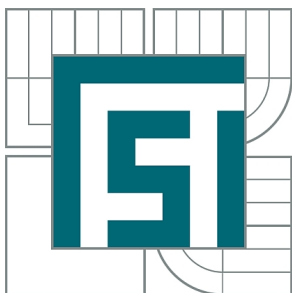


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND
BIOMECHANICS

MODÁLNÍ ANALÝZA TURBÍNOVÉHO KOLA PRO LETECKÝ MOTOR

MODAL ANALYSIS OF TURBINE WHEEL FOR AIRCRAFT ENGINE

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. JAN DRAHÝ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. EDUARD MALENOVSKÝ,
DrSc.

BRNO 2010

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Jan Drahý

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Modální analýza turbínového kola pro letecký motor

v anglickém jazyce:

Modal analysis of turbine wheel for aircraft engine

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Určení tvarů, možná buzení v provozní oblasti, případně porovnání s experimentem.

Cíle diplomové práce:

Zpracování výpočtového modelu a provedení výpočtové analýzy

Seznam odborné literatury:

firemní podklady ANSYS

firemní materiály První Brněnská Velká Bíteš

Hamid Mehdigholi, Forced Vibration of Rotating Discs and Interaction with Non-rotating Structures

Vedoucí diplomové práce: prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2009/2010.

V Brně, dne 16.11.2009

L.S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc.
Děkan fakulty

ANOTACE

Tato diplomová práce se zabývá modální analýzou turbínového kola leteckého motoru. První část se zabývá modální analýzou výpočtového modelu turbínového kola a izolované lopatky s využitím cyklické symetrie v programovém prostředí ANSYS. Tato část práce si stanovuje za cíl určení závislosti vlastních frekvencí na provozních parametrech motoru. Druhá část práce řeší úlohy experimentálním modelováním. Výsledky získané experimentálním modelováním jsou srovnávány s výsledky výpočtového modelování. Cílem práce je vytvoření Campbellova diagramu a stanovení intervalu kritických otáček turbínového kola.

KLÍČOVÁ SLOVA:

výpočtová modální analýza, experimentální modální analýza, Campbellův diagram, turbínové kolo, turbínová lopatka, cyklická symetrie

ANNOTATION

The master thesis deals with modal analysis of turbine wheel of aircraft engine. The first part is concerned with the modal analysis of the computational model of turbine wheel and separated turbine blade using the cyclic symmetry of the ANSYS software. This part of the thesis set the task of determining the natural frequency depending on the operating parameters of the motor. The second part of the thesis occupies with the experimental simulation of the task. The results of experimental simulation are verified and compared with the results from the computational modal analysis. The goal is to create a Campbell diagram and to determine the intervals of the critical revolution of the turbine wheel.

KEYWORDS :

Computational modal analysis, experimental modal analysis, Campbell diagram, turbine wheel, turbine blade, cyclic symmetry

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

DRAHÝ, J. *Modální analýza turbínového kola pro letecký motor*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 70 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Eduard Malenovský, DrSc.

PROHLÁŠENÍ

Tímto prohlašuji, že jsem diplomovou práci –„Modální analýza turbínového kola pro letecký motor“ vypracoval sám, za pomoci vedoucího práce a asistence odborníků z firmy První Brněnská Velká Bíteš. Při práci jsem využil literaturu, která mi byla poskytnuta nebo mnou vyhledána z volně dostupných zdrojů.

V Brně dne 26. 5. 2010

Bc. Jan Drahý

.....

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych rád poděkoval všem, kteří mi během práce pomáhali. Především děkuji svému vedoucímu diplomové práce Prof. Ing. Eduardu Malenovskému, DrSc za ochotu, obětavost a cenné rady, Ing. Lubomíru Houfkovi, Ph.D. za pomoc při při provádění experimentu, Ing. Jindřichu Nehybkovi za cenné rady a potřebné podklady k tvorbě diplomové práce. V další a neposlední řadě bych rád poděkoval své přítelkyni za toleranci a rodičům za vytrvalou podporu během studia.

OBSAH

1.	ÚVOD	10
2.	POPIS PROBLÉMOVÉ SITUACE	13
2.1.	Teoretický rozbor - dynamické chování olopatkovaných disků	13
2.2.	Analýza problému	15
2.3.	Vymezení problému a cílu řešení	15
2.4.	Systém podstatných veličin	16
2.5.	Volba metody řešení	18
3.	JEDNOTLIVÉ VÝPOČTOVÉ MODELY	19
3.1.	Model problému	19
3.2.	Model topologie objektu	19
3.3.	Model dekompozice objektu	19
3.4.	Model geometrie objektu	22
3.5.	Model okolí objektu	23
3.6.	Model vazeb objektu k okolí	24
3.7.	Model aktivace objektu z okolí	24
3.8.	Model ovlivňování objektu okolím	25
3.9.	Model okrajových a počátečních podmínek	25
3.9.1.	Model okrajových podmínek pro výpočtové modelování	25
3.9.2.	Model počátečních podmínek pro výpočtové modelování	27
3.9.3.	Model okrajových podmínek pro experiment	27

3.9.4. Model počátečních podmínek pro experimentální modelování	28
3.10. Model materiálu	28
3.11. Vytvoření modelu procesů	29
3.12. Vytvoření modelu mezních stavů.....	29
4. ŘEŠENÍ MODELU PROBLÉMU.....	30
4.1. Vytvoření sítě konečných prvků.....	30
4.2. Nastavení řešiče.....	33
4.3. Řešení modelu problému.....	34
5. ANALÝZA VÝSLEDKŮ VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ	36
5.1. Turbínové kolo	36
5.2. Izolovaná lopatka	43
6. EXPERIMENTÁLNÍ MODELOVÁNÍ	49
6.1. Formulace problému.....	50
6.2. Buzení soustavy.....	50
6.3. Odezva sestavy	50
6.4. Provedení experimentu.....	51
6.5. Modální analýza lopatky turbínového kola	53
6.6. Modální analýza turbínového kola	54
6.7. Výsledky experimentálního modelování lopatky turbínového kola.....	55
6.8. Porovnání výsledku exper. a výpočt. modelování na izolované lopatce.....	58

6.9.	Výsledky experimentálního modelování turbínového kola.....	61
6.10.	Porovnání výsledku exper. a výpočt. modelování na turbínovém kole.....	65
7.	ZÁVĚR	67
8.	LITERATURA.....	69

SEZNAM POUŽITÉHO OZNAČENÍ A ZKRATEK

Význam abecedního označení

Označení	Jednotky	Význam
E	[GPa]	Modul pružnosti materiálu
I	[-]	Index číslování, $i=1$ až 2
j	[-]	Číslo cyklicky symetrického sektoru, $j = 1$ až p
t	[°C]	Teplota
k_{harm}	[-]	Harmonický index
k	[-]	Počet uzlových kružnic
k_6	[-]	Šestý násobek otáčkové frekvence
m	[-]	Počet uzlových průměrů
n	[1/min]	Otáčky
n_{KRIT}	[1/min]	Kritické otáčky
ot	[1/min]	Otáčky
p	[-]	Počet sektorů v 360°, Počet rotorových lopatek
q_1, q_2	[-]	Deformační parametry
Q_1, Q_2	[-]	Silové parametry
r	[mm]	Vzdálenost od osy symetrie
u_A	[mm]	Vypočítaný posuv na pravé straně základního cyklicky symetrického sektoru
u'_A	[mm]	Posuvy na levé straně základního cyklicky symetrického sektoru, určený z okrajových podmínek
u_B	[mm]	Vypočítaný posuv na pravé straně duplikovaného sektoru
u'_B	[mm]	Posuvy na levé straně duplikovaného sektoru, určený z okrajových podmínek

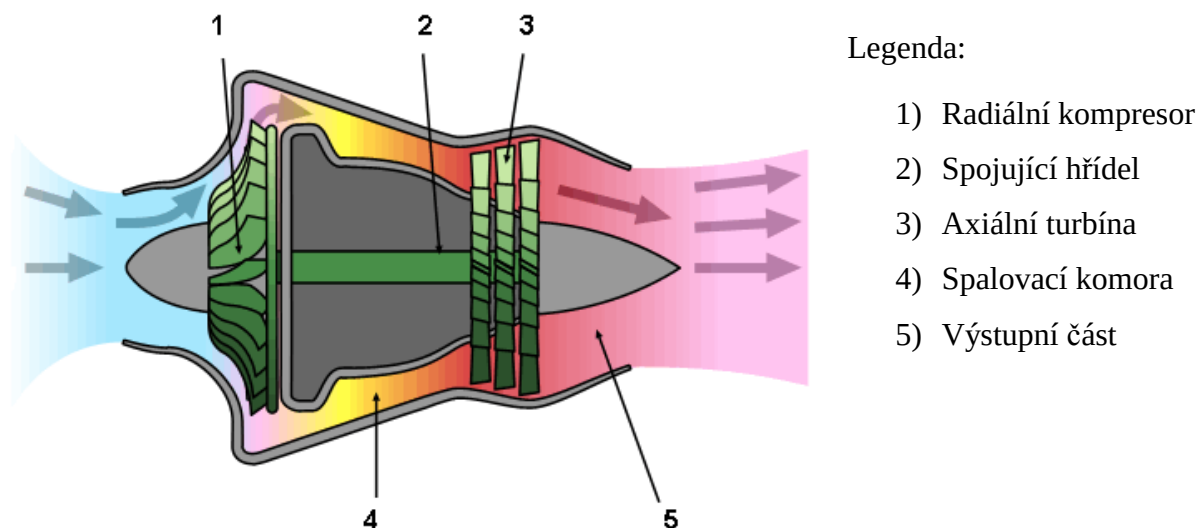
Význam označení řecká abeceda

Označení	Jednotky	Význam
ρ	$[\text{kg/m}^3]$	Měrná hustota
φ	$[\text{rad}]$	Středový úhel dvou sousedních lopatek, úhel cyklicky symetrického sektoru
μ	$[-]$	Poissonovo číslo
Ω_{p0}	$[\text{Hz}]$	Kritická frekvence otáčení disku
Ω_{p+}	$[\text{Hz}]$	Úhlová frekvence dopředné vlny
Ω_{p-}	$[\text{Hz}]$	Úhlová frekvence zpětné vlny
ω	$[\text{Hz}]$	Otáčková frekvence otáčení disku
ω_{KRIT}	$[\text{Hz}]$	Vlastní frekvence disku

1. ÚVOD

Proudový motor se používá v letectví. Pracuje na principu třetího Newtonova zákona (tj. zákona o akci a reakci), v tomto případě to znamená, že spaliny vycházející z motoru působí opačnou silou na motor a pohání ho vpřed.

Princip činnosti proudového motoru popisuje následující schéma (Obr. 1), které znázorňuje turbokompresorový motor. V přední části motoru (ústí) se nachází vstupní ústrojí, kterým je přiváděn vzduch. Ten je dále nasáván kompresorem, který vzduch stlačuje. Kompresorové kolo je dle typu konstrukce tvořeno buď soustavou axiálních kompresorových kol, nebo radiálním kompresorovým kolem. Stlačováním se vzduch zahřívá a následně putuje do spalovací komory. Zde dochází ke vstřiku paliva do stlačeného vzduchu. Zažehnutím směsi se uvolní tepelná energie a horké plyny. Médium vycházející ze spalovací komory je usměrněno rozváděcími lopatkami, roztáčí turbínu v zadní části motoru, která přes hřídel vedoucí podélnou osou motoru pohání kompresor v ústí stroje. Za turbínovou částí přechází médium o vysokém tlaku do výstupní trysky a opouští motor, přičemž dochází ke změně tepelné energie na kinetickou. Těmito procesy je dosaženo výsledného tahu motoru.



Obr. 1: Schéma činnosti proudového motoru s axiálními turbínovými koly [10]

Provozem motoru dochází k vibracím jeho vnitřních částí. K buzení turbínového kola dochází aerodynamicky či mechanicky. Proudící medium způsobuje aerodynamické buzení. Nebezpečným stavem, je takový stav, při kterém jsou budící frekvence shodné či blízké vlastním frekvencím. Tento stav je nazýván stavem rezonančním. Při tomto provozním stavu dochází ke kritickému rozkmitání lopatek a disku kola, narůstá amplituda výchylek, lopatky jsou silně dynamicky namáhány. Toto může vést od inicializace trhlin, až po možnost vzniku MS únavového lomu. Turbínové kolo i motor jako celek má nekonečně mnoho vlastních frekvencí. Při spouštění či odstavení turbínového motoru je častý přejezd pásma, či několika pásem, ve kterých dochází k rezonanci. Snahou je oddálit provozní pásmo turbínového kola od pásma vlastních frekvencí.

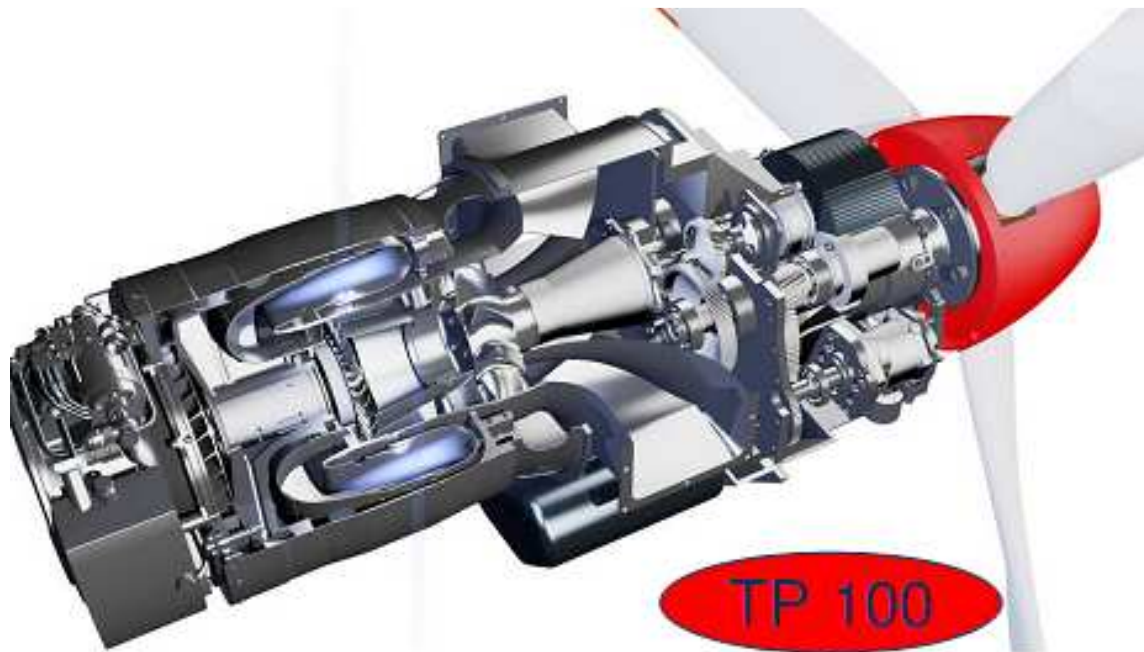
MS únavového lomu má charakter havárie, nebývá predikován. Takováto porucha je devastující pro celý motor a má za následek vysoké finanční ztráty.



Obr. 2: Ilustrace použití motoru TJ 100

Při běžném použití motoru (tzn. TJ 100 je standardně použit pro pohon letadel) může dojít k ohrožení posádky letadla nebo civilního obyvatelstva. Příklady použití motoru jsou znázorněny na obrázku (Obr. 2), je zde ilustrováno použití motoru TJ 100, případně motoru

PT 100 (*Obr. 3*). Motor TP 100 je turbovrtulový motor s převzatými díly z TJ 100: je přidán výstupní hřídel a převodová část s třílistou vrtulí.



Obr. 3: Zobrazení vnitřního uspořádání motoru TP 100

2. POPIS PROBLÉMOVÉ SITUACE

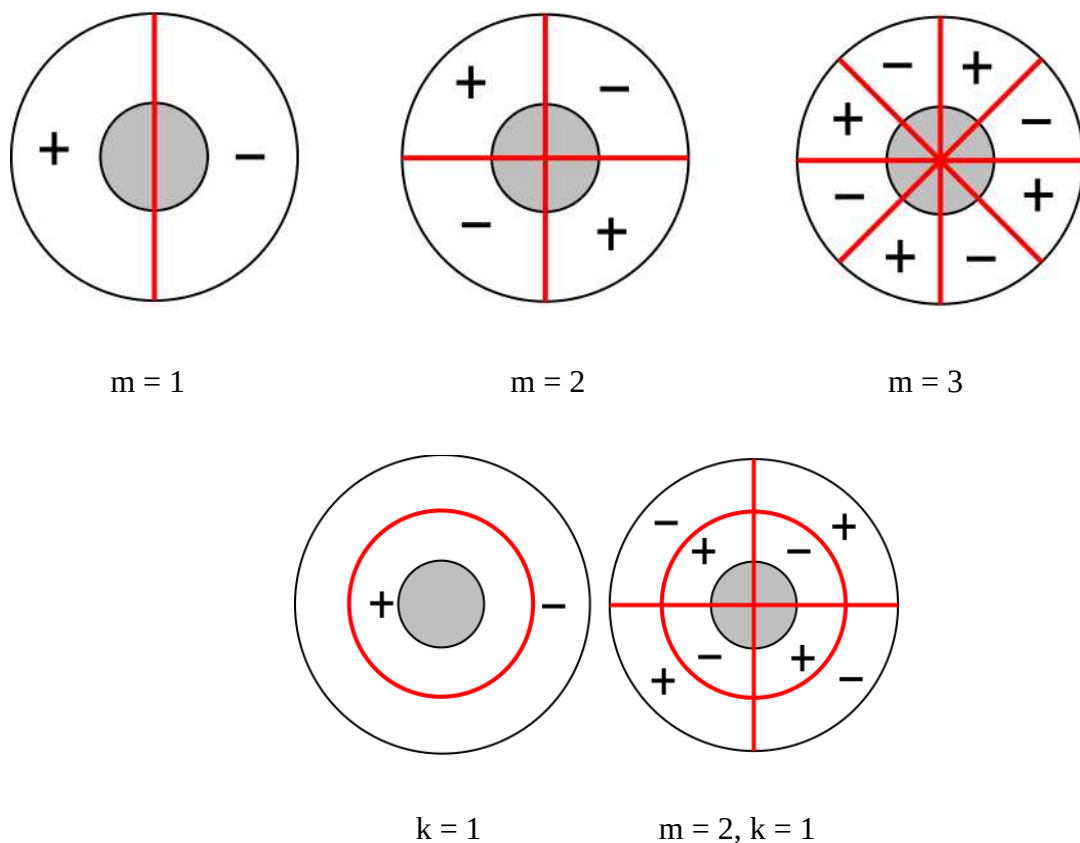
Diplomová práce se zabývá modální analýzou turbínového kola, které je zařazeno za spalovací komorou. Toto místo je vlivem provozního prostředí a provozních podmínek mechanicky a aerodynamicky zatěžováno. Dochází k interakci se spaliny, kolo je vystaveno vysokým teplotám a vysokým rychlostem. Turbínové kolo je aerodynamicky buzeno ze strany proudícího média, které rozkmitává lopatky. Tudíž by v případě nevhodně zvoleného provozního režimu mohlo dojít k inicializaci a růstu trhliny. Pokud dojde k MS únavového lomu turbínového kola v motoru pilotovaného letounu, může tato porucha zapříčinit destrukci celého motoru a tímto ohrozit posádku letounu na životě.

Modální analýza má velký význam v technické diagnostice, pomocí této metody můžeme získat úplný technický popis mechanické soustavy nebo konstrukce. Většina problémů soustav s chvěním a generováním hluku je způsobena modálními vlastnostmi struktury. Tyto vlastnosti jsou vyhodnocovány v rámci modální analýzy soustavy. Výstupy z modální analýzy jsou většinou tři: vlastní frekvence soustavy, vlastní tvary kmitu, vlastní tlumení tvaru kmitu. Hodnoty získané výpočtovým modelováním jsou následně porovnány s hodnotami získanými experimentálním modelováním, avšak ve většině případů se tyto hodnoty od sebe liší.

2.1. Teoretický rozbor - dynamické chování olopatkovaných disků

Disk jakožto kontinuum má nekonečný počet vlastních frekvencí a vlastních tvarů kmitání [6]. Tvary kmitání jsou charakterizovány uzlovými průměry a uzlovými kružnicemi. Uzlová místa jsou definována jako místa, která jsou na dané vlastní frekvenci trvale v klidu. Následující schémata (*Obr. 4*) znázorňují tvary kmitání s uzlovými průměry, kružnicemi a jejich vzájemné kombinace.

Při provádění analýzy metodou konečných prvků, můžeme zavést odstředivé síly, které disk vyztužují, případně zavést teplotní pole, které naopak sníží tuhost disku. Výsledkem celé analýzy je Campbellův diagram, zobrazující závislost vlastních frekvencí na provozních otáčkách.



Obr. 4: Tvary kmitání disků

Při experimentální analýze za rotace, kdy je disk buzen, se po disku šíří dvě vlny. Vlny běží proti sobě. Vlna šířící se po disku ve směru rotace je označována jako vlna dopředná. Úhlová rychlost této vlny je dána vztahem:

$$\Omega_{p+} = \Omega_{p0} + m \cdot \varpi \quad (1)$$

Vlna šířící se po disku proti směru rotace je označována jako vlna zpětná. Úhlová rychlost této vlny je dána vztahem:

$$\Omega_{p-} = \Omega_{p0} - m \cdot \varpi \quad (2)$$

Pokud má vlna nulovou rychlost, dochází ke vzniku stojatého vlnění, tedy ke vzniku míst, která jsou trvale v klidu (viz výše uvedené uzlové průměry a kružnice). Tento stav označujeme jako vybuzení vlastního kmitání.

Otáčky, při kterých dochází k výraznému vybuzení, se nazývají kritické otáčky disků. Násobek otáčkové frekvence je shodný s počtem uzlových průměrů, kritické otáčky jsou tedy dány vztahem:

$$\varpi_{krit} = \frac{\Omega_{P0}}{m} \quad (3)$$

2.2. Analýza problému

Při řešení problémů vycházím ze skutečností, které jsou mi známy a jsou dále zohledněny, tj.:

- okolí turbínového kola
- vazby turbínového kola s okolím
- geometrie a topologie turbínového kola
- vlastnosti materiálu turbínového kola

Jelikož jsou známy vstupy (příčiny a následky), tento problém bude řešen jako **přímý**.

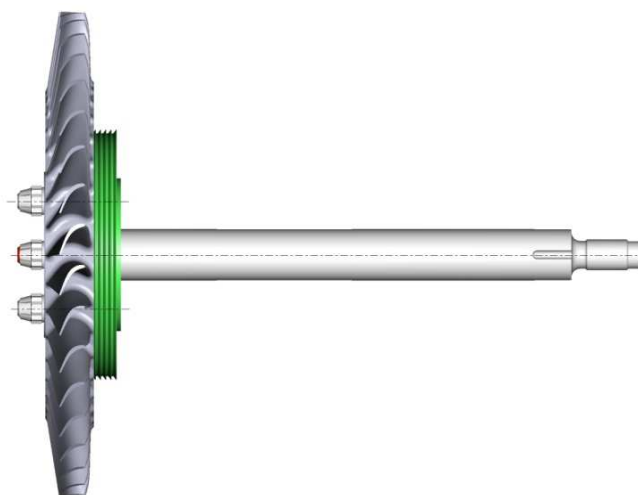
2.3. Vymezení problému a cílu řešení

Zkoumané turbínové kolo je upevněno na hřídeli pomocí šroubů přes přírubu (*Obr. 5*). V prvních krocích analýzy zjišťuji závislost vlastních frekvencí na měnících se provozních parametrech proudového motoru. Provozními parametry je vzrůstající teplota v závislosti na stoupajících otáčkách. Následkem stoupající teploty je pokles Youngova modulu pružnosti.

Cílem diplomové práce je ověření závislosti vypočítaných hodnot vlastních frekvencí na velikosti použitých prvků v modální analýze, tedy v úloze dynamiky. Dalším úkolem je stanovení příslušných uzlových průměrů pro sestavení Campbellova diagramu. Dále jsou porovnávány výsledky modální analýzy izolované lopatky s výsledky modální analýzy lopatky na disku. Frekvence získané výpočtovým modelováním porovnávám s výsledky získanými experimentálním modelováním.

Postup řešení problému a cíl řešení:

- Sestavení modelu s využitím cyklické analýzy v programu ANSYS
- Výpočtová modální analýza při provozních parametrech turbínového kola
- Experimentální modální analýza stanovující uzlové průměry
- Konstrukce Campbellova diagramu



Obr. 5: Uchycení turbínového kola na hřídeli

2.4. Systém podstatných veličin

Rozmístění prvků soustavy a jejich geometrie

- a) Uvažujeme geometrii turbínového kola, turbínové kolo považujeme za olopatkovaný disk

Vazby objektu k okolí

- a) nulové posuvy na oblasti s upínacími šrouby
- b) nulové posuvy v místě přesného uložení čep-hřídel

Působení z okolí (aktivace)

- a) odstředivé síly od rotující hmoty disku a lopatek
- b) tepelné namáhání od proudících plynů
- c) aerodynamické buzení od rozváděcích lopatek

Ovlivnění z okolí

- a) Tepelné zatížení působící změnu Youngova modulu pružnosti olopatkovaného disku, tím i snížení tuhosti
- b) Odstředivé síly způsobující zvýšení tuhosti olopatkovaného disku
- c) Uvažujeme počet statorových (rozváděcích) lopatek, které vybudují olopatkované turbínové kolo

Vlastnosti struktury

- a) youngův modul pružnosti v závislosti na provozních otáčkách
- b) měrná hustota materiálu turbínového kola
- c) závislost teploty na provozních otáčkách
 - všechny vlastnosti struktury jsou získány z materiálového listu pro slitinu Inconel 713 LC, dle [5]

Procesy a stavy na struktuře

- a) prázdná množina

Projevy objektu

- a) Ve vztahu k modální analýze jsou projevy objektu vibrace. V určitých frekvenčních pásmech je projevem objektu vznik uzlových průměrů, tj. míst, která jsou trvale v klidu.

Důsledky projevů

- a) Nevhodný provozní režim může vyústit ve vznik mezního stavu deformace, mezního stavu šíření trhliny atd.

Systém podstatných jevů:

Z pohledu buzení:

- b) nestejnoměrné teplotní zatížení disku a lopatek
- c) nevyváha turbínového kola z výroby
- d) výrobní nepřesnosti kola
- e) nesouměrnost roztečí rozváděcích lopatek
- f) nehomogenita proudu média

- g) nerovnoměrnost zapálení směsi
- h) rozdílné tlaky po zapálení směsi
- i) excentricita uložení ve skříni

Pro modální analýzu turbínového kola uvažuji pouze vlivy ze systému podstatných veličin, systém podstatných jevů neuvažuji, nejsem schopen jej postihnout.

Dále zanedbávám otvory pro upínací šrouby v disku, dle zkušeností odborníků z PBS nemají vliv na chování struktury.

Tento problém považuji za **přímý**, protože znám jak vstupy (příčiny a strukturu) tak výstupy (následky).

2.5. Volba metody řešení

Modální analýza turbínového kola je řešena experimentálním a výpočtovým modelováním.

Z důvodu velké geometrické složitosti turbínového kola provedu modální analýzu pomocí metody konečných prvků, prostřednictvím výpočtového systému ANSYS. Jedním z cílů diplomové práce je i zjištění závislosti velikosti použitého prvku na výsledné vlastní frekvenci.

Experimentální modelování je prováděno současně s výpočtovým a výsledky jsou porovnávány.

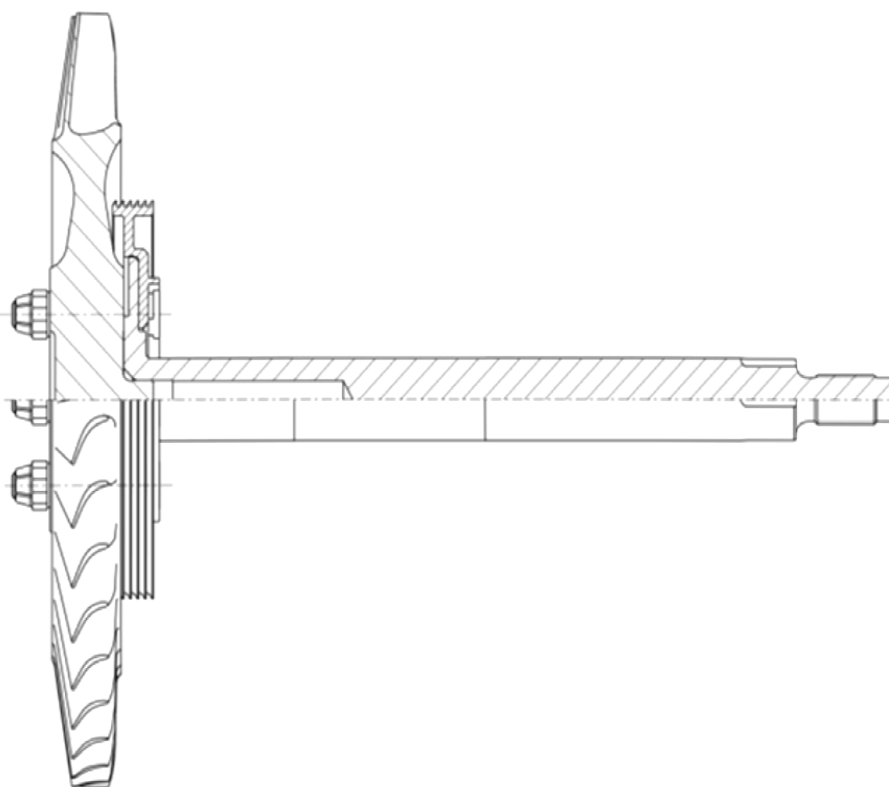
3. JEDNOTLIVÉ VÝPOČTOVÉ MODEL Y

3.1. Model problému

Systém podstatných veličin je teoretickým modelem problému

3.2. Model topologie objektu

Poloha turbínového kola je vymezena přesným uložením čep-díra v nosném hřídeli. Kolo je pevně spojeno s hřídelí pomocí třech šroubů. Šrouby jsou podloženy přírubou. Topologii objektu zobrazuje *Obr. 6*.

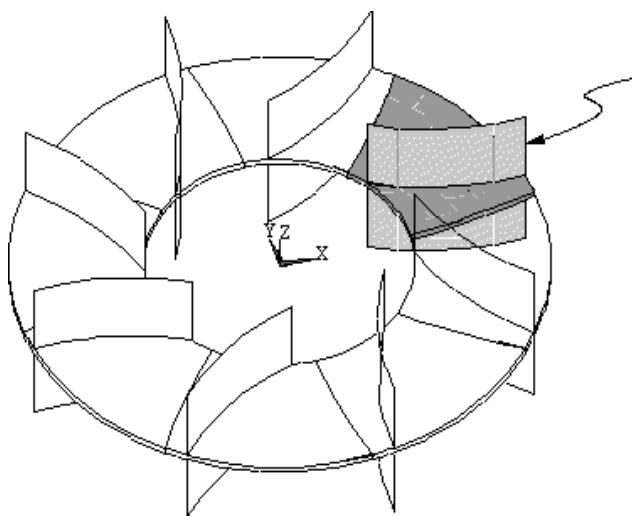


Obr. 6: Uchycení turbínového kola na hřídeli

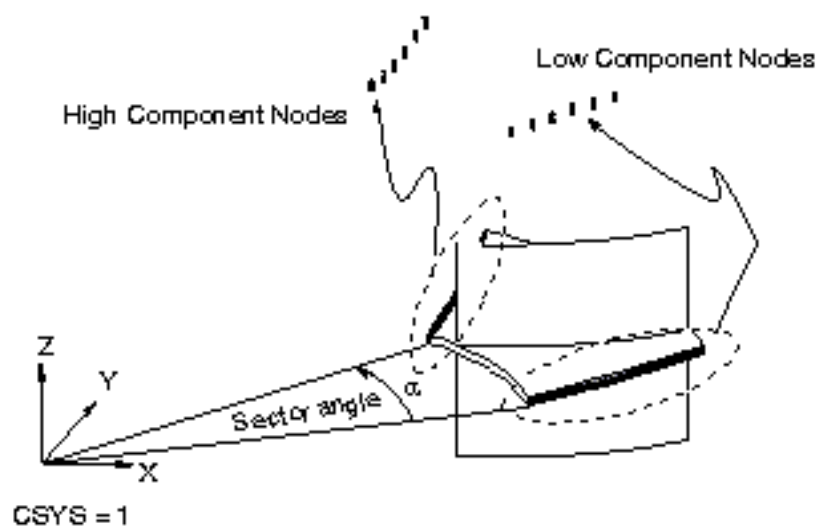
3.3. Model dekompozice objektu

Cílem dekompozice je zjednodušení geometrie turbínového celku na jednotlivé prvky, přičemž výsledky je možno získat syntézou dekomponovaných prvků. Pro modální analýzu uvažujeme pouze turbínové kolo.

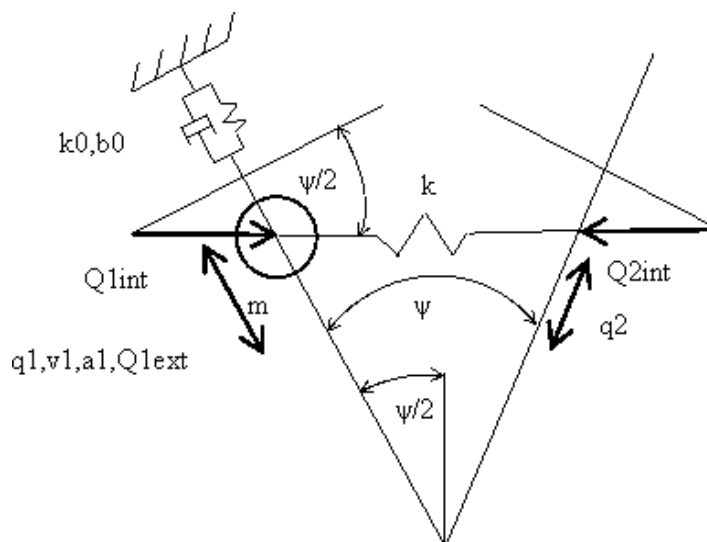
V případě olopatkovaných disků se nabízejí dvě možná řešení: buď budeme olopatkované kolo řešit jako celek, nebo využijeme s výhodou cyklickou symetrii. Cyklická symetrie využívá rotačně periodické struktury turbínového kola. Disk je rozdělen na cyklicky se opakující výseče. Výseč turbínového kola, s příslušnými okrajovými podmínkami, reprezentuje celé kolo. Tím zjednodušíme geometrii a snížíme počet prvků sítě konečných prvků. S využitím cyklické modální analýzy získáme stejné výsledky jako u původního plného modelu, avšak s nižšími nároky na výpočetní výkon.



Obr. 7: Ilustrace prvku cyklické symetrie



Obr. 8: Princip cyklické symetrie ve výpočetním systému ANSYS



Obr. 9: Uvolněná jedna struktura

Posunutí uzlů je dáno vztahem:

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{r} \cdot p \quad p \dots \text{vyjadřuje počet periodických struktur} \quad (4)$$

V našem případě p je rovno počtu lopatek, r představuje vzdálenost od osy symetrie. Předepsané deformační (silové) parametry na levé straně struktury – High Component Nodes, lze vyjádřit pomocí deformačních (silových) parametrů v uzlech na pravé straně – Low Component Nodes. (Obr. 1, Obr. 2)

Pohybová rovnice pro částečně uvolněnou strukturu je dána vztahem [1]:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_0 + k^* & -k^* \\ -k^* & k_0 + k^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 \sin \frac{\psi}{2} + Q_{ext} \\ -Q_2 \sin \frac{\psi}{2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Pak platí

$$q_2 = q_1 e^{i\psi} \quad (6)$$

A také

$$Q_2 = Q_1 e^{i\psi} \quad (7)$$

Ve výpočtovém systému ANSYS

$$\begin{Bmatrix} u'_A \\ u'_B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_{harm} \cdot \alpha) & \sin(k_{harm} \cdot \alpha) \\ -\sin(k_{harm} \cdot \alpha) & \cos(k_{harm} \cdot \alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$u'_A, u'_B \dots$ posuvy na levé straně základní a duplicitní výseče získané z okrajových podmínek

$u_A, u_B \dots$ vypočítané posuvy na pravé straně základní a duplicitní výseče

$$k_{harm} \dots \text{harmonický index - maximálně } k_{harm} = \frac{p}{2} \quad (9)$$

Odezva (tvar kmitu) každé výseče je získána z řešení vlastních vektorů. Hodnoty posunutí v každém bodě výseče pro harmonický index k_{harm} , jakožto i pro celý model, lze stanovit dle rovnice: $u = u_A \cdot \cos(j - +)k\alpha - u_B \sin(j - 1)k\alpha$, (10)

$j \dots$ pořadí výseče (volíme 1 až p)

$u_A \dots$ posunutí základní výseče

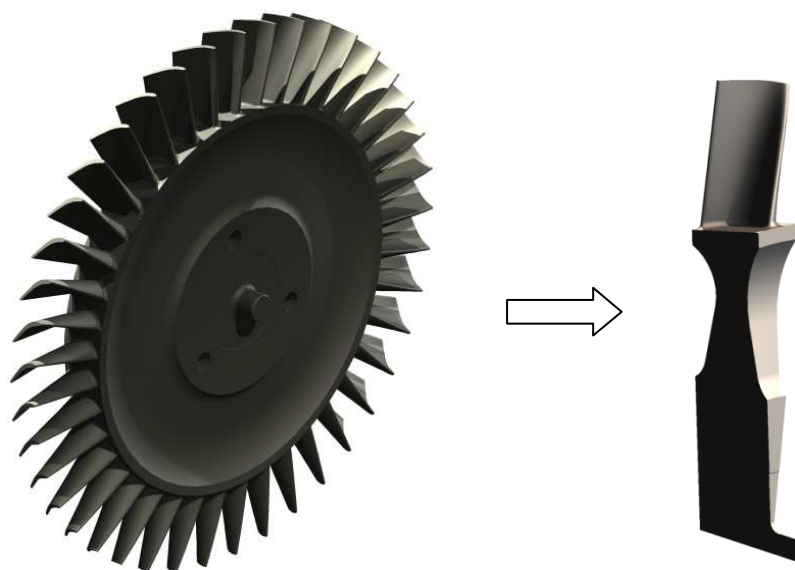
$u_B \dots$ posunutí duplicitní výseče

Takto vytvořený model lze využít pro výpočet modální analýzy nebo odezvy při vynuceném ustáleném kmitání.

3.4. Model geometrie objektu

Geometrie turbínového kola poskytla firma PBS Velká Bíteš a.s., zaměstnanci vytvořili model v konstrukčním systému ProEngineer Wildfire 5. V prvním kroku jsem odstranil otvory pro upínací šrouby, jelikož tato skutečnost nemá ze zkušenosti PBS vliv na výsledky modální analýzy (byla vyhodnocena jako nepodstatná) a do výpočtu nevstupuje.

Pro provedení výpočtové analýzy jsem chtěl využít cyklické symetrie turbínového kola. Turbínové kolo má 41 lopatek (prvočíslo), pokud chci zjednodušit geometrii a využít cyklické symetrie, musím použít jednu jednačtyřicetinu turbínového kola. V programu ProEngineer Wildfire 5 jsem odřezal zbylé části disku tak, aby na zjednodušeném modelu geometrie zůstala celá lopatka (*Obr. 10*). Úhel zjednodušeného výřezu $\alpha = 360/41 = 8,78048^\circ$.



Obr. 10: Postup tvorby modelu geometrie

3.5. Model okolí objektu

Do této množiny zařazujeme takové vazby, které jsou pro naši analýzu podstatné, protože na nich probíhají interakce.

- a) Objemová silová působení na těleso, tj. odstředivá síla od rotační hmoty celého turbínového kola
- b) Přestupy tepla z okolí do objektu
- c) Buzení

Ad c) V tomto případě se jedná o buzení aerodynamické, jehož podstatou je tlakové a rychlostní pole před a za turbínovým kolem. Největší vliv mají úplavy za satorovými (rozváděcími) lopatkami, v některých případech bereme v úvahu i nerovnoměrné rozdělení satorových lopatek (například z důvodu dělicí roviny).

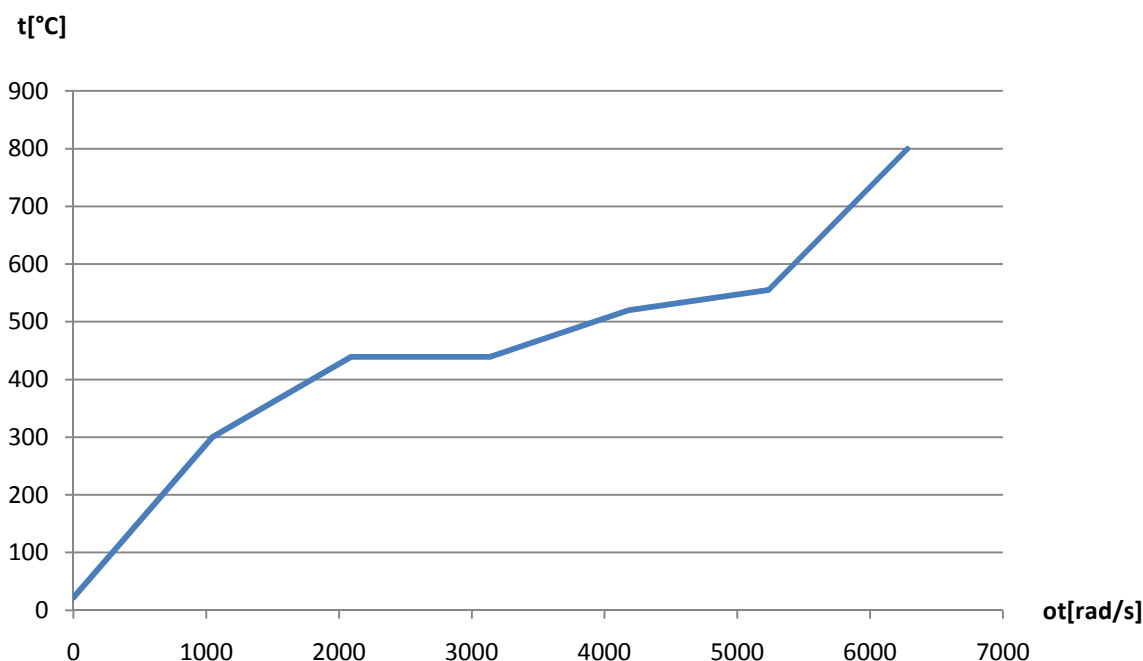
Stanovení násobků buzení vzhledem k rotoru, nebo ke satoru, vychází z analýzy tzv. rotujících vektorů (podrobněji viz. [1]). Ty jsou dány zejména počty rotorových a satorových lopatek. Tato skutečnost je zohledněna až při vytváření Campbellova diagramu.

3.6. Model vazeb objektu k okolí

Do této množiny zařazujeme proudící médium, které přichází do styku jak s turbínovým kolem tak s lopatkami. Lopatky jsou namáhány silově, teplotně a dochází k buzení od proudícího média.

3.7. Model aktivace objektu z okolí

Modální analýzu řeším ve výpočtovém systému ANSYS a při výpočtu uvažuji silové působení (tj. odstředivou sílu pocházející od rotující hmoty kola), dále teplotní zatížení v závislosti na otáčkách turbínového kola. Tato závislost je znázorněna v grafu (*Graf 1*). V grafu je zanesena závislost relativních teplot na otáčkách. Závislost byla získána z [5], kde jsou však hodnoty relativních teplot spalin uvedeny od $30\,000\text{ min}^{-1}$ (tj. 50% provozních otáček). Pro pásmo otáček pod udávanou hranicí $30\,00\text{ min}^{-1}$ uvažujeme nižší teploty (*Tab. 1*), při nulových otáčkách je dosazována teplota 21°C .



Graf 1: závislost provozních otáček na teplotě

t[°C]	22	300	439	439	520	555	800
ot[rad/s]	0	1047	2092	3141,5	4188	5235	6283
ot[1/min]	0	10000	20000	30000	40000	50000	60000

Tab. 1: závislosti otáček a teploty

3.8. Model ovlivňování objektu okolím

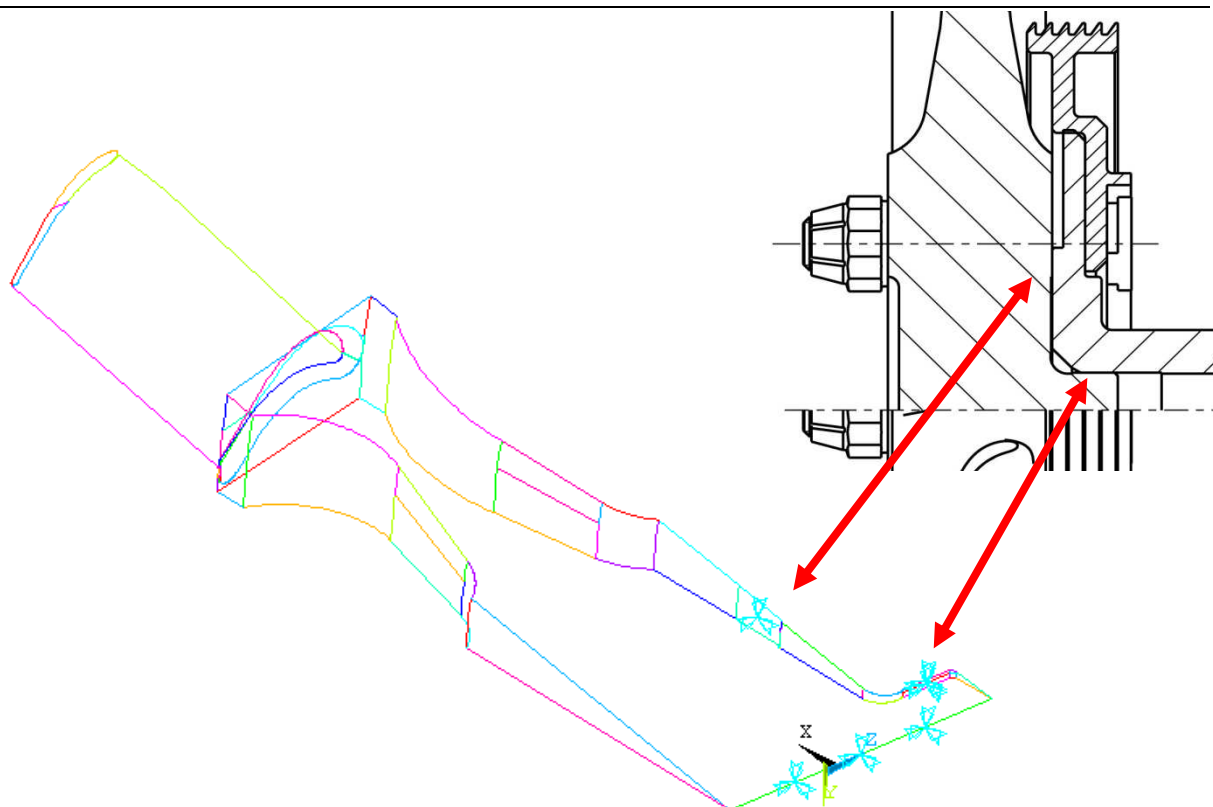
Uvažujeme jevy, které ovlivňují modální chování turbínového kola:

- Teplota (se vzrůstající teplotou se snižuje Youngův modul pružnosti)
- Otáčky (se vzrůstajícími otáčkami se zvyšuje odstředivá síla a dochází k „vyztužování“ disku)
- Atmosférický tlak (neuvažujeme vliv atmosférického tlaku na provoz turbínového kola)
- Koroze (uvažujeme proudící spaliny jako médium o vysoké teplotě, tudíž kondenzaci par na disku neuvažujeme)

3.9. Model okrajových a počátečních podmínek

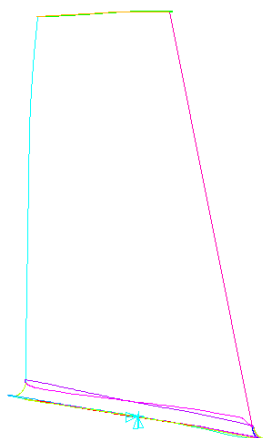
3.9.1. Model okrajových podmínek pro výpočtové modelování

Ve výpočtovém systému ANSYS uvažujeme způsob, jakým je turbínové kolo upevněno na hřídeli. Použijí okrajovou podmínku nulových posuvů $UX=UY=UZ=0$ v místě přesného uložení čep-díra. Druhým místem, kde uvažujeme nulové posuvy ve všech směrech, je oblast kontaktu turbínového a upínacího kola. Tato oblast byla vytvořena na základě [5] (Obr 6). Plocha nulových posuvů v našem případě vymezuje na kole mezikruží o šířce 4mm. Středovou osu, jakožto osu periodické symetrie, považujeme také za nehybnou, volíme tedy opět nulové posuvy ve všech směrech.



Obr. 11: Zobrazení použitých okrajových podmínek na segmentu turbínového kola

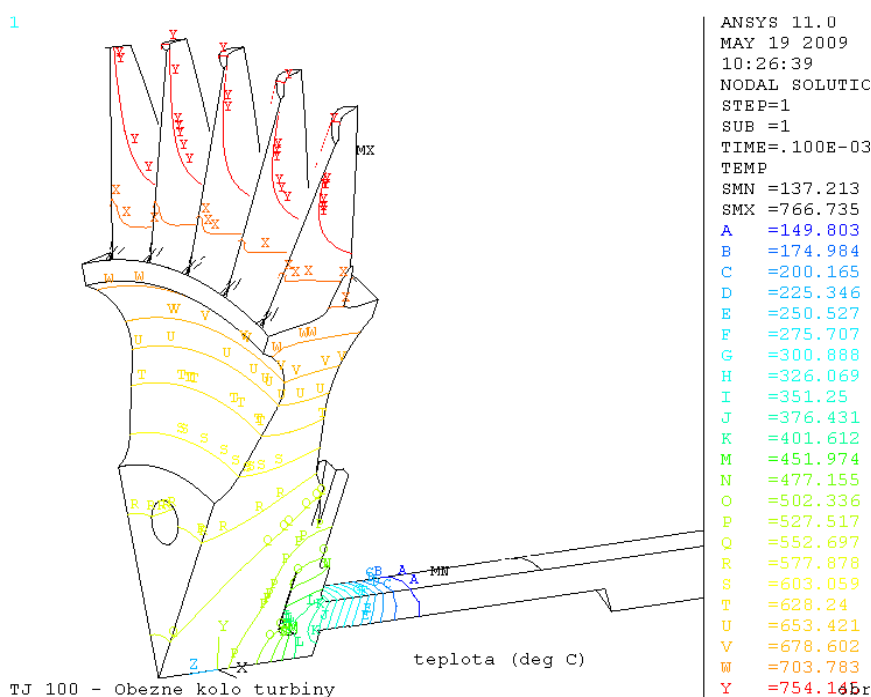
Pro modální analýzu samostatné lopatky ve výpočtovém systému ANSYS uvažujeme obdobné okrajové podmínky. Izolovaná lopatka, která je uchycena na zcela tuhém disku, má v místě „závěsu“ nulové posuvy $UX=UY=UZ=0$ (Obr. 12).



Obr. 12: Okrajové podmínky pro modální analýzu samostatné lopatky

3.9.2. Model počátečních podmínek pro výpočtové modelování

Při výpočtovém modelování vkládáme do výpočtového systému ANSYS konkrétní hodnotu relativních teplot (Tab. 1), tím teplotní pole (Obr. 13) zjednodušujeme, uvažujeme konstantní teplotu po celém objemu součásti. Teploty zadáváme pro příslušné otáčky turbínového kola (Graf 1), pro výpočtové modelování izolované lopatky používám stejné počáteční podmínky. Osa virtuální rotace lopatky je ve stejné vzdálenosti jako u turbínového kola, aby byly stejné účinky odstředivých sil (Obr. 11).



Obr. 13: Průběh teplot na turbínovém disku (relativní teplota 650 °C) [5]

3.9.3. Model okrajových podmínek pro experiment

Pro experiment se snažíme připravit stejné okrajové podmínky, jaké byly použity při výpočtovém modelování. Turbínové kolo nezatěžujeme rotací, ani ho nezahříváme. Při experimentu je hřídel kola upevněna mezi párem podložek z měkkého kovu (Al) než hřídel samotná, aby nedošlo k jejímu poškození. Tato sestava je pevně upnuta v dílenském svěráku, který je pevně ukotven na dílenském ponku.

V první části experimentu je naším cílem stanovení vlastních frekvencí samostatné lopatky, proto přidáme na ostatní neměřené lopatky přídavnou tlumicí hmotu (dřevěný prádelní kolíček), tím utlumíme projevy ostatních lopatek (Obr. 14).



Obr. 14: Detail utlumených lopatek

V dalším kroku odstraníme kolíčky a měříme vlastní frekvence turbínového kola. Okrajové podmínky jsou obdobné jako v předchozím kroku experimentálního modelování.

3.9.4. Model počátečních podmínek pro experimentální modelování

Experiment je prováděn za běžné pokojové teploty, tj. 21°C.

3.10. Model materiálu

Materiál považujeme za homogenní a isotropní. Konstitutivní vztahy popisují lineárně pružný materiál. Při výpočtovém modelování uvažujeme změnu teploty a závislých konstitutivních vztahů na provozních otáčkách (*Graf 1, Tab. 2*). Dále počítáme s hodnotou měrné hustoty materiálu $\rho = 8000 \text{ kg.m}^{-3}$, Poissonův poměr $\mu = 0,3$. Veškeré informace pro vytvoření materiálového modelu turbínového kola jsou převzaty z [5].

Teplota	[°C]	21	93	204	316	427	538	649	760	871	982
E	[GPa]	197	194	186	183	178	172	165	159	149	136

Tab. 2: Závislost teploty na Youngovu modulu pružnosti

3.11. Vytvoření modelu procesů

Do modelu procesů patří stavy, které nastávají vlivem aktivace objektu.

Při výpočtovém modelování v programovém prostředí ANSYS uvažujeme aktivaci od odstředivých sil. Odstředivé síly způsobí zatížení disku, které snižují jeho vlastní frekvence. Musíme uvažovat i aktivaci od teplotního pole. Je zřejmé (dle *Tab. 2*), že tímto dojde ke snížení hodnoty Youngova modulu pružnosti. Toto má za důsledek snížení tuhosti disku a tím i hodnot vlastních frekvencí.

Při experimentálním modelování je procesem kmitání turbínového kola, lopatky. Kmitání je důsledkem aktivace vnější silou, impulzním kladivem. Naším úkolem je zaznamenat časovou odezvu na širokopásmové buzení (Dirackův impuls). Odezva je snímána piezoelektrickým akcelerometrem.

3.12. Vytvoření modelu mezních stavů

Při modální analýze nedochází k mezním stavům (MS). Tato množina je tedy prázdná

V technické praxi, tedy v reálném provozu objektu, může dojít k MS. Snažíme se vyhnout takovému provoznímu stavu, který by měl pro posádku letounu život ohrožující následky.

4. ŘEŠENÍ MODELU PROBLÉMU

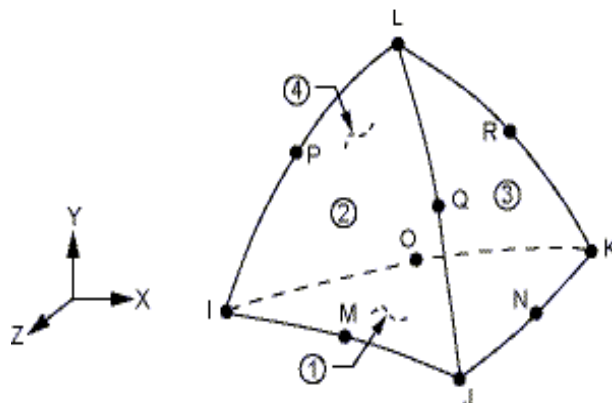
Po sestavení všech jednotlivých modelů, jsem získal všechny dílčí množiny podstatné pro řešení modelu problému.

Pro matematické modelování modální analýzy, jsou sestaveny pohybové rovnice. Výsledné vlastnosti modální analýzy jsou spočteny s užitím modální transformace, tj. nahrazení soustavy vzájemně vázaných diferenciálních rovnic, soustavou nezávislých, samostatně řešitelných homogenních diferenciálních rovnic.

4.1. Vytvoření sítě konečných prvků

Parametry sítě

Pro vygenerování sítě konečných prvků na turbínovém kole používám automaticky generovanou síť prvků. Používám prostorový prvek SOLID. Z důvodu tvarové složitosti geometrie a doporučení výrobce software ANSYS používám pro modální analýzu prvek SOLID187 (Obr. 15), tím je kvadratický desetiuzlový tetraedr.



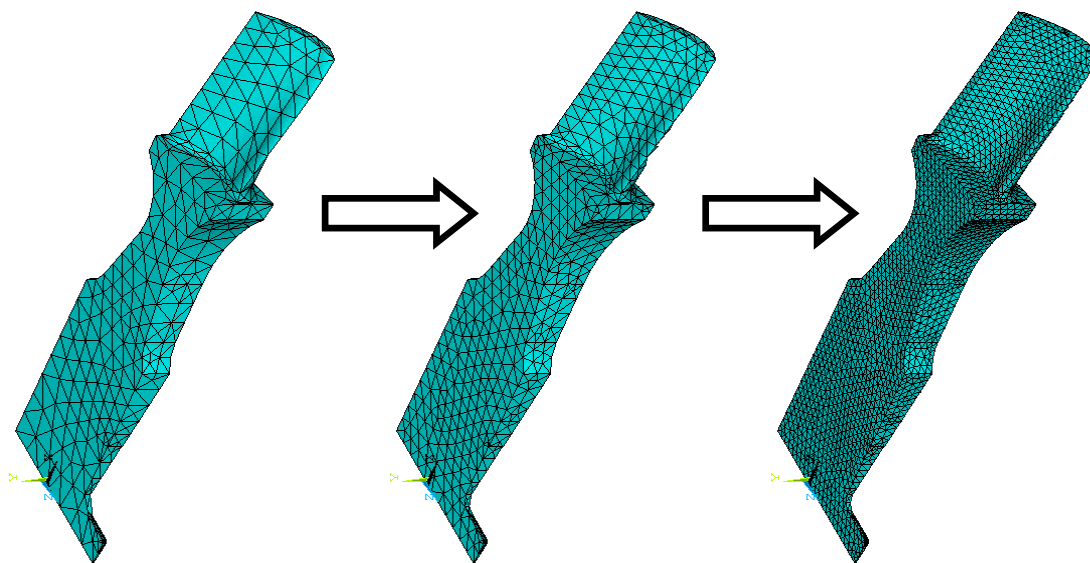
Obr. 15: Použitý prvek SOLID 187 pro tvorbu sítě konečných prvků [7]

Tvorba sítě

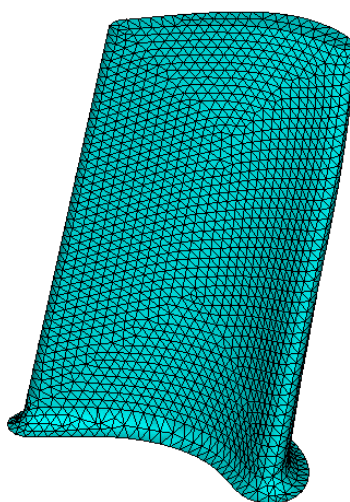
Pro výpočet modální analýzy na turbínovém kole se snažím vytvořit pravidelnou a hrubou síť prvků.

Modifikace sítě probíhá pouze změnou velikosti hrany prvku. Postupným zhušťováním sítě a zjišťováním vlivu na velikosti vypočítaných vlastních frekvencí (Graf 2) volím velikost prvku 2 mm, dalším důvodem volby jsou i nároky na výpočetní čas. Při tvorbě sítě samotné (izolované) lopatky mohou být zjemněny až na velikost prvku 0,5 mm, při této

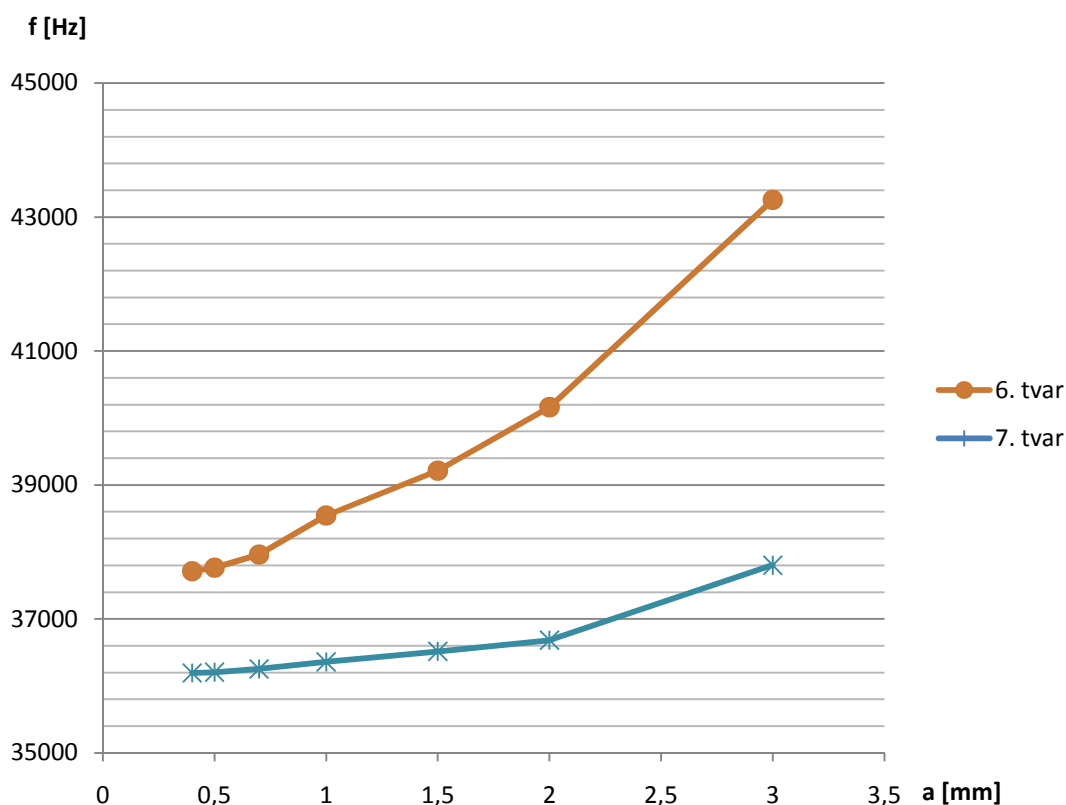
velikosti prvku je stále výpočetní čas přijatelný. Kroky zhušťování sítě jsou znázorněny na Obr. 16, Obr. 17. Vlivy velikosti prvku na hodnotu vlastních frekvencí jsou ilustrovány v Grafu 2. Tímto způsobem jsem ověřoval konvergenci výpočtu. Hodnoty vlastních frekvencí získané výpočtovým modelováním nejsou ověřovány jenom experimentálním modelováním.



Obr. 16: Změna velikosti prvku-z leva 3mm, 2mm, 1mm



Obr. 17: Sít' konečných prvků na izolované lopatce



Graf 2: Závislost velikosti prvku na vypočítané vlastní frekvenci ($t=800^{\circ}\text{C}$, 6283 rad/s)

tvar kmitu	1	2	3	4	5	6	7	8
Odchylka 3mm-0,4mm [%]	0,47	4,86	2,3	5,71	4,25	12,8	13,1	8,76

Tab. 3: Závislost výsledné vlastní frekvence příslušného tvaru na velikosti hrany prvku

Vliv velikosti prvku v závislosti na vypočítané hodnotě vlastní frekvence je nejvíce patrný u vyšších tvarů kmitání, v našem případě šestý a sedmý tvar. Jedná se o ilustraci vlivu velikosti hrany prvku na izolované lopatce. U nižších tvarů klesaly vypočítané hodnoty vlastních frekvencí pomaleji, rozdíl vypočtených vlastních frekvencí u prvního tvaru kmitání je 0,47% (Tab. 3). Z výsledků Grafu 2 je patrné, že modální analýza konverguje. Změnou velikosti hrany prvku dojde ke zpřesnění výsledků výpočtového modelování.

prvek	SOLID187	
Velikost prvku	turbínové kolo	izolovaná lopatka
	2 mm	0,5 mm

Tab. 4: Parametry zvolené sítě konečných prvků

4.2. Nastavení řešiče

Při řešení úlohy modální analýzy používám řešič PCG Lanczos. Tento řešič je iterační, vhodný pro úlohy s velkými počty uzlů. Pro modální cyklickou analýzu je tento řešič mezi doporučenými a je schopen postihnout efekt předzatížené úlohy. Řešič je stabilní při výpočtovém modelování modální analýzy s mnoha stupni volnosti.

Výpočet je rozdělen do dvou částí.

V první části řešíme statickou napěťově-deformační úlohu, tj. vypočítáváme vyvolaná napětí od rotující hmoty a teplotního pole.

V druhé části řešíme již modální analýzu, přičemž účinky z předchozí deformačně-napěťové analýzy zahrneme a zohledníme v nastavení řešiče. Tato funkce je označována v programovém prostředí ANSYS jako PRESTRESS efekt. V nastavení řešiče u atributu „prestress efekt“ volíme ano (hodnota 1).

Při řešení modální analýzy uvažujeme frekvenční interval, na kterém budou hodnoty vlastních čísel - frekvencí vypočítány. Dle [4] volíme tento interval v závislosti na provozních otáčkách turbínového kola, tj. 0-60 000Hz. Dalším parametrem, který je nutno uvažovat při nastavení řešiče, je maximální počet vypočtených vlastních tvarů. Maximální počet uzlových průměrů při řešení modální cyklické analýzy odpovídá počtu k_{harm} .

Dle [7] rce. (9) je: $k_{harm} = \frac{p}{2}$ p...počet periodických struktur

Pro modální analýzu turbínového kola platí: $p = 41$, dle (9) jsme schopni stanovit maximálně 20 uzlových průměrů. Počet nutných substepů je omezen na 6. V každém kroku, krok odpovídá uzlovému průměru, je tímto možno nalézt 3 uzlové kružnice. Vlastní frekvence

na daném uzlovém průměru jsou párové. Toto je dáno protiběžnou a souběžnou vlnou na turbínovém kole.

Při řešení modální analýzy na izolované lopatce postupujeme obdobně, výpočet je taktéž rozdělen na dvě části. Úloha však není řešena jako cyklická modální analýza. V první části shodně s výpočtem turbínového kola stanovíme účinky odstředivých sil a teplotního pole na izolovanou lopatku. V druhé části řešíme modální analýzu s nastavenými počátečními podmínkami z účinků deformačně-napěťové analýzy. Nenastavujeme počet substepů a loadstepů, úloha není cyklická, pouze volíme interval, na kterém bude řešena modální analýza izolované lopatky. Frekvenční rozsah je 0 až 600000 Hz (Tab. 5).

Zvolený řešič	PCG		
analýza	Napěťově-def.	modální	
Frekvenční rozsah	0-60 000	0-60 000	
Počet substepů	-	6	0
Prestress efekt	NE	ANO	

Tab. 5: Zvolené nastavení řešiče

4.3. Řešení modelu problému

Úloha je rozdělena na několik částí nutných pro stanovení vlastních frekvencí a tvarů turbínového kola. Interval, na kterém hledáme vlastní frekvence je 0-60 000Hz. Otáčky, které při výpočtu zadáváme v první části (napěťově-deformační analýze), jsou 0-60 000 min⁻¹. Výsledné hodnoty získané z výpočtového modelování slouží ke konstrukci křivky závislosti vlastních frekvencí na měnících se parametrech okolí v provozním režimu. V *Grafu 1* jsou zobrazeny měnící se relativní teploty proudících spalin na provozních otáčkách turbínového kola. Provedeme tedy výpočet vlastních frekvencí při dané provozní teplotě a daných otáčkách a změníme provozní parametry, celkem sedmkrát. Pole provozních otáček je rozděleno po 10000 min⁻¹.

Zvyšující se otáčky mají za důsledek vyztužování lopatky. Na druhé straně s nimi vzrůstající teplota má za důsledek snižování tuhosti turbínového disku.

Při výpočtu modelování modální analýzy izolované lopatky provádíme výpočet obdobně. Výpočet se liší nastavením řešiče (viz. výše 4.2) a použitými okrajovými podmínkami (viz. 3.9.1).

5. ANALÝZA VÝSLEDKŮ VÝPOČTOVÉHO MODELOVÁNÍ

5.1. Turbínové kolo

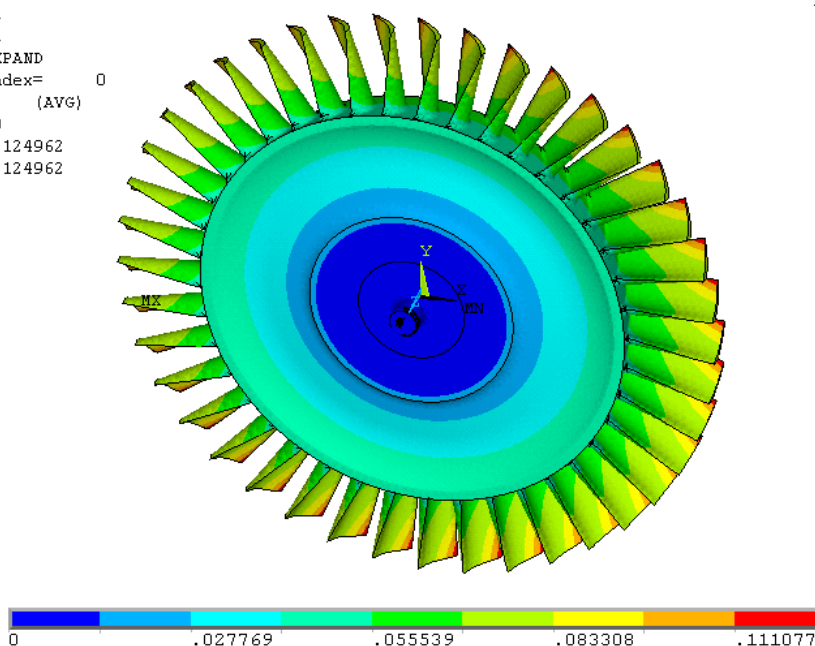
Výsledkem modální analýzy v programovém prostředí ANSYS je soubor hodnot, vlastních frekvencí, řazených do skupin podle příslušného uzlového průměru. Ke každému uzlovému průměru získáme tři k němu přiřazené vlastní frekvence. Do množství získaných hodnot se promítá nastavení řešiče (viz výše 4.2). Naším úkolem je vybrat takové hodnoty vlastních frekvencí, které spolehlivě reprezentují daný uzlový průměr. Musíme oddělit tedy ty tvary, které nejsou uzlovým průměrem na disku, ale dochází u nich pouze ke kmitání lopatek. Hodnoty vybíráme na základě doporučení pro výběr hodnot výsledků cyklické analýzy v programovém prostředí ANSYS [7]. Dále na základě znalostí vlastních frekvencí izolované lopatky.

Výsledky z výpočtového modelování poté porovnáváme s hodnotami získanými experimentálním modelováním.

Konečným výstupem je sestavení Campbellova diagramu, znázorňujícího závislost vlastních frekvencí na otáčkách.

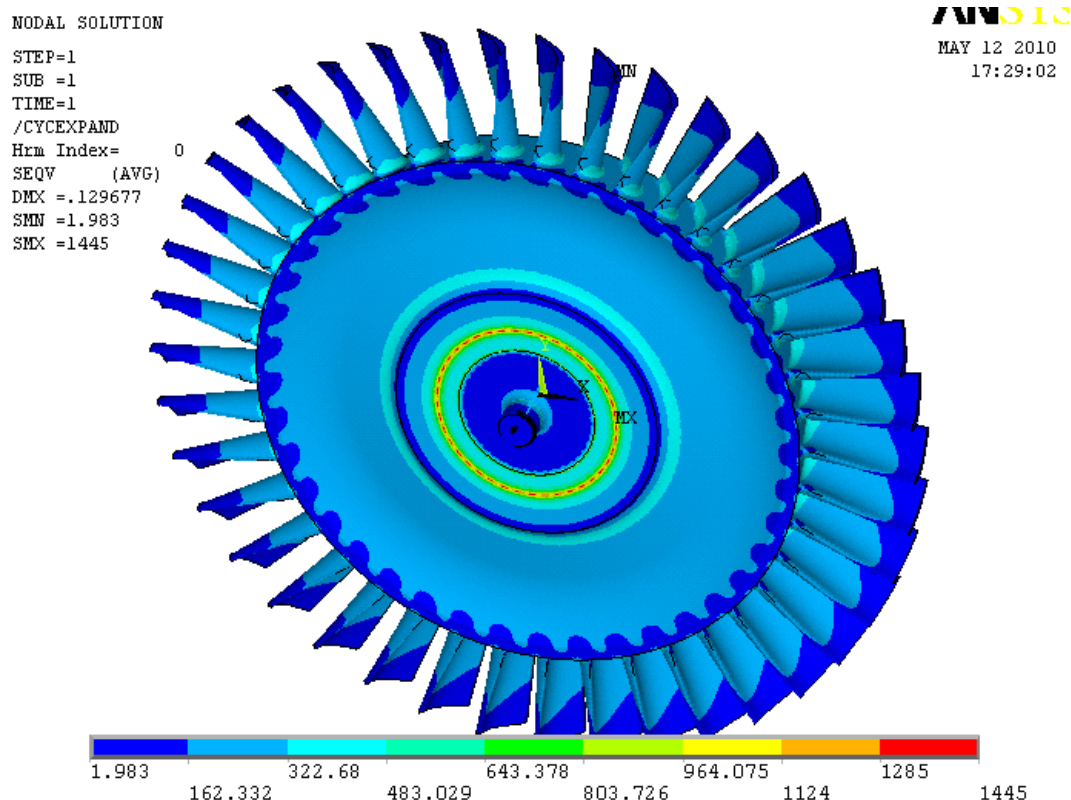
```
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
/CYCEXPAND
Hrm Index= 0
USUM (AVG)
RSYS=0
DMX =.124962
SMX =.124962
```

ANSYS
MAY 12 2010
17:19:04



Obr. 18: Posuvy vypočtené deformačně-napěťovou analýzou (prestress.800°C, 6283rad/s)

Na Obr. 18, Obr. 19 jsou znázorněny počáteční podmínky pro modální analýzu turbínového kola. Vstupy jsou hodnoty napětí z deformačně - napětíové analýzy pro dané počáteční podmínky.: Těmi jsou pro vyobrazené příklady relativní teplota 800°C a otáčky 6283 rad/s.



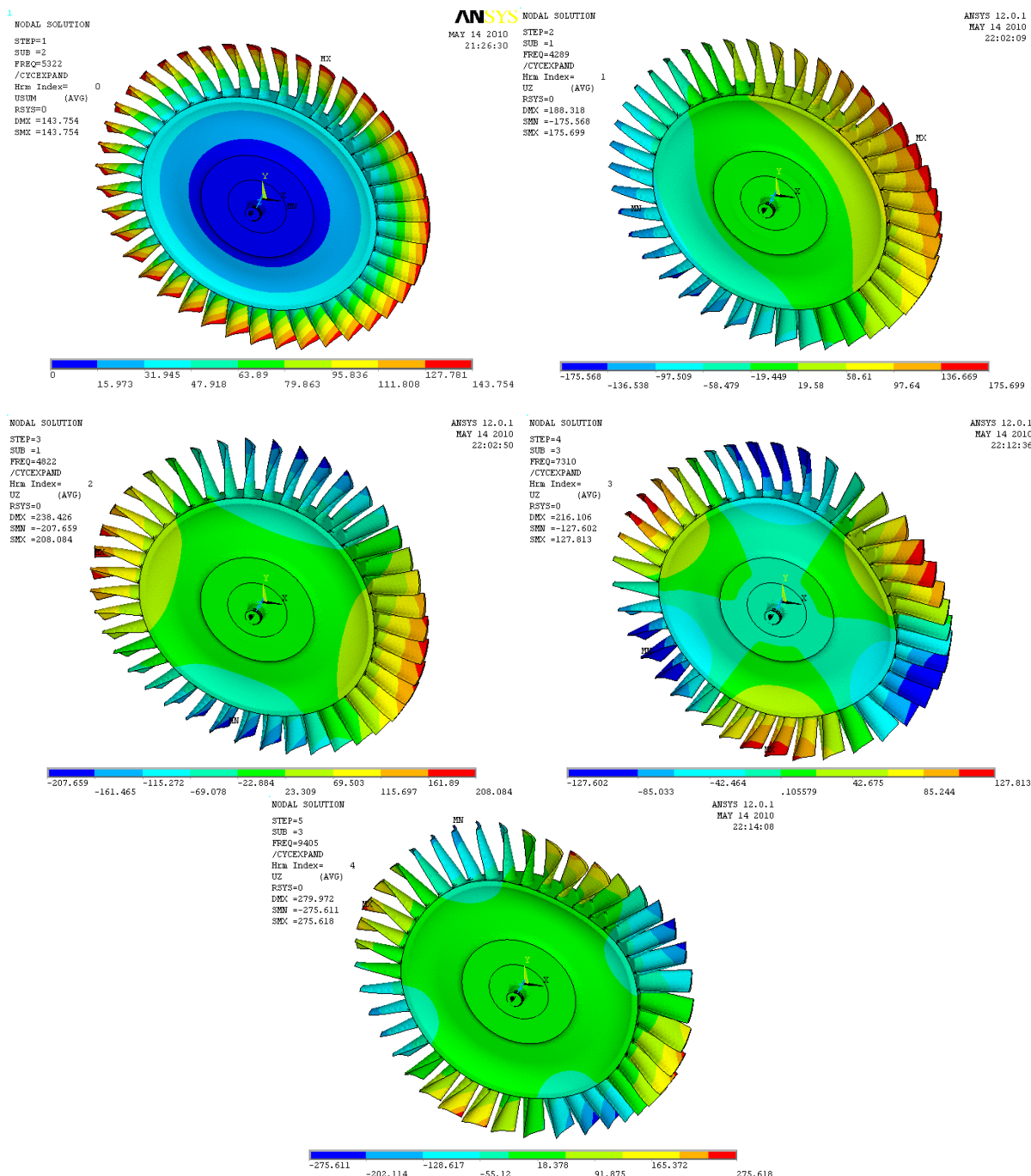
Obr. 19: Redukované napětí (podmínka HMH) z deformačně - napětíové analýzy

Nyní vypočítáme vlastní frekvence turbínového kola v závislosti na počátečních podmínkách. Hodnoty získané z programového prostředí ANSYS jsou již vytříděny a seřazeny vzestupně dle příslušného uzlového průměru (Tab. 6). První je zařazen nultý (dešťníkový) tvar kmitání.

Relativní teplota [°C]	21	300	439	439	520	555	608	728	792	800
Otáčky [rad/s]	0	1047	2094	3141,5	4188	5235	5556,5	5923	6106	6283
Uzlový průměr	Frekvence pro daný uzlový průměr, provozní otáčky, teplotu [Hz]									
0	5322	5327	5341	5363	5394	5434	5448	5465	5474	5482
1	4290	4294	4309	4332	4365	4406	4420	4438	4447	4456
2	4822	4829	4848	4879	4923	4977	4996	5019	5031	5043
3	7310	7316	7334	7365	7408	7463	7482	7506	7518	7533
4	9405	9410	9425	9449	9483	9526	9541	9559	9569	9579
5	10855	10860	10875	10899	10934	10978	10993	11012	11021	11031
6	11549	11554	11570	11597	11634	11681	11697	11717	11727	11738
7	11877	11883	11900	11927	11965	12014	12032	12052	12063	12074
8	12054	12059	12076	12105	12144	12194	12211	12233	12244	12255
9	12161	12166	12183	12212	12252	12303	12320	12342	12353	12364
10	12231	12237	12254	12283	12323	12374	12392	12414	12425	12436
11	12281	12286	12304	12333	12373	12425	12443	12464	12476	12487
12	12317	12323	12340	12369	12410	12461	12480	12501	12513	12524
13	12344	12350	12368	12397	12438	12489	12508	12529	12541	12552
14	12366	12372	12389	12418	12459	12511	12529	12551	12562	12574
15	12382	12388	12405	12435	12475	12527	12546	12568	12579	12591
16	12395	12401	12418	12447	12488	12540	12558	12580	12592	12603
17	12404	12410	12428	12457	12498	12550	12568	12590	12602	12613
18	12411	12417	12434	12464	12504	12557	12575	12597	12608	12620
19	12415	12421	12439	12468	12509	12561	12579	12601	12613	12624
20	12418	12423	12441	12470	12511	12563	12581	12604	12615	12627

Tabulky. 6: Závislost vlastních frekvencí na provozních parametrech

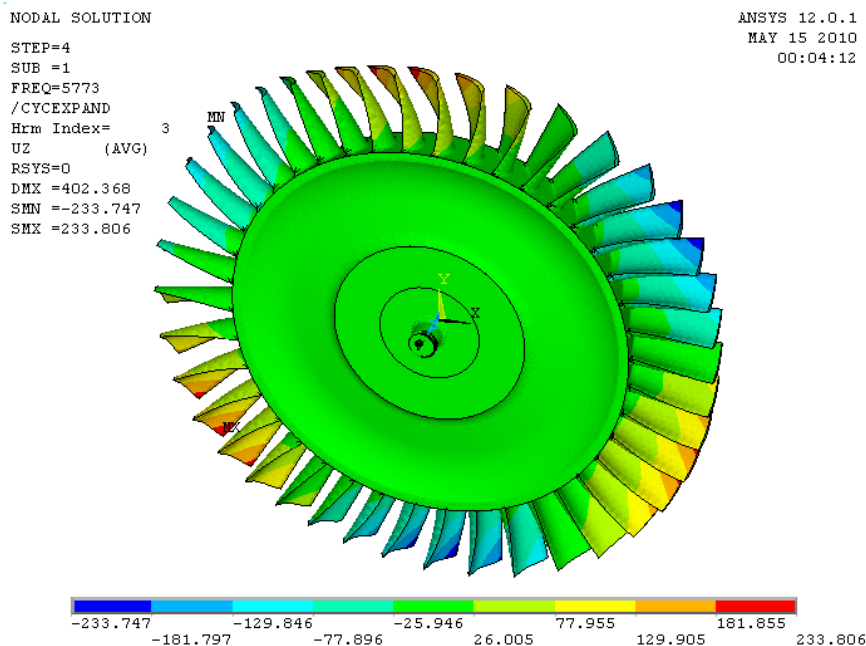
Jednotlivé tvary kmitání (Obr. 20) se zřetelnými uzlovými průměry jsou řazeny zleva doprava. Uzlové průměry jsou místa, která jsou trvale v klidu, jejich posuvy jsou v ose z , na dané frekvenci, rovny nule. Prvním tvarem je tzv. deštníkový tvar, nultý uzlový průměr. Druhým tvarem je první uzlový průměr.



Obr. 20): Výsledné tvarů kmitání na jednotlivých vlastních frekvencích.

Výběr jednotlivých tvarů kmitání (uzlových průměrů) a příslušných vlastních frekvencí pro sestavení Campbellova diagramu probíhal na základě vyhodnocení podílu kmitu lopatky a celého disku. Rozhodnutím, zda daný tvar je reprezentantem uzlového průměru turbínového disku, ovlivnila znalost vlastních kmitů izolované lopatky.

Veškeré hodnoty byly po provedení experimentální modální analýzy verifikovány.



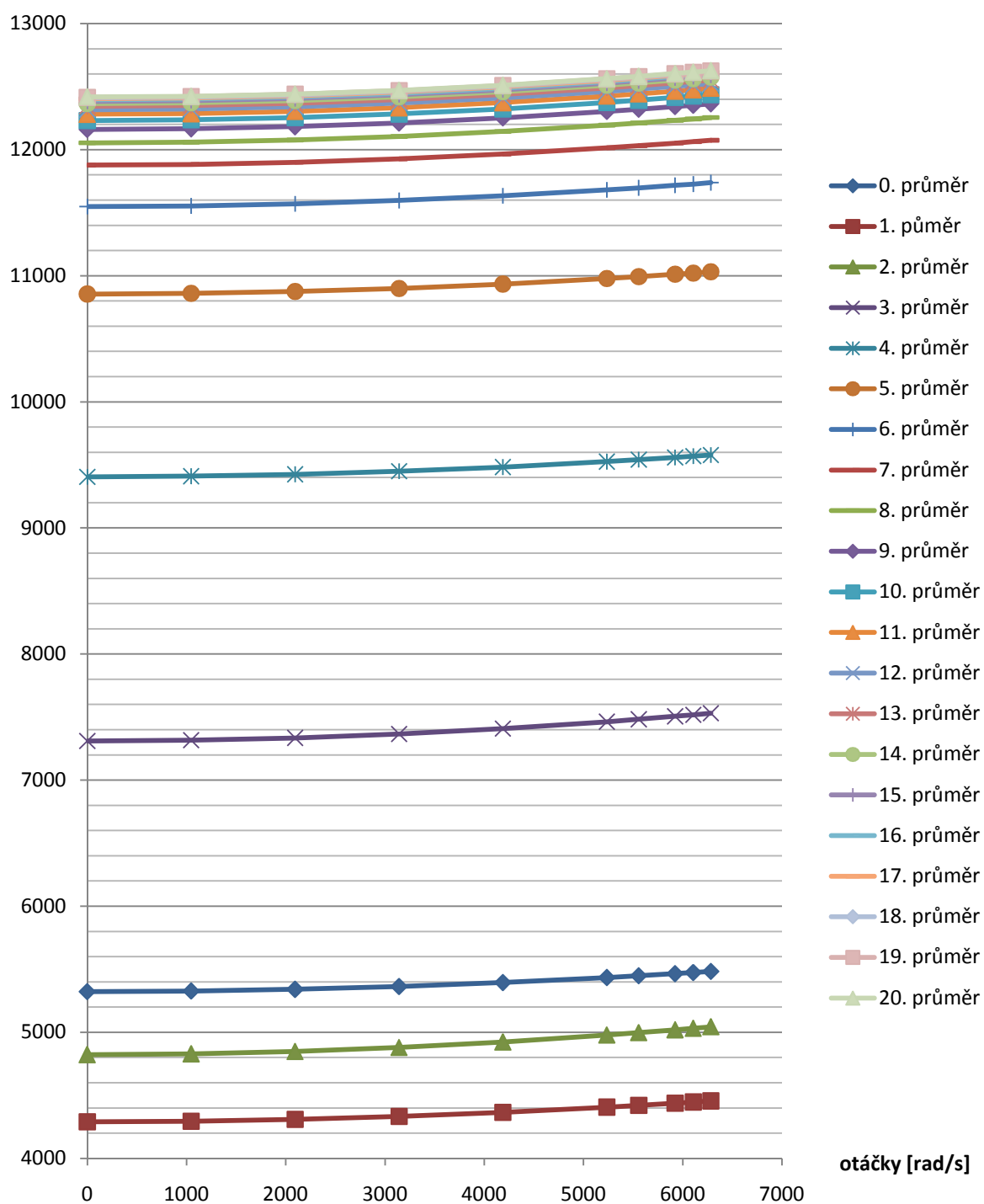
Obr. 21: Vstup vlastních frekvencí lopatky do výpočtu analýzy disku

Pro ilustraci uvádím příklad kmitu lopatky (Obr. 21) na vyhodnoceném třetím uzlovém průměru. Takovýto tvar nemůže být právoplatně považován za uzlový průměr turbínového disku. Zákmit lopatek je však vyhodnocen systémem ANSYS jako uzlový průměr celého disku, avšak ke kmitu disku zde nedochází, proto musí dojít k selekci jednotlivých výsledků.

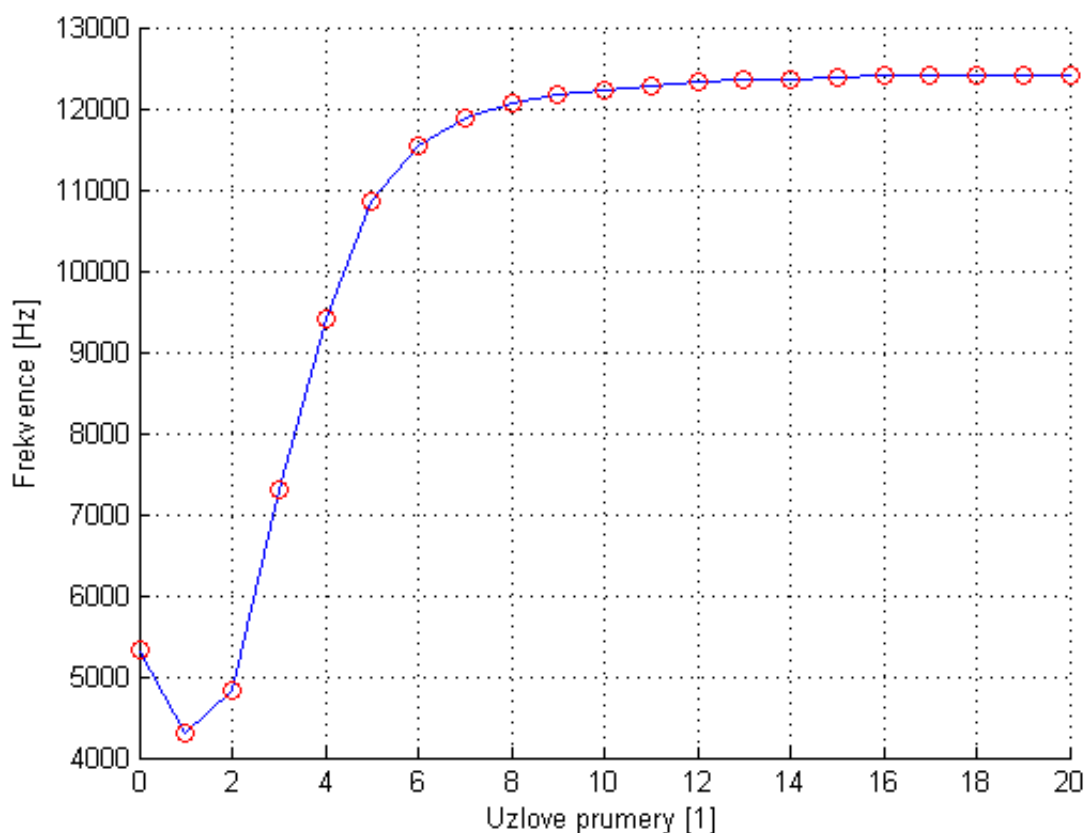
Změna provozních otáček turbínového disku má vliv na vypočítané vlastní frekvence (Graf 3). Změna hodnot vypočítaných vlastních frekvencí výpočtovým modelováním je způsobena změnou tuhosti disku.

Změna jednotlivých vlastních frekvencí vlivem provozních podmínek je u nižších uzlových tvarů vyšší. Odchylka vlastních frekvencí stojícího disku a disku při 100% provozním zatížení je v průměru 2% ze všech tvarů.

frekvence [Hz]



Graf 3: Závislost vlastních frekvencí na provozních otáčkách (taktěž teplotě)



Graf 4: Závislost počtu uzlových průměrů na vlastní frekvenci turbínového kola

Jako nultý uzlový průměr je označen (Graf 4) tzv. deštníkový - nultý tvar kmitu.

Znázornění Campbellova diagramu (Graf 5) vyjadřuje závislost vlastních frekvencí na otáčkách hřídele.

V našem případě je rozsah pracovních otáček 0 až $60\,000\text{ min}^{-1}$. Z diagramu lze stanovit spektrum kritických otáček. Kritické otáčky jsou v intervalu $12\,000\text{--}26\,000\text{ min}^{-1}$.

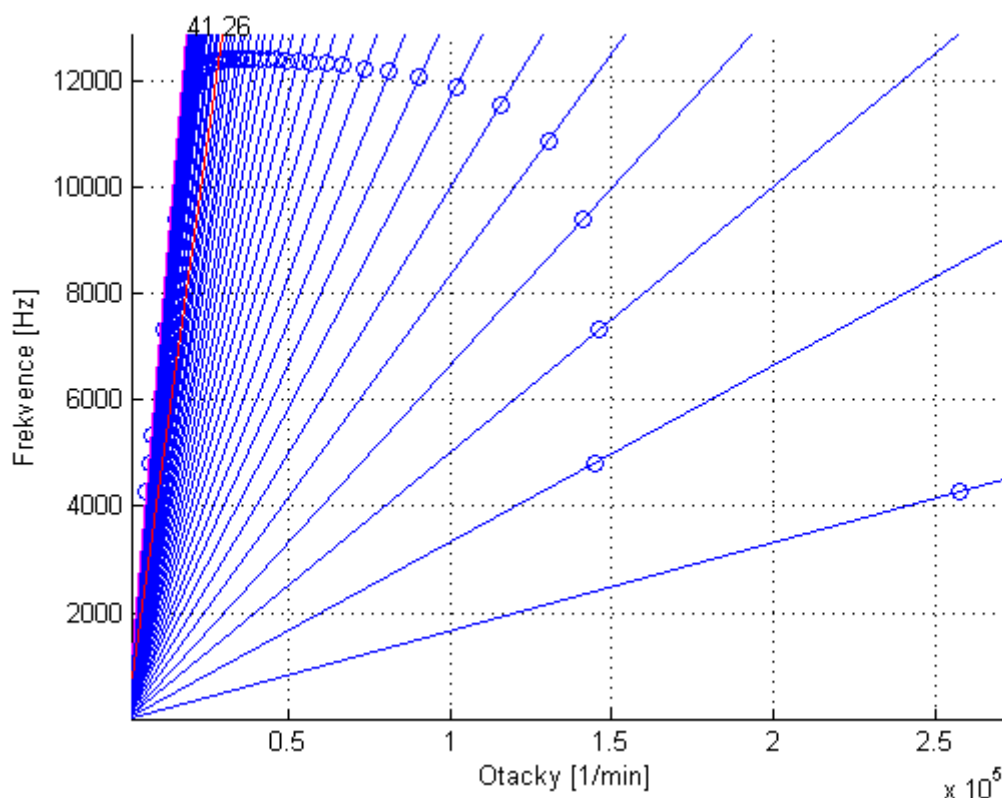
Z dostupné dokumentace [5] je znám rozsah pracovních otáček turbínového motoru TJ 100. Motor pracuje v rozsahu 50% až 100% (tj. $30\,000$ až $58\,320\text{ min}^{-1}$), tedy nižší otáčky jsou náběhové a motor v tomto spektru otáčen nebude provozován. Pásmo kritických otáček bude při startu a vypnutí motoru rychle přejeto.

V diagramu jsou zaneseny i křivky pro aerodynamické vybuzení. Aerodynamické buzení nastává, pokud je počet uzlových průměrů roven počtu rozváděcích lopatek.

Pro sestavený Campbellův diagram turbínového kola platí [5]:

počet rozváděcích lopatek $p_R=26$

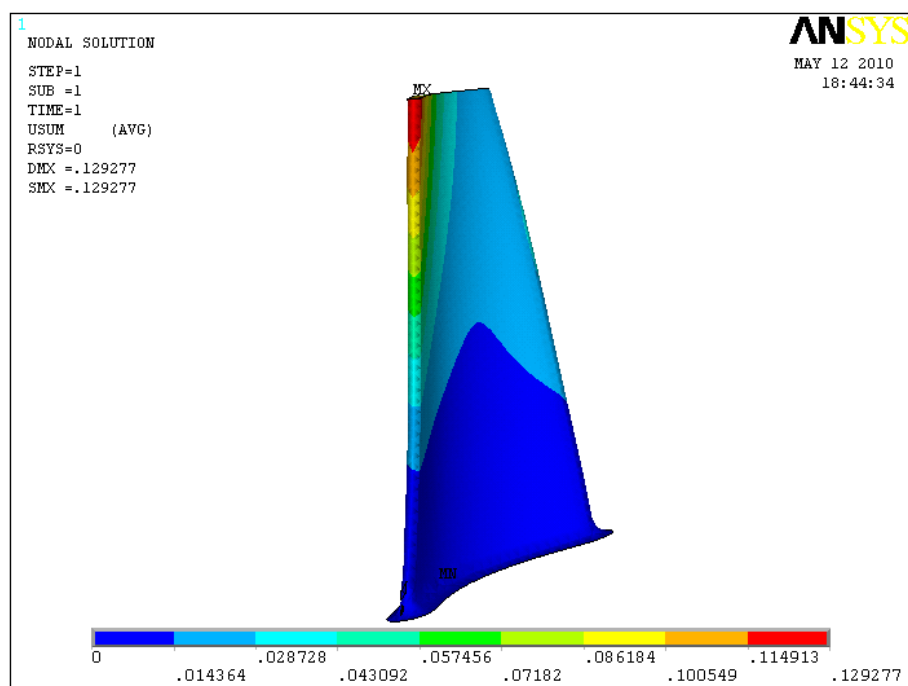
počet lopatek turbínového kola $p_K=41$



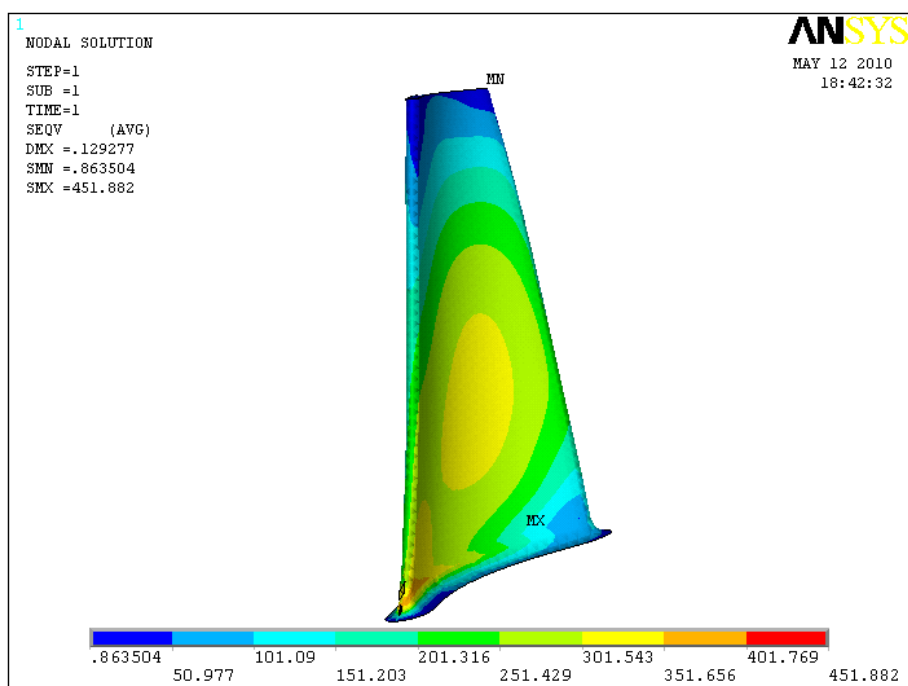
Graf 5: Campbellův diagram pro turbínové kolo

5.2. Izolovaná lopatka

V této části budeme analyzovat výsledky modální analýzy izolované lopatky. Do množství získaných hodnot se promítá nastavení řešiče (viz. výše Kap. 4.2). Vypočítané posuvy (Obr. 22) z deformačně – napětové analýzy a redukované napětí dle podmínky HMM (Obr. 23) jsou počáteční podmínky pro příslušnou modální analýzu. Příklady ilustrují výsledky z deformačně-napětové analýzy pro teplotu $t=800^{\circ}\text{C}$, otáčky 6283 rad/s.



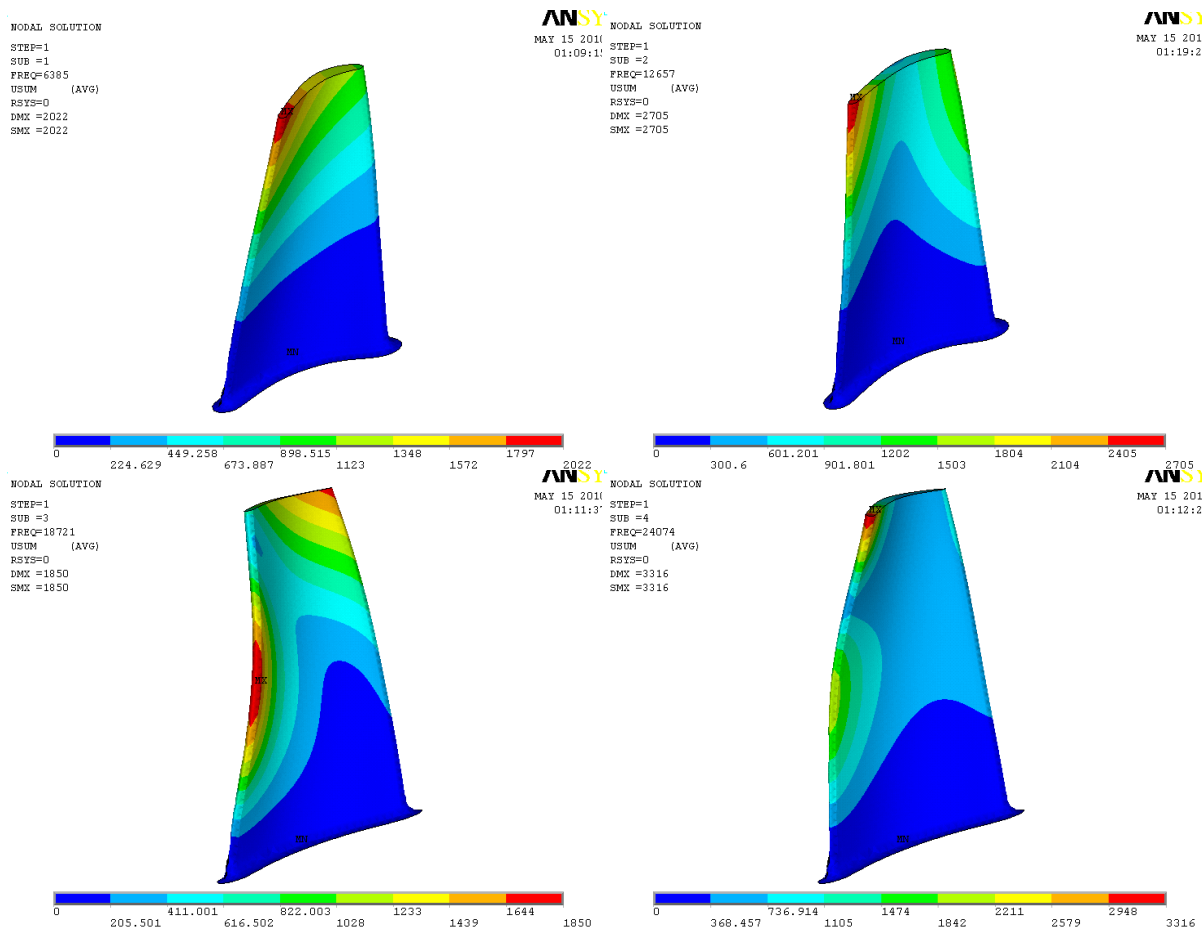
Obr. 22: Výsledné posuvy z deformačně-napěťové analýzy (PRESTRESS-800°C, 6283rad/s)



Obr. 23: Výsledné redukované napětí (podmínka HMM) z deformačně - napěťové analýzy

Relativní teplota [°C]	21	300	439	439	520	555	800
Otáčky [rad/s]	0	1047	2094	3141,5	4188	5235	6283
tvar	Frekvence pro dané provozní otáčky, teplotu [Hz]						
1	6385	6396	6428	6481	6556	6650	6763
2	12657	12663	12680	12709	12750	12802	12865
3	18720	18728	18794	18785	18835	18898	18974
4	24074	24083	24110	24155	24219	24301	24401
5	35909	35917	35942	35984	36042	36116	36205
6	37080	37100	37158	37254	37387	37558	37767
7	46039	46042	46050	46063	46082	46106	46135
8	55018	55042	55114	55231	55390	55591	55827
9	57071	57082	57113	57167	57244	57347	57479

Tab. 7: Závislost vlastních frekvencí na provozních otáčkách (taktěž teplotě)



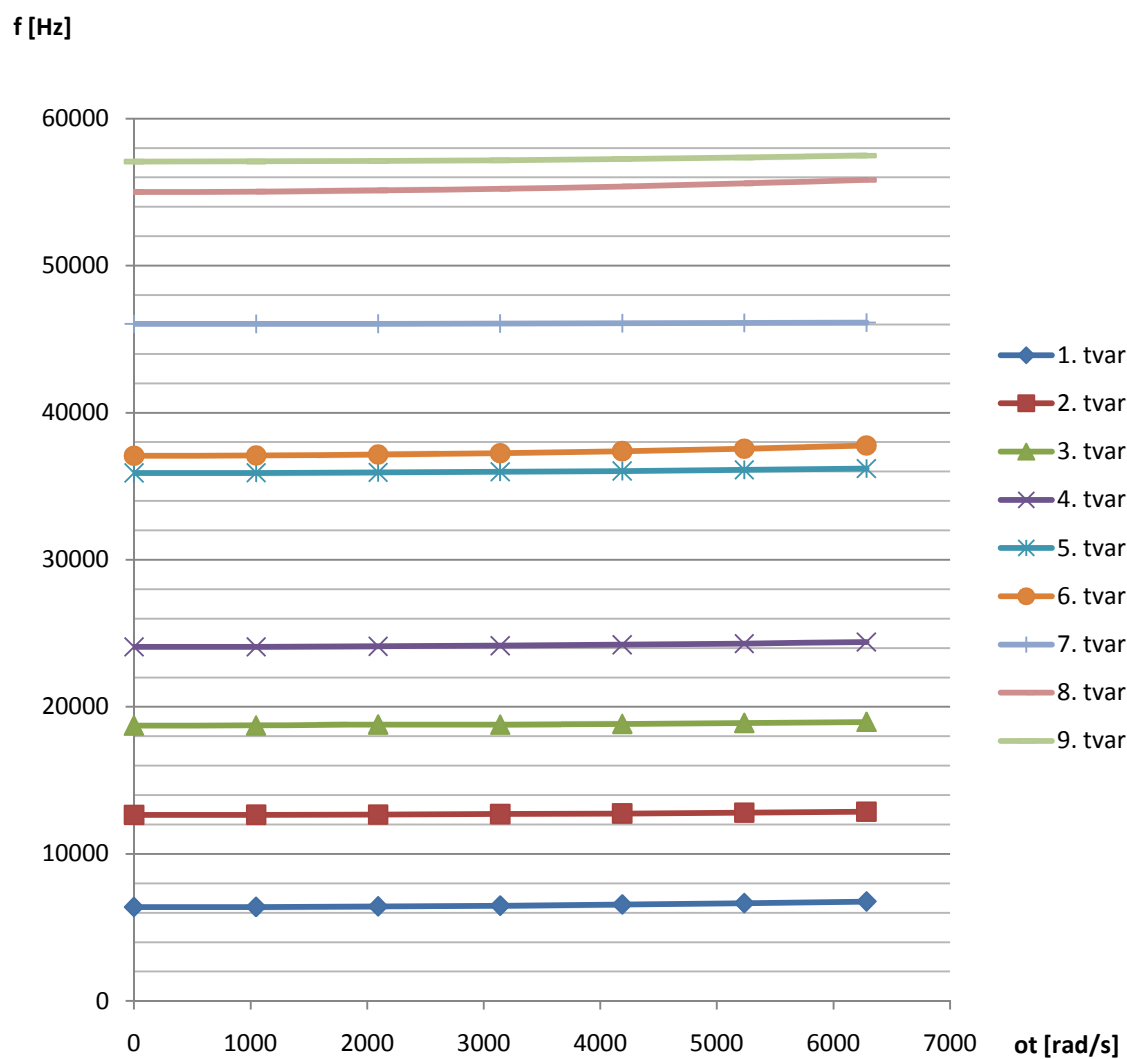
Obr. 24: Jednotlivé tvary izolované lopatky na daných vlastních frekvencích.

Pro porovnání uvádím hodnoty vlastních frekvencí turbínového kola (Tab. 8), kdy došlo k zákmitu lopatek. Tento případ je ilustrován (Obr. 21) v předchozí kapitole. Frekvence jsou pro stav bez rotace a za teploty $t=21^{\circ}\text{C}$.

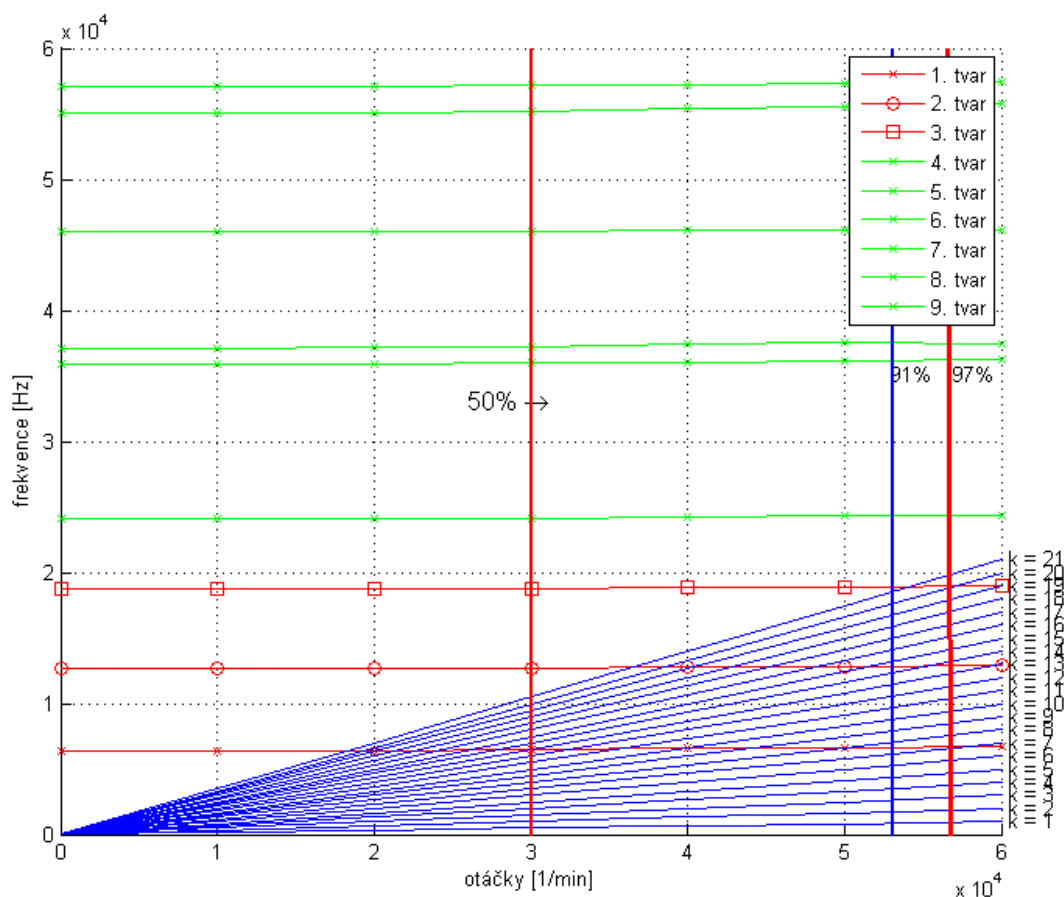
Uzlový průměr disku	3	4	5	6	7	8	9	10	20
Vlastní frekvence [Hz]	5773	5932	5965	5976	5982	5986	5986	5991	6011

Tab. 8: Hodnoty jednotlivých vlastních frekvencí na uzlovém průměru disku

Je zřetelné (Tab. 8), že hodnoty vlastních frekvencí lopatek interagujících s uzlovými průměry disku jsou velice blízké první vlastní frekvenci izolované lopatky. Z pohledu okrajových podmínek je vazba lopatky na disk poddajnější než u izolované lopatky. Do výpočtu vstupují i jednotlivé uzlové průměry, s rostoucím uzlovým průměrem nepatrně roste i vlastní frekvence lopatek.



Graf 6: Závislost vlastních frekvencí na provozních otáčkách (taktěž teplotě)



Graf 7: Campbellův diagram pro izolovanou lopatku

Pro sestavení Campbellova diagramu uvažujeme nejprve všechny vypočítané hodnoty vlastních frekvencí izolovaných lopatek. Z Campbellova diagramu (Graf 7) je zřejmé patrné, že žádná z hodnot kritických otáček se nepohybuje v pracovním pásmu turbínového kola. Nebezpečný je blízký šestý násobek [12], ten je však také mimo pracovní oblast turbínového motoru (100% provozních otáček odpovídá $58\,320\text{min}^{-1}$).

6. EXPERIMENTÁLNÍ MODELOVÁNÍ

Experimentální modální analýza má velký význam v technické diagnostice, pomocí této metody můžeme získat úplný technický popis mechanické soustavy nebo konstrukce. Výstupy z modální analýzy jsou vlastní frekvence soustavy, vlastní tvary kmitu, vlastní tlumení tvaru kmitu. Hodnoty získané výpočtovým modelováním jsou verifikovány s hodnotami získanými experimentálním modelováním, avšak zřídka kdy se shodují [7].

Při experimentálním modelování získáváme uvedené hodnoty z frekvenční odezvové funkce, taktéž označované jako „kmitočtová charakteristika“. Podstatou je měření časového průběhu dynamického buzení soustavy a současně odpovídajícího časového průběhu odezvy testované soustavy ve frekvenční oblasti, tedy vyjádření dynamické poddajnosti měřené soustavy.

Tato funkce je definována jako:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad \left[\frac{m}{N} \right] \quad (11)$$

Pro popis můžeme použít i další dvě charakteristiky. Můžeme měřit pohyblivost, nebo zrychlení.

Předpokladem pro provedení experimentální modální analýzy je linearita zkoumané soustavy, odezva soustavy je přímo úměrná provedenému buzení. Při vyšetřování reálných soustav jde vždy o tlumené kmitání, v místě rezonance bude mít vždy výchylka konečné hodnoty. Výsledky experimentu potřebujeme získat ve frekvenční oblasti z důvodu diskretizace problémových komponentů, atd. Pro přenos informace z časového spektra do frekvenčního slouží diskrétní Fourierova transformace, dnes nejčastěji FFT (Fast Fourier Transform).

FFT je rychlý algoritmus pro zpracování Fourierovy diskrétní transformace, užívá se z důvodu snížených výpočetních nároků. Nutnou podmínkou je volba konkrétní délky záznamu o počtu vzorku $n = 2^i$, kde i je voleno jako celé nezáporné číslo (přirozené).

6.1. Formulace problému

Účelem experimentu je ověřit hodnoty získané výpočtovým modelováním v programovém prostředí ANSYS. Z experimentální modální analýzy chceme získat hodnoty vlastních frekvencí na turbínovém kole, informace o vlastních tvarech. Dále vlastní frekvence samostatné lopatky. Cílem je sestavení Campbellova diagramu kombinací hodnot získaných experimentálním a výpočtovým modelováním.

6.2. Buzení soustavy

Naším cílem je dosažení širokopásmového buzení, tedy vybudění nekonečného (teoreticky) množství vlastních frekvencí ve frekvenčním spektru. V časovém spektru je cílovým buzením rázový impulz (označován jako Dirakov impulz). Turbínové kolo i lopatku budíme impulsním kladivem (*Obr. 25*, Bruel & Krajer, označení 8206 dle [9]). Buzení je směřováno kolmo na povrch kola (lopatky). Pro vybudění frekvenčního spektru 0-20 000 Hz jsme na kladivu použili kovový hrot.



Obr. 25: Rázové kladivo

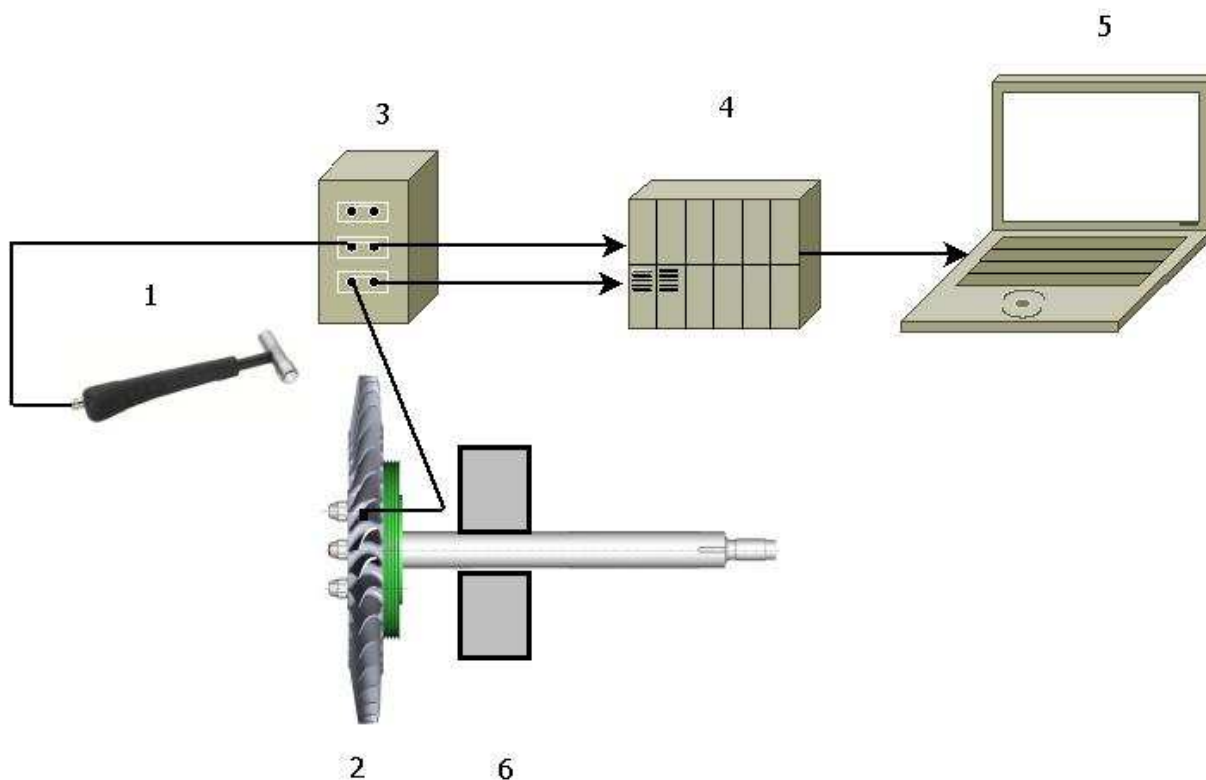
6.3. Odezva sestavy

Odezva sestavy je měřena piezoelektrickým akcelerometrem připevněným voskem na měřenou část, odezvový i budící signál je zesilován zesilovačem a dále zpracován a zaznamenán analyzátozem.

Měřící řetězec

Měřící řetězec (*Obr. 26*) se skládá z impulsního kladiva připojeného na zesilovač signálu. Na dalším vodiči je připojen akcelerometr, který je včelím voskem připevněn na turbínovém kole (lopatce, kole). Zesílené signály jsou dále přiváděny do analyzátoru PULSE.

Signály jsou poté zpracovávány na připojeném počítači v software Labshop a uloženy na pevný disk.



Obr. 26: Schéma sestaveného měřicího řetězce

Legenda:

- 1) Impulsní kladivo
- 2) Zkoumaná soustava - turbínové kolo s hřídelí s přilepeným akcelerometrem
- 3) Zesilovač
- 4) Analysátor signálu PULSE
- 5) Počítač se softwarovým vybavením Labshop spojený s analyzátozem PULSE
- 6) Upínací čelisti dílenského svěráku

6.4. Provedení experimentu

V prvním kroku jsme upevnili hřídel turbínového kola do dílenského svěráku mezi dvě hliníkové podložky. Poté jsme přichytili akcelerometr voskem na měřenou část (lopatku, kolo). Následně jsme propojili jednotlivé části měřicího řetězce propojovacími vodiči. Po sestavení měřicího řetězce (Obr. 26) jsme přistoupili k otestování jeho funkčnosti. Chování

řetězce, nastavení měřících rozsahů zaznamenávaných signálů bylo v pořádku. K experimentu turbínového kola přistupujeme již s tím, že známe vlastní tvary a vlastní frekvence izolované lopatky z výpočtového modelování, tzn. že víme, jaký frekvenční interval chceme měřit. V programu Labshop navazujícím na analyzátor PULSE jsme zvolili patřičná nastavení (Tab. 9).

Max. frekvence [Hz]	Frek. krok [Hz]	Vzorkovací frek [Hz]	Počet vzorků [-]
20 000	3,125	51200	16 384

Tab. 9: Nastavení analyzátoru Pulse

Ilustrace sestavení měřícího řetězce pro měření modální analýzy samostatné lopatky před upevněním do dílenského svěráku (Obr. 27).



Obr. 26: Použité pomůcky při experimentu

Nyní již přistupujeme k samotnému měření. Měření je rozděleno do dvou částí. V první části zjišťujeme vlastní frekvence izolované lopatky. V druhé části získáváme vlastní

frekvence a vlastní tvary disku turbínového kola. Uvedené výsledky jsme zpracovávali v programovém prostředí MATLAB. Zpracováním se myslí převod signálu, tj. zrychlení na počtu vzorků (čase), z časového do frekvenčního spektra pomocí zrychlené Fourierovy transformace.

6.5. Modální analýza lopatky turbínového kola

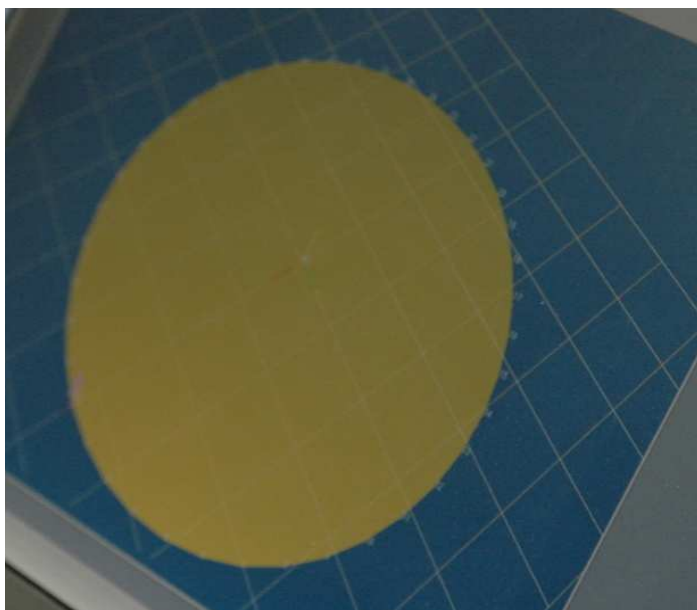
Měřicí řetězec je zapojen dle schématu (viz. výše), zařízení nastaveno dle hodnot uvedených v Tab. 9. Akcelerometr jsme přilepili včelím voskem na jednu z lopatek, na ostatní lopatky nasadíme dřevěný prádelní kolíček (Obr. 28), tj. přidáme tlumení na ostatní, neměřené lopatky. Nyní vybudíme onu jedinou netlumenou lopatku. V programovém prostředí Labshop proběhne záznam jednotlivých signálů a uložení na disk, kolíček přendáme na další lopatku a provedeme měření na další netlumené lopatce. Takto postupuje jednačtyřicetkrát, tedy na všech lopatkách celého turbínového kola.



Obr. 28: Buzení lopatek turbínového kola

6.6. Modální analýza turbínového kola

Měřicího řetězec je sestaven a nastaven obdobně jako v předešlém měření. Rozdíl je v nastavení programu Labshop, kde byl vytvořen model disku (Obr. 29) s jednačtyřiceti body. Průměr připraveného modelu disku je shodný s průměrem disku turbínového kola. V průběhu experimentu budíme disk širokopásmově impulsním kladivem. Kladivem budíme odezvu v jednačtyřiceti místech na obvodu disku a jedním uprostřed, shodně s body na připraveném modelu v Labshopu. Každý úder provádíme třikrát a programové prostředí soubor buzení v daném bodě statisticky zpracuje. Při buzení (Obr. 30) v jednotlivých bodech turbínového disku jsme instruováni programovým prostředím bod po bodu. Program po odměření všech dvačtyřiceti bodů provede FFT a zobrazí jednotlivé vlastní tvary kmitů disku na dané, námi vybrané frekvenci.



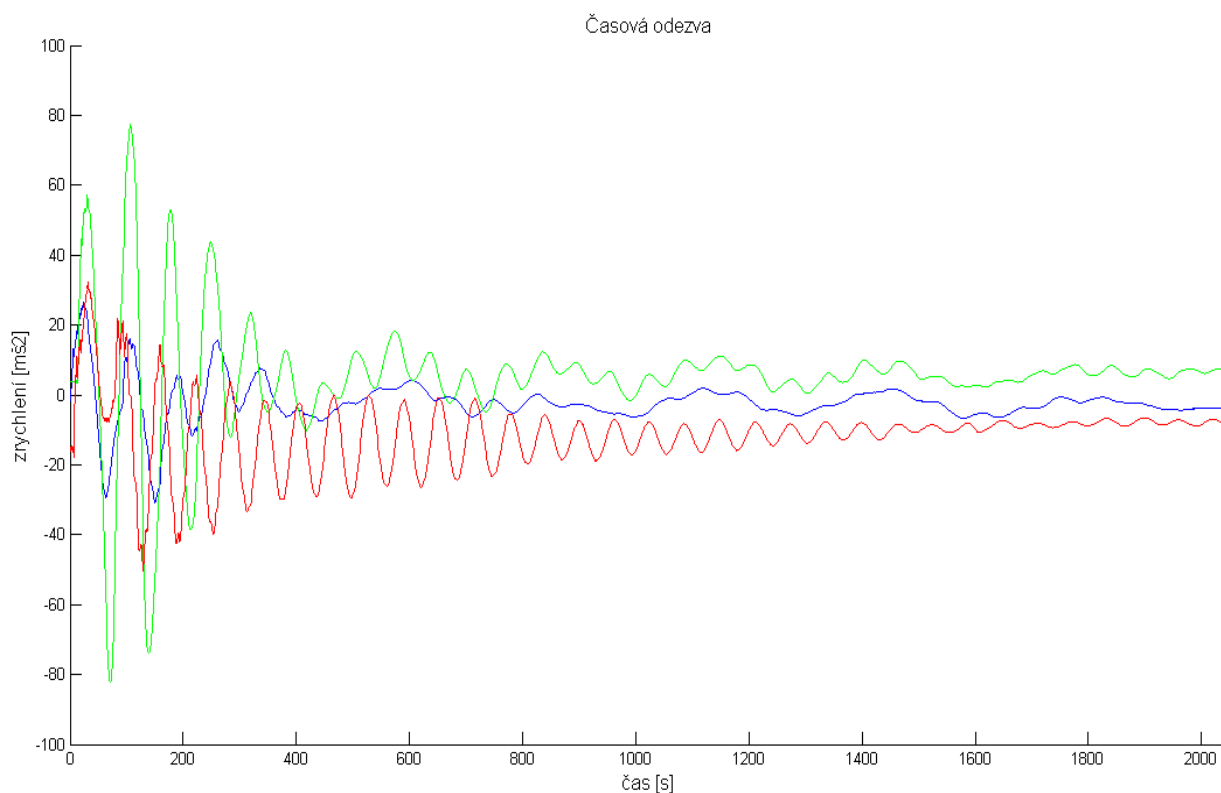
Obr. 29: Model disku vytvořený v programovém prostředí Labshop



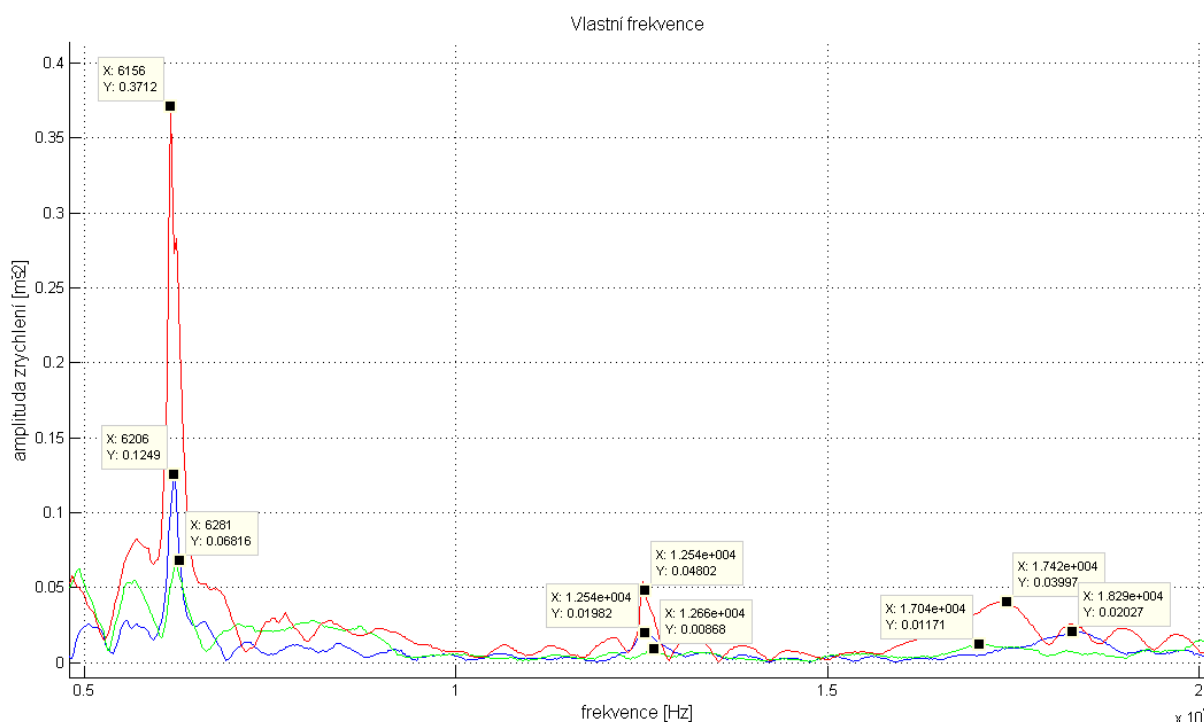
Obr. 30: Buzení disku v průběhu experimentálního modelování

6.7. Výsledky experimentálního modelování lopatky turbínového kola

Zobrazené výsledky jsou pro tři vybrané lopatky (Graf 8), jejichž časový záznam byl nejreprezentativnější, časové záznamy zrychlení/čas odezvy (Graf 8) jsou v dalším kroku provedeny z časového spektra do frekvenčního pomocí FFT.



Graf 8: Záznam časového spektra odezvy

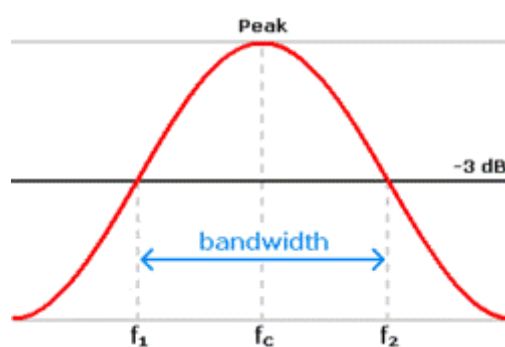


Graf 9: Jednotlivé vlastní frekvence ve frekvenčním spektru

Stanovení tlumení z amplitudové charakteristiky

Stanovíme z šířky pásma při poklesu o 3dB nebo pro amplitudu $\frac{A}{\sqrt{2}} = 0,707 A$, (12)

tedy pokles o 70,7%. Předpokladem je lineárně viskózní tlumení ($F_b = b \cdot \dot{q}$)

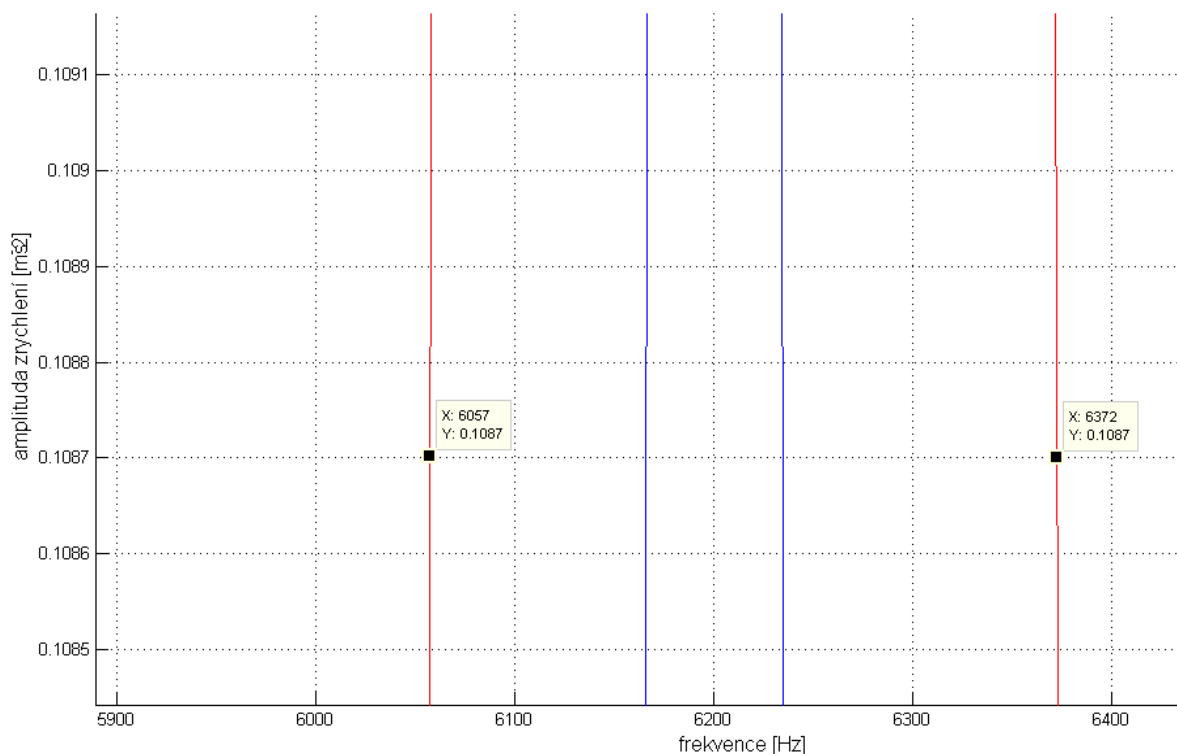


Graf 10: Ilustrace vyhodnocování útlumu

Q-faktor

$$Q = \frac{1}{2 \cdot b_p} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (13)$$

Pro stanovení útlumu odměříme šířku pásma pro první vlastní frekvenci lopatky v místě amplitudy snížené o 70,7%, hodnoty vlastních frekvencí měříme na hodnotě amplitudy $0,1087 \text{ m/s}^2$. Hodnoty frekvencí odměřujeme v programovém prostředí MATLAB (Graf 11).



Graf 11: Odečtení hodnot jednotlivých frekvencí

Po odměření hodnot z grafu dosadíme do za $f_1=6057\text{Hz}$, $f_2=6372\text{Hz}$: (14)

$$Q = \frac{1}{2 \cdot b_p} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{6156}{6372 - 6057} = 19,5 \quad (15)$$

Z Q-faktoru po dosazení určíme poměrný útlum pro danou lopatku:

$$Q = \frac{1}{2 \cdot b_p} \Rightarrow b_p = \frac{1}{2 \cdot Q} = \frac{1}{2 \cdot 19,5} = 0,025 \cong 2,5\% \quad (16)$$

Pro jinou lopatku (modrá křivka Obr.) vychází poměrný útlum $b_p = 2,3\%$ (17)

Poměrný útlum $b_p = 2,5\%$, jedná se o slabě tlumenou soustavu. (18)

6.8. Porovnání výsledku experimentálního a výpočtového modelování na izolované lopatce

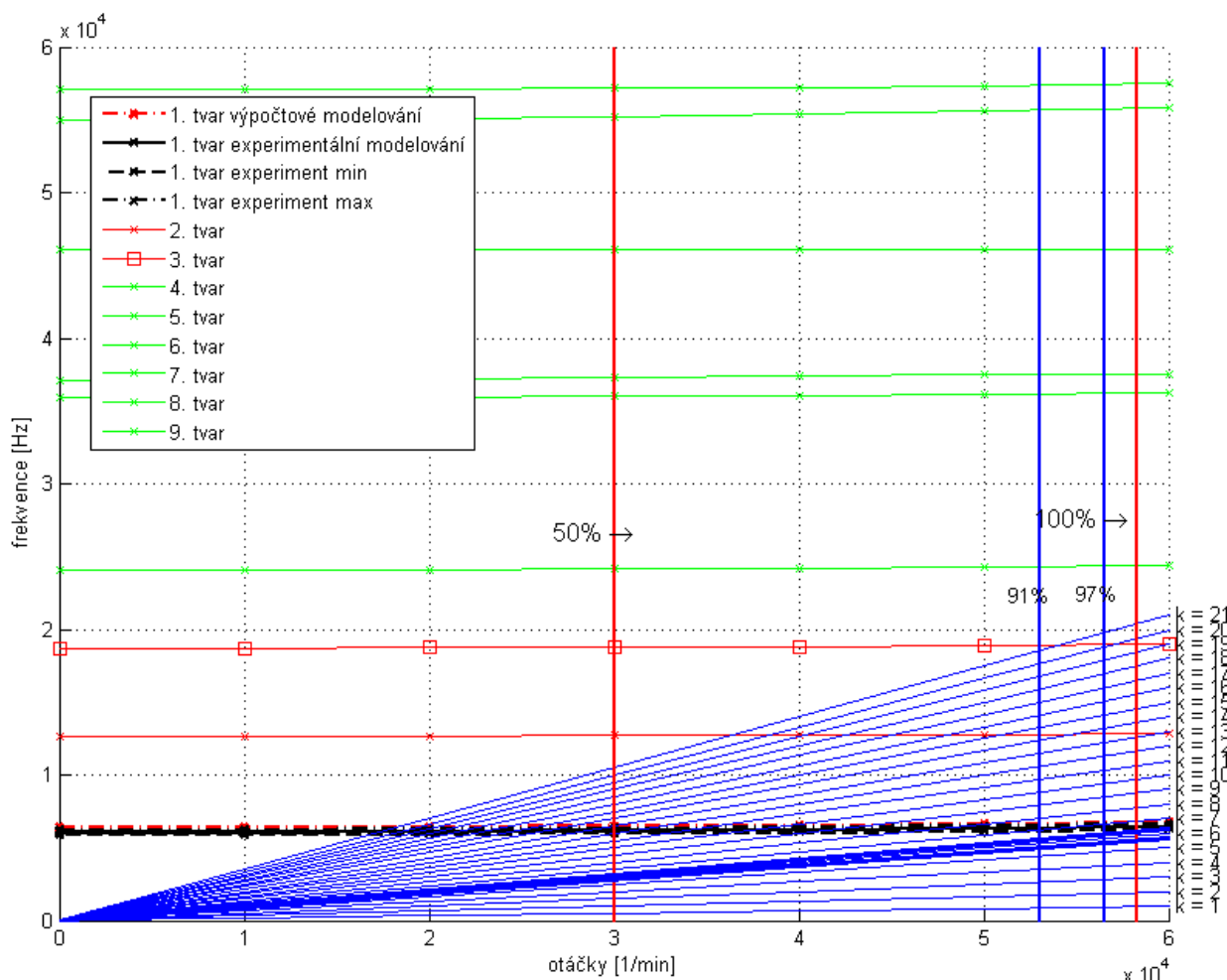
Hodnoty získané experimentálním modelováním porovnáváme s hodnotami získanými výpočtovým modelováním v programovém prostředí ANSYS (Tab. 10). Zde uvádíme pouze hodnoty vlastních frekvencí tří reprezentantu celkového souboru jednačtyřiceti.

Získáno		1. vl. frekvence [Hz]	2. vl. frekvence [Hz]	3. vl. frekvence [Hz]
Experimentální modelování	1. lopatka	6156	12540	17420
	2. lopatka	6206	12540	18290
	3. lopatka	6281	12660	17040
Výpočtové modelování		6384	12657	18720

Tab. 10: Tabulka hodnot získaných výpočtovým a experimentálním modelováním

Počet rotorových lopatek p_R	[1]	41
Počet statorových lopatek p_S	[1]	26
Aritmetický průměr $\bar{f}$	[Hz]	6067
Maximální frekvence f_{MAX}	[Hz]	6231
Minimální frekvence f_{MIN}	[Hz]	5906
Medián vlastní frekvence $\tilde{f}$	[Hz]	6081

Tab. 11. Hodnoty první vlastní frekvence získané experimentálním modelováním všech lopatek



Graf 12: Campbellův diagram se zanesenými hodnotami z experimentálního modelování

- Platí: - kritické otáčky jsou takové, jejichž násobek otáčkové frekvence je shodný s počtem uzlových průměru.
- nad šestý násobek jsou násobky otáčkové frekvence bezpečné [12]
 - nebezpečný provoz je v blízkém okolí Δf násobku otáčkové frekvence, přičemž platí [12]:

$$\Delta f_i = \pm 0,05 \cdot f_i \dots \text{nebezpečná oblast provozu je symetrická} \quad (19)$$

Z grafu je patrné, že nebezpečné buzení může vznikat při šestém násobku, avšak ne v rozsahu provozních otáček $ot_{\min}$ až $ot_{\max}$ (30 000 až 58 320 min^{-1} , 100%- v grafu červená svislice). Úkolem je zjistit, zda nedochází k nebezpečnému buzení v pásmu rozptylu otáček a rozptylu šestého násobku otáčkové frekvence.

Zjišťujeme interakci šestého násobku a první vlastní frekvence zjištěné experimentálním modelováním. U obou křivek uvažujeme mezní hranice rozptylu, u násobku horní pětiprocentní, u experimentem zjištěných hodnot dolní hranici f_{MIN}

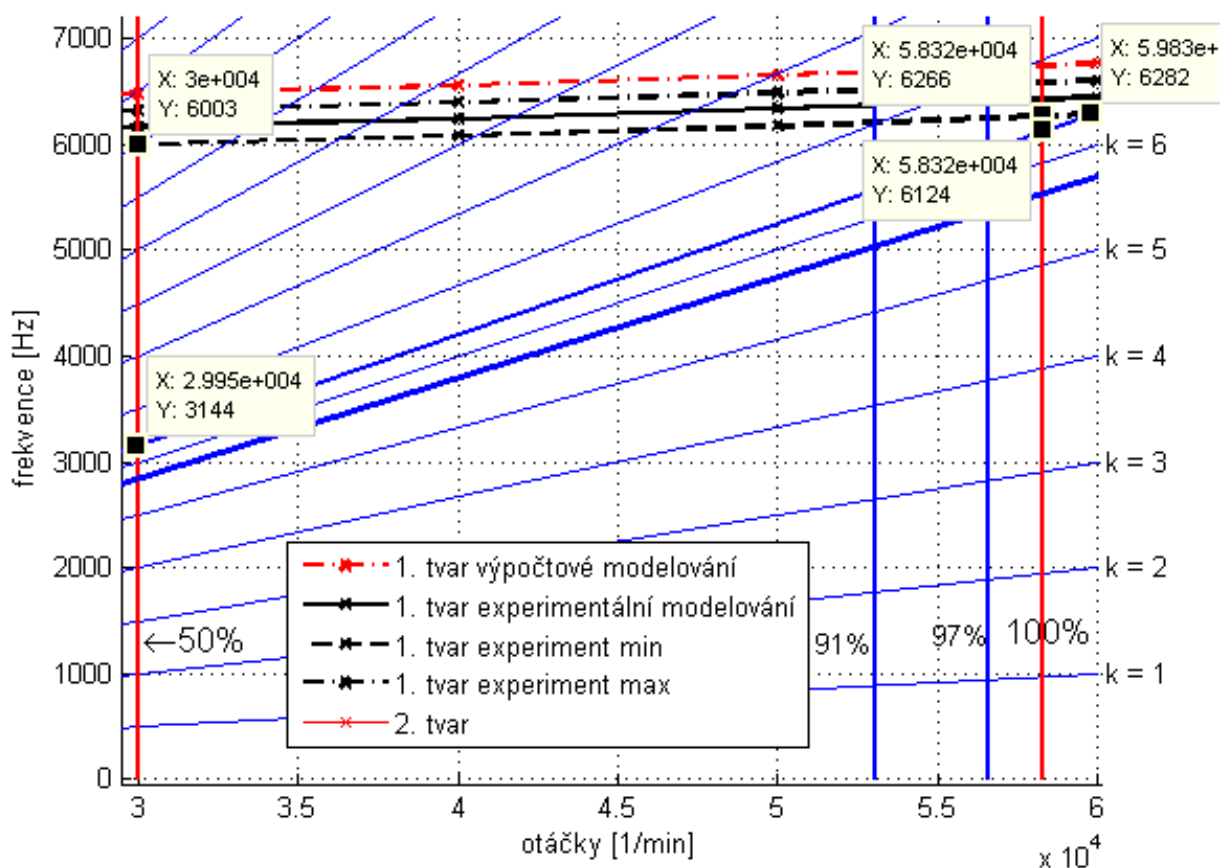
$$\Delta f_i = \pm 0,05 \cdot f_i \quad (21)$$

$$\Delta f_6 = \pm 0,05 \cdot 6000 = \pm 300 \text{ Hz} \quad (22)$$

$$f_{MIN} = 6284 \text{ Hz} \quad (23)$$

Naším cílem je zjistit, na jakých otáčkách dochází i průniku obou intervalů. Z podobnosti trojúhelníku jsou kritické otáčky (Graf 13):

$$\frac{f_{MIN}}{n_{KRIT}} = \frac{k_6(60000) + \Delta f_6}{60000} \Rightarrow n_{KRIT} = \frac{60000 \cdot 6284}{6300} = 59834 \text{ min}^{-1} \quad (24)$$



Graf 13: Detail Campbellova diagramu se zobrazenými rozptyly a blízkým šestým násobkem otáčkové frekvence ($k=6$)

i	n [min ⁻¹]	f _i (n) [Hz]	f _i [*] (n) [Hz]	f _i [*] - f _i [Hz]
1	30 000	3144	6003	2859
2	58 320	6124	6266	142

Tab. 12 Frekvence na šestém násobku a první vlastní frekvence

$$\text{Platí: } f_1^* > f_1, \quad f_2^* > f_2 \quad (25)$$

Nesmí dojít k průniku pásma rozptylu první vlastní frekvence lopatky a intervalu šestého násobku otáčkové frekvence (*Graf 13*).

- Na maximálních pracovních otáčkách motoru (58 320 min⁻¹) jsou od sebe intervaly vzdáleny 142Hz.
- K průniku obou intervalů dojde při otáčkách 59 834 min⁻¹.

Kritické otáčky jsou **mimo interval provozních otáček**.

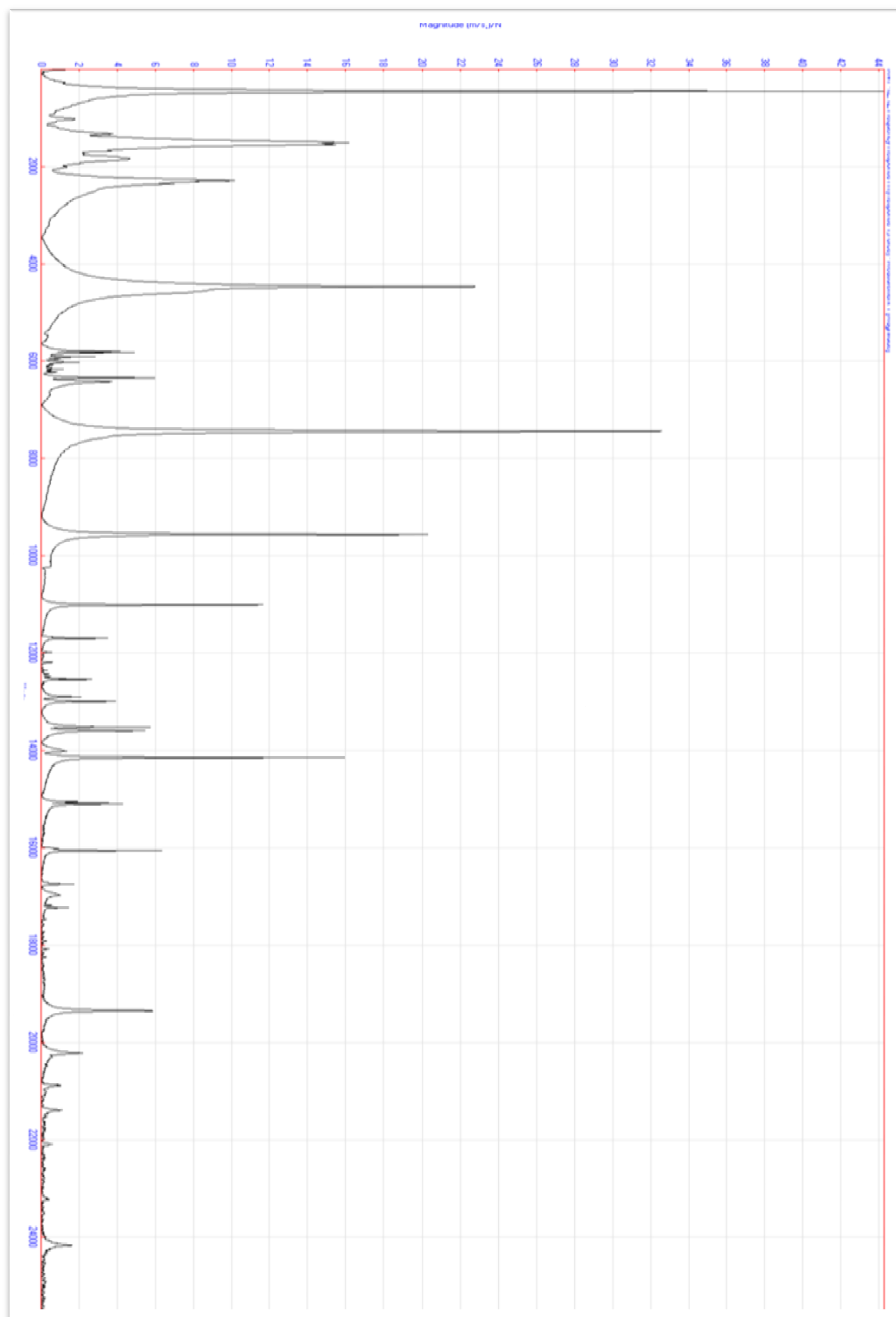
Je zřejmé (*Graf 9*), že získané hodnoty třetí vlastní frekvence nejsou zcela stanoveny prokazatelně. Toto souvisí již s limity měřící aparatury. Je obtížné, vzhledem k rozměrům lopatky, upevnit akcelerometr mimo uzlového bodu nebo nebudit lopatku v uzlovém bodu.

Při měření nebyla zachována podmínka, aby snímač zrychlení neovlivnil analýzu. Váha snímače není zanedbatelná vzhledem k váze lopatky. Váha piezoelektrického akcelerometru je přibližně 4g.

Z výsledné hodnoty první vlastní frekvence získané experimentálním modelováním (*Tab. 10*) lze vyvodit správnost výsledků získaných výpočtovým modelováním. Frekvence získané při experimentálním modelování by měly být nižší z důvodu poddajnosti disku. Při výpočtovém modelování jsou okrajové podmínky (posuvy) na kraji lopatky rovny nule.

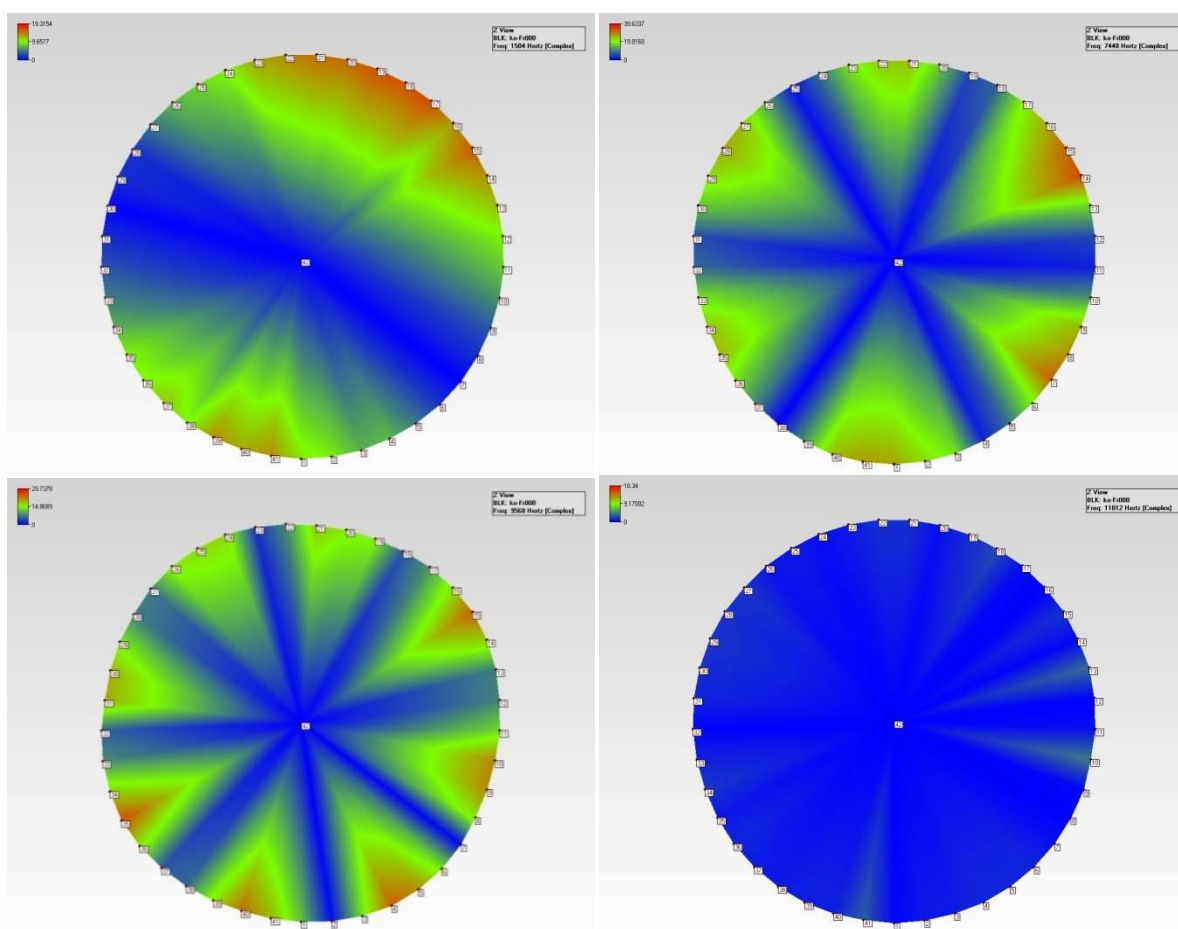
6.9. Výsledky experimentálního modelování turbínového kola

Zobrazení frekvenčního spektra (*Graf. 14*) slouží k odečtení jednotlivých vlastních frekvencí. Výsledky vyhodnocujeme v programovém prostředí Labshop.



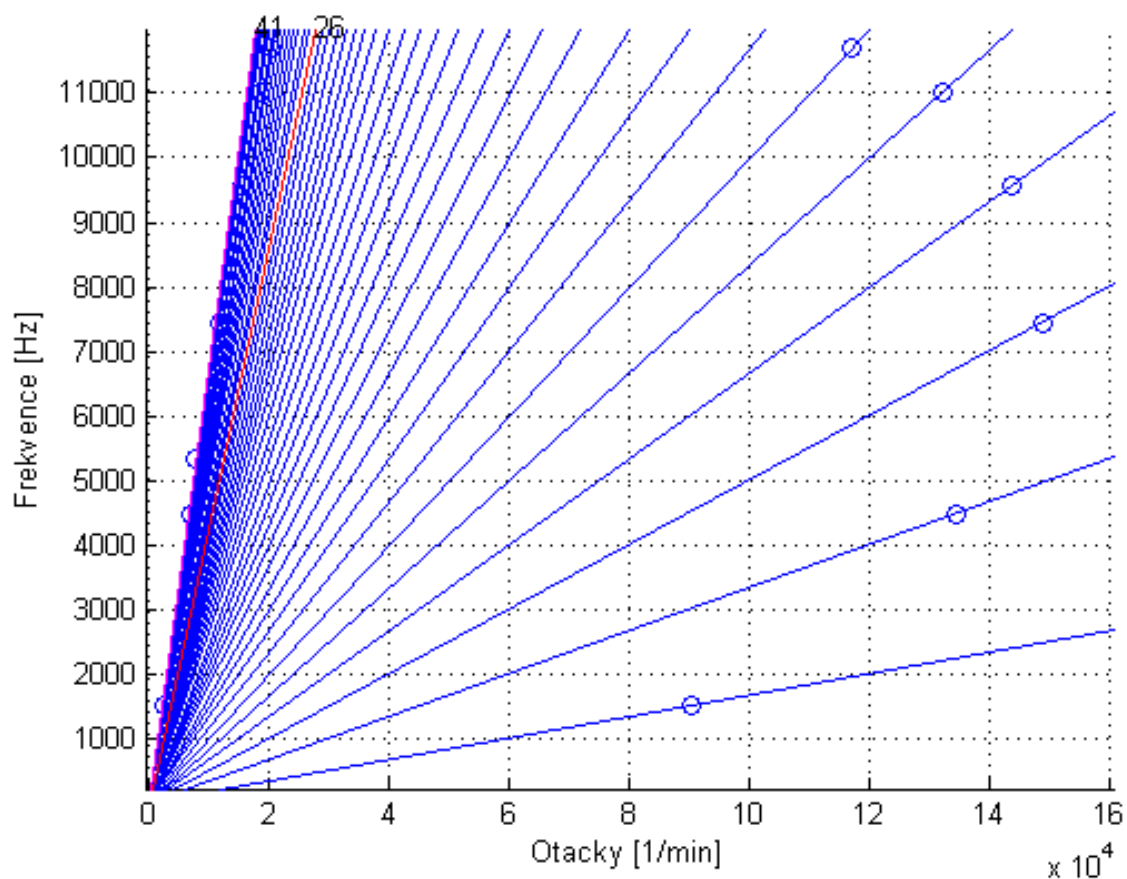
Graf14: Záznam odezvy turbínového disku ve frekvenční oblasti

Programové prostředí Labshop zobrazuje jednotlivé vlastní tvary turbínového disku na zvolené frekvenci (*Graf 14*). U nižších tvarů kmitání disků lze dobře rozeznat jednotlivé uzlové průměry (*Obr. 31*). S vyšším počtem uzlových průměru je velice obtížné rozlišit, o jaký uzlový průměr se jedná a zda nedochází k převládajícímu vlivu zákmitu lopatek nad vlastním tvarem disku. Výsledky hodnotíme pouhým okem, přičemž počítáme počet jednotlivých míst, která jsou v klidu.



Obr. 31: Jednotlivé uzlové průměry- z leva (první, druhý, třetí a čtvrtý)

V této části zkonstruujeme Campbellův diagram (Graf. 15) z hodnot získaných experimentálním modelováním.

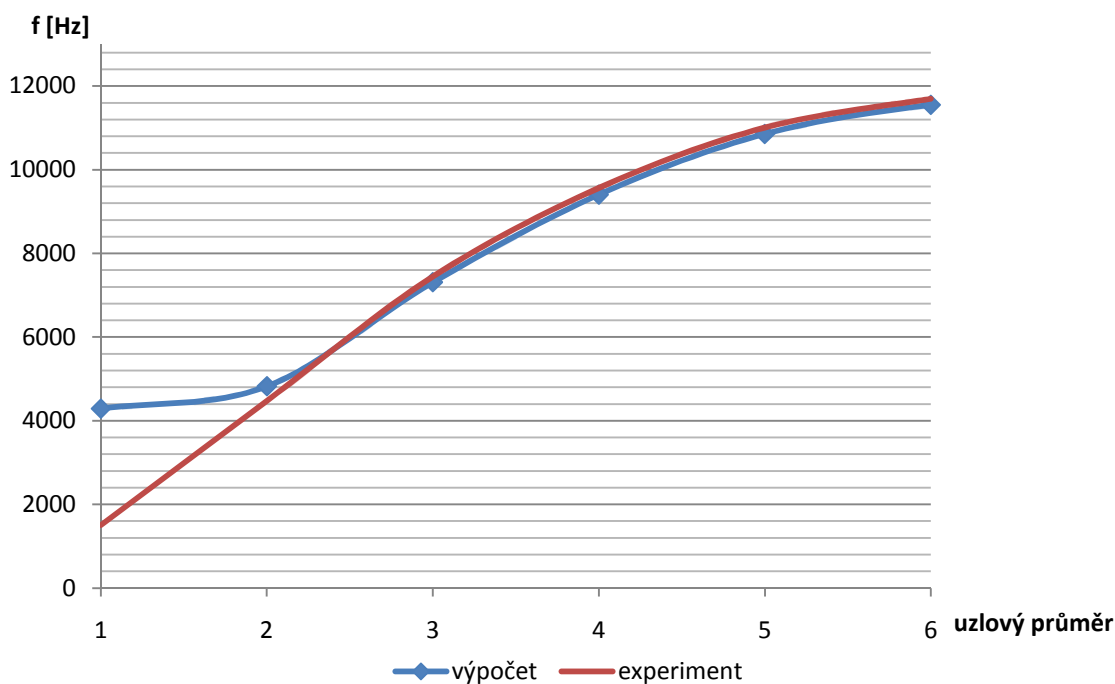


Graf 15: Campbellův diagram turbínového disku

Z Campbellova diagramu vyplývá, že pásmo kritických otáček je 9 000 - 15 000 min^{-1} . V tomto pásmu nebude turbínové kolo provozováno. Pásmo kritických otáček bude přejeto při startu a vypnutí turbínového motoru TJ 100.

6.10. Porovnání výsledku experimentálního a výpočtového modelování na turbínovém kole

Porovnáváme výsledné hodnoty (Graf 16) se stejnými okrajovými podmínkami (21°C, otáčky 0rad/s).



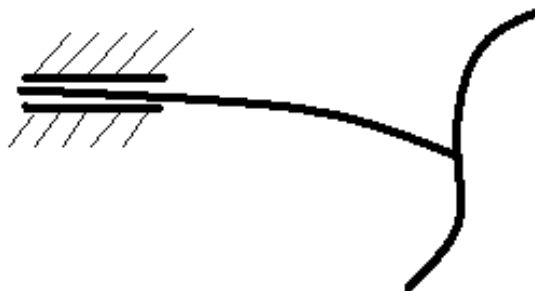
Graf 16: Závislost vlastní frekvence a uzlového průměru (výpočet, experiment)

Uvádím několik výsledků vlastních tvarů získaných experimentálním modelováním (Obr. 31). Výsledky jsou porovnány s hodnotami získanými výpočtovým modelováním.

	Uzlový průměr					
	1	2	3	4	5	7
Vypočet frek. [Hz]	4289,5	4822,5	7309,9	9405,4	10855	11549
Experiment frek. [Hz]	1504	4476	7448	9568	11012	11700
Odchylka [%]	65	7,2	-1,9	-1,7	-1,5	-1,3

Tab. 12: Porovnávací tabulka jednotlivých získaných uzlových průměrů

Hodnota vlastní frekvence na prvním uzlovém průměru je nižší (Tab. 12), tato odchylka je ve shodě s teorií [12]. Vlivem vazby turbínového kola na hřídel dojde při vybuzení prvního uzlového průměru k zakmitnutí celého kola, až po místo pevného vetknutí hřídele (Obr. 31). Čelisti dílenského svěráku jsou vzdálený od turbínového kola cca. 6 - 7cm.



Obr. 31: Vazba disku na hřídel na prvním uzlovém průměru (experiment)

7. ZÁVĚR

Turbínové kolo je během svého provozu zatěžováno vlivem provozních podmínek celého motoru. Modální analýza zjišťuje dynamické chování olopatkovaného disku za rotace. Snahou práce bylo stanovit interval otáček, ve kterém dochází k nebezpečnému provozu. Odpovědí na tuto otázku je konstrukce Campbellova diagramu, který zobrazuje závislost provozních otáček na vlastních frekvencích.

Prvním krokem řešení modální analýzy bylo sestavení dílčích modelů.

Model geometrie byl zjednodušen a upraven tak, aby bylo možné využít cyklické symetrie turbínového kola. Tím se programovým prostředím ANSYS snížily nároky na výpočetní výkon.

Při tvorbě modelu okrajových a počátečních podmínek volíme takové podmínky, aby zatížení turbínového kola bylo co nejvíce podobné jeho reálnému provozu v turbínovém motoru.

Zjišťovali jsme závislost mezi velikostí hrany prvku a výslednou vypočítanou vlastní frekvencí.

Výpočtové modelování modální analýzy turbínového kola řešíme metodou konečných prvků v programovém prostředí ANSYS.

V další části jsme řešili experimentálním modelováním modální analýzu turbínového kola. Stanovovali jsme vlastní frekvence izolované lopatky a vlastní tvary disku turbínového kola. Experiment nám sloužil k verifikaci výsledků vlastních frekvencí a tvarů získaných výpočtovým modelováním.

Cílem práce bylo ze získaných hodnot zkonstruovat Campbellův diagram a stanovit interval nebezpečných provozních otáček.

Vyvozené závěry z hodnot získaných výpočtovým a experimentálním modelováním:

1. Pásmo nebezpečných provozních otáček je mimo oblast provozních otáček turbínového motoru. Pásmo kritických otáček bude přejížděno při startu a vypnutí motoru.
2. Nebezpečné otáčky, při kterých dochází k zakmitnutí lopatek turbínového kola na šestém násobku otáčkové frekvence, jsou $59\,848\text{ min}^{-1}$. Hodnota nebezpečných otáček je nad horní hranicí pásma provozních otáček.

3. Z hodnoty poměrného útlumu $b_p = 2,3\%$, můžeme vyvodit, že se jedná o slabě tlumenou soustavu.
4. Při stanovení prvního uzlového průměru experimentálním modelováním dochází k výraznému zakmitnutí celé soustavy až k místu upnutí. Odchylka vlastní frekvence na daném průměru je 65% od frekvence stanovené výpočtovým modelováním.
5. Průměrná odchylka vlastních frekvencí stanovených výpočtovým a experimentálním modelováním:
 - U izolované lopatky jsou hodnoty zjištěné experimentálním modelováním procentuálně vyšší (v řádu jednotek procent). Toto může být způsobeno poměrem hmotností akcelerometru a lopatky.
 - U turbínového kola se s narůstajícím uzlovým průměrem odchylka vlastních frekvencí snižuje
6. Teplota spolupůsobící na turbínový disk s otáčkami nemá podstatný vliv na velikost vypočtených vlastních frekvencí.

8. LITERATURA

- [1] EDUARD, Malenovský. *Ústavu mechaniky těles mechatroniky a biomechaniky* [online]. 12. listopadu 2007 [cit. 2010-05-24]. Studijní opora z předmětu Dynamika rotorových soustav. Dostupné z WWW: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/~pkrejci/opory/dyn_rot/>.
- [2] VLK, Miloš, et al. *Experimentální mechanika* [online]. Brno : [s.n.], 2003 [cit. 2010-05-24]. Dostupné z WWW: <http://www.umt-old.fme.vutbr.cz/_studium_/opory/Experimentalni_mechanika.pdf>.
- [3] JANÍČEK, Přemysl. *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: Hledání souvislostí*. 1. Brno: Cerm, 2007. Teorie modelování, s. 227. ISBN 978-80-7204-555-6.
- [4] *TJ100 C* [online]. PBS Velká Bíteš a.s. : [s.n.], 15.5.2006 [cit. 2010-05-24]. Dostupné z WWW: <http://www.pbsvb.cz/pdf/dlt_motor_tj100/cs_tj-100c.pdf>.
- [5] Materiálové listy, firemní dokumentace PBS a.s. Velká Bíteš
- [6] ANSYS, Inc. *Theory Reference : Ansys release 9.0* [online]. [s.l.] : [s.n.], 11.8.2004 [cit. 2010-05-24]. Dostupné z WWW: <http://www1.ansys.com/customer/content/documentation/90/ansys/a_thry90.pdf>.
- [7] DVOŘÁK, Vítězslav Experimentální modální analýza. In *SVOČ-FST 2009* [online]. 2009. Západočeská universita v Plzni, fakulta strojní : [s.n.], 2009 [cit. 2010-05-24]. Dostupné z WWW:<[http://old.fst.zcu.cz/_files_web_FST/_SP_FST\(SVOC\)/_2009/_sbornik/PapersPdf/Ing/Dvorak_Vitezslav.pdf](http://old.fst.zcu.cz/_files_web_FST/_SP_FST(SVOC)/_2009/_sbornik/PapersPdf/Ing/Dvorak_Vitezslav.pdf)>. ISBN 978-80-7043-795-7.

- [8] Brüel & Kjær [online]. 2010 [cit. 2010-05-24]. 8206 Impact Hammer. Dostupné z WWW: <<http://www.bksv.com/products/transducersconditioning/vibrationtransducers/impacthammers/8206.aspx?cmd=Description>>.
- [9] KUSSIOR, Zdeněk. *MZAK Pictures* [online]. 24. 4. 2002 [cit. 2010-05-24]. Proudové motory – teorie a další články. Dostupné z WWW: <<http://www.mzak.cz/teorie/teorie-00.php>>.
- [10] Proudový motor. In *Wikipedia : the free encyclopedia* [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, 9.4.2005, last modified on 5.5.2010 [cit. 2010-05-24]. Dostupné z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Proudový_motor>.
- [11] MEHDIGHOLI, Hamid. *Forced vibration of rotating discs and interaction with non-rotating structures*. IMPERIAL COLLEGE OF SCIENCE, TECHNOLOGY AND MEDICINE :University of London, 1991. 230 s. Dostupné z WWW: <<http://www3.imperial.ac.uk/pls/portallive/docs/1/40377703.PDF>>.
- [12] TRAUPEL, Walter. *Thermische Turbomaschinen : 2 Band*. 4. [s.l.] : Springer, 2001. 530 s. Dostupné z WWW: <<http://books.google.cz/books?id=GuyPyxD4G-EC&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>>. ISBN 3-540-67377-6.