.1	Neuron	25
4.2.2	Vícevrstvá perceptronová síť	26
4.3	Polynomiální modely	27
4.3.1	Volterrovy řady	27
4.3.2	Kolmogorov-Gaborův model	29
4.3.3	Parametrický model Volterrovy řady	29
4.3.4	NDE model	30
4.4	Linearizovaný model	30
4.4.1	Linearizace v okolí pracovního bodu	30
4.4.2	Linearizace vstup-stav	31
4.4.3	Linearizace vstup-výstup	32
4.4.4	Linearizace pomocí citlivostní analýzy	33
5	Soustava motorů s pružným členem	35
5.1	Stejnoseměrný motor s cizím buzením	35
5.1.1	Matematický popis	35
5.2	Model soustavy motorů s pružným členem	37
6	Estimace parametrů na simulované soustavě	39
6.1	Simulovaná soustava	39
6.2	Simulace	40

6.3	Estimace parametrů	41
6.3.1	ARX modely	41
6.3.2	Polynomiální modely	41
6.3.3	Vícevrstvé perceptronové sítě	42
6.3.4	Způsob estimace parametrů	44
7	Estimace parametrů na reálné soustavě	53
7.1	Způsob estimace parametrů	53
7.1.1	Odezva soustavy motorů na PRBS signál	54
7.1.2	Odezva soustavy motorů na schodový signál	59
7.2	Návrh řízení na soustavu motorů	64
8	Závěr	68
	Literatura	71
	Seznam symbolů, veličin a zkratk	74
	Seznam příloh	79
A	Příloha CD-ROM	80

SEZNAM OBRÁZKŮ

2.1	Krit. fce $I(\theta)$	14
2.2	Krit. fce $I(\theta)$	14
2.3	Blokové schéma ARX modelu	16
3.1	Steepest Descent s malým krokem $\eta = 0,0001$	19
3.2	Steepest Descent s velkým krokem $\eta = 0,008$	19
3.3	Steepest Descent s optimálním krokem η	20
3.4	Porovnání rychlosti konvergence pro různé kroky η pro metodu steepest descent	21
4.1	Pozice minima kritériální funkce $I(\theta)$ pro ARX model	24
4.2	Pozice minima kritériální funkce $I(\theta)$ pro OE model	24
4.3	Porovnání modelu ARX a OE	25
4.4	Schéma neuronu [18]	25
4.5	Sigmoida	26
4.6	Hyperbolický tangent	26
4.7	Struktura vícevrstvé perceptronové sítě[1]	27
5.1	Schéma zapojení DC motoru s cizím buzením [15]	35
5.2	Mechanické schéma soustavy motorů s pružným členem [16]	37
6.1	Model soustavy motorů s pružným členem	39
6.2	Detail průběhu napětí U_a během simulace	40
6.3	Detail průběhu zatěžovacího momentu M_z během simulace	40
6.4	nn1i2n2r	42
6.5	nn1i3n2r	42
6.6	nn1i4n2r	42
6.7	nn1i2n3r	42
6.8	nn1i3n3r	42
6.9	nn1i4n3r	42
6.10	nn2i2n2n2r	43
6.11	nn2i3n2n2r	43
6.12	nn2i2n3n2r	43
6.13	nn2i3n3n2r	43
6.14	nn2i2n2n3r	43
6.15	nn2i3n2n3r	43
6.16	nn2i2n3n3r	43
6.17	nn2i3n3n3r	43
6.18	Porovnání identifikované soustavy, modelu arx4r a linearizovaného modelu arx4r pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 3115$.	48

6.19	Porovnání identifikované soustavy, modelu pvs3r3p a linearizovaného modelu pvs3r3p pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 1986$	48
6.20	Průběh parametrů linearizovaného modelu pvs3r3p v čase pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{lin} = 7207$	49
6.21	Porovnání identifikované soustavy, modelu nde3r2p a linearizovaného modelu nde3r2p pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 361$	49
6.22	Průběh parametrů linearizovaného modelu nde3r2p v čase pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{lin} = 22279$	50
6.23	Porovnání identifikované soustavy, modelu kg3r2p a linearizovaného modelu kg3r2p pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 354$	50
6.24	Porovnání identifikované soustavy, modelu nn1i4n3r a linearizovaného modelu nn1i4n3r pro Kvazi-Newtonovu metodu pro $I(\theta)_{valid} = 521$	51
6.25	Průběh parametrů linearizovaného modelu nn1i4n3r v čase pro Kvazi-Newtonovu metodu pro $I(\theta)_{lin} = 105491$	51
6.26	Porovnání identifikované soustavy, modelu nn2i2n2n3r a linearizovaného modelu nn2i2n2n3r pro Kvazi-Newtonovu metodu pro $I(\theta)_{valid} = 628$	52
6.27	Průběh parametrů linearizovaného modelu nn2i2n2n3r v čase pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{lin} = 17053$	52
7.1	Fotografie soustavy motorů spojené pružným členem	53
7.2	PRBS použitý jako vstupní signál	54
7.3	Porovnání identifikované soustavy, modelu arx4r a linearizovaného modelu arx4r pro $I(\theta)_{valid} = 0,2555$	56
7.4	Porovnání identifikované soustavy, modelu pvs3r3p a linearizovaného modelu pvs3r3p pro $I(\theta)_{valid} = 0,1615$	56
7.5	Porovnání identifikované soustavy, modelu nde3r2p a linearizovaného modelu nde3r2p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0784$	57
7.6	Porovnání identifikované soustavy, modelu kg3r2p a linearizovaného modelu kg3r2p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0351$	57
7.7	Porovnání identifikované soustavy, modelu nn1i4n3r a linearizovaného modelu nn1i4n3r pro $I(\theta)_{valid} = 0,0319$	58
7.8	Porovnání identifikované soustavy, modelu nn2i2n3n3r a linearizovaného modelu nn2i2n3n3r pro $I(\theta)_{valid} = 0,0325$	58
7.9	Schodový vstupní signál	59
7.10	Porovnání identifikované soustavy, modelu arx4r a linearizovaného modelu arx4r pro $I(\theta)_{valid} = 0,4731$	61
7.11	Porovnání identifikované soustavy, modelu pvs3r3p a linearizovaného modelu pvs3r3p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0936$	61

7.12	Porovnání identifikované soustavy, modelu nde2r3p a linearizovaného modelu nde2r3p pro $I(\theta)_{valid} = 0,1491$	62
7.13	Porovnání identifikované soustavy, modelu kg3r2p a linearizovaného modelu kg3r2p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0894$	62
7.14	Porovnání identifikované soustavy, modelu nn1i3n2r a linearizovaného modelu nn1i3n2r pro $I(\theta)_{valid} = 0,1255$	63
7.15	Porovnání identifikované soustavy, modelu nn2i2n2n3r a linearizovaného modelu nn2i2n2n3r pro $I(\theta)_{valid} = 0,0843$	63
7.16	Schéma regulačního obvodu	64
7.17	Schéma regulátoru	64
7.18	Průběh regulace s parametry modelu nn1i4n3r	66
7.19	Průběh regulace s parametry modelu arx3r	67
7.20	Průběh regulace s parametry modelu nn1i3n3r	67

SEZNAM TABULEK

6.1	Výsledek estimace parametrů pro metodu steepest descent	45
6.2	Výsledek estimace parametrů pro Kvazi-Newtonovu metodu	46
6.3	Výsledek estimace parametrů pro metodu Levenberg-Marquardt	47
7.1	Výsledek estimace parametrů soustavy motorů metodou Levenberg-Marquardt	55
7.2	Výsledek estimace parametrů soustavy motorů metodou Levenberg-Marquardt	60
7.3	Výsledek estimace parametrů soustavy motorů s pružným členem metodou Levenberg-Marquardt	66

1 ÚVOD

Základem optimálního řízení je co možná největší znalost vlastností řízeného systému. Abychom navrhli optimální řízení, je potřeba mít přístup k systému, který budeme řídit, nebo jeho model, který se chová přesně jako daný systém. První možnost je v některých případech velice drahá, protože bychom museli například vysadit turbínu z chodu, což by mělo za následek velký výpadek zdrojů pro majitele. Z tohoto důvodu se ve velké míře používají různé matematické modely, na kterých se zkoušejí řídicí algoritmy, a až poté se nasadí na reálný systém.

Jsou různé způsoby tvorby těchto matematických modelů. Jedním způsobem je vytvořit matematický model využitím fyzikálních a konstrukčních principů daného systému. Tento matematický model se skládá z diferenciálních (integrálních) rovnic. Výhodou těchto matematických modelů je postihnutí nelinearit a složitých dynamik reálného systému, ale tvorba těchto matematických modelů je velmi náročná na znalosti, čas, přesnost a zkušenosti.

Další možností je tvorba matematického modelu pomocí experimentální identifikace, tj. reálný systém je jakoby černá skříňka, a my na základě měřených signálů přicházejících a vycházejících z ní vytvoříme matematický model, který se bude chovat jako tato černá skříňka. Základem pro úspěch této realizace matematického modelu je mít dostatek vhodných dat a zvolení vhodné struktury matematického modelu.

Tato diplomová práce se zabývá estimací parametrů nelineárních matematických modelů pomocí experimentální identifikace. V první části (2) jsou popsány základní teoretické poznatky, které jsou důležité pro pochopení dalších částí této diplomové práce. V další části (3) jsou ukázány a detailněji popsány tři gradientní metody, které je možno použít jak pro lineární, tak i nelineární estimaci parametrů modelu. Těmito metodami jsou steepest descent, Kvazi-Newtonova a Levenberg-Marquardt. Dále je zde popsán vliv velikosti kroku těchto metod na úspěšnost a rychlost estimace hledaných parametrů.

Následující část (4) se zabývá různými druhy nelineárních matematických modelů. Jako první je zmíněn matematický model Output Error. Dalším matematickým modelem je neuronová síť, a to vícevrstvá perceptronová síť, která bude srovnána s matematickými modely založenými na Volterrových řadách, jenž jsou zde popsány jako poslední, a lineárními ARX modely. V závěru této části jsou popsány různé druhy linearizace nelineárních matematických modelů a použitý způsob linearizace výše zmíněných nelineárních matematických modelů.

Pro srovnání různých matematických modelů bude použit model dvou stejnosměrných motorů s cizím buzením spojených pružným členem, kdy jeden z motorů působí jako dynamická brzda. Tento systém je nejdříve vytvořen jako fyzikální ma-

tematický model v programu MATLAB a jeho nadstavbě Simulink, kdy odvození diferenciálních rovnic je v další části této práce (5).

Praktická část je rozdělena na dvě části. První část (6) popisuje porovnávání různých matematických modelů na simulované soustavě v programu MATLAB a jeho nadstavbě Simulink. Druhá část (7) se zabývá porovnáváním různých matematických modelů na reálné soustavě v laboratoři. [1, 2, 28]

2 TEORETICKÝ ZÁKLAD

Abychom našli optimální parametry, musíme nejdříve nějakým způsobem definovat za jakých podmínek budou nalezené parametry optimální. Toto můžeme udělat pomocí kritériální funkce $I(\theta)$. Hodnota kritériální funkce je závislá na hledaných parametrech a naším cílem bude nalézt globální extrém této funkce. Pokud bychom hledali např. velikost shody, tak bychom hledali maximum této funkce, ale v této diplomové práci budeme hledat velikost chyby predikce, a tedy minimum této funkce. Z tohoto důvodu hledáme vektor parametrů $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]$, pro který kritériální funkce $I(\theta)$ nabývá nejmenší hodnoty (2.1). [1, 5, 9]

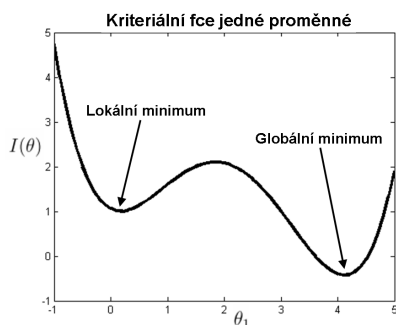
$$\theta = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} I(\theta) \quad (2.1)$$

2.1 Nelineární nejmenší čtverce

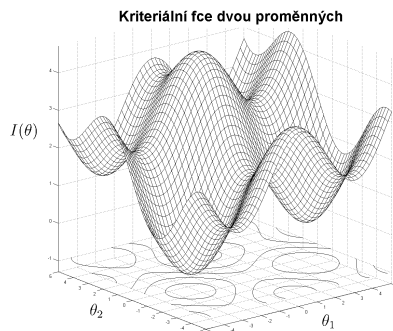
V této diplomové práci bude použita kvadratická kritériální funkce založená na velikosti chyby predikce

$$I(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i, \theta))^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e^2(i, \theta), \quad (2.2)$$

kde $\mathbf{y} = [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T$ je vektor naměřených hodnot, $\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}(1, \theta), \hat{y}(2, \theta), \dots, \hat{y}(N, \theta)]^T$ je vektor predikovaných hodnot a $\mathbf{e} = [e(1, \theta), e(2, \theta), \dots, e(N, \theta)]^T$ je vektor chyb. Pro estimaci parametrů modelu bude využito gradientních metod, a je tedy velice důležité, aby existovala první derivace kritériální funkce $I(\theta)$. Pokud se bude jednat o lineární problém, kritériální funkce $I(\theta)$ bude mít pouze jeden extrém, kterým bude v případě kvadratické kritériální funkce založené na velikosti chyby predikce globální minimum. Tato práce se ale zabývá nelineárními modely, a proto kritériální funkce může obsahovat více extrémů, nebo-li několik lokálních minim. Na obr. (2.1) a (2.2) jsou příklady funkcí, které obsahují lokální minimum.



Obr. 2.1: Krit. fce $I(\theta)$



Obr. 2.2: Krit. fce $I(\theta)$

Funkce na obr. (2.1) je definována jako

$$I(\theta) = 1,06 - 0,63\theta_1 + 2\theta_1 - 0,94\theta_1 + 0,12\theta_1 \quad (2.3)$$

a funkce na obr. (2.2) je definována jako

$$I(\theta) = \cos(\theta_1) + \sin(\theta_2) + e^{0,1\theta_1} + e^{0,2\theta_2}. \quad (2.4)$$

Pro j -tý člen gradientu kritériální funkce platí

$$g_j = \frac{\partial I(\theta)}{\partial \theta_j} = \sum_{i=1}^N e(i) \frac{\partial e(i)}{\partial \theta_j} \quad (2.5)$$

a Jacobiho matice kritériální funkce se vypočítá jako

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial e(1)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial e(1)}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial e(N)}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial e(N)}{\partial \theta_n} \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Poté můžeme psát, že pro výpočet gradientu kritériální funkce platí vztah

$$\mathbf{g} = \mathbf{J}^T \mathbf{e}. \quad (2.7)$$

Hessova matice kritériální funkce se vypočítá jako

$$\mathbf{H}_{lj} = \frac{\partial^2 I(\theta)}{\partial \theta_l \partial \theta_j} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial e(i)}{\partial \theta_l} \frac{\partial e(i)}{\partial \theta_j} + e(i) \frac{\partial^2 e(i)}{\partial \theta_l \partial \theta_j} \right). \quad (2.8)$$

První člen v sumě je kvadrát Jacobiho matic a druhá část je matice druhých derivací, a tedy můžeme psát, že Hessova matice kritériální funkce je

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \mathbf{P}, \quad (2.9)$$

kde $\mathbf{P}$ je matice druhých derivací.

Jako aproximaci Hessovy matice můžeme použít vztah $\mathbf{H} \approx \mathbf{J}^T \mathbf{J}$ za předpokladu, že matice druhých derivací je přibližně rovna nule $\mathbf{P} \approx 0$. Tato podmínka platí pouze pro malá $e(i)$ v rovnici (2.8). Díky této úpravě můžeme vypočítat Hessovu matice pouze pomocí první derivace. Tohoto využívá Gauss-Newtonova metoda. [1, 10, 11]

2.2 Taylorův rozvoj

Pro nalezení směru, který minimalizuje kritériální funkci $I(\theta)$, aproximujeme kritériální funkci pomocí Taylorova rozvoje

$$I(\theta) \approx I(\theta_{k-1}) + \frac{1}{1!} \sum_{j=1}^n \frac{\partial I(\theta)}{\partial \theta_j} \tilde{\theta}_j + \frac{1}{2!} \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n \frac{\partial^2 I(\theta)}{\partial \theta_l \partial \theta_j} \tilde{\theta}_l \tilde{\theta}_j + \dots, \quad (2.10)$$

kde θ_{k-1} je vektor θ , pro který kritériální funkce nabývá minima a $\tilde{\theta} = \theta - \theta_{k-1}$.

Vezmeme-li v úvahu pouze první nekonstantní člen Taylorova rozvoje (2.11), můžeme definovat vzorec pro metody prvního řádu, kde směrem pro výpočet nových parametrů je záporně vzatý gradient. Tento vzorec se používá pro optimalizační metody prvního řádu jako je například metoda steepest descent (3.1).

$$I(\theta) \approx I(\theta_{k-1}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial I(\theta)}{\partial \theta_j} \tilde{\theta}_j = I(\theta_{k-1}) + \mathbf{g}_k^T \tilde{\theta} \quad (2.11)$$

Vezmeme-li v úvahu první a také druhý nekonstantní člen Taylorova rozvoje (2.12), můžeme odvodit vzorec pro metody druhého řádu, který využívá Newtonova metoda a všechny metody z ní odvozené, které aproximují Hessovu matici kritériální funkce (např. metody Kvazi-Newtonova (3.2) nebo Levenberg-Marquardt (3.3)).

$$I(\theta) \approx I(\theta_{k-1}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial I(\theta)}{\partial \theta_j} \tilde{\theta}_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n \frac{\partial^2 I(\theta)}{\partial \theta_l \partial \theta_j} \tilde{\theta}_l \tilde{\theta}_j = I(\theta_{k-1}) + \mathbf{g}_k^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \mathbf{H} \tilde{\theta} \quad (2.12)$$

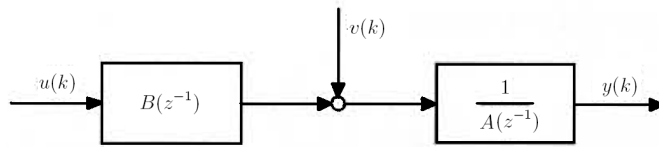
Pokud položíme derivaci kritériální funkce rovnu nule, dostaneme vztah pro výpočet další iterace θ_k

$$\left(\frac{\partial I(\theta)}{\partial \theta} \right)^T = \mathbf{H} \tilde{\theta} + \mathbf{g}_k = 0 \quad \longrightarrow \quad \theta_k = \theta_{k-1} - \mathbf{H}^{-1} \mathbf{g}_k. \quad (2.13)$$

Existence řešení je pouze za podmínky, že Hessova matice je regulární. [2, 5, 8]

2.3 Regresní ARX model

ARX (Auto-Regressive with eXogenous input) model je nejpoužívanější lineární dynamický model. Blokové schéma modelu je na obr. (2.3).



Obr. 2.3: Blokové schéma ARX modelu

Struktura modelu je

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) + \frac{1}{A(z^{-1})} v(k), \quad (2.14)$$

kde $B(z^{-1}) = [b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{nb} z^{-nb}]$ je polynom čitatele, $A(z^{-1}) = [1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}]$ je polynom jmenovatele, $y(k)$ je výstup ze soustavy, $u(k)$ je vstup do soustavy a $v(k)$ je bílý šum. Blokové schéma modelu je na obr. (2.3).

Výpočet predikce modelu pak je

$$\hat{y}(k) = B(z^{-1})u(k) - A_1(z^{-1})y(k), \quad (2.15)$$

kde $\hat{y}(k)$ je predikce modelu a $A_1(z^{-1}) = [a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{na} z^{-na}]$. [1, 2, 17]

3 GRADIENTNÍ METODY

Gradientní metody jsou jedny z nejpoužívanějších numerických metod pro optimalizaci. Pro jejich použití musíme znát gradient kriteriální funkce $\mathbf{g} = \partial I(\theta)/\partial \theta$, kde $I(\theta)$ je kriteriální funkce a θ je vektor hledaných parametrů. Gradient kriteriální funkce můžeme určit analyticky nebo použitím numerické derivace, kdy derivaci nahradíme diferencí. Aby se v každém kroku minimalizovala hodnota kriteriální funkce $I(\theta_k) < I(\theta_{k-1})$, volí se jako směr záporná hodnota gradientu vynásobená směrovou maticí $\mathbf{S}_{k-1}$, která musí být pozitivně definitní, a krokem η_{k-1} , který udává o kolik se má v daném směru postoupit. Rovnice (3.1) je základní rovnice pro gradientní metody, které se liší pouze směrovou maticí $\mathbf{S}_{k-1}$.

$$\theta_k = \theta_{k-1} - \eta_{k-1} \mathbf{S}_{k-1} \mathbf{g}_{k-1} \quad (3.1)$$

3.1 Steepest Descent

Pokud zvolíme směrovou matici $\mathbf{S}_{k-1}$ jako nejjednodušší volbu, tj. jednotkovou matici $\mathbf{S}_{k-1} = \mathbf{I}$, dostaneme metodu steepest descent (2.2).

$$\theta_k = \theta_{k-1} - \eta_{k-1} \mathbf{g}_{k-1}. \quad (3.2)$$

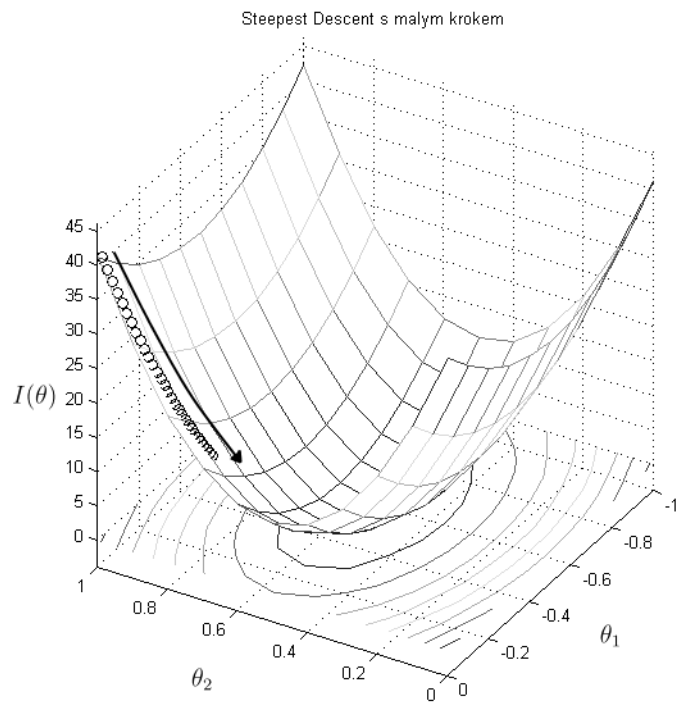
Konvergence této metody k minimu kriteriální funkce je dosaženo použitím směru hledání pomocí záporné hodnot gradientu kriteriální funkce. U metody steepest descent je velmi důležitá volba velikosti kroku η .

3.1.1 Velikost kroku η

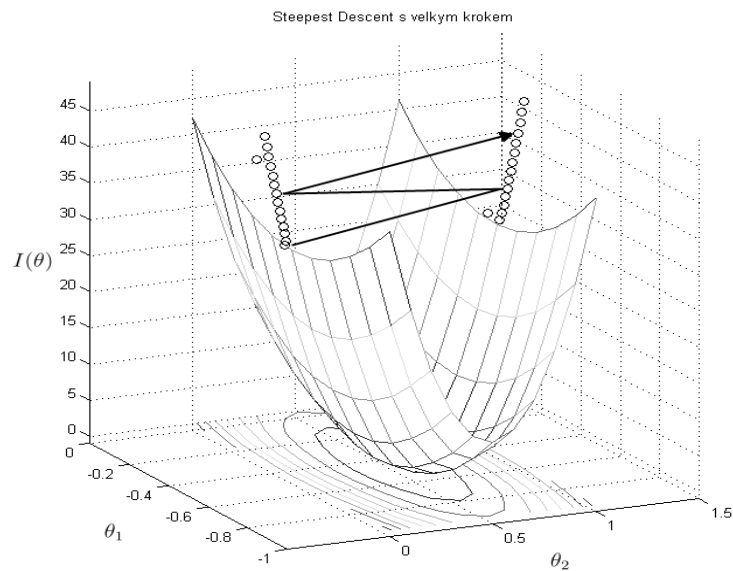
Jsou dva způsoby jak zvolit velikost kroku η a to:

- konstantní krok η
- proměnný krok η

Při použití konstantního kroku se zrychlí a zjednoduší výpočet hledaných parametrů, ale tato metoda může velmi pomalu konvergovat k minimu kriteriální funkce (obr. 3.1) nebo může i divergovat (obr. 3.2). Na obr. (3.1) a (3.2) je zobrazena plocha kriteriální funkce $I(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i))^2$, kde $\mathbf{y}$ je výstup ze soustavy a $\hat{\mathbf{y}}$ je predikce ARX modelu prvního řádu. Dále je černými kolečky v grafu vyznačena velikost kriteriální funkce pro nalezený vektor θ v jednotlivé iteraci a šipkou je vyznačen směr iterace. Identifikovaná soustava je prvního řádu a její diskretní přenos je $F(z^{-1}) = \frac{0.5z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$ pro vzorkovací periodu $T_{vz} = 0,2s$.



Obr. 3.1: Steepest Descent s malým krokem $\eta = 0,0001$



Obr. 3.2: Steepest Descent s velkým krokem $\eta = 0,008$

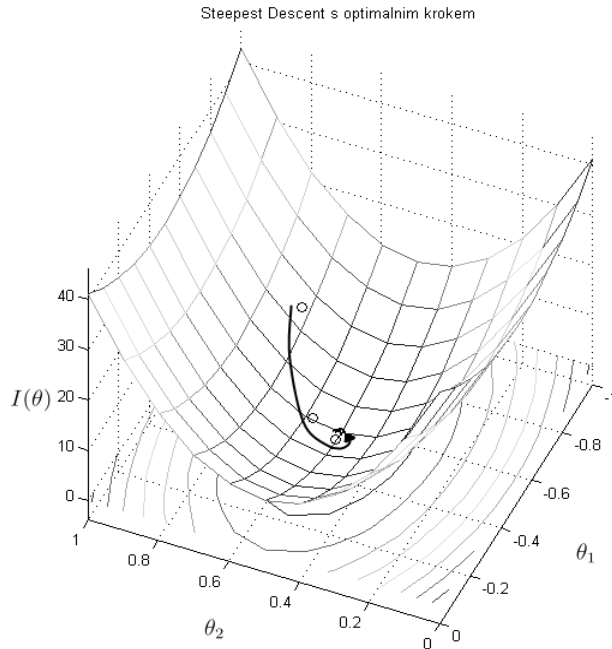
Z obr. (3.1) a (3.2) můžeme pozorovat, že volba konstantního kroku pro metodu steepest descent je rozhodující pro zajištění konvergence algoritmu k minimu kritériální funkce. Nalezení vhodného konstantního kroku může být problém, protože

pro různé případy je vhodný jiný krok η . Proto je výhodnější použít proměnný krok η .

Při použití proměnného kroku narůstají požadavky na výpočetní výkon, protože v každé iteraci je potřeba vypočítat velikost kroku η . Na obr. (3.3) je zobrazena plocha kritériální funkce $I(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i))^2$, kde y je výstup ze soustavy a $\hat{y}$ je predikce ARX modelu prvního řádu. Dále je černými kolečky v grafu vyznačena velikost kritériální funkce pro nalezený vektor θ v jednotlivé iteraci a šipkou je vyznačen směr iterace. Identifikovaná soustava je stejná jako u konstantního kroku. Pro výpočet optimálního kroku je použit vzorec (3.3) převzatý z [5], který v každém kroku minimalizuje velikost kritériální funkce $I(\theta)$ na co nejmenší hodnotu pro daný směr, ale toto platí pouze pro lineární model. Při použití nelineárního modelu je třeba využít jiný způsob výpočtu (např. Nelder-Mead metody, která je použita ve funkci `fminsearch` v programu MATLAB nebo metody Regula falsi, pokud jsme schopni odvodit první derivaci kritériální funkce vzhledem ke kroku $\mathbf{g}_\eta = \frac{\partial I(\theta_k)}{\partial \eta} = \frac{I(\theta_{k-1} - \eta \mathbf{g}_{k-1})}{\partial \eta}$).

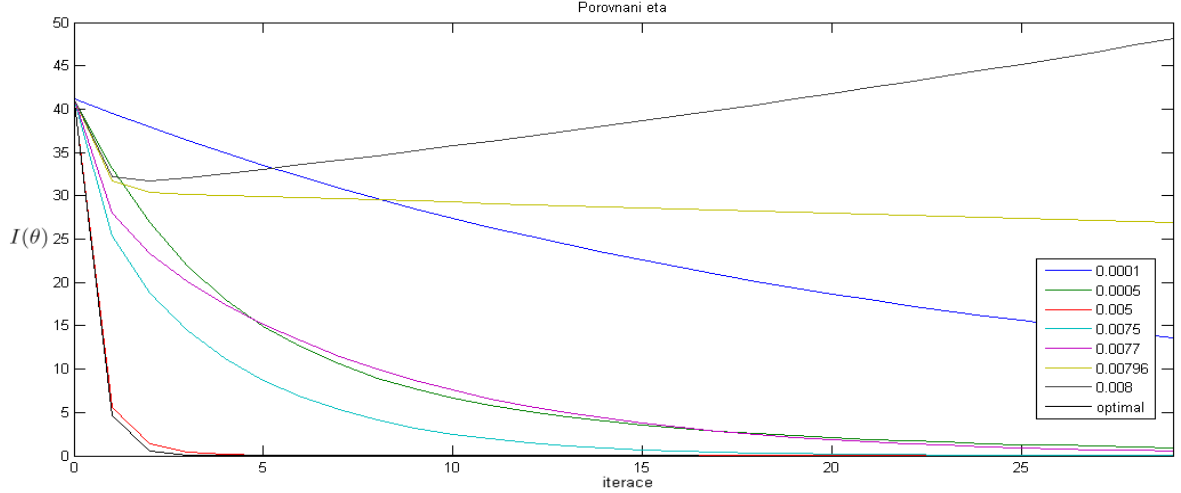
$$\eta_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_k^T \mathbf{H} \mathbf{g}_k}, \quad (3.3)$$

kde $\mathbf{H}$ je Hessova matice kritériální funkce $\mathbf{H} = \partial^2 I(\theta) / \partial \theta^2$.



Obr. 3.3: Steepest Descent s optimálním krokem η

Na obrázku (3.4) je porovnání rychlosti konvergence metody steepest descent pro různou velikost kroku η . Soustava je stejná jako v předchozím případě. Na ose x je číslo iterace a na ose y je hodnota kriteriální funkce $I(\theta)$. [1, 2, 5]



Obr. 3.4: Porovnání rychlosti konvergence pro různé kroky η pro metodu steepest descent

3.2 Kvazi-Newtonova metoda

Newtonova metoda má jako směrovou matici inverzi Hessovy matice kriteriální funkce $\mathbf{S}_{k-1} = \mathbf{H}_{k-1}^{-1}$ a tedy

$$\theta_k = \theta_{k-1} - \eta_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^{-1} \mathbf{g}_{k-1}. \quad (3.4)$$

Nevýhodou této metody je potřeba znalosti inverze Hessovy matice $\mathbf{H}_k^{-1}$. Analytické řešení bývá velmi složité a výpočet pomocí difference je výpočetně velmi náročný a nepraktický pro střední (cca 100 parametrů [1]) a velké problémy. Tento problém dokáže odstranit Kvazi-Newtonova metoda, která vypočítává inverzi aproximace Hessovy matice z informací získaných během iteračního procesu. Výhodou této metody je také, že nepotřebuje počítat žádnou inverzi matic, ale výpočtem obdržíme rovnou inverzní matici $\mathbf{H}_k^{-1}$. Nejpoužívanějším způsobem pro výpočet Hessovy matice u Kvazi-Newtonovy metody je Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) metoda. Vzorec (3.5) je převzat z [1].

$$\mathbf{H}_k^{-1} = \left(\mathbf{I} - \frac{\Delta \theta_{k-1} \Delta \mathbf{g}_{k-1}^T}{\Delta \theta_{k-1}^T \Delta \mathbf{g}_{k-1}} \right) \mathbf{H}_{k-1}^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{\Delta \theta_{k-1} \Delta \mathbf{g}_{k-1}^T}{\Delta \theta_{k-1}^T \Delta \mathbf{g}_{k-1}} \right)^T + \frac{\Delta \theta_{k-1} \Delta \theta_{k-1}^T}{\Delta \theta_{k-1}^T \Delta \mathbf{g}_{k-1}}, \quad (3.5)$$

kde $\mathbf{I}$ je jednotková matice, $\Delta\theta_{k-1} = \theta_k - \theta_{k-1}$ a $\Delta\mathbf{g}_{k-1} = \mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1}$. Při inicializaci se Hessova matice obvykle volí jako jednotková matice $\mathbf{H}_0 = \mathbf{I}$.

Při použití Kvazi-Newtonovy metody je také důležitá velikost kroku η . Pro velikost kroku η platí stejné podmínky jako pro velikost kroku η u metody steepest descent v kapitole (3.1.1). [1, 2, 5, 7]

3.3 Levenberg-Marquardt metoda

Pokud použijeme kvadratickou kritériální funkci např. $I(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i))^2$, kde $\mathbf{y}$ je výstup ze soustavy a $\hat{\mathbf{y}}$ je predikce ARX modelu, můžeme Hessovu matici vypočítat jako $\mathbf{H} \approx \mathbf{J}^T \mathbf{J}$, kde $\mathbf{J}$ je Jacobiho matice. Detailnější popis je v kapitole (2.1).

Z tohoto předpokladu vychází Gauss-Newtonova metoda. Problém Gauss-Newtonovy metody nastává v případě, že $\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J}$ je singulární matice. Tento problém řeší Levenberg-Marquardt metoda, která regularizuje tuto matici volbou diagonální matice $\alpha \mathbf{I}$, kde α je číslo větší než nula a $\mathbf{I}$ je jednotková matice tak, aby byla pozitivně definitní. Tím dostaneme novou matici $\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \alpha \mathbf{I}$. Rovnice pro výpočet nových parametrů metodou Levenberg-Marquardt tedy je

$$\theta_k = \theta_{k-1} - \eta_{k-1} \left(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \alpha \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{g}_{k-1}. \quad (3.6)$$

Pro malý koeficient α se metoda blíží Gauss-Newtonově metodě a tohoto by mělo být využito pro hodnoty blízké optimu kritériální funkce, protože dosahuje lepších výsledků než metoda steepest descent. Naopak pro koeficient α blížící se nekonečnu se metoda blíží metodě steepest descent a tohoto by mělo být využito pro hodnoty vzdálené od optima kritériální funkce, protože zde by mohla Gauss-Newtonova metoda divergovat. [1, 2, 5]

4 MATEMATICKÉ MODEL Y

4.1 Output Error (OE)

Všechny předchozí simulace probíhaly za ideálních podmínek bez toho, aniž by byl výstup ze soustavy zatížen šumem. V reálném světě ale takovéto podmínky neexistují a výstup je vždy zatížen nějakým šumem. Při použití jednokrokové predikce, model ARX dosahuje dobrých výsledků, ale při použití vícekové predikce může model ARX selhat, a stát se tak nepoužitelným. Z tohoto důvodu je třeba zvolit jiný typ modelu. Jedním takovým modelem je model OE, jehož struktura je

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(k) + v(k), \quad (4.1)$$

kde $B(z^{-1}) = [b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots]$ je polynom čitatele, $A(z^{-1}) = [1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots]$ je polynom jmenovatele, $y(k)$ je výstup ze soustavy, $u(k)$ je vstup do soustavy a $v(k)$ je bílý šum.

Výpočet predikce modelu pak je

$$\hat{y}(k) = B(z^{-1})u(k) - A_1(z^{-1})\hat{y}(k), \quad (4.2)$$

kde $A_1(z^{-1}) = [a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots]$.

Z rovnice (4.2) lze vidět, že predikce modelu OE závisí na predikcích v minulých krocích. Z tohoto důvodu je model OE nelineární.

Pro výpočet první derivace modelu OE lze použít vzorce (4.3) a (4.4). Tyto vzorce jsou převzaty z [1].

$$\frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial b_i} = \frac{1}{A(z^{-1})}u(k-i) \quad (4.3)$$

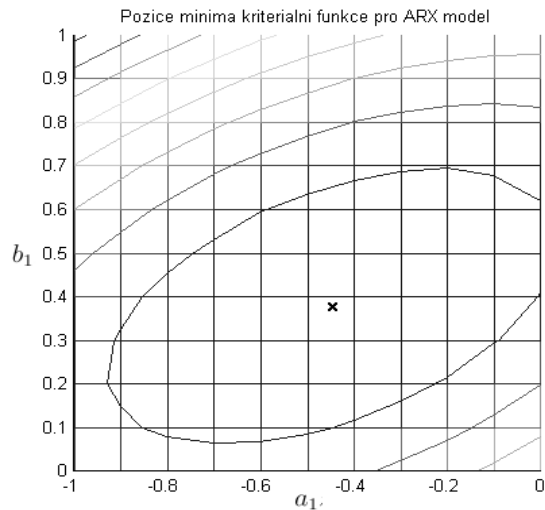
$$\frac{\partial \hat{y}(k)}{\partial a_i} = -\frac{1}{A(z^{-1})}\hat{y}(k-i) \quad (4.4)$$

Pro počáteční odhad parametrů je vhodné použít například parametry získané z modelu ARX.

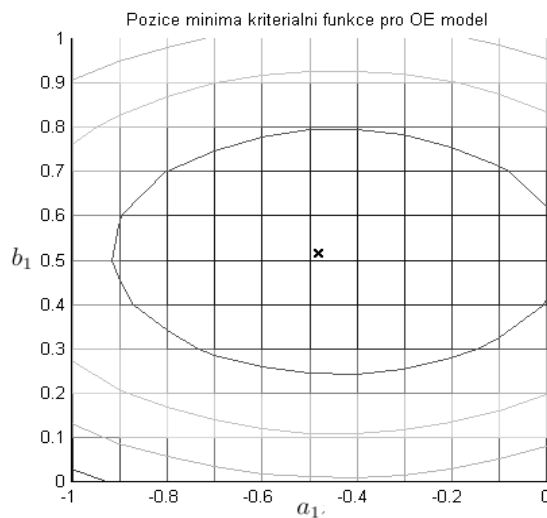
4.1.1 Estimace OE modelu

Estimace OE modelu byla provedena na soustavě prvního řádu a diskretním přenosem $F(z^{-1}) = \frac{0,5z^{-1}}{1-0,5z^{-1}}$ se vzorkovací periodou $T_{vz} = 0,2s$. Výstup ze soustavy byl zatížen bílým šumem generovaným v Simulinku s výkonovou spektrální hustotou $PSD = 0,1 \text{ rad/s}$. Na obrázku (4.1) je zobrazena pozice minima kritériální funkce pro ARX model. Minima je dosaženo pro parametry $b_1 = 0.3772$ a $a_1 = -0.4464$.

Na obrázku (4.2) je zobrazena pozice minima kritériální funkce pro OE model, který měl počáteční parametry nastaveny na nalezené parametry pro model ARX. Minima je dosaženo pro parametry $b_1 = 0.5145$ a $a_1 = -0.4789$.

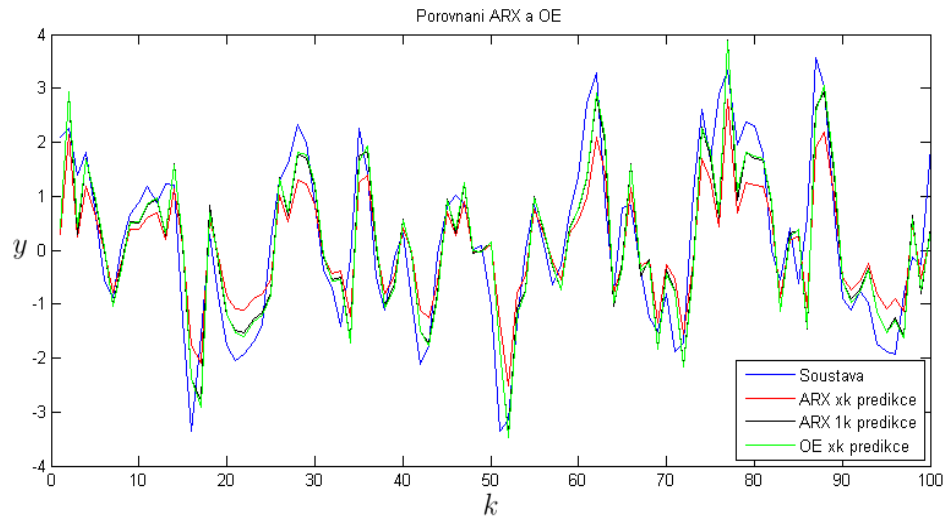


Obr. 4.1: Pozice minima kritériální funkce $I(\theta)$ pro ARX model



Obr. 4.2: Pozice minima kritériální funkce $I(\theta)$ pro OE model

Nakonec byl porovnán přechodný děj identifikované soustavy s jednokrokovou predikcí modelu ARX, vícekrokovou predikcí modelu ARX a vícekrokovou predikcí modelu OE (4.3). [1, 2]



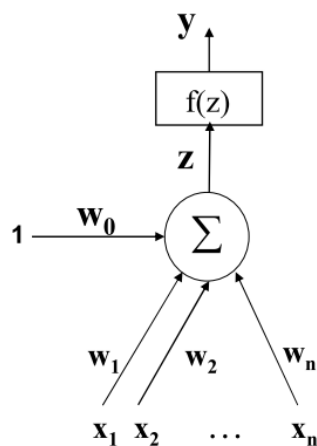
Obr. 4.3: Porovnání modelu ARX a OE

4.2 Neuronové sítě

Jedním z hlavních druhů nelineárních modelů v této práci jsou neuronové sítě. Tato práce se zabývá pouze jednou strukturou neuronové sítě a to vícevrstvou perceptronovou sítí.

4.2.1 Neuron

Základním stavebním prvkem této sítě je neuron, který je na obr. (4.4), kde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ jsou vstupy neuronu, $\mathbf{w} = [w_0, w_1, w_2, \dots, w_n]$ jsou synaptické váhy neuronu, z je vnitřní potenciál neuronu, $f(z)$ je přenosová funkce neuronu a y je výstup neuronu.



Obr. 4.4: Schéma neuronu [18]

Každému vstupu do neuronu je přiřazena váha, která charakterizuje jakou měrou se bude daný vstup podílet na výstupní hodnotě. Všechny váhované vstupy jsou potom sečteny a vytváří vnitřní potenciál neuronu

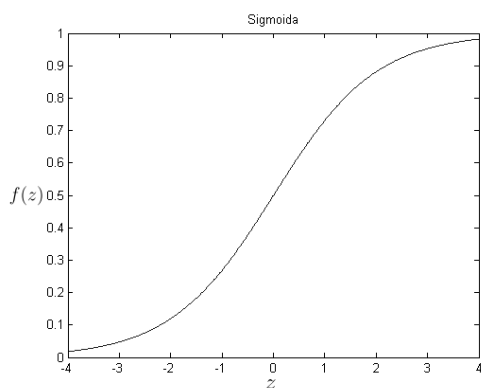
$$z = w_0 + \sum_{i=1}^n x_i w_i. \quad (4.5)$$

Vnitřní potenciál neuronu je poté přiveden do aktivační funkce, která může být lineární nebo nelineární. Nejčastěji používané nelineární aktivační funkce jsou sigmoida (obr. 4.5)

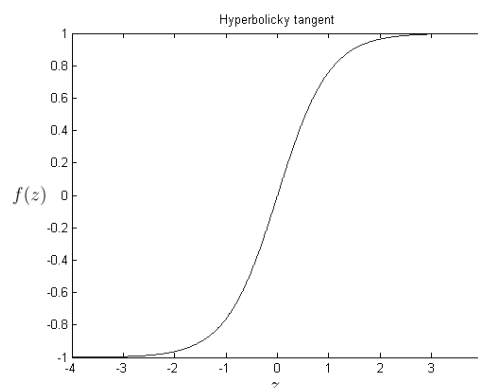
$$f(z) = \text{logistic}(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \quad (4.6)$$

nebo hyperbolický tangent (obr. 4.6)

$$f(z) = \tanh(z) = \frac{1 - e^{-2z}}{1 + e^{-2z}} = 2\text{logistic}(2z) - 1. \quad (4.7)$$



Obr. 4.5: Sigmoida



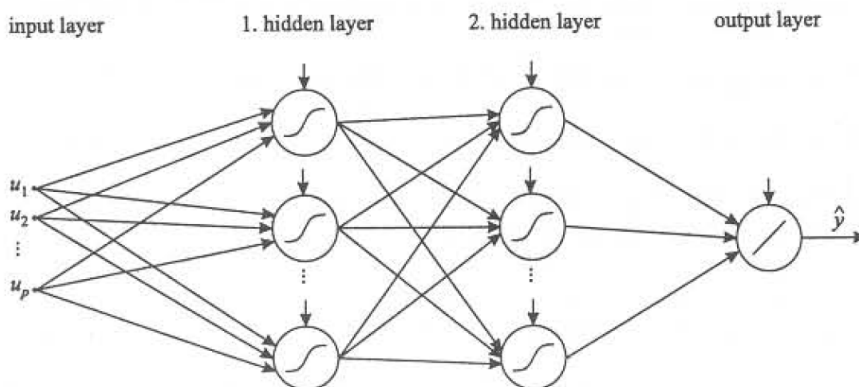
Obr. 4.6: Hyperbolický tangent

4.2.2 Vícevrstvá perceptronová síť

Vícevrstvá perceptronová síť vznikne propojením více neuronů. Vícevrstvou perceptronovou síť můžeme rozdělit na tři hlavní vrstvy, a to vstupní vrstvu, skrytou vrstvu a výstupní vrstvu (4.7). Vstupní vrstva neobsahuje žádné neurony a v této práci bude obsahovat hodnoty zpožděných vstupů a výstupů ze soustavy dvou motorů. Neuronová síť může obsahovat více skrytých vrstev. V této práci bude použita síť s jednou a dvěma skrytými vrstvami. Každá skrytá vrstva může obsahovat libovolný počet neuronů. Výstupní vrstva obsahuje tolik neuronů, kolik je výstupních veličin. Neurony ve výstupní vrstvě většinou mají lineární aktivační funkci. Ve vícevrstvé perceptronové síti je každý neuron propojen přes váhy se všemi výstupy neuronů v předešlé vrstvě a není spojen s žádným neuronem ve stejné vrstvě nebo

ve vrstvě následující. Rovnice (4.8) je příkladem predikce vícevrstvé neuronové sítě, která obsahuje dva neurony ve skryté vrstvě a vstupem do ní jsou hodnoty zpožděných vstupů a výstupů o jeden a dva kroky. [1, 2, 10, 18, 19]

$$\begin{aligned} \hat{y}(k) = & \theta_{11} \tanh(\theta_1 + \theta_2 u(k-1) + \theta_3 u(k-2) - \theta_4 y(k-1) - \theta_5 y(k-2)) \\ & + \theta_{12} \tanh(\theta_6 + \theta_7 u(k-1) + \theta_8 u(k-2) - \theta_9 y(k-1) - \theta_{10} y(k-2)) \end{aligned} \quad (4.8)$$



Obr. 4.7: Struktura vícevrstvé perceptronové sítě[1]

4.3 Polynomiální modely

V této části budou popsány různé polynomiální modely. Polynomiální modely se v praxi používají často, i když mají některé nevhodné vlastnosti. První vlastností je, že i pro nízký stupeň polynomu a řád systému vedou na velký počet neznámých parametrů. Další problém je interpolace a extrapolace, kdy při vyšších stupních polynomů vykazují kmitavé chování a při extrapolaci jde zesílení do nekonečna a stávají se nestabilními.

4.3.1 Volterrovy řady

Lineární diskretní systém bez paměti můžeme zapsat ve tvaru

$$y(k) = h \cdot u(k), \quad (4.9)$$

kde $y(k)$ je výstup systému v kroku k , h je zesílení a $u(k)$ je vstup do systému v kroku k . Lineární diskretní systém s pamětí můžeme zapsat jako konvoluci v diskretní oblasti

$$y(k) = \sum_{i=0}^n h(\tau_i) \cdot u(k - \tau_i), \quad (4.10)$$

kde $y(k)$ je výstup systému v kroku k , $h(\tau_i)$ je impulsová odezva v kroku τ_i a $u(n - \tau_i)$ je vstupní signál v kroku $k - \tau_i$.

Nelineární systém bez paměti můžeme zapsat pomocí Taylorovy řady

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i [u(k)]^i, \quad (4.11)$$

kde $y(k)$ je výstup systému, $u(k)$ je vstup systému a a_i je koeficient Taylorovy řady.

Pokud zkombinujeme přístupy z rovnic (4.10) a (4.11), dostaneme popis Volterrových řad pro nelineární systém s pamětí

$$y(k) = \sum_n \mathbf{H}_n [u(k)], \quad (4.12)$$

kde $y(k)$ je výstup systému, $u(k)$ je vstup systému a $\mathbf{H}_n$ je Volterrův operátor n -tého řádu. Pro Volterrův operátor $\mathbf{H}_n$ platí

$$\mathbf{H}_n [u(k)] = \sum_{i_1=1}^m \dots \sum_{i_n=0}^m h_n(i_1, \dots, i_n) \cdot u(k - i_1) \cdot \dots \cdot u(k - i_n), \quad (4.13)$$

kde m je řád modelu (počet zpožděných vstupů) a h_n je Volterrovo jádro n -tého řádu.

Volterrova řada pro model 2. řádu se stupněm polynomu 2 tedy je

$$y(k) = \mathbf{H}_0 [u(k)] + \mathbf{H}_1 [u(k)] + \mathbf{H}_2 [u(k)], \quad (4.14)$$

kde $\mathbf{H}_0 [u(k)] = \theta_1$, $\mathbf{H}_1 [u(k)] = \sum_{i=1}^2 h_1(i)u(k - i) = \theta_2 u(k - 1) + \theta_3 u(k - 2)$ a $\mathbf{H}_2 [u(k)] = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 h_2(i, j)u(k - i)u(k - j) = \theta_4 u^2(k - 1) + \theta_5 u^2(k - 2) + \theta_6 u(k - 1)u(k - 2)$ a tedy výstup systému je

$$y(k) = \theta_1 + \theta_2 u(k - 1) + \theta_3 u(k - 2) + \theta_4 u^2(k - 1) + \theta_5 u^2(k - 2) + \theta_6 u(k - 1)u(k - 2), \quad (4.15)$$

kde $\theta = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]$ je vektor neznámých parametrů a $u(k - 1)$, $u(k - 2)$ jsou zpožděná vstupní data o jeden a dva kroky.

Volterrova řada popisuje nelineární systém bez zpětné vazby od výstupu (NFIR), a proto abychom byli schopni popsat reálný systém, potřebovali bychom Volterrovu řadu vysokého řádu, která by měla obrovské množství parametrů. Toto řešení je ale velice nevýhodné, a proto vznikly jiné polynomiální modely, které tento nedostatek napravují. [1, 3, 4, 20]

4.3.2 Kolmogorov-Gaborův model

Polynomiální model Kolmogorov-Gabor představuje nelineární model se zpětnou vazbou od výstupu (NARX, NOE, ...). Nelinearita je aplikována na všechny zpožděné vstupy i výstupy. Pro model 2. řádu se stupněm polynomu 2 je výstup modelu

$$\begin{aligned}\hat{y}(k) = & \theta_1 u(k-1) + \theta_2 u(k-2) + \theta_3 y(k-1) + \theta_4 y(k-2) + \theta_5 u^2(k-1) \\ & + \theta_6 u^2(k-2) + \theta_7 y^2(k-1) + \theta_8 y^2(k-2) + \theta_9 u(k-1)u(k-2) \\ & + \theta_{10} u(k-1)y(k-1) + \theta_{11} u(k-1)y(k-2) + \theta_{12} u(k-2)y(k-1) \\ & + \theta_{13} u(k-2)y(k-2) + \theta_{14} y(k-1)y(k-2).\end{aligned}\quad (4.16)$$

Tento model je převzat z [1], ale je vynechán jeden parametr modelu, který vytváří posun hodnoty výstupu modelu.

Počet parametrů modelu je definován vztahem

$$N_{\theta KG} = \sum_{i=1}^p \binom{N_u + N_y + i - 1}{i} = \frac{(N_u + N_y + i - 1)!}{i!(N_u + N_y - 1)!}, \quad (4.17)$$

kde p je stupeň polynomu modelu, N_u je počet zpožděných vstupů a N_y je počet zpožděných výstupů. Pomocí vzorce (4.17) snadno zjistíme, že počet parametrů modelu rychle narůstá se zvyšujícím se stupněm polynomu nebo s přibývajícími zpožděnými hodnotami vstupů a výstupů. [1, 3, 21]

4.3.3 Parametrický model Volterrovy řady

Parametrický model Volterrovy řady je zjednodušený Kolmogorov-Gaborův model. Nelinearita je aplikována pouze na vstupní data. Pro model 2. řádu se stupněm polynomu 2 je výstup modelu

$$\begin{aligned}\hat{y}(k) = & \theta_1 u(k-1) + \theta_2 u(k-2) + \theta_3 y(k-1) + \theta_4 y(k-2) + \theta_5 u^2(k-1) \\ & + \theta_6 u^2(k-2) + \theta_7 u(k-1)u(k-2).\end{aligned}\quad (4.18)$$

Tento model je převzat z [1], ale je vynechán jeden parametr modelu, který vytváří posun hodnoty výstupu modelu.

Počet parametrů modelu je definován vztahem

$$N_{\theta PVS} = N_y + \sum_{i=1}^p \binom{N_u + i - 1}{i} = \frac{(N_u + i - 1)!}{i!(N_u - 1)!}, \quad (4.19)$$

kde p je stupeň polynomu modelu a N_u je počet zpožděných vstupů a N_y je počet zpožděných výstupů. [1, 3, 21]

4.3.4 NDE model

Nelineární diferenční rovnice (Nonlinear differential equation) model je také zjednodušený Kolmogorov-Gaborův model. Nelinearita je aplikována pouze na výstupní data místo na vstupní data jako u parametrického modelu Volterrovy řady. Pro model 2. řádu se stupněm polynomu 2 je výstup modelu

$$y(k) = \theta_1 u(k-1) + \theta_2 u(k-2) + \theta_3 y(k-1) + \theta_4 y(k-2) + \theta_5 y^2(k-1) + \theta_6 y^2(k-2) + \theta_7 y(k-1)y(k-2). \quad (4.20)$$

Tento model je převzat z [1], ale je vynechán jeden parametr modelu, který vytváří posun hodnoty výstupu modelu.

Počet parametrů modelu je definován vztahem

$$N_{\theta NDE} = N_u + \sum_{i=1}^p \binom{N_y + i - 1}{i} = \frac{(N_y + i - 1)!}{i!(N_y - 1)!}, \quad (4.21)$$

kde p je stupeň polynomu modelu a N_u je počet zpožděných vstupů a N_y je počet zpožděných výstupů. [1, 3, 21]

4.4 Linearizovaný model

Pro návrh řídicího algoritmu je vhodné pracovat s lineárním modelem, protože pak je možné použít metody návrhu řídicího algoritmu pro lineární systém, které jsou jednodušší než metody pro návrh řídicích algoritmů přímo pro nelineární systém. Z toho důvodu je vhodné nelineární systém linearizovat. Existuje několik způsobů linearizace nelineárního systému. Prvním způsobem je linearizace v okolí pracovního bodu, kdy se nelineární systém linearizuje v okolí určitého pracovního bodu. Nevýhodou této linearizace je, že platí pouze v omezeném okolí zvoleného bodu. Dalším způsobem je zpětnovazební linearizace, která odstraňuje nevýhodu linearizace v okolí pracovního bodu. Linearizace je tedy platná v celém rozsahu. Zpětnovazební linearizaci můžeme rozdělit na dva způsoby, a to linearizaci vstup-stav a linearizaci vstup-výstup.

4.4.1 Linearizace v okolí pracovního bodu

Principem této linearizace je rozklad nelineární funkce (nelineární model) v Taylorovu řadu a využitím pouze prvních dvou členů této řady. Tím získáme aproximaci

nelineární funkce funkcí lineární. Pracovní bod se většinou volí v místě, kde je systém v rovnovážném stavu. Uvažujme nelineární systém, jenž popisují stavové rovnice

$$\begin{aligned}x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \\ y(k) &= g(x(k), u(k)),\end{aligned}\tag{4.22}$$

kde $\mathbf{x}$ je vektor stavových proměnných, $\mathbf{u}$ je vektor vstupů do systému a $\mathbf{y}$ je vektor výstupů ze systému a v kroku k_0 dosáhl systém rovnovážného stavu, bude platit pro systém vztah pro $k > k_0$

$$\begin{aligned}x_0(k+1) &= f(x_0(k), u_0(k)) = 0 \\ y_0(k) &= g(x_0(k), u_0(k)),\end{aligned}\tag{4.23}$$

kde $\mathbf{x}_0$ je vektor stavových proměnných v rovnovážném stavu, $\mathbf{u}_0$ je vektor vstupů do systému v rovnovážném stavu a $\mathbf{y}_0$ je vektor výstupů ze systému v rovnovážném stavu. Pokud vyjádříme tyto vektory pomocí rovnovážných hodnot a malých odchylek od rovnovážných hodnot, dostaneme

$$\begin{aligned}x(k) &= x_0(k) + \Delta x(k) \\ u(k) &= u_0(k) + \Delta u(k) \\ y(k) &= y_0(k) + \Delta y(k).\end{aligned}\tag{4.24}$$

Dosazením rovnice (4.24) do rovnice (4.22), rozvojem do Taylorovy řady a odečtením rovnice (4.23) získáme vztahy

$$\begin{aligned}\Delta x(k+1) &= \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{(x_0(k), u_0(k))} \Delta x(k) + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)_{(x_0(k), u_0(k))} \Delta u(k) \\ \Delta y(k+1) &= \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_{(x_0(k), u_0(k))} \Delta x(k) + \left(\frac{\partial g}{\partial u}\right)_{(x_0(k), u_0(k))} \Delta u(k).\end{aligned}\tag{4.25}$$

Rovnice (4.25) vyjadřují lineární systém. [22, 23]

4.4.2 Linearizace vstup-stav

Uvažujme nelineární systém, jenž popisují stavové rovnice

$$x(k+1) = f(x(k)) + b(x(k))u,\tag{4.26}$$

kde $\mathbf{x}$ je vektor stavových proměnných a $\mathbf{u}$ je vektor vstupů do systému.

Následně pomocí vhodných transformací stavových proměnných

$$\mathbf{z} = T(x) \quad (4.27)$$

a vstupu do systému

$$\mathbf{u} = \vartheta_1(x) + \vartheta_2(x)\mathbf{v} \quad (4.28)$$

se systém převede do tvaru

$$z(k+1) = Az(k) + Bv, \quad (4.29)$$

kde $\mathbf{z}$ je vektor stavových proměnných lineární náhrady, ϑ_2 je regulární matice a $\mathbf{v}$ je vektor vstupů do lineární náhrady. [22, 23, 24]

4.4.3 Linearizace vstup-výstup

Uvažujme nelineární systém, jenž popisují stavové rovnice

$$\begin{aligned} x(k+1) &= f(x(k), u(k)) \\ y(k) &= h(x(k)), \end{aligned} \quad (4.30)$$

kde x je vektor stavových proměnných, u je vektor vstupů do systému a y je vektor výstupů ze systému.

Lineární náhrada systému (4.30) bude

$$\begin{aligned} z(k+1) &= Az(k) + Bv \\ \tilde{y}(k) &= \tilde{h}(z(k)), \end{aligned} \quad (4.31)$$

kde $\mathbf{z}$ je vektor stavových proměnných lineární náhrady, $\mathbf{v}$ je vektor vstupů do lineární náhrady a $\mathbf{y}$ je vektor výstupů z lineární náhrady.

Nejdříve se provede výpočet derivace výstupu v závislosti na vstupu. Tato derivace je rovna nule, protože systém nemá žádnou přímou vazbu ze vstupu na výstup

$$\frac{\partial h(x(k))}{\partial u(k)} = 0. \quad (4.32)$$

Dále se provede výpočet derivace výstupu v závislosti na vstupu tak, dokud se nenalezne závislost výstupu na vstupu

$$\frac{\partial h^{r-1}}{\partial u(k)}(f(x, u)) \neq 0, \quad (4.33)$$

kde $y(k+r) = h^{r-1}(f(x, u))$, $r = 1, 2, \dots$ je index, $\mathbf{x}$ je vektor stavových proměnných a $\mathbf{u}$ je vektor vstupů do systému. [22, 23, 25]

4.4.4 Linearizace pomocí citlivostní analýzy

Všechny způsoby linearizace zmíněné výše mají své nevýhody. Při použití linearizace v okolí pracovního bodu se omezujeme pouze na okolí tohoto bodu. Pokud ale použijeme linearizaci vstup-stav, je potřebné mít systém ve tvaru (4.26). Tento požadavek není ale při použití Kolmogorov-Gabor modelu a neuronových sítí splněn a oba způsoby zmíněné výše vyžadují stavový popis. Použití linearizace vstup-výstup nelze použít také, protože na závislost výstupu na vstupu dochází již při $r = 1$, a tedy vzniklý linearizovaný systém je pouze prvního řádu, což je nedostačující pro další zpracování. Z tohoto důvodu bude linearizace provedena pomocí citlivostní analýzy.

Citlivostní analýza zjišťuje, jakou měrou působí parametr podrobený analýze na výstup

$$A = \frac{\partial \hat{y}}{\partial x}, \quad (4.34)$$

kde A je míra jakou působí, $\hat{y}$ je predikce a x je zvolený parametr. Citlivostní analýzu můžeme tedy použít pro srovnání dvou systémů. Předpokládejme, že máme dva lineární ARX modely a jejich predikce jsou

$$\begin{aligned} \hat{y}_1(k) &= b_1 u(k-1) - a_1 y(k-1) \\ \hat{y}_2(k) &= b_2 u(k-1) - a_2 y(k-1), \end{aligned} \quad (4.35)$$

kde $\hat{y}_1(k)$ je predikce prvního modelu, a_1 a b_1 jsou parametry prvního modelu, $\hat{y}_2(k)$ je predikce druhého modelu, a_2 a b_2 jsou parametry druhého modelu, $u(k-1)$ je hodnota vstupu v minulém kroku a $y(k-1)$ je hodnota výstupu v minulém kroku. Podrobíme-li tyto modely citlivostní analýze podle $u(k-1)$ a $y(k-1)$, tak za předpokladu platnosti

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial u(k-1)} &= b_1 = \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial u(k-1)} = b_2 \\ \frac{\partial \hat{y}_1}{\partial y(k-1)} &= -a_1 = \frac{\partial \hat{y}_2}{\partial y(k-1)} = -a_2 \end{aligned} \quad (4.36)$$

můžeme říci, že oba modely jsou stejné. Tohoto závěru využijeme pro linearizaci nelineárního modelu, kdy pomocí citlivostní analýzy najdeme parametry linearizovaného modelu, jehož řád bude stanoven počtem zpožděných vstupů a výstupů nelineárního modelu

$$\hat{y}_{lin} = \sum_{i=1}^{N_u} b_i u(k-i) - \sum_{j=1}^{N_y} a_j y(k-j), \quad (4.37)$$

kde $\hat{y}_{lin}$ je predikce linearizovaného modelu, N_u je počet zpožděných vstupů, N_y je počet zpožděných výstupů, $u(k-i)$ je hodnota vstupu v kroku i , $y(k-j)$ je hodnota výstupu v kroku j a b_i a a_j jsou hledané parametry. Tyto parametry vypočteme jako

$$\begin{aligned} b_i &= \frac{\partial \hat{y}_{lin}}{\partial u(k-i)} \\ a_j &= \frac{\partial \hat{y}_{lin}}{\partial y(k-j)}, \end{aligned} \tag{4.38}$$

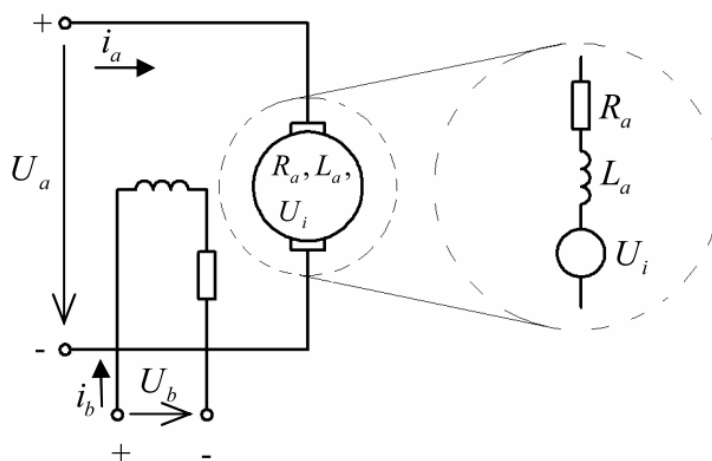
kde $\hat{y}_{lin}$ je predikce nelineárního modelu, $u(k-i)$ je hodnota vstupu v kroku i a $y(k-j)$ je hodnota výstupu v kroku j .

Výsledkem této linearizace je model, jehož parametry se mění v čase. Tento model může být dále použit pro návrh adaptivního regulátoru nebo k zjištění parametrů linearizovaného modelu v čase a poté k návrhu klasického regulátoru (např. PSD). [26, 27]

5 SOUSTAVA MOTORŮ S PRUŽNÝM ČLENEM

5.1 Stejnosměrný motor s cizím buzením

Stejnosměrné motory s cizím buzením jsou nejpoužívanějšími pohony v oblasti regulačních pohonů. Schéma zapojení stejnosměrného motoru s cizím buzením je na obr. (5.1). Dominantní postavení získaly díky svým vlastnostem. Jejich výhodami je relativně nízká cena, možnost zvlášť řídit vstupní budící vinutí (U_b) a vinutí kotvy (U_a), protože nám umožní snadné řízení pohonu v obou směrech otáčení, ve všech pracovních režimech a při širokém regulačním rozsahu. Motor má také dobré vlastnosti, protože magnetický tok budícího vinutí je kolmý na směr proudu kotvy, a tedy motor vyvíjí vždy maximální moment. Velkou nevýhodou těchto pohonů je napájení rotoru přes komutátor, což zvyšuje nároky na údržbu a snižuje spolehlivost motoru. Další jejich nevýhodou je horší poměr výkonu ku hmotnosti oproti střídavým motorům.



Obr. 5.1: Schéma zapojení DC motoru s cizím buzením [15]

5.1.1 Matematický popis

V této části bude provedeno matematické odvození rovnic pro model motoru s cizím buzením, kdy jednou bude v motorickém režimu, a poté v režimu při brzdění do odporu.

Motorický režim

Pro napětí na svorkách obvodu kotvy platí

$$U_a = R_a \cdot i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + u_i, \quad (5.1)$$

kde U_a je napájecí napětí kotvy, R_a je odpor vinutí kotvy, i_a je proud procházející obvodem kotvy, L_a je indukčnost vinutí kotvy a u_i je indukované napětí, pro které platí vztah

$$u_i = c \cdot k_\phi \cdot i_b \cdot \omega, \quad (5.2)$$

kde c je konstanta buzení, k_ϕ je konstanta budicího vinutí, i_b je proud procházející obvodem buzení a ω je úhlová rychlost otáčení. Pro otáčky motoru n platí vztah

$$n = \frac{60 \cdot \omega}{2\pi}. \quad (5.3)$$

Pro napětí na svorkách obvodu buzení platí

$$U_b = R_b \cdot i_b + L_b \frac{di_b}{dt}, \quad (5.4)$$

kde U_b napájecí napětí buzení, R_b je odpor budicího vinutí a L_b je indukčnost budicího vinutí a pro mechanickou momentovou rovnici platí

$$M_i = J \frac{d\omega}{dt} + M_z, \quad (5.5)$$

kde J je moment setrvačnosti soustavy, M_z je zátěžový moment a M_i je elektromagnetický moment motoru a platí pro něj vztah

$$M_i = c \cdot k_\phi \cdot i_b \cdot i_a. \quad (5.6)$$

Pro tvorbu modelu se z rovnic (5.1), (5.4) a (5.5) převedou derivace požadovaných veličin na levou stranu rovnice a tím se získají vztahy

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_a} [U_a - R_a \cdot i_a - (c \cdot k_\phi \cdot i_b \cdot \omega)] \quad (5.7)$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L_b} (U_b - R_b \cdot i_b) \quad (5.8)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} [(c \cdot k_\phi \cdot i_b \cdot i_a) - M_z]. \quad (5.9)$$

Z rovnic (5.7), (5.8) a (5.9) je již možné sestavit simulační schéma v programu MATLAB a jeho nadstavbě Simulink. [14, 15]

Brzdění do odporu

Při brzdění do odporu je odpojeno napájecí napětí obvodu kotvy a mezi svorky je přidán zatěžovací odpor R_z . Pro obvod kotvy tedy platí vztah

$$0 = (R_a + R_z) \cdot i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + u_i \quad (5.10)$$

a po převedení derivace na levou stranu rovnice dostaneme

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_a} [- (R_a + R_z) \cdot i_a - (c \cdot k_\phi \cdot i_b \cdot \omega) .] \quad (5.11)$$

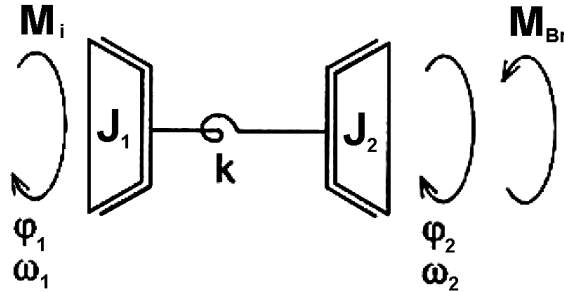
Pro brzdňý moment platí vztah

$$M_{Br} = -c \cdot k_\phi \cdot i_b \cdot i_a. \quad (5.12)$$

Brzdňý moment je záporný, protože proud i_a má opačný směr než v motorickém režimu. Energie získaná pomocí brzdění se mění v teplo. [14, 15]

5.2 Model soustavy motorů s pružným členem

Na obr. (5.2) je mechanické schéma dvou motorů spojených torzní pružinou.



Obr. 5.2: Mechanické schéma soustavy motorů s pružným členem [16]

Uvolněním obou setrvačných hmot dostaneme dvě mechanické momentové rovnice

$$J_1 \frac{d\omega}{dt} = M_i - M_k \quad (5.13)$$

$$J_2 \frac{d\omega}{dt} = M_k - M_{Br}, \quad (5.14)$$

kde J_1 a J_2 jsou setrvačné hmoty, ω je úhlová rychlost, M_i je moment vytvářený motorem v motorickém režimu, M_{Br} je brzdný moment vytvářený motorem v režimu brzdění do odporu a M_k je moment vytvářený torzní pružinou a je definován jako

$$M_k = k (\varphi_1 - \varphi_2) , \quad (5.15)$$

kde k je konstanta pružiny a φ_1 a φ_2 jsou úhly natočení jednotlivých setrvačných hmot.[16]

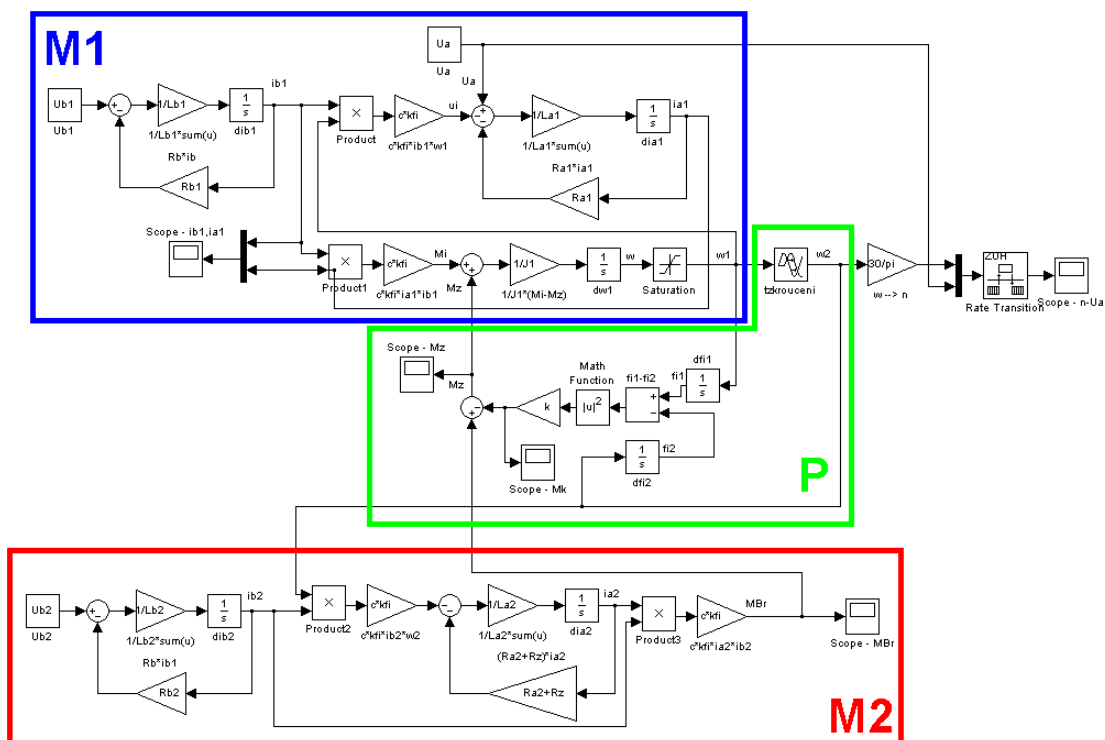
6 ESTIMACE PARAMETRŮ NA SIMULOVANÉ SOUSTAVĚ

6.1 Simulovaná soustava

Model soustavy motorů s pružným členem byl vytvořen v programu MATLAB a jeho nadstavbě Simulink (obr. 6.1). Podle rovnic (5.7), (5.8) a (5.9) byl vytvořen model prvního motoru, který pracuje v motorickém režimu (vyznačen modrým obdelníkem s popisem M1 v obr. (6.1)). Podle rovnic (5.8), (5.11) a (5.12) byl vytvořen model druhého motoru, který pracuje v režimu brzdění do odporu (vyznačen červeným obdelníkem s popisem M2 v obr. (6.1)). Zátěžový moment M_z prvního motoru je nahrazen součtem dvou momentů, a to brzdným momentem druhého motoru a momentem vznikajícím na pružině (zelený obrazec s popisem P v obr. (6.1)). Výpočet momentu M_k není podle rovnice (5.15), ale je pozměněn na tvar

$$M_k = k (\varphi_1 - \varphi_2)^2, \quad (6.1)$$

kde k je konstanta pružiny a φ_1 a φ_2 jsou úhly natočení jednotlivých setrvačných hmot. Tato změna zvyšuje nelinearitu modelu. Dopravní zpoždění mezi φ_1 a φ_2 vyjadřuje necitlivost pružiny.

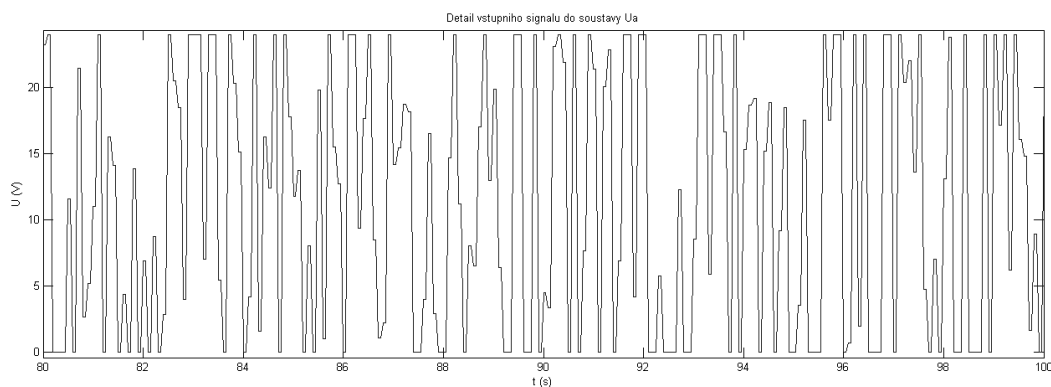


Obr. 6.1: Model soustavy motorů s pružným členem

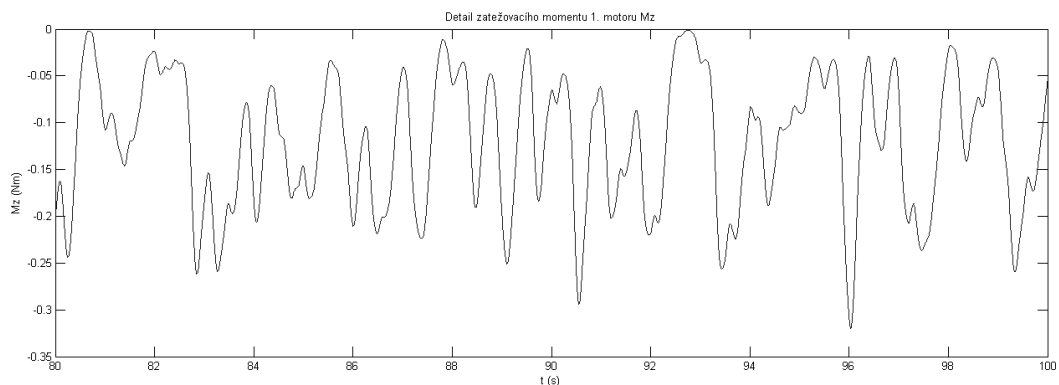
Vstupem do soustavy motorů je napájecí napětí $U_a = 0$ až 24V motoru v motorickém režimu (1. motor) a výstupem ze soustavy jsou otáčky motoru n_2 , který pracuje v režimu dynamické brzdy (2. motor).

6.2 Simulace

Vstupním signálem byl bílý šum s velkým rozptylem. K tomuto šumu byla přičtena aditivní hodnota tak, aby se hodnoty napětí U_a pohybovaly v rozmezí 0 až 24V. Detail vstupního signálu je na obr. (6.2). Získaná data byla rozdělena na dvě části. Jedna část byla použita pro estimaci parametrů (100 až 200 s) a druhá část (0 až 100 s) byla použita pro srovnání jednotlivých modelů. V následující části (6.2) je seznam všech parametrů použitých při simulaci včetně hodnot. Tyto hodnoty byly převzaty z učebního textu VUT [15]. Na obr. (6.3) je detail průběhu zatěžovacího momentu během simulace. Vzorkovací perioda byla nastavena na hodnotu 0,1 s.



Obr. 6.2: Detail průběhu napětí U_a během simulace



Obr. 6.3: Detail průběhu zatěžovacího momentu M_z během simulace

Parametry modelu

- $R_{a1} = 4\Omega$... odpor vinutí kotvy 1. motoru
- $R_{a2} = 4\Omega$... odpor vinutí kotvy 2. motoru
- $R_{b1} = 75\Omega$... odpor budícího vinutí 1. motoru
- $R_{b2} = 75\Omega$... odpor budícího vinutí 2. motoru
- $R_z = 1\Omega$... zatěžovací odpor 2. motoru
- $L_{a1} = 0,003\text{H}$... indukčnost vinutí kotvy 1. motoru
- $L_{a2} = 0,003\text{H}$... indukčnost vinutí kotvy 2. motoru
- $L_{b1} = 6\text{H}$... indukčnost buzení 1. motoru
- $L_{b2} = 6\text{H}$... indukčnost buzení 2. motoru
- $c = 0,1$... konstanta stroje 1. a 2. motoru
- $k_\phi = 2$... konstanta buzení 1. a 2. motoru
- $J_1 = 0,0005\text{kg} \cdot \text{m}^2$... moment setrvačnosti 1. motoru
- $J_2 = 0,0005\text{kg} \cdot \text{m}^2$... moment setrvačnosti 2. motoru
- $U_{b1} = 24\text{V}$... napájecí napětí buzení 1. motoru
- $U_{b2} = 24\text{V}$... napájecí napětí buzení 2. motoru
- $k = 0,0004\text{Nm} \cdot \text{rad}^{-2}$... konstanta torzní pružiny
- $t_d = 0,2\text{s}$... dopravní zpoždění

6.3 Estimace parametrů

V této části budou vypsány všechny použité modely a jejich zkratky, které se budou používat například v tabulkách pro srovnání, budou uvedeny v závorce za názvem modelu.

6.3.1 ARX modely

- ARX model 2. řádu - (arx2r)
- ARX model 3. řádu - (arx3r)
- ARX model 4. řádu - (arx4r)

6.3.2 Polynomiální modely

Parametrické modely Volterrový řady

- Parametrický model Volterrový řady 2. řádu se stupněm polynomu 2 - (pvs2r2p)
- Parametrický model Volterrový řady 2. řádu se stupněm polynomu 3 - (pvs2r3p)
- Parametrický model Volterrový řady 3. řádu se stupněm polynomu 2 - (pvs3r2p)
- Parametrický model Volterrový řady 3. řádu se stupněm polynomu 3 - (pvs3r3p)

Nelineární diferenční rovnice

- Nelineární diferenční rovnice 2. řádu se stupněm polynomu 2 - (nde2r2p)
- Nelineární diferenční rovnice 2. řádu se stupněm polynomu 3 - (nde2r3p)
- Nelineární diferenční rovnice 3. řádu se stupněm polynomu 2 - (nde3r2p)
- Nelineární diferenční rovnice 3. řádu se stupněm polynomu 3 - (nde3r3p)

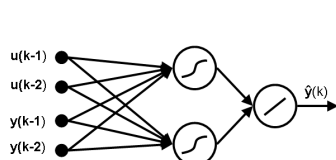
Kolmogorov-Gaborův modely

- Kolmogorov-Gaborův model 2. řádu se stupněm polynomu 2 - (kg2r2p)
- Kolmogorov-Gaborův model 2. řádu se stupněm polynomu 3 - (kg2r3p)
- Kolmogorov-Gaborův model 3. řádu se stupněm polynomu 2 - (kg3r2p)

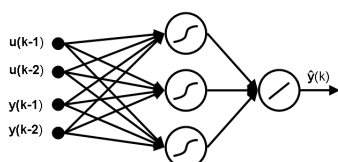
6.3.3 Vícevrstvé perceptronové sítě

S jednou skrytou vrstvou

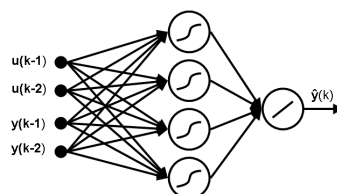
- 2. řádu se dvěma neurony ve skryté vrstvě obr. (6.4) - (nn1i2n2r)
- 2. řádu se třemi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.5) - (nn1i3n2r)
- 2. řádu se čtyřmi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.6) - (nn1i4n2r)
- 3. řádu se dvěma neurony ve skryté vrstvě obr. (6.7) - (nn1i2n3r)
- 3. řádu se třemi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.8) - (nn1i3n3r)
- 3. řádu se čtyřmi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.9) - (nn1i4n3r)



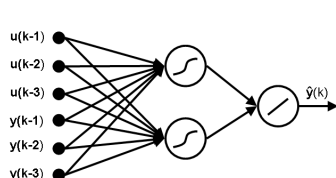
Obr. 6.4: nn1i2n2r



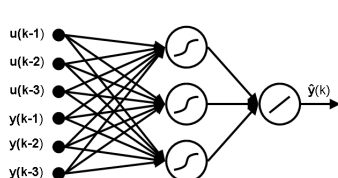
Obr. 6.5: nn1i3n2r



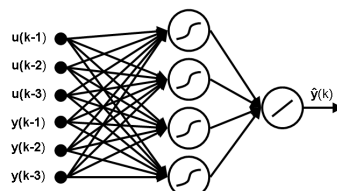
Obr. 6.6: nn1i4n2r



Obr. 6.7: nn1i2n3r



Obr. 6.8: nn1i3n3r

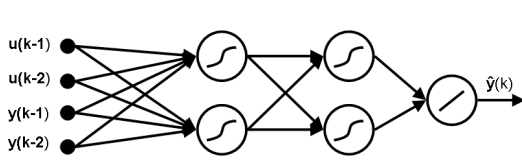


Obr. 6.9: nn1i4n3r

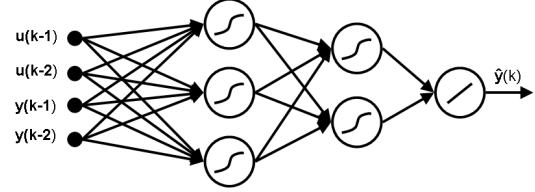
Se dvěma skrytými vrstvami

- 2. řádu se dvěma a dvěma neurony ve skryté vrstvě obr. (6.10) - (nn2i2n2n2r)

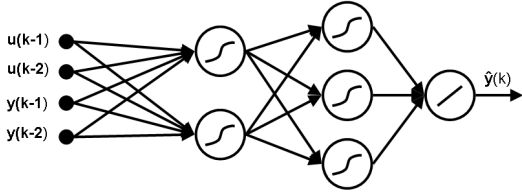
- 2. řádu se třemi a dvěma neurony ve skryté vrstvě obr. (6.11) - (nn2i3n2n2r)
- 2. řádu se dvěma a třemi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.12) - (nn2i2n3n2r)
- 2. řádu se třemi a třemi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.13) - (nn2i3n3n2r)
- 3. řádu se dvěma a dvěma neurony ve skryté vrstvě obr. (6.14) - (nn2i2n2n3r)
- 3. řádu se třemi a dvěma neurony ve skryté vrstvě obr. (6.15) - (nn2i3n2n3r)
- 3. řádu se dvěma a třemi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.16) - (nn2i2n3n3r)
- 3. řádu se třemi a třemi neurony ve skryté vrstvě obr. (6.17) - (nn2i3n3n3r)



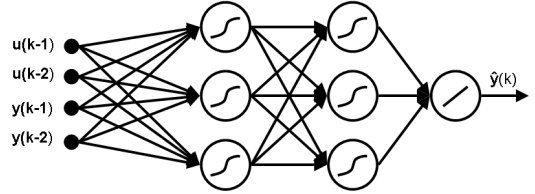
Obr. 6.10: nn2i2n2n2r



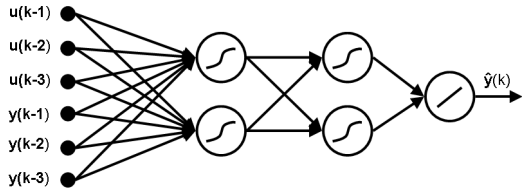
Obr. 6.11: nn2i3n2n2r



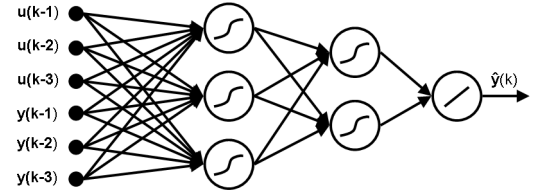
Obr. 6.12: nn2i2n3n2r



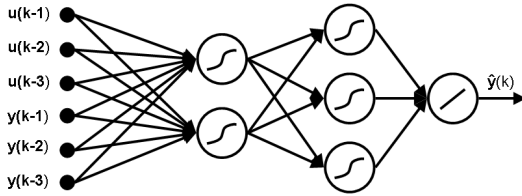
Obr. 6.13: nn2i3n3n2r



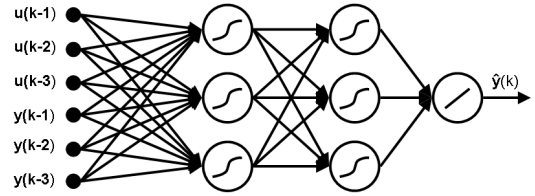
Obr. 6.14: nn2i2n2n3r



Obr. 6.15: nn2i3n2n3r



Obr. 6.16: nn2i2n3n3r



Obr. 6.17: nn2i3n3n3r

6.3.4 Způsob estimace parametrů

Estimace parametrů byla provedena offline na datech získaných ze simulace. Pro estimaci parametrů každého modelu byly použity tři gradientní metody s proměnným krokem. Proměnný krok η byl volen tak, aby co nejvíce minimalizoval hodnotu kritériální funkce. Toho bylo docíleno funkcí `fminsearchbnd` od autora J. D'Errico dostupné z [29]. Tato funkce využívá funkci `fminsearch` v programu MATLAB, ale omezuje prohledávání prostoru na hodnoty zadané ve funkci. Krok η byl prohledáván v rozmezí hodnot 0 až 40 s maximálním počtem iterací 100.

Výstupní data (otáčky 2. motoru) byla při estimaci parametrů vynásobena hodnotou 1/50, protože získaná data ze simulace jsou nevyvážená. Vstupní data jsou v rozsahu 0 až 24 V a výstupní data jsou v rozsahu 0 až 1300 ot · min⁻¹. Při estimaci parametrů s nevyváženými daty se směrová matice **S** může stát singulární maticí, což má za následek havarování estimačního algoritmu nebo vznik chyby estimace parametrů vlivem zaokrouhlování při výpočtu s čísly blízkými se nule. Při validaci byly predikce modelů vynásobeny hodnotou 50, aby byly hodnoty predikce a výstupu ze simulace ve stejném rozsahu. Při estimaci parametrů jsou výstupní data posunuta o dopravní zpoždění 0,2 s, estimace parametrů tedy probíhá bez dopravního zpoždění. Toto dopravní zpoždění je nakonec přidáno k predikci modelu. U metody Levenberg-Marquardt byla zvolena velikost koeficientu $\alpha = 0,5$.

Maximální počet iterací pro estimaci parametrů byl zvolen na hodnotu 1500 pro všechny tři metody. Počáteční nastavení parametrů modelu je náhodné pomocí funkce `rand`. Velikost je omezena na hodnoty v intervalu $< -1; 1 >$. Estimace každého modelu byla provedena alespoň pětkrát a v tabulkách (6.1), (6.2) a (6.3) je vždy uveden případ, pro který byla velikost kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ při validaci nejmenší. Každá tabulka je rozdělena na šest částí podle struktury modelu. V každé této části je tučným písmem vyznačena nejmenší hodnota kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ a $I(\theta)_{lin}$.

Kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ a $I(\theta)_{lin}$ se vypočte jako

$$I(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y(i) - \hat{y}(i, \theta))^2, \quad (6.2)$$

kde N je počet vzorů, **y** je výstup soustavy a $\hat{\mathbf{y}}$ je predikce modelu.

Na obrázcích pod tabulkami jsou zobrazeny detaily průběhů modelů, které měly nejnižší hodnotu kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ ze všech tří metod pro každou skupinu modelů vyznačenou v tabulce a průběh parametrů linearizovaného modelu v čase.

Tab. 6.1: Výsledek estimace parametrů pro metodu steepest descent

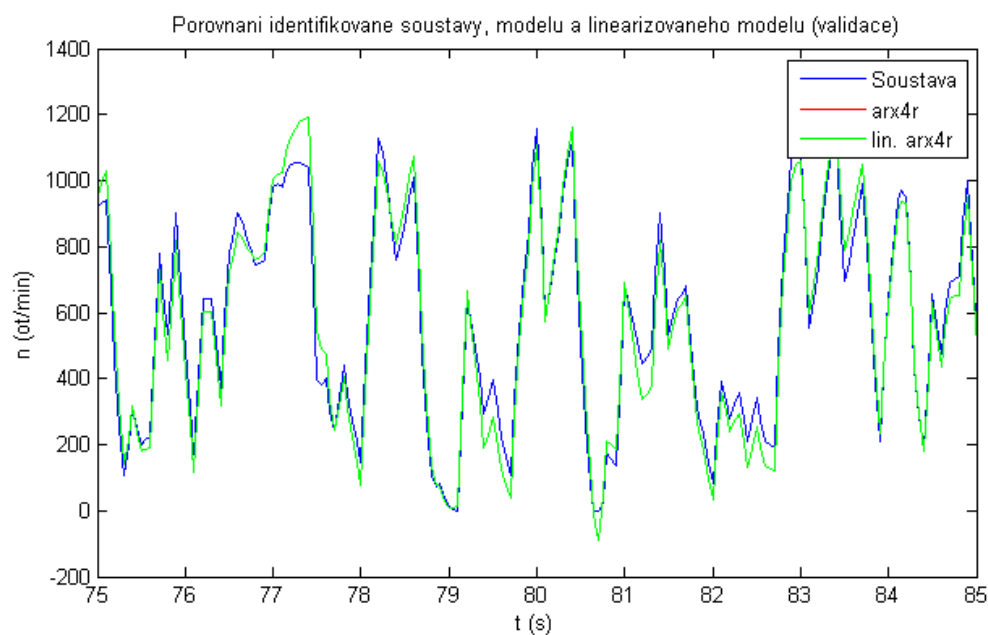
model	parametrů	iterací	$I(\theta)_{valid}$	$I(\theta)_{lin}$
arx2r	4	850	5602	5602
arx3r	6	250	3740	3740
arx4r	8	160	3363	3363
pvs2r2p	7	87	16502	238716
pvs2r3p	11	367	$1,0974 \cdot 10^6$	$1,7040 \cdot 10^7$
pvs3r2p	12	1262	54342	173102
pvs3r3p	22	119	$6,6216 \cdot 10^7$	$8,7120 \cdot 10^9$
nde2r2p	7	421	31937	∞
nde2r3p	11	-	∞	∞
nde3r2p	12	-	∞	∞
nde3r3p	22	-	∞	∞
kg2r2p	14	-	∞	∞
kg2r3p	34	-	∞	∞
kg3r2p	27	-	∞	∞
nn1i2n2r	12	10	97604	411808
nn1i3n2r	18	190	62424	403691
nn1i4n2r	24	274	74164	413002
nn1i2n3r	16	93	91444	396293
nn1i3n3r	24	110	97258	415651
nn1i4n3r	32	87	86988	382257
nn2i2n2n2r	18	671	74703	398527
nn2i3n2n2r	25	1500	69461	336228
nn2i2n3n2r	22	322	76307	399190
nn2i3n3n2r	30	64	75443	420048
nn2i2n2n3r	22	169	66003	530820
nn2i3n2n3r	31	809	57201	412146
nn2i2n3n3r	26	176	144131	403768
nn2i3n3n3r	36	190	118557	412500

Tab. 6.2: Výsledek estimace parametrů pro Kvazi-Newtonovu metodu

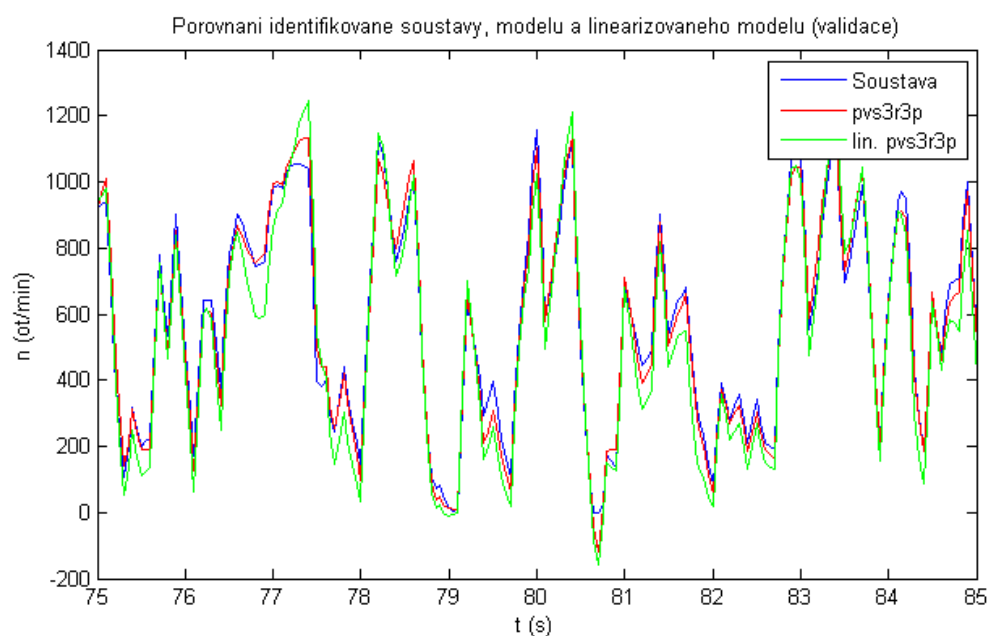
model	parametrů	iterací	$I(\theta)_{valid}$	$I(\theta)_{lin}$
arx2r	4	8	5204	5204
arx3r	6	9	3622	3622
arx4r	8	11	3115	3115
pvs2r2p	7	10	4361	17352
pvs2r3p	11	15	4116	8138
pvs3r2p	12	15	2190	18016
pvs3r3p	22	22	1986	7207
nde2r2p	7	11	723	24851
nde2r3p	11	15	739	25965
nde3r2p	12	16	361	22279
nde3r3p	22	26	387	25181
kg2r2p	14	18	783	21742
kg2r3p	34	39	1070	27304
kg3r2p	27	29	354	∞
nn1i2n2r	12	386	1415	25311
nn1i3n2r	18	232	1315	101906
nn1i4n2r	24	1314	1612	87832
nn1i2n3r	16	267	1197	16832
nn1i3n3r	24	711	566	55945
nn1i4n3r	32	199	521	105491
nn2i2n2n2r	18	247	1612	22683
nn2i3n2n2r	25	1500	1569	$4,7997 \cdot 10^6$
nn2i2n3n2r	22	1500	1493	23722
nn2i3n3n2r	30	154	1741	28137
nn2i2n2n3r	22	1461	628	29945
nn2i3n2n3r	31	1500	1565	28855
nn2i2n3n3r	26	472	1904	20851
nn2i3n3n3r	36	1311	1151	23522

Tab. 6.3: Výsledek estimace parametrů pro metodu Levenberg-Marquardt

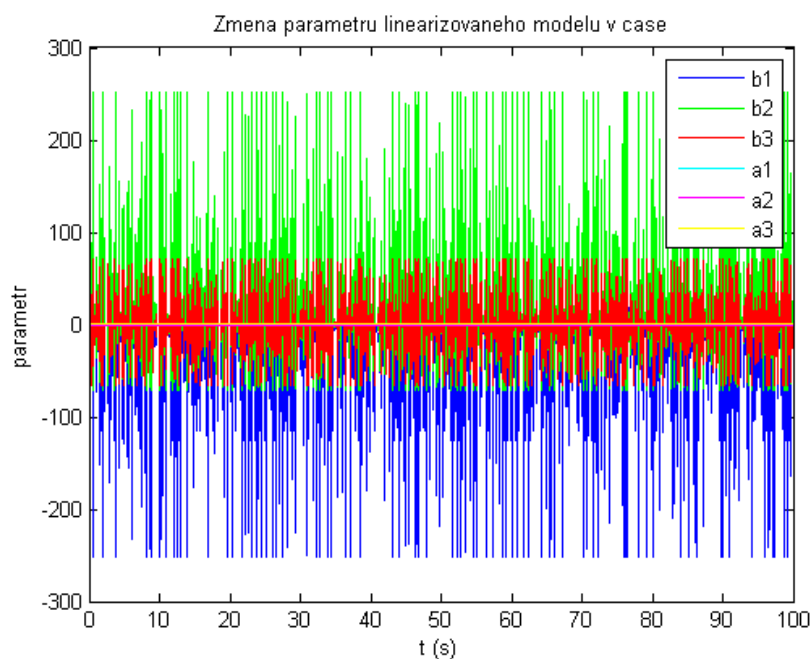
model	parametrů	iterací	$I(\theta)_{valid}$	$I(\theta)_{lin}$
arx2r	4	4	5204	5204
arx3r	6	5	3622	3622
arx4r	8	5	3115	3115
pvs2r2p	7	4	4361	17352
pvs2r3p	11	4	4116	8138
pvs3r2p	12	4	2190	18016
pvs3r3p	22	5	1986	7207
nde2r2p	7	4	723	24851
nde2r3p	11	5	738	25965
nde3r2p	12	6	361	22279
nde3r3p	22	6	387	25181
kg2r2p	14	4	783	21742
kg2r3p	34	6	1070	27304
kg3r2p	27	6	354	∞
nn1i2n2r	12	806	1354	104082
nn1i3n2r	18	300	1371	108819
nn1i4n2r	24	1500	1128	264960
nn1i2n3r	16	286	1068	23609
nn1i3n3r	24	1221	1180	17397
nn1i4n3r	32	1162	614	32328
nn2i2n2n2r	18	1500	1546	22870
nn2i3n2n2r	25	1500	1643	30040
nn2i2n3n2r	22	1489	1514	23378
nn2i3n3n2r	30	626	925	89494
nn2i2n2n3r	22	233	897	17053
nn2i3n2n3r	31	1500	1673	$5,5200 \cdot 10^6$
nn2i2n3n3r	26	1500	649	55069
nn2i3n3n3r	36	465	1078	21041



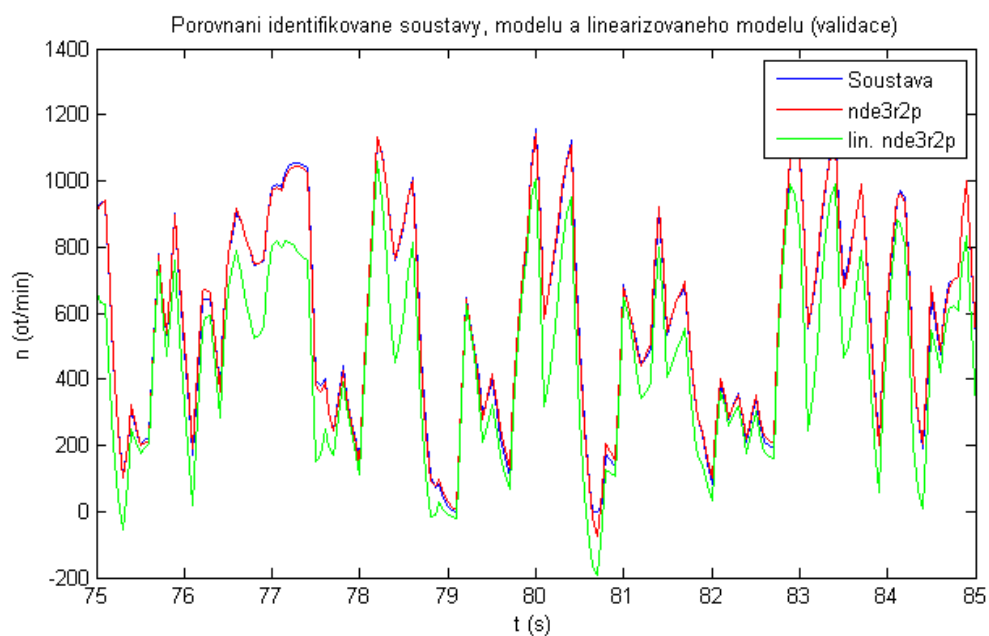
Obr. 6.18: Porovnání identifikované soustavy, modelu arx4r a linearizovaného modelu arx4r pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 3115$



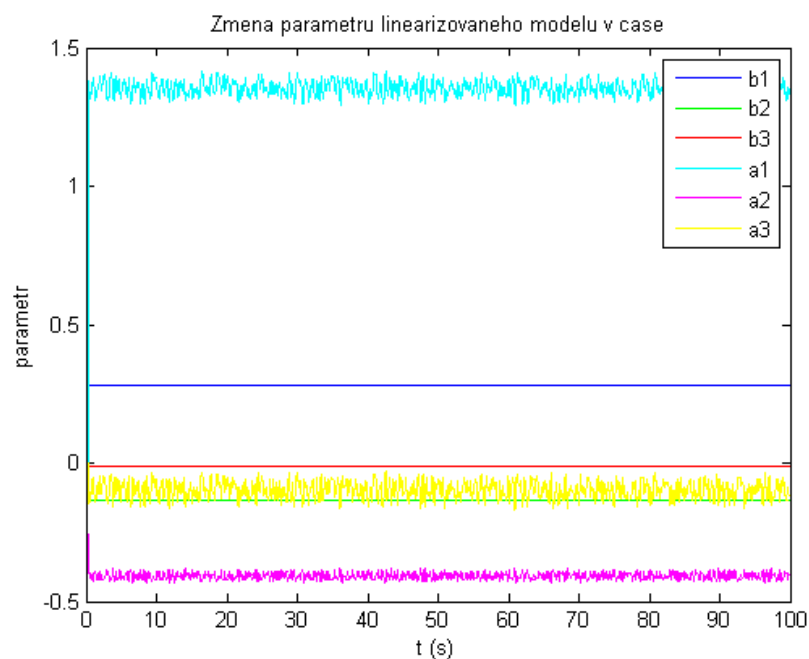
Obr. 6.19: Porovnání identifikované soustavy, modelu pvs3r3p a linearizovaného modelu pvs3r3p pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 1986$



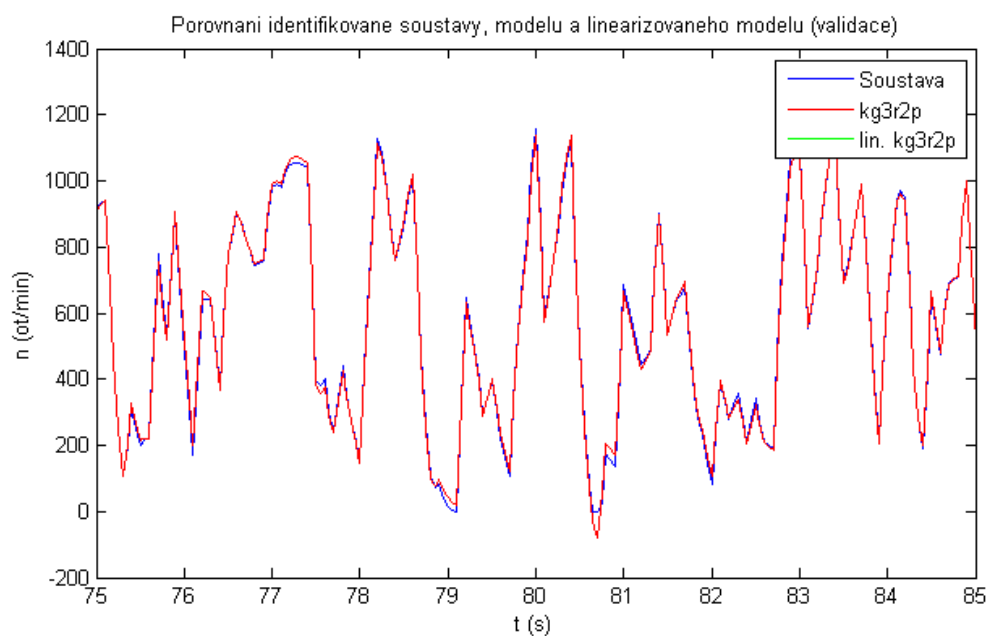
Obr. 6.20: Průběh parametrů linearizovaného modelu pvs3r3p v čase pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{lin} = 7207$



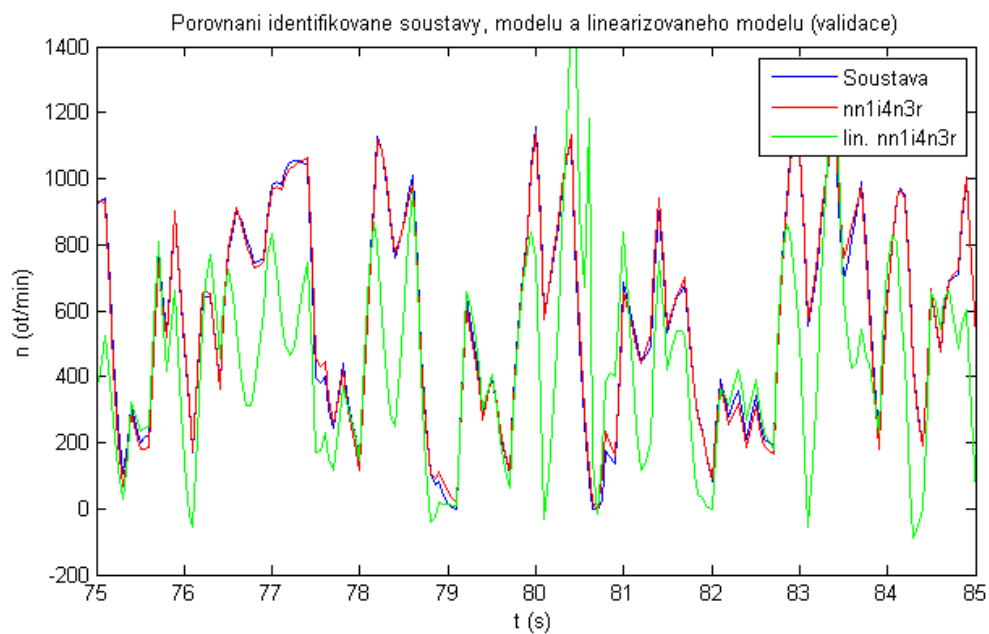
Obr. 6.21: Porovnání identifikované soustavy, modelu nde3r2p a linearizovaného modelu nde3r2p pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 361$



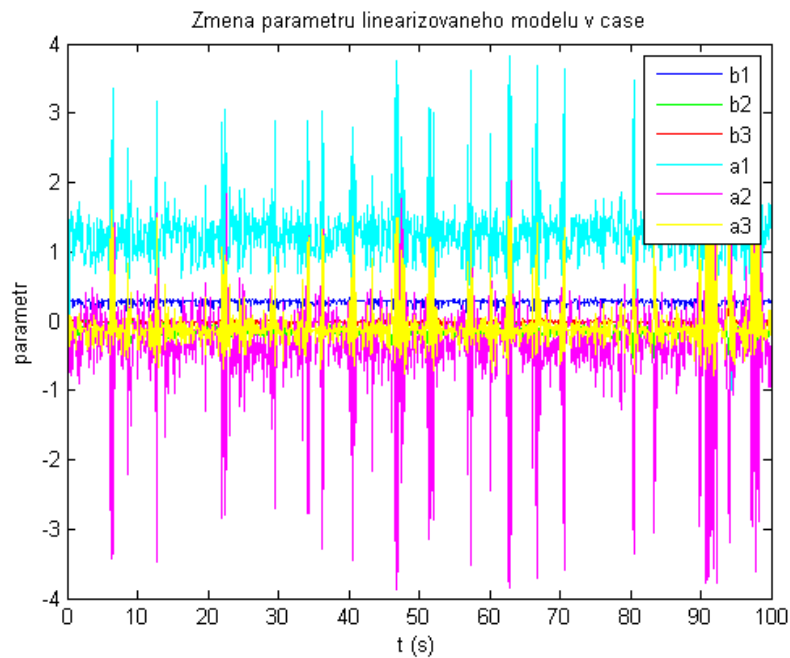
Obr. 6.22: Průběh parametrů linearizovaného modelu nde3r2p v čase pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{lin} = 22279$



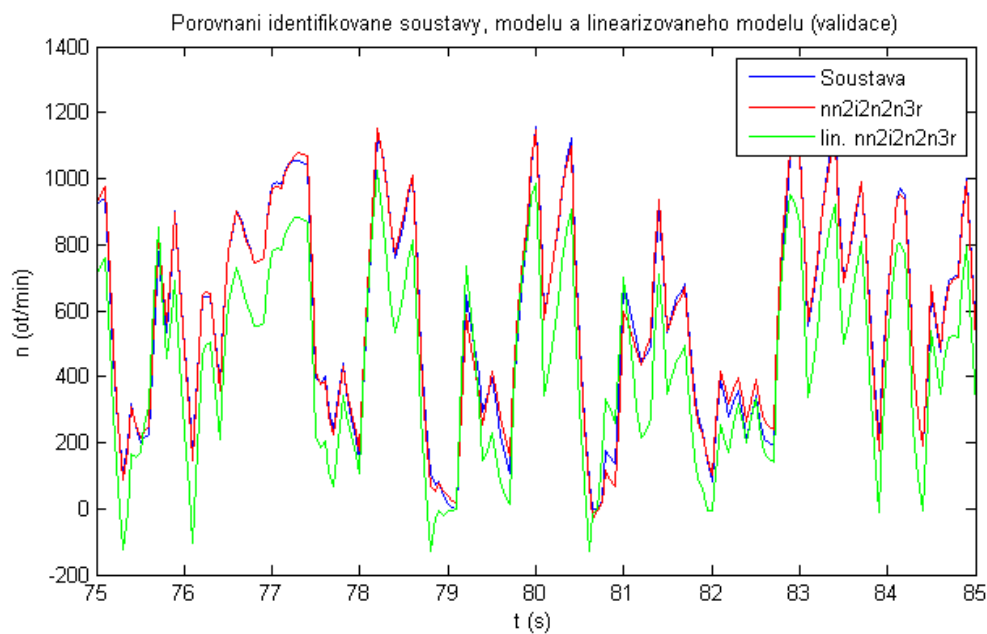
Obr. 6.23: Porovnání identifikované soustavy, modelu kg3r2p a linearizovaného modelu kg3r2p pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{valid} = 354$



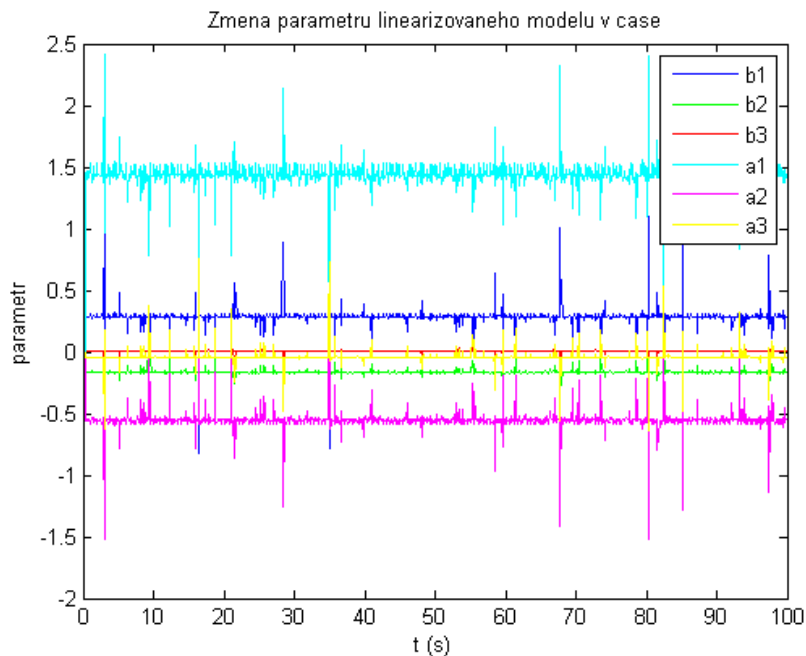
Obr. 6.24: Porovnání identifikované soustavy, modelu nn1i4n3r a linearizovaného modelu nn1i4n3r pro Kvazi-Newtonovu metodu pro $I(\theta)_{valid} = 521$



Obr. 6.25: Průběh parametrů linearizovaného modelu nn1i4n3r v čase pro Kvazi-Newtonovu metodu pro $I(\theta)_{lin} = 105491$



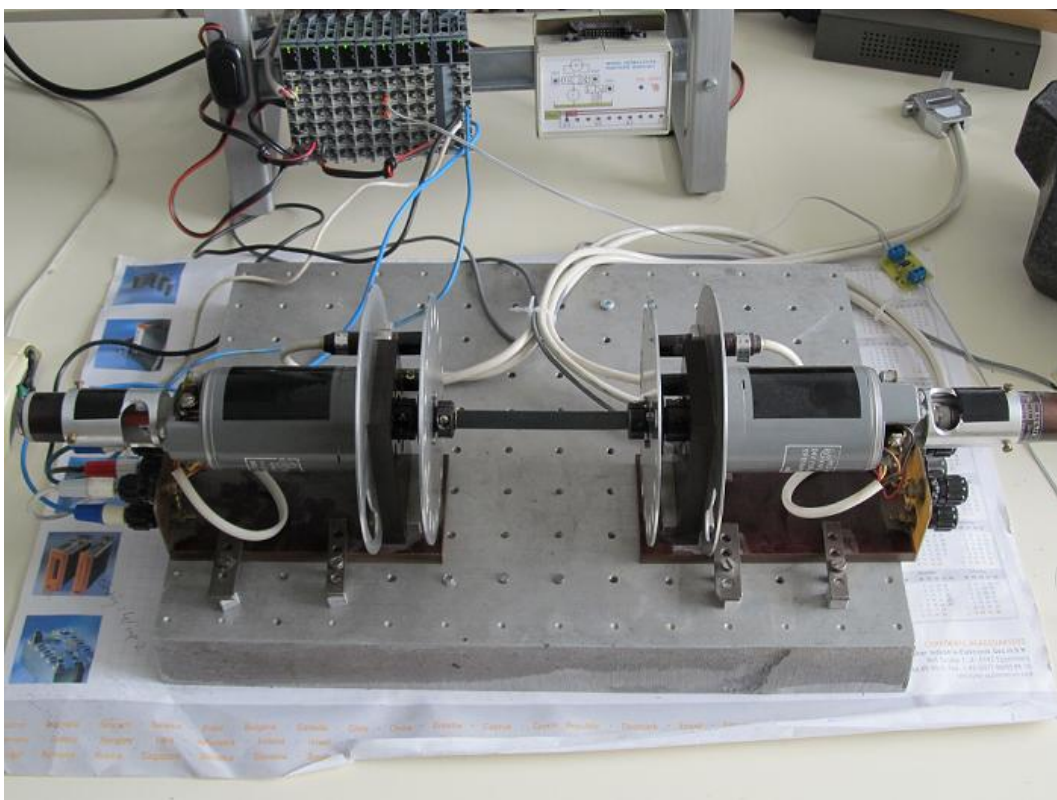
Obr. 6.26: Porovnání identifikované soustavy, modelu nn2i2n2n3r a linearizovaného modelu nn2i2n2n3r pro Kvazi-Newtonovu metodu pro $I(\theta)_{valid} = 628$



Obr. 6.27: Průběh parametrů linearizovaného modelu nn2i2n2n3r v čase pro metodu Levenberg-Marquardt pro $I(\theta)_{lin} = 17053$

7 ESTIMACE PARAMETRŮ NA REÁLNÉ SOUSTAVĚ

Na obr. (7.1) je vyfocena soustava motorů s pružným členem, která byla použita pro porovnání nelineárních modelů. Motor v levé části je napájen pomocí pulzní šířkové modulace z PLC firmy B&R a pracuje v motorickém režimu. Budící napětí je nastaveno na hodnotu $U_b = 7,6\text{V}$ a napětím kotvy U_a se řídí rychlost otáček motoru. Druhý motor (v pravé části obrázku) není napájen a pracuje jako dynamická brzda. Na tento motor je připojeno tachodynamo, které snímá otáčky tohoto motoru. Konstanta tachodynamu je $7\text{V}/1000\text{ot} \cdot \text{min}^{-1}$. Výstupní napětí tachodynamu je připojeno přes odporový dělič, který toto napětí zmenšuje 5,8-krát, do PLC. Motory jsou mezi sebou propojeny pružným členem, kterým je listová pružina.



Obr. 7.1: Fotografie soustavy motorů spojené pružným členem

7.1 Způsob estimace parametrů

Estimace parametrů byla provedena offline na datech získaných z měření na soustavě motorů. Pro estimaci parametrů každého modelu byla použita pouze metoda

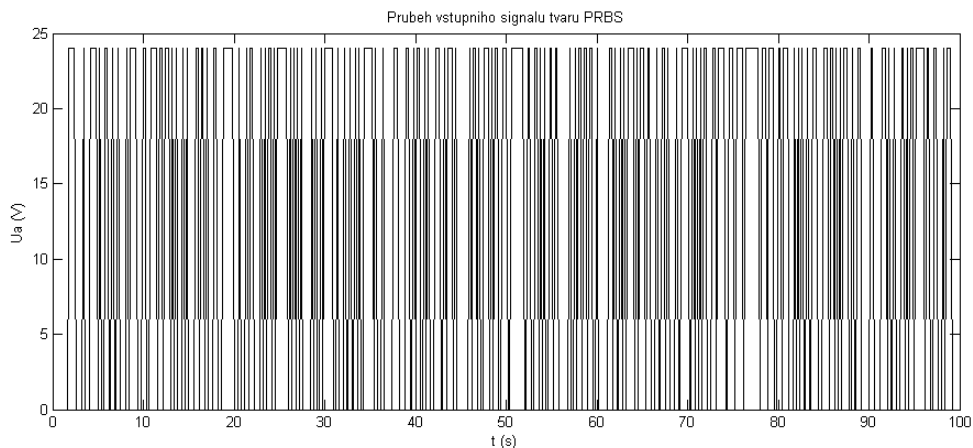
Levenberg-Marquardt s proměnným krokem, protože dosahuje nejlepších výsledků, což bylo potvrzeno v předchozí kapitole (6). Proměnný krok η byl volen tak, aby co nejvíce minimalizoval hodnotu kritériální funkce. Toho bylo docíleno funkcí `fminsearchbnd`. Krok η byl prohledáván v rozmezí hodnot 0 až 40 s maximálním počtem iterací 100. Velikost koeficientu α byla použita $\alpha = 0,5$. Při estimaci parametrů jsou výstupní data posunuta o dopravní zpoždění 0,1 s, estimace parametrů tedy probíhá bez dopravního zpoždění. Toto dopravní zpoždění je nakonec přidáno k predikci modelu.

Maximální počet iterací pro estimaci parametrů byl zvolen na hodnotu 1500. Počáteční nastavení parametrů modelu je náhodné pomocí funkce `rand`. Velikost je omezena na hodnoty v intervalu $< -1; 1 >$. Estimace každého modelu byla provedena alespoň pětkrát a v tabulkách (7.1) a (7.2) je vždy uveden případ, pro který byla velikost kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ při validaci nejmenší. Tabulky (7.1) a (7.2) jsou rozděleny na šest částí podle struktury modelu. V každé této části je tučným písmem vyznačena nejmenší hodnota kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ a $I(\theta)_{lin}$. Kritériální funkce byla vypočtena dle vztahu (6.2).

Na obrázcích pod tabulkami jsou zobrazeny průběhy modelů, které měli nejnížší hodnotu kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ pro každou skupinu modelů vyznačenou v tabulce.

7.1.1 Odezva soustavy motorů na PRBS signál

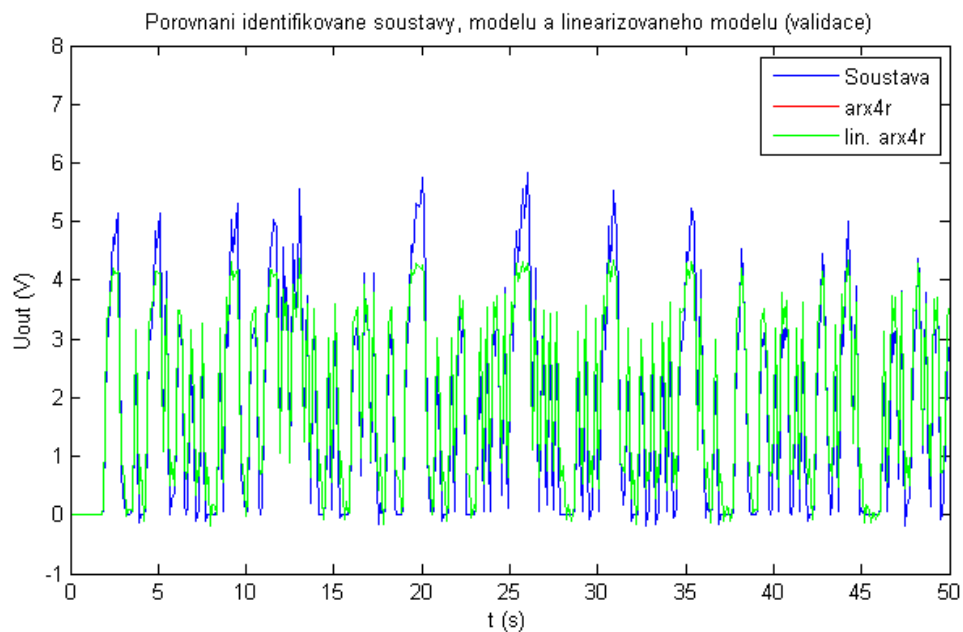
Jako vstupní signál byla použita PRBS generovaná v programu MATLAB pomocí funkce `idinput`. Hodnoty této posloupnosti byly 0 a 24. Délka použité PRBS byla prvních 501 hodnot z délky posloupnosti o 511 hodnotách. Na obr. (7.2) je průběh použité PRBS.



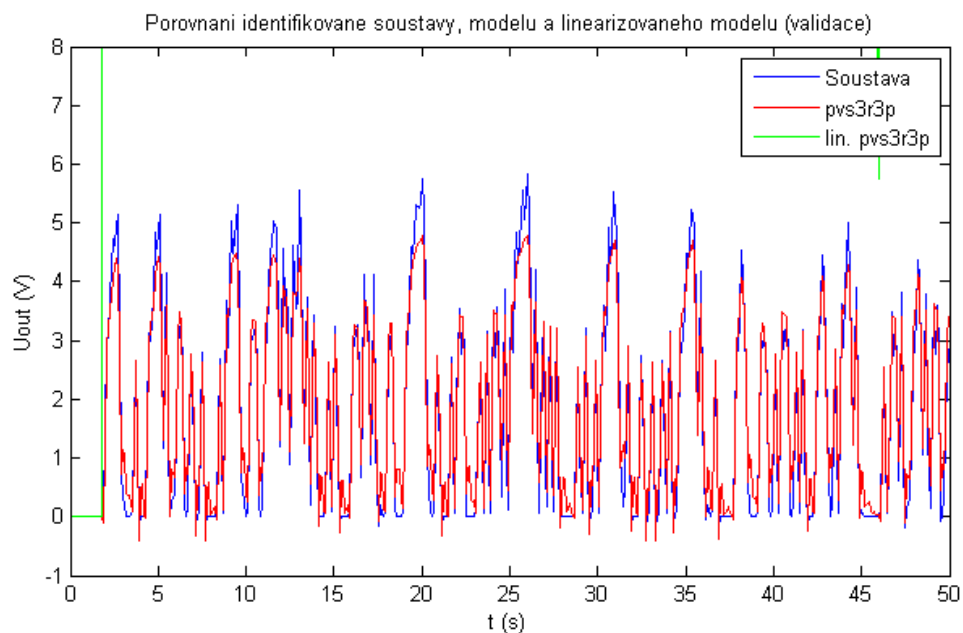
Obr. 7.2: PRBS použitý jako vstupní signál

Tab. 7.1: Výsledek estimace parametrů soustavy motorů metodou Levenberg-Marquardt

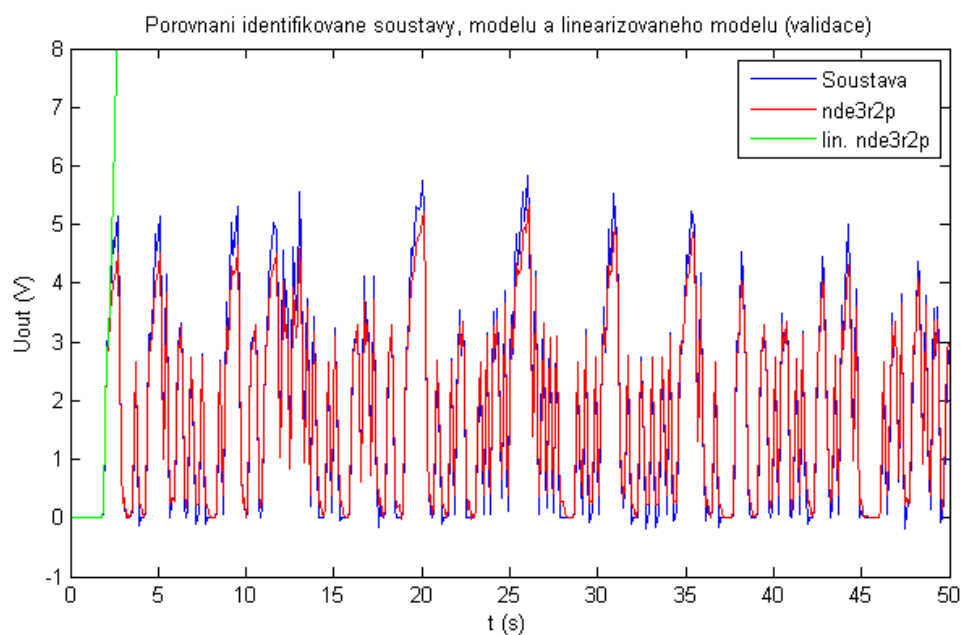
model	parametrů	iterací	$I(\theta)_{valid}$	$I(\theta)_{lin}$
arx2r	4	4	0,3419	0,3419
arx3r	6	4	0,3078	0,3078
arx4r	8	5	0,2555	0,2555
pvs2r2p	7	4	0,2960	12
pvs2r3p	11	4	0,2908	4820
pvs3r2p	12	4	0,1706	592
pvs3r3p	22	4	0,1615	83376
nde2r2p	7	4	0,1772	∞
nde2r3p	11	4	0,1523	∞
nde3r2p	12	5	0,0784	∞
nde3r3p	22	6	0,0921	∞
kg2r2p	14	5	0,1535	∞
kg2r3p	34	6	0,1082	∞
kg3r2p	27	5	0,0351	∞
nn1i2n2r	12	1500	0,2329	0,4639
nn1i3n2r	18	1500	0,1704	1,8
nn1i4n2r	24	1500	0,1318	563
nn1i2n3r	16	139	0,0634	2,6
nn1i3n3r	24	1500	0,0643	2,2
nn1i4n3r	32	1500	0,0319	4,8
nn2i2n2n2r	18	1500	0,1311	4,3
nn2i3n2n2r	25	1500	0,1653	0,5416
nn2i2n3n2r	22	1500	0,0871	41
nn2i3n3n2r	30	1500	0,1099	15
nn2i2n2n3r	22	1500	0,0375	5,8
nn2i3n2n3r	31	173	0,0438	5,2
nn2i2n3n3r	26	1500	0,0325	6,0
nn2i3n3n3r	36	1500	0,2179	23



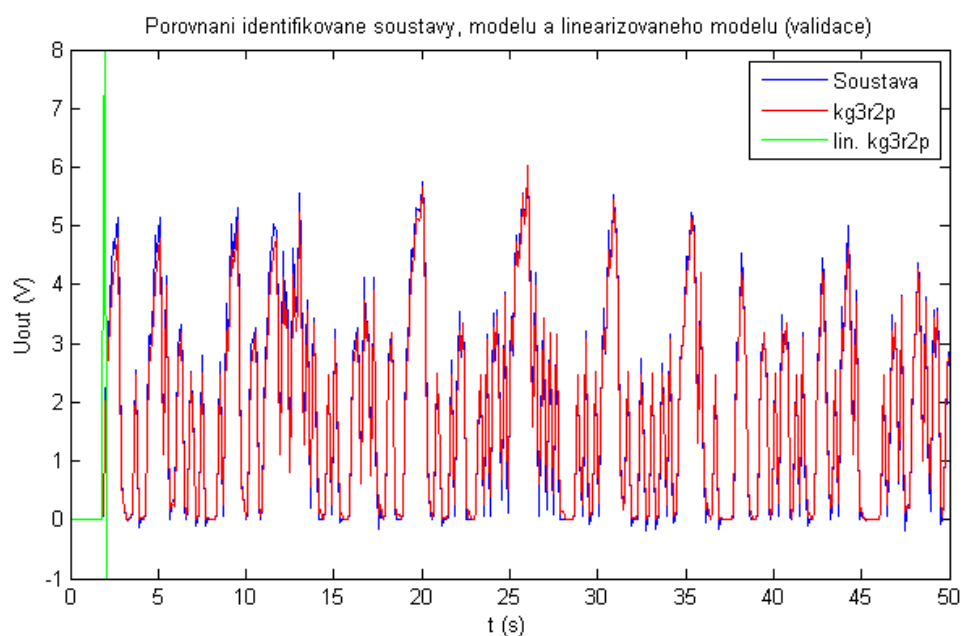
Obr. 7.3: Porovnání identifikované soustavy, modelu arx4r a linearizovaného modelu arx4r pro $I(\theta)_{valid} = 0,2555$



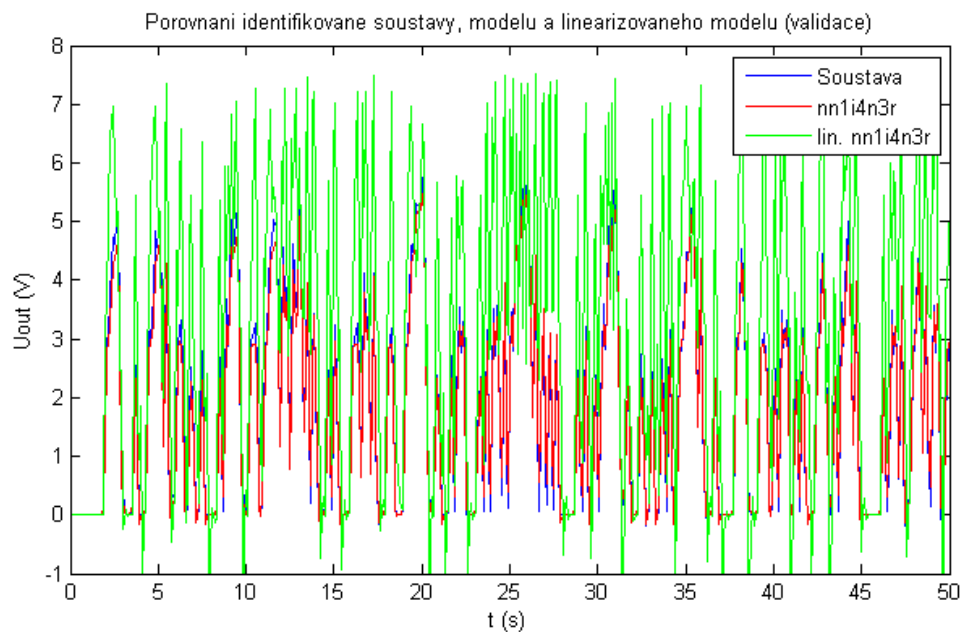
Obr. 7.4: Porovnání identifikované soustavy, modelu pvs3r3p a linearizovaného modelu pvs3r3p pro $I(\theta)_{valid} = 0,1615$



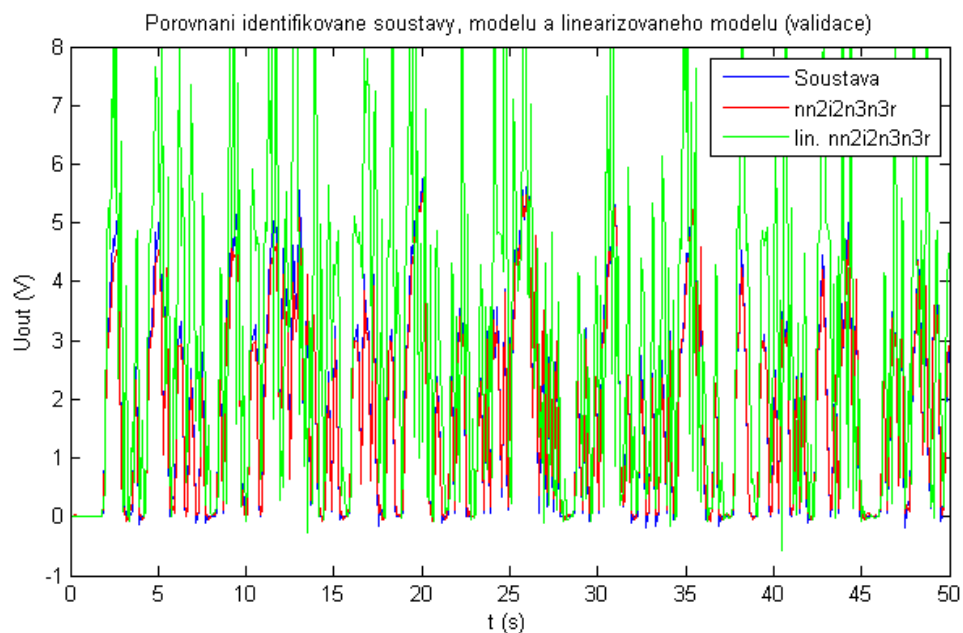
Obr. 7.5: Porovnání identifikované soustavy, modelu nde3r2p a linearizovaného modelu nde3r2p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0784$



Obr. 7.6: Porovnání identifikované soustavy, modelu kg3r2p a linearizovaného modelu kg3r2p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0351$



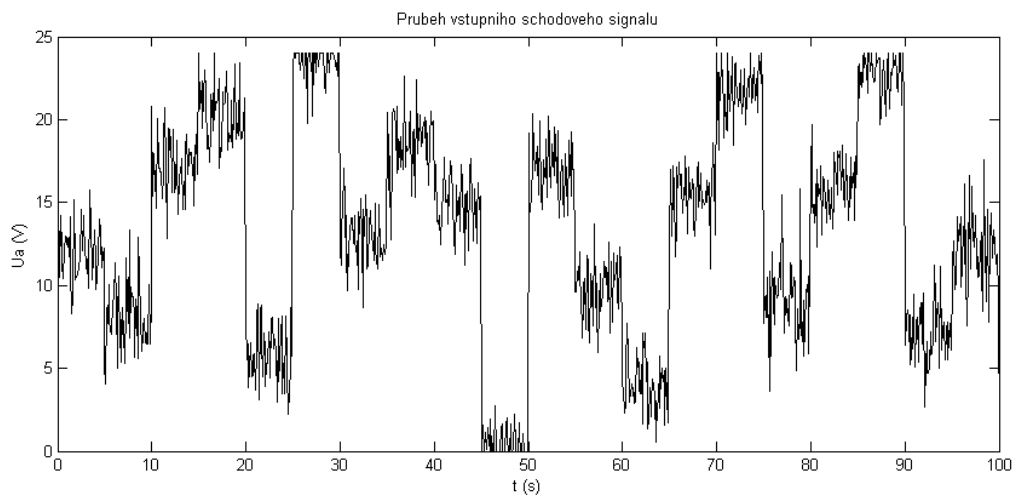
Obr. 7.7: Porovnání identifikované soustavy, modelu nn1i4n3r a linearizovaného modelu nn1i4n3r pro $I(\theta)_{valid} = 0,0319$



Obr. 7.8: Porovnání identifikované soustavy, modelu nn2i2n3n3r a linearizovaného modelu nn2i2n3n3r pro $I(\theta)_{valid} = 0,0325$

7.1.2 Odezva soustavy motorů na schodový signál

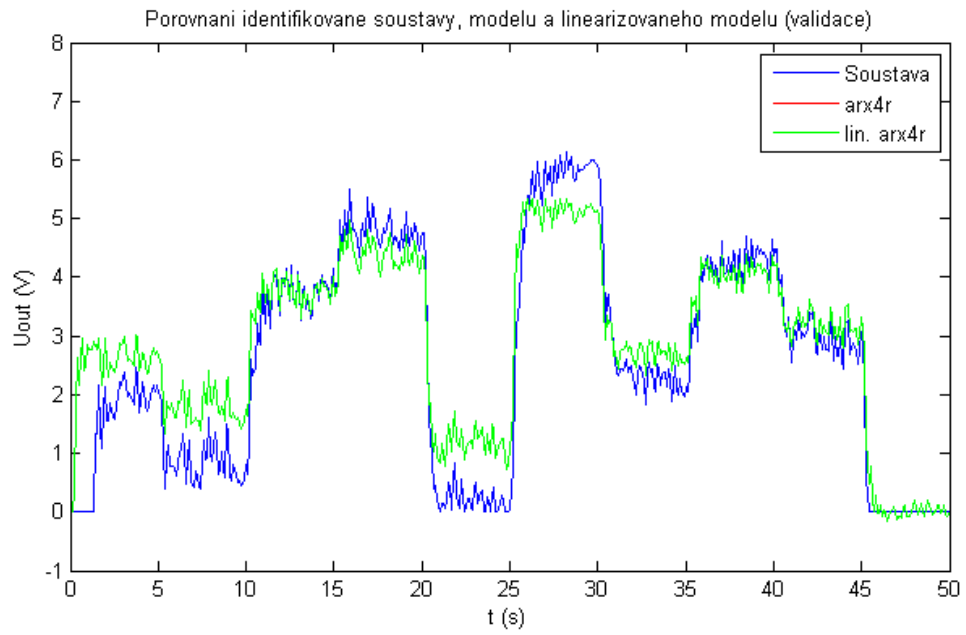
Jako vstupní signál byl použit schodový signál. Délka každého schodu byla 5 s a k signálu byl ještě připočten šum. Tento signál byl omezen na velikost 0 až 24 V. Na obr. (7.9) je průběh schodového vstupního signálu.



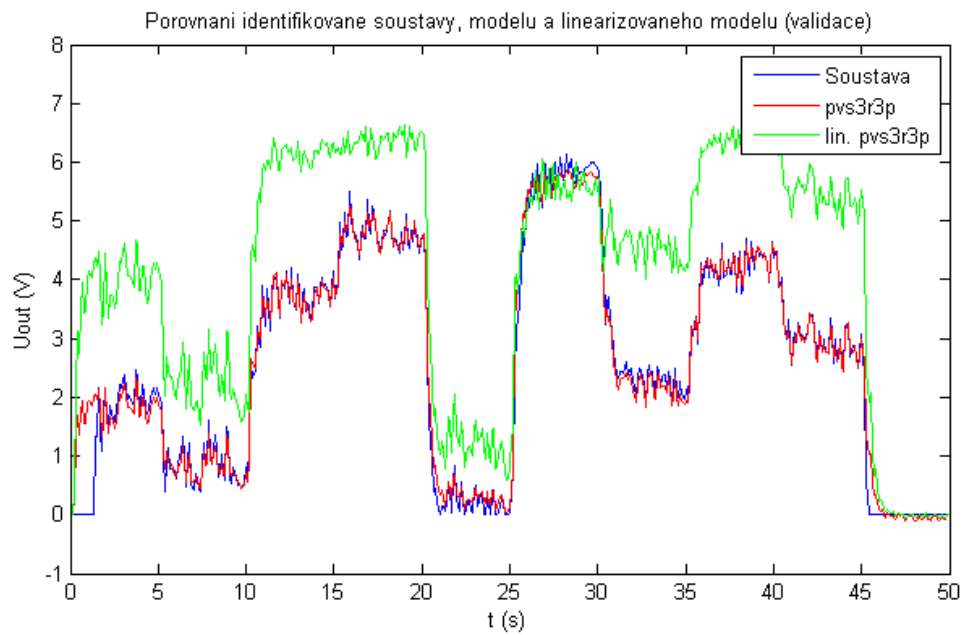
Obr. 7.9: Schodový vstupní signál

Tab. 7.2: Výsledek estimace parametrů soustavy motorů metodou Levenberg-Marquardt

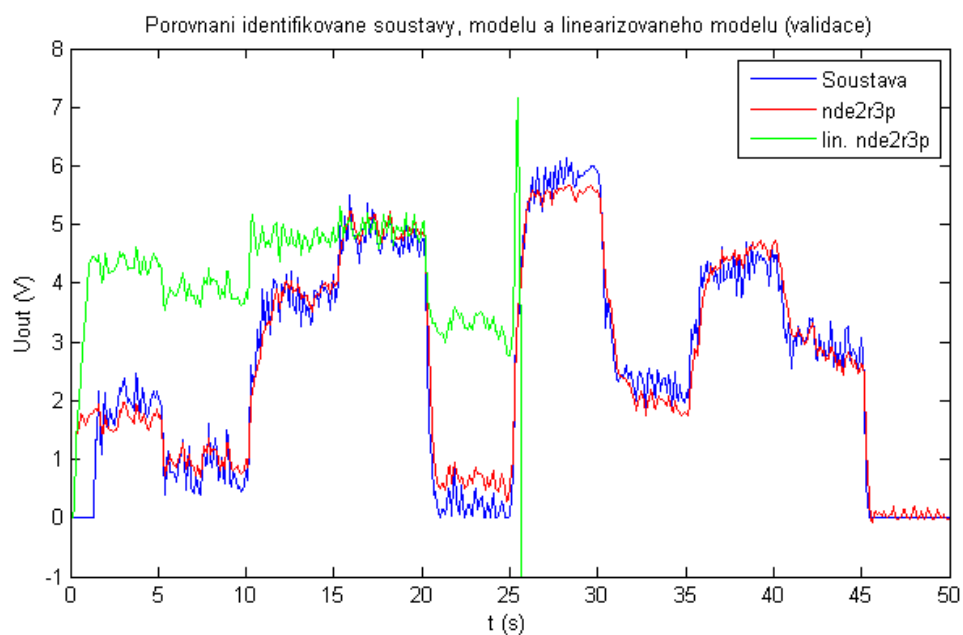
model	parametrů	iterací	$I(\theta)_{valid}$	$I(\theta)_{lin}$
arx2r	4	3	0,5363	0,5363
arx3r	6	4	0,6550	0,6550
arx4r	8	5	0,4731	0,4731
pvs2r2p	7	4	0,1655	7,0
pvs2r3p	11	5	0,1167	3,2
pvs3r2p	12	5	0,1339	7,1
pvs3r3p	22	4	0,0936	3,4
nde2r2p	7	5	0,3025	∞
nde2r3p	11	8	0,1491	∞
nde3r2p	12	5	0,3422	∞
nde3r3p	22	26	0,2067	∞
kg2r2p	14	6	0,1365	2,0
kg2r3p	34	6	0,1510	∞
kg3r2p	27	7	0,0894	∞
nn1i2n2r	12	1500	0,2098	3,1
nn1i3n2r	18	1500	0,1255	2,9
nn1i4n2r	24	1192	0,3514	1,7
nn1i2n3r	16	1500	0,2477	13
nn1i3n3r	24	692	0,2366	3,1
nn1i4n3r	32	483	0,2235	3,3
nn2i2n2n2r	18	486	0,1210	3,1
nn2i3n2n2r	25	77	0,2659	8,3
nn2i2n3n2r	22	1500	0,1287	3,3
nn2i3n3n2r	30	175	0,1314	3,2
nn2i2n2n3r	22	1500	0,0843	3,8
nn2i3n2n3r	31	546	0,0899	3,4
nn2i2n3n3r	26	1119	0,0867	3,8
nn2i3n3n3r	36	584	0,0954	3,5



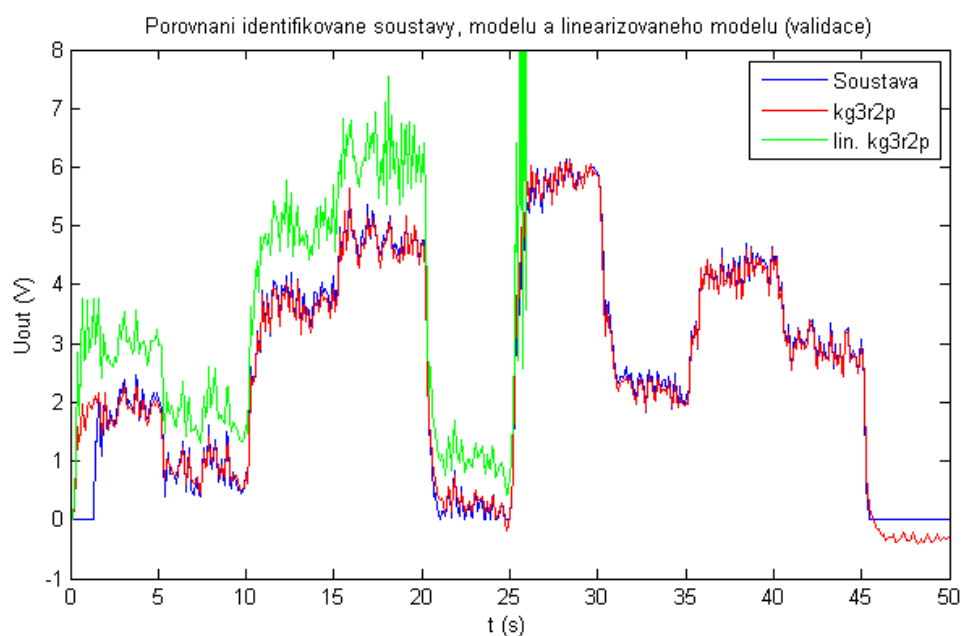
Obr. 7.10: Porovnání identifikované soustavy, modelu arx4r a linearizovaného modelu arx4r pro $I(\theta)_{valid} = 0,4731$



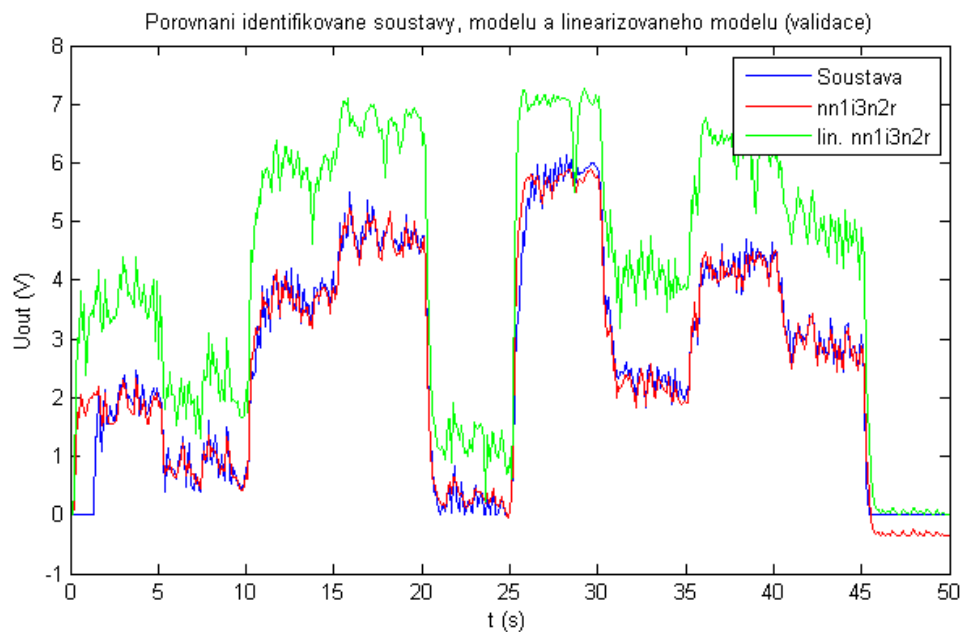
Obr. 7.11: Porovnání identifikované soustavy, modelu pvs3r3p a linearizovaného modelu pvs3r3p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0936$



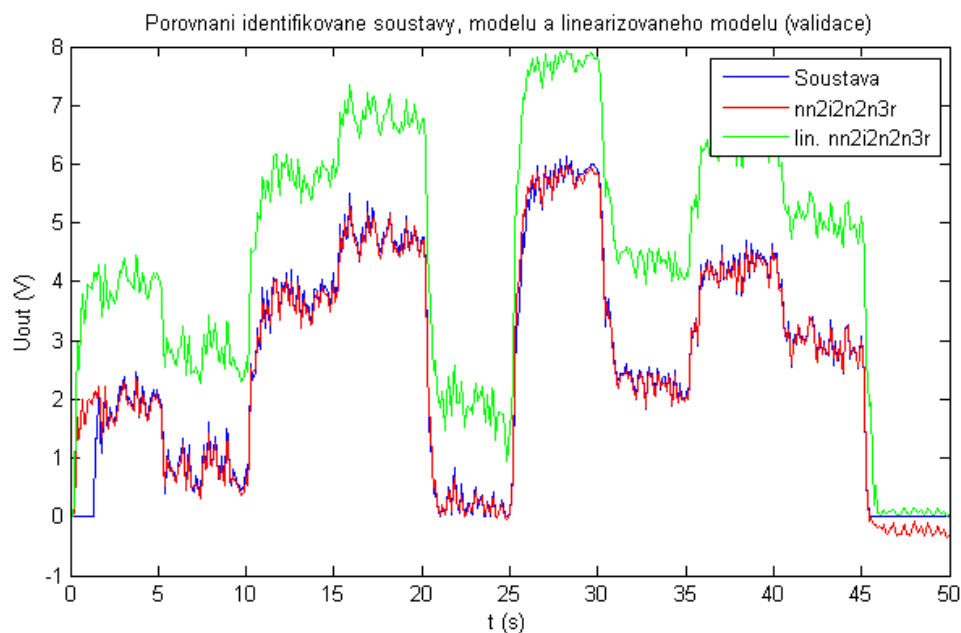
Obr. 7.12: Porovnání identifikované soustavy, modelu nde2r3p a linearizovaného modelu nde2r3p pro $I(\theta)_{valid} = 0,1491$



Obr. 7.13: Porovnání identifikované soustavy, modelu kg3r2p a linearizovaného modelu kg3r2p pro $I(\theta)_{valid} = 0,0894$



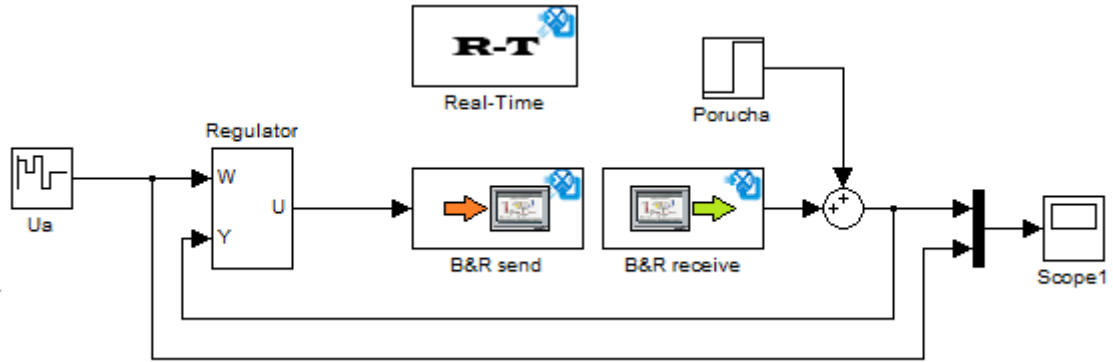
Obr. 7.14: Porovnání identifikované soustavy, modelu nn1i3n2r a linearizovaného modelu nn1i3n2r pro $I(\theta)_{valid} = 0,1255$



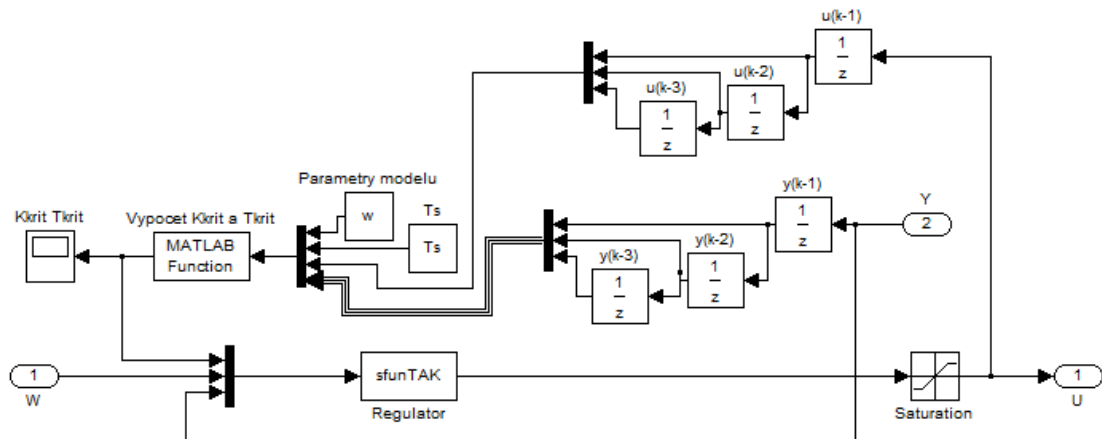
Obr. 7.15: Porovnání identifikované soustavy, modelu nn2i2n2n3r a linearizovaného modelu nn2i2n2n3r pro $I(\theta)_{valid} = 0,0843$

7.2 Návrh řízení na soustavu motorů

Na obr. (7.16) je zobrazeno schéma regulačního obvodu a na obr. (7.17) je zobrazen použitý adaptivní regulátor.



Obr. 7.16: Schéma regulačního obvodu



Obr. 7.17: Schéma regulátoru

Pro regulaci byly použity dva druhy regulátorů. Prvním regulátorem byl Takahashiho regulátor. Pro akční zásah Takahashiho regulátoru platí vztah

$$u(k) = K_P (y(k-1) - y(k)) + K_I (w(k-1) - y(k)) + K_D (2y(k-1) - y(k-2) - y(k)) + u(k-1), \quad (7.1)$$

kde u je akční zásah (vstup do soustavy), y je výstup ze soustavy, K_P , K_I a K_D jsou konstanty regulátoru a pro jejich výpočet platí vztahy

$$K_P = 0,6K_{krit} - \frac{K_I}{2} \quad K_I = \frac{1,2K_{krit}T_{vz}}{T_{krit}} \quad K_D = \frac{3K_{krit}T_{krit}}{40T_{vz}}, \quad (7.2)$$

kde K_{krit} je kritické zesílení soustavy, T_{krit} je perioda ustálených kmitů soustavy a T_{vz} je vzorkovací perioda. Vztahy (7.1) a (7.2) jsou převzaty z [17].

Druhým regulátorem byl PSD regulátor s omezením derivační složky. Přenos PSD regulátoru s omezením derivační složky je

$$F_R = K \left(1 + \frac{T_{vz} z^{-1}}{T_I (1 - z^{-1})} + N \frac{1 - z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_{vz} N}{T_D}} z^{-1}} \right), \quad (7.3)$$

kde K je zesílení regulátoru, T_I je integrační konstanta, T_D je derivační konstanta a T_{vz} je vzorkovací perioda. Konstanty K , T_I a T_D byly vypočteny pomocí metody Ziegler-Nicholse (7.4) a upravené metody Ziegler-Nicholse pro omezení kmitavého průběhu (7.5). Vztahy pro tyto metody jsou

$$K = 0,6K_{krit} \quad T_I = 0,5T_{krit} \quad T_D = 0,125T_{krit}, \quad (7.4)$$

$$K = 0,3K_{krit} \quad T_I = T_{krit} \quad T_D = 0,125T_{krit}, \quad (7.5)$$

kde K_{krit} je kritické zesílení soustavy a T_{krit} je perioda ustálených kmitů soustavy. Vztahy (7.3), (7.4) a (7.5) jsou převzaty z [17].

Pro návrh regulátoru je nutné nejdříve linearizovat nelineární model a poté vypočítat kritické zesílení K_{krit} a periodu ustálených kmitů T_{krit} linearizovaného modelu. Výpočet těchto hodnot je dle algoritmu v [17] na straně 79.

V tabulce (7.3) jsou zapsány hodnoty kritériální funkce, která je definovaná jako

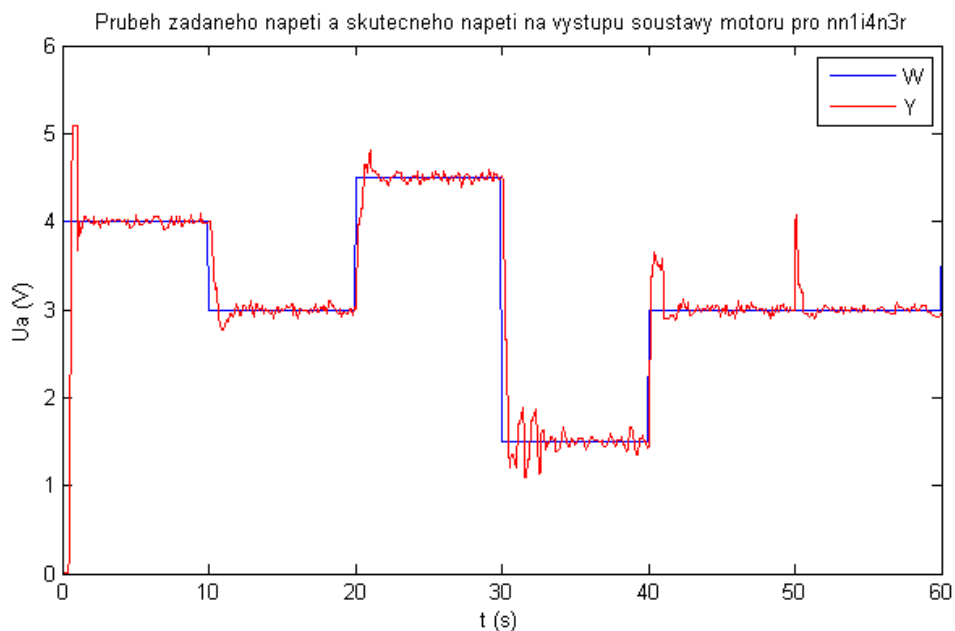
$$I_{krit} = \sum_{i=1}^N (w(i) - y(i))^2, \quad (7.6)$$

kde w je požadovaná hodnota a y je skutečná hodnota na výstupu ze soustavy.

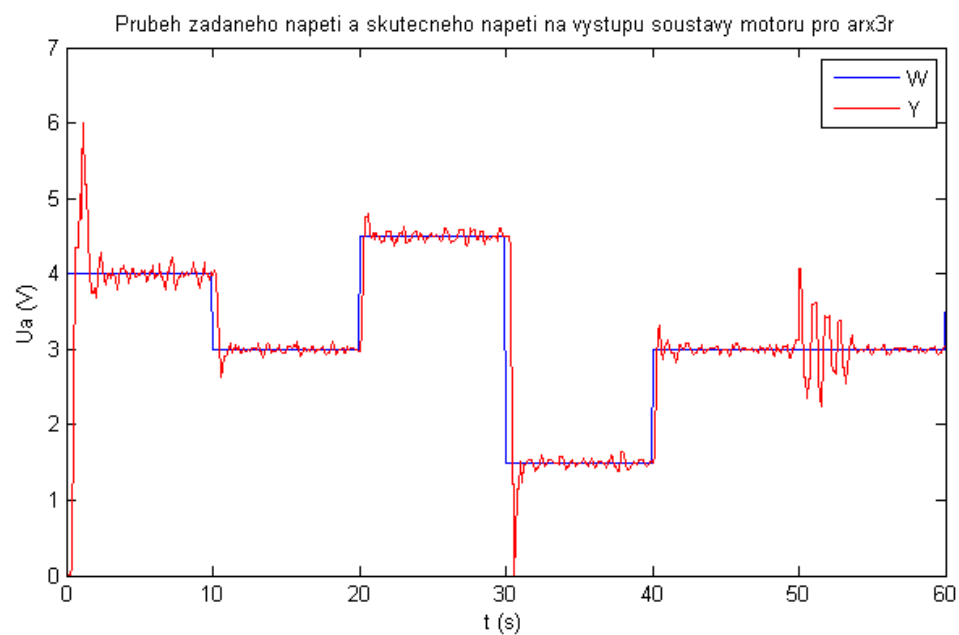
Na obr. (7.18), (7.19) a (7.20) jsou zobrazeny průběhy regulace soustavy motorů s pružným členem pro tři modely s nejnižší hodnotou kritériální funkce.

Tab. 7.3: Výsledek estimace parametrů soustavy motorů s pružným členem metodou Levenberg-Marquardt

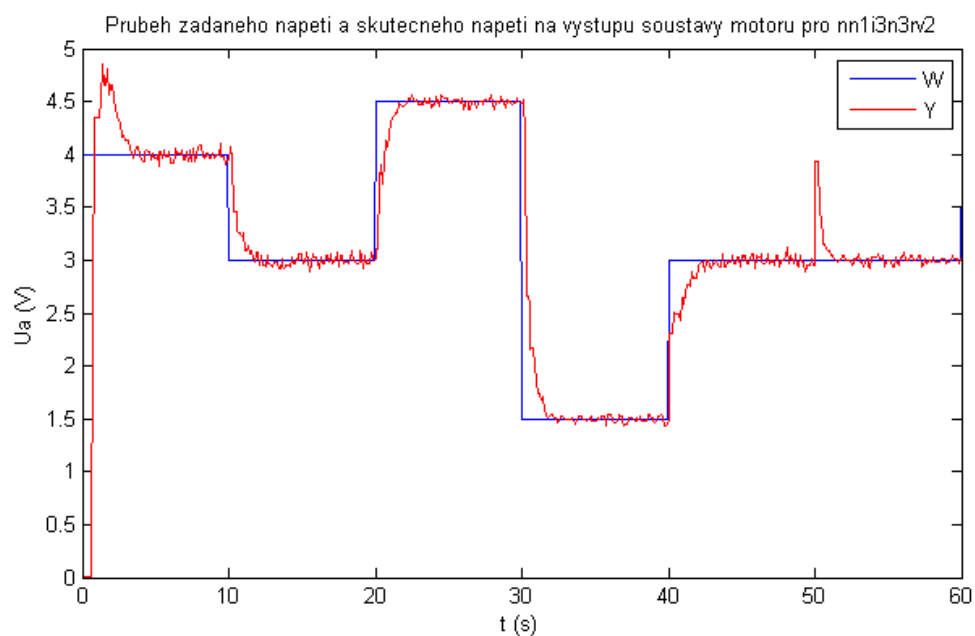
model	PRBS			Schodový signál		
	Takahashi	PSDv1	PSDv2	Takahashi	PSDv1	PSDv2
arx3r	162	307	177	453	262	185
pvs3r2p	1296	330	486	1966	720	293
pvs3r3p	1403	1445	3987	232	277	201
nde3r2p	456	221	195	1649	1241	197
nde3r3p	332	236	185	3149	1336	188
kg3r2p	907	633	456	4845	1241	202
nn1i2n3r	1483	1004	176	389	313	198
nn1i3n3r	4088	475	304	2677	338	174
nn1i4n3r	286	143	234	421	202	327
nn2i2n2n3r	983	199	213	6061	6061	6061
nn2i3n2n3r	8696	695	550	6061	6061	6061
nn2i2n3n3r	4613	694	695	604	215	195
nn2i3n3n3r	5269	1727	344	744	250	327



Obr. 7.18: Průběh regulace s parametry modelu nn1i4n3r



Obr. 7.19: Průběh regulace s parametry modelu arx3r



Obr. 7.20: Průběh regulace s parametry modelu nn1i3n3r

8 ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo pomocí experimentální identifikace estimovat parametry nelineárních modelů a porovnání způsobů estimace parametrů nelineárních modelů a nakonec porovnání modelů samotných.

V kapitole (3) byly detailněji rozebrány gradientní metody steepest descent, Kvazi-Newtonova metoda a Levenberg-Marquardt metoda. Tyto metody se liší pouze směrovou maticí ve výpočtu nových parametrů θ v rovnici (3.1). Pro všechny metody je důležitá velikost kroku η , která ovlivňuje jak rychlost konvergence k minimu kritériální funkce $I(\theta)$ (obr. (3.1), (3.3) a (3.4)), tak i samotnou konvergenci, protože při nevhodné volbě velikosti kroku η může dojít k divergenci metody od minima kritériální funkce $I(\theta)$ (obr. (3.2) a (3.4)).

V další kapitole (4) byl na nelineárním modelu Output Error ukázán vliv zašuměných výstupních dat na estimované parametry. Vlivem šumu dochází k posunu minima kritériální funkce $I(\theta)$ do parametrů, které nejsou optimální pro daný systém (obr. (4.1), (4.2) a (4.3)). Tento posun může mít za následek vznik modelu, který bude při použití více krokové predikce nestabilní.

V následující části kapitoly byly popsány nelineární modely. Prvním zástupcem je vícevrstvá perceptronová síť. V této části je vysvětlen princip neuronu a topologie vícevrstvé perceptronové sítě. Dalším zástupcem nelineárních modelů jsou modely založené na Volterrových řadách. Na konci této kapitoly byly popsány různé přístupy k linearizaci nelineárních modelů za účelem použití návrhu regulátoru na lineární systém. V této diplomové práci byla použita pouze linearizace pomocí citlivostní funkce, protože ostatní přístupy nebyly vhodné. Více v části (4.4.4).

Další kapitola (5) je věnována základním teoretickým poznatkům, potřebným k vytvoření modelu soustavy motorů s pružným členem. Nejdříve jsou odvozeny rovnice pro motor v motorickém režimu a pak jsou odvozeny rovnice pro motor, kdy funguje jako dynamická brzda s brzděním do odporu. Z těchto rovnic je nakonec sestaven model v programu MATLAB/Simulink 6.1. Z tohoto modelu jsou následně získána data potřebná pro estimaci parametrů jednotlivých matematických nelineárních modelů a jejich srovnání včetně srovnání algoritmů použitých pro estimaci. Získaná data nejsou nijak zašuměná. V tabulkách (6.1), (6.2) a (6.3) jsou zapsány výsledky estimace parametrů jednotlivých modelů. Každý model byl estimován každou metodou alespoň pětkrát a nejlepší výsledek je zapsán do tabulky. Hodnota kritériální funkce je vypočtena dle vzorce (6.2). Hodnoty predikce $\hat{y}$ jsou vypočteny jako více kroková predikce.

Z tabulek (6.1), (6.2) a (6.3) si lze všimnout, že nejhorší metodou pro estimaci parametrů použitých nelineárních modelů byla metoda steepest descent (6.1). Při použití lineárního modelu byla metoda ještě schopna dosáhnout podobných výsledků

jako ostatní metody, ale při velkém počtu iterací. Při použití polynomiálních modelů s nelinearitou na výstupní část (NDE a Kolmogorov-Gabor) nebyla tato metoda schopna nalézt žádné řešení, které by bylo stabilní během validace, kromě jedné výjimky (nde2r2p). Ostatní nelineární modely dosahují o řád horší hodnoty kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ než při použití ostatních metod. Tento výsledek je způsoben absencí směrové matice $\mathbf{S}$.

Výsledky metod Kvazi-Newtonovi a Levenberg-Marquardt jsou velice podobné, ale metoda Levenberg-Marquardt dosahuje minima kritériální funkce $I(\theta)$ v méně iteracích pro polynomiální modely. Toto minimum je nalezeno z více různých počátečních podmínek, což je způsobeno absencí lokálního minima v blízkosti globálního minima prostoru kritériální funkce $I(\theta)$. Tento jev neplatí u neuronových sítí, protože výsledek estimace je vysoce závislý na počátečních podmínkách parametrů modelu θ .

Z porovnání nelineárních modelů estimovaných z dat ze simulace vychází nejhůře parametrické modely volterrovy řady. Toto je způsobeno absencí nelinearity na výstupní části modelu, protože simulovaná soustava má nelinearitu na výstupní části (zatěžovací moment). Další jsou neuronové sítě, kdy výsledná hodnota kritériální funkce $I(\theta)_{valid}$ závisí na volbě počátečních parametrů modelu θ . Od této volby se také odvíjí počet iterací k dosažení lokálního nebo globálního minima kritériální funkce $I(\theta)$. NDE a Kolmogorov-Gabor modely dosahují podobných výsledků. Pokud bychom použili princip occamova ostří (Pokud dva modely dosahují stejných výsledků, tak správný je ten jednodušší.), tak nejlepším modelem by byl model nde3r2p (obr. 6.21), protože hodnota kritériální funkce je $I(\theta)_{valid} = 361$, což je druhá nejnižší hodnota s nepatrným rozdílem oproti nejnižší hodnotě $I(\theta)_{valid} = 354$ u kg3r2p modelu (6.23), ale s méně než polovičním počtem parametrů modelu. Další výhodou tohoto modelu je stabilní linearizovaný model. Průběh změny parametrů linearizovaného modelu je na obr. (6.22).

Předposlední část práce se zabývá estimací parametrů nelineárních modelů z naměřených dat ze soustavy motorů spojených pružným členem. Pro estimaci parametrů nelineárních modelů byly použity dva různé vstupní signály. Prvním signálem byla PRBS (obr. (7.2)) a druhým signálem byl schodový signál, ke kterému byl připočten šum (obr. (7.9)). Z tabulek (7.1) a (7.2) je vidět, že nelineární modely dosahují větší přesnosti predikce než lineární ARX model. Z modelů založených na Volterrových řadách vycházejí nejlépe Kolmogorov-Gabor modely. Neuronové sítě dosahují podobné přesnosti predikce jako modely založené na Volterrových řadách, ale nastává u nich problém při estimaci parametrů, protože jsou velice citlivé na počáteční nastavení parametrů. Od této volby se také odvíjí počet iterací k dosažení lokálního nebo globálního minima kritériální funkce $I(\theta)$.

Nakonec bylo navrženo řízení na soustavu motorů spojených pružným členem.

Pro řízení byly použity dva druhy regulátoru, a to Takahashiho regulátor a PSD regulátor s omezením derivační složky. Pro PSD regulátor byly použity dva výpočty parametrů regulátoru pomocí metody Ziegler-Nicholse a metody Ziegler-Nicholse s omezením kmitavého průběhu. Pro tyto výpočty byly všechny nelineární modely linearizovány pomocí citlivostní analýzy. Z tabulky (7.3) je zřejmé, že pro návrh lineárního řízení na tuto soustavu motorů je dostačující lineární ARX model. Při použití linearizovaných nelineárních modelů dosahoval nejlepších výsledků PSD regulátor s omezením derivační složky, jehož parametry byly nastaveny pomocí metody Ziegler-Nicholse s omezením kmitavého průběhu.

LITERATURA

- [1] NELLES, O. *Nonlinear System Identification: From Classical Approaches to Neural Networks and Fuzzy Models*. Berlin: Springer, 2001, 785 s.
ISBN 3-540-67369-5
- [2] IKONEN, E. - NAJIM, K. *Adaptive process Identification and Control*. New York: Marcel Dekker, 2002, 310 s. ISBN 0-8247-0648-X
- [3] OGUNFUNMI, T. *Adaptive Nonlinear System Identification: The Volterra and Wiener Model Approaches*. Santa Clara: Springer, 2007, 230 s.
ISBN 978-0-387-26328-1
- [4] ZHANG, H. *Volterra Series: Introduction & Application*. Presentace. [s.l.] 50 s.
- [5] ŠTECHA, J. *Optimální rozhodování a řízení*. Skriptum ČVUT. Praha: FEL, Katedra řídicí techniky, 1999, 242 s.
- [6] PETERSEN, K. B. - PEDERSEN, M. S. *The Matrix Cookbook*. [online]. 2008, 71 s. [cit. 1. 5. 2011]. Dostupné z URL: <<http://matrixcookbook.com/>>.
- [7] WENYU, S. - YA-XIANG, Y. *Optimization theory and methods: Nonlinear Programming*. New York: Springer, 2006, 687 s.
ISBN 0-387-24975-3
- [8] ANTONIOU, A. - LU, W-S. *Practical Optimization: Algorithms and Engineering Applications*. New York: Springer, 2007, 669 s.
ISBN 0-387-71106-6
- [9] SJÖBERG, J. - et al. *Nonlinear Black-Box Modeling in System Identification*. Linköping: Linköping University 1995, 55 s.
- [10] SPOONER, J. T. - MAGGIORE, M. - ORDÓÑEZ, R. - PASSINO, K. M. *Stable Adaptive Control and Estimation for Nonlinear Systems: Neural and Fuzzy Approximator Techniques*. New York: Wiley, 2002, 545 s. ISBN 0-471-41546-4
- [11] PINTELON, R. T. - SCHOUKENS, J. *System Identification: A Frequency Domain Approach*. New York: IEEE Press, 2001, 603 s. ISBN 0-7803-6000-1
- [12] FLETCHER, R. *Practical Methods of Optimization*. 2nd edition. Great Britain: Wiley, 2000, 436 s. ISBN 0-471-91547-5
- [13] RAIDA, Z. *Optimalizace v elektrotechnice* [online]. [cit. 1. 5. 2011]. Dostupné z URL: <<http://www.urel.feec.vutbr.cz/raida/optimalizace/>>.

- [14] KOCMAN, S. *Stejnosměrné stroje*. Učební text VŠB-TU. Ostrava: Katedra obecné elektrotechniky, 2002, 22 s.
- [15] ONDRŮŠEK, Č. - SKALKA, M. - NĚMEC, J. *Dynamika elektromechanických soustav*. Učební text VUT. Brno: FEKT, Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky, 7 s.
- [16] NOSKIEVIČ, P. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava: MONTANEX, 1999, 276 s. ISBN 80-7225-030-2
- [17] PIVOŇKA, P. *Číslicová řídicí technika*. Skriptum VUT. Brno: FEKT, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2003, 151 s.
- [18] JIRSÍK, V. *Vícevrstvá síť s algoritmem učení Back Propagation*. Prezentace VUT. Brno: FEKT, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2010, 29 s.
- [19] HAYKIN, S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. New Jersey: Prentice Hall, 1999, 842 s. ISBN 0-13-908385-5
- [20] NOVÁK, A. *Identification of Nonlinear Systems: Volterra Series Simplification* [online]. Článek ČVUT. Praha: FEL, Katedra radioelektroniky, 2007, 4 s. [cit. 10. 4. 2012]. Dostupné z URL: <<http://ctn.cvut.cz/ap/download.php?id=247>>.
- [21] JANCZAK, A. *Identification of Nonlinear Systems Using Neural Networks and Polynomial Models: A Block-Oriented Approach*. New York: Springer, 2005, 203 s.
ISBN 3-540-23185-4
- [22] ŠOLC, F. - VÁCLAVEK, P. - VAVŘÍN, P. *Řízení a regulace II*. Skriptum VUT. Brno: FEKT, Ústav automatizace a měřicí techniky, 2007, 228 s.
- [23] RAZÍM, M. - ŠTECHA, J. *Nelineární systémy*. Skriptum ČVUT. Praha: FEL, Katedra řídicí techniky, 1997, 201 s.
- [24] JIANG, Z. - SONTAG, E. - WANG, Y. *Input-To-State Stability For Discrete-Time Nonlinear Systems* [online]. Automatica, 1999, Volume 37, 857-869 s. [cit. 12. 4. 2012]. Dostupné z URL: <<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.43.5691>>.
- [25] Braake, H.A.B. - et al. *Control of Nonlinear Chemical Processes Using Neural Models and Feedback Linearization* [online]. Computers & Chemical Engineering, 1997, 30 s. [cit. 14. 4. 2012]. Dostupné z URL: <<http://control-lab.et.tudelft.nl/scherpen/ftpfiles/compchem.pdf>>.

- [26] POPESCU, D. *To Linearize Nonlinear System Model Using Sensitivity Functions* [online]. CEAI, 2005, Volume 5, 35-42 s. [cit. 13. 4. 2012]. Dostupné z URL: <<http://www.ceai.srait.ro/index.php/ceai/article/view/110/64>>.
- [27] Yeung, D.S. - et al. *Sensitivity Analysis for Neural Networks*. New York: Springer, 1998, 603 s. ISBN 978-3-642-02531-0
- [28] FINDURA, M. *Matematické modelování složitých technologických celků*. Prezentace VUT. Brno: FEKT, Ústav automatizace a měřicí techniky, 24 s.
- [29] D'Errico, J. *Function fminsearchbnd.m*. [online]. [cit. 20. 4. 2012]. Dostupné z URL: <<http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8277>>.

SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

$I(\theta)$	kriteriální funkce
$\mathbf{I}$	jednotková matice
θ	vektor parametrů modelu
$\mathbf{y}$	vektor výstupů ze soustavy
$y(k)$	výstup v kroku k
$\hat{\mathbf{y}}$	vektor predikovaných hodnot
$\hat{y}(k)$	predikovaná hodnota v kroku k
$\mathbf{u}$	vektor vstupů do soustavy
$u(k)$	vstup v kroku k
k	krok
$\mathbf{e}$	vektor chyb
v	porucha
η	velikost kroku
$\mathbf{J}$	Jacobiho matice
$\mathbf{g}$	gradient
$\mathbf{H}$	Hessova matice
$\mathbf{P}$	matice druhých derivací
α	koeficient
$\mathbf{S}$	směrová matice
$F(p)$	přenos soustavy v Laplaceově obraze
z	vnitřní potenciál neuronu
$f(z)$	aktivační funkce
$\mathbf{w}$	vstupní váhy neuronu
$F(z^{-1})$	diskrétní přenos soustavy

T_{vz}	vzorkovací perioda
$B(z^{-1})$	polynom čitatele přenosu v diskrétní oblasti
$A(z^{-1})$	polynom jmenovatele přenosu v diskrétní oblasti
i	index
l	index
j	index
r	index
N	počet vzorů
n	počet hledaných parametrů
$h(k)$	impulsová odezva v kroku k
a_i	koefficient Taylorovy řady
$\mathbf{H}_n$	Volterrovův operátor
h_n	Volterrovo jádro
xk	vícekroková
PSD	výkonová spektrální hustota – Power Spectral Density
$N_{\theta KG}$	počet parametrů Kolmogorov-Gaborova modelu
$N_{\theta PVS}$	počet parametrů Parametrického modelu Volterrovy řady
$N_{\theta NDE}$	počet parametrů NDE modelu
N_u	počet zpožděných vstupů
N_y	počet zpožděných výstupů
$\mathbf{x}$	stavová proměnná
$\mathbf{z}$	stavová proměnná
PSD	Proporcionálně–Sumačně–Diferenční regulátor
U_a	napájecí napětí kotvy
U_b	napájecí napětí buzení

i_a	proud obvodem kotvy
i_b	proud obvodem buzení
n	otáčky motoru
ω	úhlová rychlost
φ	úhel natočení
R_a	odpor vinutí kotvy
R_b	odpor budícího vinutí
L_a	indukčnost vinutí kotvy
L_b	indukčnost buzení
c	konstanta stroje
k_ϕ	konstanta buzení
R_b	zatěžovací odpor
J	moment setrvačnosti
k	konstanta torzní pružiny
M_z	zátěžový moment
M_i	elektromagnetický moment motoru
M_{Br}	brzdny moment motoru
M_k	moment torzní pružiny
t_d	dopravní zpoždění
arx2r	ARX model 2. řádu
arx3r	ARX model 3. řádu
arx4r	ARX model 4. řádu
pvs2r2p	Parametrický model Volterrovy řady 2. řádu se stupněm polynomu 2
pvs2r3p	Parametrický model Volterrovy řady 2. řádu se stupněm polynomu 3
pvs3r2p	Parametrický model Volterrovy řady 3. řádu se stupněm polynomu 2

pvs3r3p Parametrický model Volterrovy řady 3. řádu se stupněm polynomu 3

nde2r2p Nelineární diferenční rovnice 2. řádu se stupněm polynomu 2

nde2r3p Nelineární diferenční rovnice 2. řádu se stupněm polynomu 3

nde3r2p Nelineární diferenční rovnice 3. řádu se stupněm polynomu 2

nde3r3p Nelineární diferenční rovnice 3. řádu se stupněm polynomu 3

kg2r2p Kolmogorov-Gaborův model 2. řádu se stupněm polynomu 2

kg2r3p Kolmogorov-Gaborův model 2. řádu se stupněm polynomu 3

kg3r2p Kolmogorov-Gaborův model 3. řádu se stupněm polynomu 2

nn1i2n2r neuronová síť 2. řádu se dvěma neurony ve skryté vrstvě

nn1i3n2r neuronová síť 2. řádu se třemi neurony ve skryté vrstvě

nn1i4n2r neuronová síť 2. řádu se čtyřmi neurony ve skryté vrstvě

nn1i2n3r neuronová síť 3. řádu se dvěma neurony ve skryté vrstvě

nn1i3n3r neuronová síť 3. řádu se třemi neurony ve skryté vrstvě

nn1i4n3r neuronová síť 3. řádu se čtyřmi neurony ve skryté vrstvě

nn2i2n2n2r neuronová síť 2. řádu se dvěma a dvěma neurony ve skryté vrstvě

nn2i3n2n2r neuronová síť 2. řádu se třemi a dvěma neurony ve skryté vrstvě

nn2i2n3n2r neuronová síť 2. řádu se dvěma a třemi neurony ve skryté vrstvě

nn2i3n3n2r neuronová síť 2. řádu se třemi a třemi neurony ve skryté vrstvě

nn2i2n2n3r neuronová síť 3. řádu se dvěma a dvěma neurony ve skryté vrstvě

nn2i3n2n3r neuronová síť 3. řádu se třemi a dvěma neurony ve skryté vrstvě

nn2i2n3n3r neuronová síť 3. řádu se dvěma a třemi neurony ve skryté vrstvě

nn2i3n3n3r neuronová síť 3. řádu se třemi a třemi neurony ve skryté vrstvě

PLC Programovatelný logický automat (Programmable Logic Controller)

PRBS Pseudonáhodná Binární Posloupnost

K_{krit} kritické zesílení soustavy

T_{krit}	perioda ustálených kmitů soustavy
w	žádaná hodnota
u	akční zásah
K_P	proporcionální konstanta regulátoru
K_I	integrační konstanta regulátoru
K_D	derivační konstanta regulátoru
$F_R(z^{-1})$	přenos regulátoru v diskrétní oblasti
K	zesílení regulátoru
T_I	integrační konstanta regulátoru
T_D	derivační konstanta regulátoru

SEZNAM PŘÍLOH

A Příloha CD-ROM

80

A PŘÍLOHA CD-ROM

Obsah disku:

Elektronická podoba diplomové práce

Zdrojové kódy v programu MATLAB

- *Pomocne/model.mdl* - model pro testovací účely
- *Pomocne/eta_graf.m* - vliv velikosti kroku na konvergenci k minimu kritériální funkce
- *Pomocne/OE1r.m* - posun minima kritériální funkce při zašuměných datech (využívá funkce *Pomocne/fetaminOE1r.m*, *Pomocne/OEfiltr.m* a *Pomocne/fminsearchbnd.m*)
- *Simulace/ss_scbdat.m* - načtení parametrů simulovaného modelu
- *Simulace/ss_scbdat.mdl* - model soustavy motorů
- *Universal/main.m* - hlavní soubor pro spuštění estimace parametrů (využívá funkce *Universal/blank.m* - volba vstupních dat, *Universal/fmodel.m* - struktury modelů, *Universal/fblank2r.m*, *Universal/fblank3r.m*, *Universal/fblank4r.m* a *Universal/fminsearchbnd.m*)
- *Adaptive Control/adc_schema.mdl* - schéma regulačního obvodu (využívá s-funkce *Adaptive Control/sfunPSD.m*, *Adaptive Control/sfunTAK.m* a funkci *Adaptive Control/mZN3r.m*)